

초등학교 통계영역의 심화 교수·학습 자료에 대한 연구 : 6학년을 중심으로

박 영 희 (청주교육대학교)

I. 들어가는 말

6차 교육과정에서 '관계' 영역에 속해있던 확률·통계가 2000학년도부터 적용되는 7차 교육과정에서는 '확률과 통계'로 영역이 독립된 것을 보면은 확률·통계 교육의 중요성과 초등수학에서 차지하는 비중이 점점 더 커짐을 알 수 있다. 그리고 지식 기반 사회, 정보화 사회에 필요한, 정보를 분류하고 정리·판단할 수 있는 능력을 학생들이 제대로 갖추기 위해서는 수학의 영역들 중에서 그런 능력에 대한 사고력을 기르는데 적합한 접근 방식을 갖춘 확률·통계의 교육이 바르게 이루어져야 할 것이다.

초등학교에서 통계 교육의 의의는 자료를 수집하고 특성에 따라 분류하며 그 속에서 정보를 얻기 위해 표와 그래프 그리고 평균을 이용할 수 있는 능력을 기르기 위함이다. 그런데, 이를 학생들이 흥미있게 학습하기 위해서는 학생들이 관심을 가질 수 있고 생활 속에서 쉽게 접할 수 있는 소재를 활용하여야 한다. 그리고 학생들이 스스로 알고싶어 할만한 소재를 제공하여 학생들이 올바른 판단을 내리기 위해 자료 수집 단계부터 적절한 계획을 세우고, 계획에 따라 자료를 수집하고, 자료의 특성을 잘 나타낼 수 있는 그래프를 선정하여 나타내고자 하는 바를 표현하도록 하여야 할 것이다.

이러한 학생 활동 중심의 통계 교육이 초등 현장에서 전개될 수 있도록, 본 논문에서는 통계 교육에 관한 일반적인 문헌 및 현행 6차 교육과정의 교과서 통계 영역에 대한 분석, 그리고 상황 인지론에 비추어 본 보완점을 제시할 것이다. 그리고, 교과서 수업 후에 6학년 학생 대상의 심화용으로 이용할 수 있는 통계 영역의 교수·학습 자료를 몇 가지 제시하고자 한다.

II. 펼치는 말

1. 통계 교육에 관한 기본 논의들

통계에서는 자료를 단순한 숫자가 아닌 상황적 맥락과 연관지어 파악하여야 한다고 주장하면서 Cobb와 Moore(1997)는 수학의 다른 영역과 다른 특성을 가진 통계 영역에서 다루어야 할 예에 대해 다음과 같이 말했다.

통계를 잘 가르치기 위해서 수학적 이론을 이해하는 것은 충분하지 않다. 통계학의 추가적인, 비수학적인 이론을 이해하는 것도 마찬가지로 충분하지 않다. 수학 교사는 국어 교사처럼 실제적 예를 학생들에게 제공할 수 있어야 하고, 비판적 판단의 개발을 위하여 어떻게 사용하여야 하는지도 알아야 한다. 응용문맥이 그리 중요하지 않은 수학에서는 즉흥적으로 만들어진 예들이 종종 효과가 있으나 통계학에서는 그런 예들이 효과적이지 않다. 패턴과 문맥 사이의 상호작용을 제공하지 않기 때문이다.

Moore(1992)는 자료 분석이 자료로부터 정보를 추출하기 위한 도구와 전략을 제공하여야 하고, 형식적인 추론의 기초가 될 뿐만이 아니라, 형식적인 추론이 정당화될 수 없는 때에도 연구와 실제 양면에서 중요하다고 지적했다.

전미 수학교사 협의회(NCTM, 1998)에서는 자료 분석, 통계 및 확률 분야에 대한 교육 규준을 제시하였다. 그 중에서 자료 분석 및 통계 영역에 관련된 규준은 첫째, 질문을 제기하고, 이 질문에 답하기 위해 자료를 수집, 조작, 그리고 표상하도록 한다. 둘째, 팀색적 자료 분석 방법을 이용하여 자료를 해석하도록 한다. 셋째, 자료에 근거하여 추론, 예측, 주장을 하고 그 것을 평가하도록 한다.

이를 초등학교 6학년 수준에서 세부적으로 살펴보면 첫째 항목에서 질문은 학생들이 흥미를 갖고 탐구해보고 싶은 특성을 가져야 학생들의 자발적인 수집, 조직, 표상적 활동이 유도될 수 있다. 둘째 항목의 탐색적 자료분석은 자료에 내재된 여러 특성을 알기 위한 다양한 접근을 선호한다. 이를 위해 그래프의 계급 크기, 계급수를 조정해 보기도 하고, 의심스러운 자료의 몇 개를 없애고 그래프를 그리고, 원래 그래프와 비교하는 등의 다양한 분석을 하여야 한다. 셋째 항목의 자료에 근거함은 자료의 특성에 맞는 그래프를 선택할 줄 알아야 하고, 자료를 수집한 조사, 실험의 형식에 따라서 결론을 도출할 수 있는 한계를 인식하여야 함을 의미한다.

2. 교과서의 통계 영역 내용 분석

현재 6차 교육과정을 따르는 교과서 통계 내용은 3학년 2학기의 막대그래프와 4학년 2학기의 겹은선그래프, 5학년 2학기의 평균과 그림그래프, 6학년 1학기의 비율그래프, 6학년 2학기의 도수분포표와 히스토그램으로 구성되어 있다.

6학년 2학기의 교과서 구성은 자료 그대로만으로 정보를 얻기 힘든 예를 통해 도수분포표의 도입 필요성을 제시하고, 도수분포표를 읽는 것과 자료를 보고 표를 만드는 것을 공부하도록 하고 있다. 그리고 기존 교과서에서는 계급의 크기 혹은 계급수를 미리 정해서 제시함으로써 도수분포표를 만들 때 중요한 계급의 크기 혹은 계급수를 결정하는 문제를 간과하고 있다. 그러므로 계급의 크기를 다양하게 제시함으로써 도수분포표가 자료를 제대로 표현해 주는지를 알아보도록 하는 것이 필요하다.

히스토그램에 대해서는 히스토그램의 예를 제시하고 용어와 읽는 법을 학습하게 한다. 그리고 도수분포표와 자료로부터 히스토그램을 그리는 법을 익히게 한다. 두 집단의 자료에 대한 두 히스토그램을 통해 각각의 정보를 알고 두 집단을 비교할 수 있음을 알게 한다. 그런데 히스토그램으로 제시할 수 있는 자료의 형식이 가로축과 세로축 모두에 수치적 자료가 표시되고, 막대그래프는 한 축에 범주형 자료가, 다른 축에 수치적 자료가 표시되는 차이를 비교하는 것이 필요하다. 자료를 수집한 후에 막대그래프 혹은 히스토그램 중에 어느

것이 자료를 적절히 표현할지를 결정할 때에 각각을 읽는 법과 그리는 법만을 배운 걸로는 부족하기 때문이다.

이렇게 6학년 2학기의 내용만을 보았는데 다른 학년의 교과서 구성도 학습 소재가 다를 뿐 제시 방식은 대체로 비슷하다고 생각한다.

현행 교과서에서는 학생들이 흥미를 느끼고 능동적으로 알고자 하는 정보를 얻기 위해 관찰·실험하여야 한다는 내용과 탐색적인, 다양한 분석으로 자료의 내재적 정보를 캐는 내용, 그리고 자료 특성에 따라 자료에 대한 정보를 표현하기 위해 막대그래프나 히스토그램, 그림그래프 혹은 비율그래프 중에 적절한 그래프를 선택하는 내용들이 필요하다고 생각한다. 이는 다음에 제시하는 심화 학습 자료에서 보완하려고 한다.

3. 상황 인지론과 수학교과서

상황 인지론에서는 인간의 인지능력이 학습된 상황과 맥락에 의존하여 발달한다고 한다. 따라서 학습의 전이가 될 수 있음을 한 상황에서 활동한 형태와 다른 상황에서 요구하는 활동의 형태의 관련성에 달려 있다고 한다(박성선, 1999).

교과서에서 소개한 방식은 이미 수집한 자료와 이미 만들어진 그래프에 관하여 여러 질문을 학생들에게 제시하고 있다. 그래서 학생들이 이런 자료에 대한 답을 하는 과정을 통해 학습이 이루어지도록 의도하고 있다.

실제 상황에서는 자료가 이미 주어진 경우는 드물고, 처음에 어떤 문제에 대한 정보를 알고 싶은 경우가 많다. 그리고 자료를 관찰이나 실험 등의 어떤 방법으로 구해야 할지도 계획해야 한다. 그리고 구한 자료의 특성에 적합한 표현을 기존의 표와 그래프 또는 나름대로 고안한 방법으로 나타내어 자료 속의 정보를 구하여 합리적인 판단을 내리고자 한다.

따라서 교과서에서 제시된 상황과 실제로 통계적 사고를 요구하는 상황이 많이 차이가 날 수 있고, 이에 따라 상황 인지론에 비추어 볼 때 학습의 전이가 제대로 이루어지기가 용이하지 않을 수 있다. 따라서 실제 상황적 맥락을 구현하는 심화 학습 자료를 학생들에게 제시하는 게 필요하다.

4. 통계 영역의 교수·학습 자료 예시

앞에서 언급한 내용을 바탕으로 초등학교 6학년 수준의 심화 교수·학습 자료를 제시하고 그에 대한 지도 방향을 적었다. 6학년이면 초등에서 제시되는 그래프를 대부분 배운 상태이므로 그래프의 그리는 방법을 학습하는 단계를 넘어서 탐색적 자료 분석으로 정보를 추출하거나 자료를 수집하는 여러 방법과 결부된 그래프 선택 및 그리기의 활동을 하기에 적절하다고 생각한다.

한편, 지도 방향에서 정한대로 교사가 일방적으로 지도하기보다는 가급적 학생들이 주도적으로 자료를 적절하게 수집하는 방향으로 탐구할 수 있도록 하여야 할 것이다. 그리고 실험 혹은 관찰 등의 해결 방식을 미리 제시하지 않는 것이 바람직하다. 실제의 모든 상황에서 교사가 언제나 옆에서 도와줄 수는 없으며, 학생이 처한 상황 속에서 관찰을 필요로 하는지 실험을 하여야 하는지도 학생 스스로가 결정해야 할 문제이기 때문이다.

가. 학습 자료 1: 탐색적 자료 분석을 통해 자료 속의 정보를 추출하기

학생들이 흥미를 느끼고 능동적으로 결과를 알기 위해 다양한 활동을 하도록 유도하는 자료가 많이 개발되어야 한다. 그리고 다양한 분석이 시도되어야 해결 가능하고, 시뮬레이션 등의 필요성이 더 부가되는 것이 바람직하다.

다음에서 H와 T는 동전을 던져서 각각 앞면과 뒷면이 나왔음을 의미한다. 각각 두 개의 H와 T의 혼합된 열이 주어졌다. 둘 중에서 하나는 동전을 실제로 200번 던진 것을 기록한 것이고 나머지 하나는 가상으로 동전을 던졌다고 생각하고 나올 것 같은 결과를 흉내낸 것이다. 이 둘 중에서 어느 것이 동전을 실제로 200번 던져서 나온 결과를 기록한 것인지 탐구해 보자.

THTTTTHHTHHTHTTTTHTHHHTHTHHHHHH
HHHHHTHTHTHHHHHTHHHTHTHHHTHTHHHHHH
HTHHHTHHTHTHTHTHTTTTHTHHHTHTHTHTHTHT
HTTTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHH
HTHTHHHTHTHTHTHTHTHTHTHTHHHTHHHHHHHH
HTHHHHHTHTHHHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHTHT
THTHTHTHTHTHTHHHHHTHHHTHTHTHTHTHTHTHT

TTHHHTHTTTTHH

THTHTTTTHTTTTHTHHHTHTHTHTHTHHHHHTH
HTHTHTHTHTTTTHTHHHTHTHHHTHHHHHTHHHHHT
THHHHTTTHHHHTHHHHHTTHTHHHTHHHHHTHHHHHT
HTTHHHHTHTHTHTHTHTHTHHHTHHHHHTHHHHHT
HTHHHTHHHHHTTHTHHHTHHHTHHHHHTHHHHHT
TTHHHTHTHTHHHHHTHTHTHHHTHTHTHTHTHTHT
HTTHHTHHHTHTHTHTHTHTHTHTHTHHHHHTHTHH
HTTHHHHTHHHHHTHHHHHTHHHHHTHHHHHTHHHHHT

<지도방향> 주어진 과제를 해결하기 위해서 단순히 H와 T의 개수를 세는 것으로는 불가능하다. 왜냐하면 둘 다 H와 T가 각각 100개씩이기 때문이다. 학생들은 다른 방법을 찾아보아야 한다.

언뜻 보면 두 번째 제시된 것이 정답인 것 같다. 왜냐하면 앞에 제시된 것을 좀 자세히 보면 H가 최대 9번이나 연속해서 기록되어 있기 때문에 실제로 그렇게 나오지 않을 거라는 생각에서 두 번째가 정답이라고 쉽게 단정지을 수 있다. 그렇지만 어느 것이 정답인 줄 알기 위해서는 기준이 필요하고 이를 위해 200번 동전을 실제로 던지고 그 기록을 이용하여 다양한 탐색 방법을 시도할 수 있다. 그 중 한 방법은 H 그리고 T가 계속 연이어 나올 때 그 연속 나오는 횟수인 1부터 최대 연이어 나온 횟수 각각을 한눈에 알 수 있는 적절한 그래프로 분석하는 것이다.

여기서는 가로축에 H와 T 각각의 연이어 나온 횟수를 표시하고 세로축에는 그런 현상이 몇 번 있는지를 표시한 막대그래프를 이용하면 된다. 실제로 동전을 200번 던져 보아서 나온 자료에 대해서도 마찬가지로 막대그래프를 그려서 비교한다. 200번 던지는 것을 여러번 할수록 더 정확한 기준을 얻을 수 있으므로 더욱 정확하게 어느 표가 실제 동전을 던진 기록인지 알 수 있다.

나. 학습 자료 2: 자료를 얻는 다양한 방법을 알기

정보를 얻기 위해 자료를 수집하는 방법에는 설문조사, 실험, 관찰, 책 및 신문을 통한 수집의 방법이 있음을 알도록 한다. 그리고 수집한 자료의 특성에 따라 어떤 그래프가 가장 적합한 표현방식인지를 찾는 것이 통계 영역에서 학습해야 할 중요 목표 중 하나이다.

- 1) 반 학생들 대상으로 텔레비전과 컴퓨터 모니터를 바라보는 시간과 안경 착용과의 관계를 알아보자.

<지도방향> 설문조사: 반 학생마다 하루에 텔레비전과 컴퓨터 모니터를 바라보는 평균 시간이 얼마인지 설문조사로 알아보고 그 시간별로 안경 착용한 학생들의 수를 조사하도록 한다. 그래서 가로축에 텔레비전과 컴퓨터 모니터를 바라보는 평균 시간에 대한 계급을 정해서 표시해 놓고, 세로축에 각 시간별로 안경 착용한 학생 수를 표시한 히스토그램을 그려서 그 관련성을 알아보도록 한다.

- 2) 다리가 길면 달리기를 잘하는지 알아보자.

<지도방향> 실험: 다리가 길다는 것은 (키-않은키) 가 크다는 것을 의미하므로 학생들의 이런 수치를 재어서 그 수치의 큰 집단, 중간 집단, 작은 집단을 적절한 기준으로 나눈다. 그리고 각 집단을 대표하는 5명 정도의 학생을 무작위로 뽑아서 100미터 달리는데 걸린 시간을 쟁다. 그래서 각 집단에 대한 그 평균시간을 구한다. 집단을 가로축에, 그 집단에 대한 평균시간을 세로축에 표시한 막대그래프를 그려서 다리가 긴 것과 달리기를 잘하는 것과의 관련성을 판단하도록 한다.

- 3) 학교 근처 도로의 어떤 지점을 어떤 일정한 시간 동안에 통과하는 차의 종류를 조사하자. 자가용, 트럭, 택시로 분류하여 그 비율을 조사하자. 다른 도로의 어떤 지점에서도 같은 시간 동안 그 비율은 조사하자. 지리적인 위치에 따라 그 비율이 달라지는지 알아보자.

<지도방향> 관찰: 학생들이 이 과제를 해결하기 위해서는 지나가는 차에 대해 설문조사를 하거나, 실험을 하는 것이 불가능함을 인식하도록 한다. 그리고, 조사한 두 지점에 대하여 지나간 차의 종류별 비율을 원그래프 또는 띠그래프로 그려서 알아보고 그 차이를 비교하도록 한다.

- 4) 해양성 기후를 대표하는 제주도의 연중 기온 변화와 대륙성 기후를 대표하는 춘천의 연중 기온 변화를 비교하자. 두 지역의 연중 기온 변화를 매월의 최고 온도와 최저 온도를 기준으로 조사한다. 자료를 정리하여 해양성 기후와 대륙성 기후의 특성을 알아보자.

<지도방향> 문헌 조사: 신문, 책이나 인터넷 등의

매체를 통해 이미 정리된 자료를 수집하도록 한다. 그래서 두 지역별로 나타난 최고 기온과 최저 기온을 시간적 변화를 알아보기 쉬운 겹은선그래프로 나타내도록 하여 기후 특성을 알아보게 한다.

III. 맺는 말

초등학교 교과서의 통계 영역은 주로 자료 정리의 기초를 제시한다. 자료에서 유용한 정보를 이끌어 내고 합리적 판단의 토대가 될 수 있도록 다양한 자료를 소재로 하여 시각적인 정보를 얻기 위해 여러 그래프를 그리고 읽는 법을 배운다. 또한 수치적 정보로써 대표적인 평균의 개념을 제시하였는데 실제 상황을 가정한 활동적 학습과제 제시의 부족이 아쉽다고 본다.

통계적 사고력과 실질적인 의사 결정력을 기르기 위해서는 실제 상황에 유사한 조건을 설정하고 그 속에서 합리적인 판단을 하도록 하여야 한다. 그런 상황에서 필요한 자료를 수집하기 위해 조사, 실험 등의 적절한 계획을 세우고 자료의 특성에 알맞은 표나 그래프를 그려서 비교적 정확한 판단을 내리는데 도움이 되도록 한다. 그리고 NCTM에서 제안한, 최근 통계학의 주요 흐름중의 하나인 탐색적 자료 분석 방법을 초등 단계에 적절한 방식으로 학생들에게 제시되어야 할 것이다.

그런 목표들을 지향하는 초등학교 6학년 학생 수준의 심화용 교수·학습 자료가 본 논문에서 제시되었다. 이 제시된 자료가 일선 현장의 교사들이 흥미있고 유익한 통계영역의 교수·학습 자료를 개발하는 데에 참고가 되기를 바란다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 초등학교 교사용 지도서 수학 6-2. 충남: 국정 교과서 주식회사.
- 박성선 (1999). 수학 학습에서의 상황인지와 전이에 대한 연구. 초등수학교육 3(1), 37-45. 서울: 한국수학교육학회.
- 전평국 (1998). 초등수학교육 이론과 실제. 서울: 교학사.
- David S. Moore (1992). What is Statistics?. In David C. Hoaglin & David S. Moore. Perspectives on

- Contemporary Statistics.* The Mathematical Association of America.
- George W. Cobb & David S. Moore (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly* (810-823). Mathematical Association of America.
- The National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft.* 대한수학교육학회, 1998. 제23회 동계 집중 세미나 자료집.

A Study on Maturity Material for Teaching and Learning of Statistics in Grade 6

Park, Young Hee

Dept. of Math. Ed., Chongju National University of Education, 135 Sugok-dong, Heungdok-gu, Chongju, Chungbuk 361-712, Korea. e-mail: yhpark@sugok.chongju-e.ac.kr

To improve the elementary student's ability to classify the data and obtain the information from the data through graphics, it is necessary to use the teaching and learning material which encourage the student to study with interest and is adjacent to the student's environment. In this thesis, several materials to satisfy the condition is proposed together with some remarks to direct the teaching. These materials is recommended to use for the maturity learning and teaching in grade 6.