

초음파 음속측정에 의한 응력평가에 관한 연구

이범성*

Stress Evaluation by Measuring Ultrasonic Velocity

Bum-Sung Lee*

ABSTRACT

Longitudinal wave and shear wave velocity changes of PMMA Polymer material under the the unidirection load were measured. The Third-order elastic modulus and acousto-elastic modulus of PMMA are obtained. The theoretical and expermental values of the velocity change of each wave by stress are compared each other and the validity of theoretical expression is examined.

Key Words : Longitudinal Wave(종파), Shear Wave(횡파), PMMA(아크릴 수지), Acousto-Elastic Modulus(음탄성 정수), Acoustoelasticity(음탄성)

기호설명

- E = Youngs modulus
- γ = poisson's ratio
- ρ = density
- G = shear modulus
- μ, λ = Lamé constants
- C_{ij} = 2nd order elastic constant
- C_{ijk} = 3rd order elastic constant
- S_{ij} = 2nd order elastic compliance

1. 서론

응력이 작용하고 있는 재료내에 초음파를 통과시켜 초음파의 전파속도 변화에 의하여 재료에 작용하는 응력을 해석하는 수법을 음탄성(Acousto-

elasticity)이라고 하며 투명한 재료에만 적용가능하여 실험실 용도에 지나지 않는 광탄성법에 비하여 음탄성법은 불투명한 재료에도 적용가능하기 때문에 현장의 실물측정등에 적용할 수 있으므로 이에 대한 많은 연구가 수행되어 오고 있다.^{1)~8)}

일반적으로 재료속을 전파하는 음속은 음탄성효과에 의해 응력에 따라 변화하는데 이러한 음속 변화의 양상은 재료에 따라 달라지며 음속변화의 크기와 부호도 여러 가지로 나타난다.

예를들면 연강재와 같은 강자성재료에서는 자기탄성효과의 영향에 의해 음탄성정수가 인장축과 압축축에서 서로 다르고, 동재의 경우에는 응력변동에 따른 음속변화가 직선적이 아니고 2차곡선적으로 변화하며, 인장축및 압축축에서도 같은 양상으로 음속이 감소해가는 재료도 있는등⁹⁾ 응력변화

* 한국생산기술연구원 산업기술교육센터

가 음속변화에 미치는 영향은 여러가지로 나타날 수 있다. 따라서 음탄성에 대한 연구는 이와같은 각종 재료에 대한 음탄성특성을 규명하기 위한 방향으로 진행되어 오고 있다. 그러나 PMMA와 같은 고분자 재료에 대한 연구는 Haddad¹⁰⁾에 의하여 고분자재료의 음탄성특성에 관한 식을 마련하고, 1992년 Matsumoto¹¹⁾가 단축응력을 받는 점탄성 재료의 종파의 음속을 측정하여 점탄성 재료에서의 음속은 주파수에 의한 의존성이 크다는 것을 밝혔을 뿐으로 PMMA와 같은 점탄성 재료의 경우에는 금속재료에 비하여 재료속에서의 음파의 감쇠가 심하고 횡파의 특성상 음속측정이 어려운 난점이 있으므로 이분야에서의 연구는 지지부진한 편이다. 따라서 본연구에서는 새로운 횡파용 접촉매질(Couplant)를 사용하여 고분자 재료인 PMMA재에 단축 인장 및 압축응력을 부가하였을때의 종파의 음속변화뿐만 아니라 횡파에 대한 음속변화를 상어라운드식 음속측정장치를 이용하여 측정하고 이로부터 각 파에 대한 음속의 응력 의존성과 음탄성특성을 밝히는 동시에 음속변화의 응력변화에 대한 이론식의 타당성을 검토하고자 한다.

2. 관 련 이 론

응력을 받고 있는 상태에 있는 재료에 초음파를 입사하면 응력에 의하여 전파속도에 변화가 생긴다. 福岡¹²⁾가 비선형탄성론을 적용하여 해석한 Fig.1에서와 같은 평면응력상태($\sigma_z=0$)에서의 약한 직교이방성재료의 음속변화에 대한 식에 의하면 Z방향으로 진동하며 Z방향으로 전파되는 종파의 음속 V_{zz} 는 다음과 같다.

$$V_{zz} = V_{zz}^0 \left[1 + \frac{1}{4C_{33}} \{ 4C_{33}(S_{31} + S_{32}) + C_{331}(S_{11} + S_{12}) + C_{332}(S_{21} + S_{22}) + C_{333}(S_{31} + S_{32}) \} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{4C_{33}} \{ 4C_{33}(S_{31} - S_{32}) + C_{331}(S_{11} - S_{12}) + C_{332}(S_{21} - S_{22}) + C_{333}(S_{31} - S_{32}) \} (\sigma_x - \sigma_y) \right] \quad (1)$$

X방향으로 진동하며 Z방향으로 전파되는 횡파의 음속 V_{zx} 는 다음과 같다.

$$V_{zx} = V_{zx}^0 \left[1 + \frac{1}{4C_{55}} \{ (2C_{55} + C_{551})(S_{11} + S_{12}) + C_{552}(S_{21} + S_{22}) + (2C_{55} + C_{553})(S_{31} + S_{32}) \} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{4C_{55}} \{ (2C_{55} + C_{551})(S_{11} - S_{12}) + C_{552}(S_{21} - S_{22}) + (2C_{55} + C_{553})(S_{31} - S_{32}) \} (\sigma_x - \sigma_y) \right] \quad (2)$$

Y방향으로 진동하며 Z방향으로 전파되는 횡파의 음속 V_{zy} 는 다음과 같다.

$$V_{zy} = V_{zy}^0 \left[1 + \frac{1}{4C_{44}} \{ C_{441}(S_{11} + S_{12}) + (2C_{44} + C_{442})(S_{21} + S_{22}) + (2C_{44} + C_{443})(S_{31} + S_{32}) \} (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{4C_{44}} \{ C_{441}(S_{11} - S_{12}) + (2C_{44} + C_{442})(S_{21} - S_{22}) + (2C_{44} + C_{443})(S_{31} - S_{32}) \} (\sigma_x - \sigma_y) \right] \quad (3)$$

식에서 $V_{zz}^0, V_{zx}^0, V_{zy}^0$ 는 응력이 부가되지 않은 상태에서의 음속이다.

여기서 S_{ij} 는 2차 탄성 컴프라이언스로 등방성재료의 경우에는 $S_{ij}=S_{ji}$ 로 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} S_{11}=S_{22}=S_{33} &= (\lambda + \mu) / \mu (3\lambda + 2\mu) \\ S_{12}=S_{13}=S_{23} &= -\lambda / 2\mu (3\lambda + 2\mu) \\ S_{44}=S_{55}=S_{66} &= 1 / \lambda \end{aligned} \quad (4)$$

C_{ij} 및 C_{ijk} 는 각각 2차 및 3차탄성정수의 집합으로 등방성재료의 경우에는 $C_{ij}=C_{ji}, C_{ijk}=C_{kji}$ 로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{11}=C_{22}=C_{33} &= \lambda + 2\mu \\ C_{111}=C_{222}=C_{333} &= \nu_1 + 6\nu_2 + 8\nu_3 \\ C_{331}=C_{332} &= \nu_1 + 2\nu_2 \end{aligned} \quad (5)$$

단축응력 $\sigma_x = \sigma$ ($\sigma_y=0, \sigma_z=0$)만이 작용하는 판재에 종파를 입사시킬 때 종파의 속도 V_{zz} 와 횡파의 속도 V_{zx} 및 V_{zy} 는 각각 다음식과 같이 된다.

$$V_{zz} = V_{zz}^0 \left[1 - \frac{\lambda(\lambda + 2\mu + \nu_2 + 2\nu_3)}{\mu(\lambda + 2\mu)(3\lambda + 2\mu)} \sigma \right] \quad (6)$$

$$V_{zx} = V_{zx}^0 \left[1 + \frac{2\mu^2 + \mu\lambda + \mu\nu_2 + (\lambda + 2\mu)\nu_3}{2\mu^2(3\lambda + 2\mu)} \sigma \right] \quad (7)$$

$$V_{zy} = V_{zy}^0 \left[1 + \frac{-2\mu\lambda + \mu\nu_2 - 2\lambda\nu_3}{2\mu^2(3\lambda + 2\mu)} \sigma \right] \quad (8)$$

식에서 μ 및 λ 는 2차탄성정수로 라메정수(Lame constants)라고도 하며, 등방체의 경우 전단탄성계수 $G = \mu$, 영계수(Youngs modulus) $E = \mu(3\lambda + 2\mu) / \lambda + \mu$, 프와송비(Poissons ratio) $\gamma = \lambda / 2(\lambda + \mu)$ 가 된다.

또한 ν_2, ν_3 는 3차탄성정수이다.

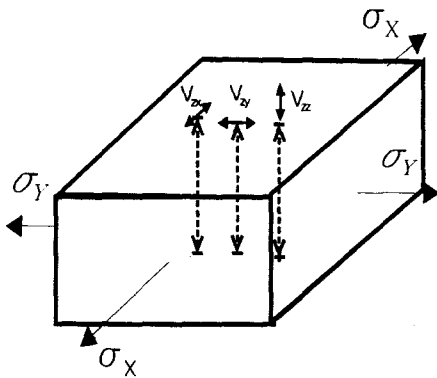


Fig. 1 Ultrasonic vibration and propagation directions on the orthogonal and bi-directional material under plane stress

이와같이 응력에 의하여 초음파의 전파속도가 변화하는 현상을 음탄성효과라 하며, 이에대한 음탄성법칙식중 횡파의 음속변화를 이용한 음탄성법칙은 다음과 같이 된다.

$$\frac{V_{zx} - V_{zy}}{V_t} = C_A \sigma \quad (9)$$

여기서 V_t 는 이 두속도의 평균속도이다.

또한 종파의 음속변화를 이용한 음탄성법칙은 다음과 같다.

$$\frac{V_{zz} - V_{zz}^0}{V_{zz}^0} = C_L \sigma \quad (10)$$

여기서 C_A, C_L 은 각각 비례상수로 음탄성정수라고 한다.

3. 시험

3.1 시험편

본연구에 사용된 시험편의 재질은 三菱 레이온(株)제의 PMMA로 인장시험편의 크기는 W40×L180×T15로 하였으며, 압축시험편은 좌굴의 영향을 받지않도록 하기위해 그길이가 인장시험편보다 짧게하여 W40×L50×T15로하였다.

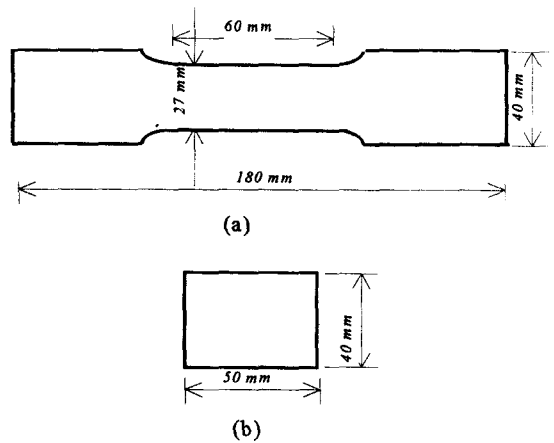


Fig. 2 Tensile & Compressive Specimen of PMMA (a) Tensile Specimen(t=15), (b) Compressive Specimen(t=15)

시험에 사용된 PMMA재의 물리적 성질은 Table1과 같다.

Table 1. Physical Property of PMMA

Physical Property	
Density ρ	1.184 g/cm ³
Tensile Strength σ_t	5.6 kg/mm ²
Compressive Strength σ_c	6.7 kg/mm ²
Young's Modulus E	240 kg/mm ²
Possion's Ratio γ	0.34

3-2. 시험방법

시험편을 인장시험기에 장착하고 단축인장하중을 작용시켰으며, 종파송수신용 진동자 1개와, 하중 방향 및 하중과 직각방향으로 진동하는 2개의 횡파 송수신용 진동자를 접촉매질(Couplant)를 매개로하여 접촉시키고 1탐촉자법(반사법)으로 시험편의 두께방향의 초음파 전파시간을 측정하였다. 이때 횡파를 전달시키기 위해서는 접촉매질의 점도가 큰 것이 요구되는데 이를 위하여 일본의 日合아세틸렌(株)가 새로히 개발한 횡파용 Couplant 인 소니코드-SH95를 사용하였다.

초음파 전파시간을 측정하기위한 측정기는 싱어라운드시 음속측정기(日本 超音波工業(株) UVM-2 SING AROUND)를 사용하고 계기에서의 지연시간 및 위상지연의 영향을 제거하기위하여 수신된 다중반사파중 제1반사파와 제2반사파의 차를 구하여 초음파전달 시간을 구하여 음속을 측정하였다. 초음파 탐촉자는 공진주파수 5 MHz, 직경d=1/2"인 탐촉자를 사용하여 하중을 증가시키면서 하중 작용방향과 직각방향의 종파속도와 주응력방향으로 진동하는 2개의 횡파속도를 측정하였다.

4. 시험결과 및 고찰

Fig.3은 종파를 하중방향에 직각방향으로 입사시켰을때의 응력에 따른 음속변화의 이론치와 실험치를 그래프로 나타낸 것이고, Fig.4는 응력방향에 대하여 수직으로 전파되는 횡파의 응력변동에 따른 음속변화의 이론치와 실험치를 나타낸 것이다. 실험에서 얻어진 영계수

$$E = \mu(3\lambda + 2\mu) / (\lambda + \mu) = 240 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\text{프와송비 } \gamma = \lambda / 2(\lambda + \mu) = 0.34$$

에 대한 결과로부터 2차 탄성정수를 구하면 $\lambda = 195 \text{ kgf/mm}^2$, $\mu = 92 \text{ kgf/mm}^2$ 의 값을 얻을수 있으며, 이들과 Fig.3의 무부하 상태에서의 음속도 $V_{zx}^0 = V_{zy}^0 = 1351.4 \text{ m/s}$ 와 응력 $\sigma = 1.2 \text{ kgf/mm}^2$ 하에서의 음속도 $V_{zx} = 1347.3 \text{ m/s}$, $V_{zy} = 1352.4 \text{ m/s}$ 를 식(7)와 식(8)에 대입하여 다음과 같은 3차탄성계수를 구할수 있다.

$$\nu_2 = -323 \text{ kgf/mm}^2, \nu_3 = -93 \text{ kgf/mm}^2$$

Fig.3과 Fig.4에서 점선은 이와같은 값들을 각각 식(6),(7),(8)에 대입하여 얻은 이론식에 대한

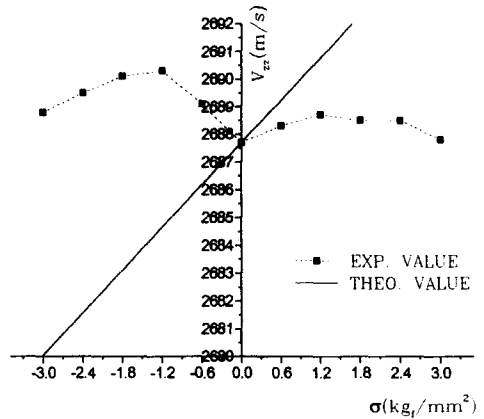


Fig. 3 The relation between stress σ and longitudinal wave velocity V_{zx}

그래프이다.

실험에서 얻은 그래프와 이론식에서 얻은 그래프를 비교해 볼 때 Fig.3의 종파의 경우 실험치는 인장응력이 부가될때와 압축응력이 부가될때 모두 응력의 크기에 따라 음속이 증가한후 감소하는 2차함수적인 관계를 가지고, 인장측에 비하여 압축측의 응력변동이 다소 크게 나타나는 반면 이론식에 의한 음속은 응력의 크기에 비례하여 증가하는 1차함수적인 비례관계를 가지고 있어 실험치와는 많은 차이가 나타남을 볼수있다.

Fig.4에서 음파의 진동방향이 하중방향과 수직으로 전파되는 횡파(N-dir.)의 경우에 실험치는 인장응력을 받을때와 압축응력을 받을 때 서로 절대응력의 크기에 2차함수적인 비례관계를 가진 포

물선형태로 변하며 응력변동에 따른 음속변화도 그다지 크지 않은데 비하여 이론식에 의한 속도변화는 응력에 대하여 1차 함수적으로 비례한다. 그러나 음파의 진동방향이 응력방향과 나란하게

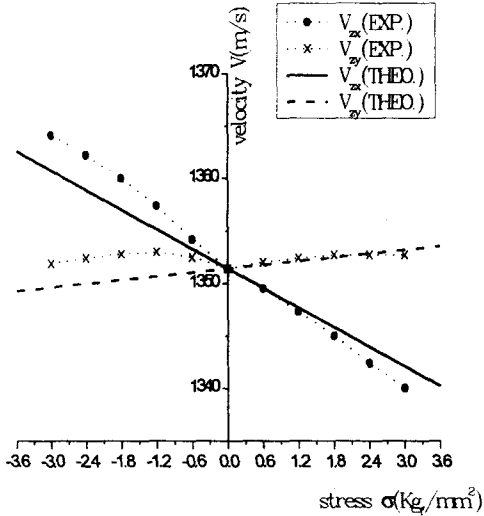


Fig. 4 The relation between stress σ and shear wave velocity V_{zx} , V_{zy}

전파되는 횡파의 경우(H-dir.)에는 이론식에 의한 것과 실험치 모두 인장응력일 때와 압축응력일 때 응력에 대한 1차 함수적인 그래프가 얻어지며 응력에 대한 속도변화도 크게 나타남을 볼 수 있다. 즉 이것은 종파나 하중방향에 수직으로 진동하며 전파되는 횡파보다는 하중방향에 나란하게 진동하며 전파되는 횡파의 경우에 음탄성효과가 보다 크게 나타남을 보여주고 있으며 음속측정에 의한 응력측정시 음파의 진동방향이 중요하다라는 것을 시사하고 있다.

응력의 방향과 음파의 진동방향이 평행한 음파의 응력에 대한 속도변화는 이론식과 실험결과가 비교적 잘 일치되고 있음을 볼 수 있지만 종파 및 응력과 음파의 진동방향이 수직인 음파의 응력에 대한 속도변화에 대한 실험결과와 종파의 경우에는 인장측에서의 응력 $\sigma = 1.2 \text{ kgf/mm}^2$ 에 이르기 까지

는 그 기울기 경향이 같으나 그 이상에서는 오히려 감소하는 경향이 있으며 압축측에서는 이론식의 결과와 완전한 차이를 볼 수 있다.

따라서 이와같은 비선형 이론을 기초로한 음속에 대한 이론식은 모순점이 있음을 알 수 있으며 비선형에 의한 음속변화 이상의 무엇인가 있을 것으로 생각된다.

Fig.5 는 식 7에 의한 횡파의 응력에 따른 음향 이방성을 도시한 것으로 인장응력 및 압축응력에서의 음향 이방성은 응력에 따라 1차적인 비례관계에 있음을 잘 나타내고 있으며 음탄성정수 $C_A = -2.18 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Kgf}$ 의 값을 가진다.

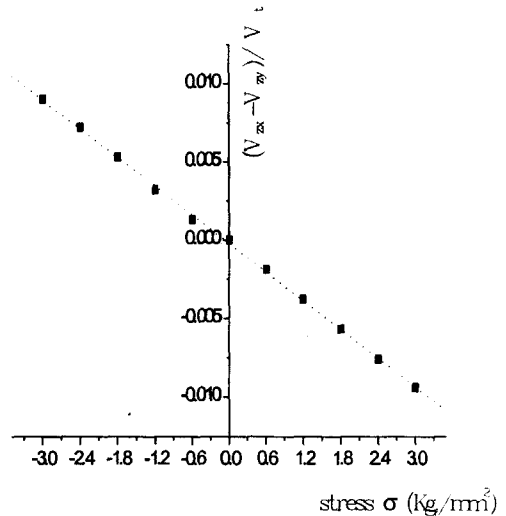


Fig. 5 The relation between stress σ and acoustical anisotropy $(V_{zx} - V_{zy})/V_t$ in shear wave

또한 Fig.6은 종파의 응력에 대한 음향 이방성을 도시한 것으로서 인장응력측이나 압축응력측 모두 응력이 1.2 kg/mm²가 될 때까지는 응력에 대하여 비례관계를 가지나 이후부터는 급격히 감소하고 있으며 응력의 절대치에만 관계하므로 음속에 의하여 인장인지 압축인지의 하중방향을 판단할 수 없게 되어 음탄성법칙을 적용할 수 없음을 알 수 있다.

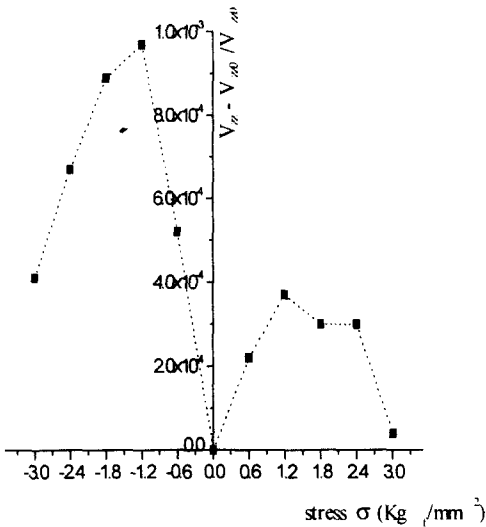


Fig. 6 The relation between stress σ and acoustical anisotropy $(V_{zz}-V_{zz0})/V_{zz0}$ in longitudinal wave

5. 결론

고분자 재료인 PMMA재에 단축 인장 및 압축응력을 부가하였을때 각각에 대한 종파 및 횡파의 음속변화를 싱어라운드식 음속측정장치를 이용하여 측정하고, 이로부터 각 파에 대한 음속의 응력의존성을 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 단축하중을 받는 PMMA 재의 응력변동에 따른 음속변화를 측정함으로써 PMMA재의 3차탄성계수를 구하여 $v_2 = -323 \text{ kgf/mm}^2$, $v_3 = -93 \text{ kgf/mm}^2$ 를 얻었다.
- 2) 실험에서 얻은 3차탄성계수를 이론식에 적용하여 실험치와 이론식을 비교한 결과 초음파의 진동방향이 하중방향과 나란한 횡파의 경우에만 실험치와 이론치가 거의 유사하게 일치하나 초음파 진동방향이 하중방향과 수직인 횡파와 종파의 경우에는 실험치와 이론치사이에 큰차이를 보였는데 이는 비선형 탄성론을 근거로한 이론식에 모순이 있음을 시사한다.

3) 횡파의 응력에 따른 음향이방성에 대한 그래프로부터 인장응력 및 압축응력에서의 음향이방성은 응력에 따라 1차적인 비례관계에 있음을 알수있었으며 이로부터 음탄성정수 $C_1 = -2.18 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{Kg}_f$ 의 값을 가진다는 것을 알수있었다.

4) 하중방향에 대하여 수직으로 전파되는 종파의 경우 음속도는 인장응력축이나 압축응력축 모두 응력이 1.2 kg/mm^2 가 될 때까지는 응력에 대하여 비례관계를 가지나 이후부터는 급격히 감소하는 현상을 보이며 응력과 비례관계가 성립되지 않으므로 하중방향에 수직으로 전파되는 종파의 경우에는 음탄성법칙을 적용할수 없음을 알수있다.

참고문헌

1. R.A.Toupin and B. Bernstein: Sound Waves in Deformed Perfectly Elastic materials, Acoustoelastic Effect, J.Acoust. Soc. Am., 33, pp.216-225, 1961.
2. D.I.Crecraft: The Measurement of Applied and Residual Stress in Metals using Ultrasonic Waves, J. Sound and Vibration, 5, pp.173-192, 1967.
3. T.Tokuoka and Y. Iwashimizu: Acoustical Birefringence of Ultrasonic Waves in Deformed Isotropic Elastic Materials, Int. J. Solids Structures, 4, pp.383-389, 1968.
4. K. Okada: Stress-Acoustic Relations for Stress Measurement by Ultrasonic Techniques, J.Acoust. Soc. Jpn(E), 1, pp.193-200, 1980.
5. R. B. King and C. M. Fortunko: Determination of InPlane Residual Stress States in Plates using Horizontally Polarized Shear Waves, J. Appl. Phys., 54, pp.3027-3035, 1983.
6. R. B. Thompson, S. S. Lee and J. F. Smith: Angular Dependence of Ultrasonic Wave propagation in An Orthorombic Continuum, J. Acoust. Soc. Am. 80, pp.921-928, 1986.
7. H. Fukuoka: 音速比法によるボルトの残留應力

- の測定, 音弾性研究會,8, pp. 36-40, 1992.
8. 김진오, 이영춘, 선집속 초음파현미경을 이용한 음탄성효과 측정에 의한 응력 평가, 한국정밀공학회지 제14권 제10호, 1997.
 9. H.Fukuoka and H.Toda: Preliminary experiment on acoustoelasticity for stress analysis, Archives of Mechanics, 29, 5 PP. 671-686, 1977.
 10. Y.M.Haddad: On The Theory of the Viscoelastic Solid, Res Mechanica, 25, p.225, 1988.
 11. E.Matsumoto: Acoustoelasticity of Nonlinear Viscoelastic Materials, Proceedings of ICRS-3, p.334, 1992.
 12. 福岡秀和, 音弾性入門, 非破壊検査 33卷 9号, PP.633-640, 1974.