韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
1999. 11. 제 38권, 제 2호, 179-187.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
Nov. 1999, Vol. 38, No. 2, 179-187.

공간 능력을 신장하기 위한 기하 학습자료 개발 : GSP를 이용하여 정다면체 구성

강 순 자 (전남대학교)
고 상 숙 (아주대학교 강사)

Ⅰ. 서 론

'학교수학의 교과과정과 평가의 규준'(NCTM, 1989)에 따르면 중학교의 기하학습(교과과정)은 데이터 수집과 모델 구성을 통해 기하학적 관계성을 추측할 수 있도록 학생들로 하여금 기하학적 모양을 탐구하고 분석할 수 있는 기회를 제공해야한다고 하였다. 그런 기회를 통해 학생은 기하학적 개념의 직관적 이해를 개발하고 형식적, 비형식적 추론을 배우고 연관된 정의와 정리를 수식화 한다.

현행 우리 나라 학교 기하 교과과정은 Euclid 기하에서 van Hiele의 다섯 가지 발달 수준 중 제 2, 3수준인 서술적, 이론적 수준이 결여되고 제 4수준인 평면 기하의 전통적인 증명에 많은 시간을 할애하고 있다. 즉, 구체적이고 서술적인 경험을 통해 학생의 직관적 이해를 바탕으로 한 공간적 시각화 개발은 무시한 채 연역적 증명중심으로 구성되어 있다는 것이다. 최현호(1990)는 그의 연구에서 중학교 2학년 학생에게 증명을 도입하는 것은 무리이며 고등학교 1학년 학생들 역시 아직 증명을 완전히 이해하지 못하고 있다고 주장하였는데 이는 증명 이전 기하 교과과정이 보다 구체적이고 체계적이어야 함을 뜻하고 있다. 또한, 우리 나라 중학교 기하 교과과정에서 입체도형은 1학년에서 다면체, 회전체, 입체도형의 겉넓이와 부피만 다루어지고 있고 입체도형 단원의 내용도 초등학교 5, 6학년 때 도입된 개념을 회전체와 각기둥, 원기둥의 겉넓이와 부피를 구하는 정도를 크게 벗어나지 못하고 있는 점을 보아 공간 능력 개발 교육을 소홀히 다루고 있다고 볼 수 있다. 그와 더불어 또 하나의 문제점으로는 중학교의 수학교과에서 시각화에 필요한 교재도구의 부족과 교수법 개발의 부재로 주입식 교육만을 답습하는 실정이다.

NCTM STANDARDS(1989)는 중학교 교수 학습에서 컴퓨터 테크놀로지의 사용을 권장하고 있다. 이 제의는 적절한 기하 소프트웨어에 의해 제공된 상호작용 하는 환경에서 학생은 수학에 대한 구체적인 경험으로부터 더욱 추상화의 형식적 수준으로 이동하게되고, 추측하는 힘을 키우고, 수학적 사고력을 향상하는 잠재력을 육성할 수 있다는 가정 하에 근간을 둔다. 그러나 NCTM의 기하 교과과정에 대한 그리고 기하 교수법에 대한 비전이 아무리 호소력이 있다해도 많은 교사들은 중학교에서 어떤 컴퓨터 소프트웨어가 유익한 것인가, 어떻게 그런 소프트웨어가 어떠한 교수법으로 사용되어야하는지, 그들의 사용에 있어 어떤 점을 고려해야하는지, 그러한 환경에서 수학의 교수 학습의 결과는 무엇인지 등에 해답을 얻지 못한다면 이런 비전은 실현되지 못한다.

최근 국내 중등학교 현장에는 세 차례의 교실환경 선진화 프로그램을 통해 교육 여건이 많이 향상되어 펜티엄급 컴퓨터, 43인치 대형 TV 실물 화상기 등이 갖추어지고 있다. 그러나 이러한 기기 들이 교육 현장에 적절하게 사용할 수 있는 프로그램은 많이 개발되지 않은 상태이고, 교사들이 컴퓨터를 보조도구로 사용할 때 컴퓨터와 관련된 지식의 부족, 교육 효과를 위한 수업준비와 연구부족을 들 수 있다. 현존하는 프로그램 중 기하학습을 위한 소프트웨어로 큰 반응을 일으키고 있는 Geometer's Sketchpad(GSP)도 탐구학습에 효과적으로 구성되어 있어 교사가 사전 준비 없이 수업에 직접 사용하기에는 어려우며 미리 수업을 준비하는 중에 어떻게 교과내용과 통합할 것인가 하는 것은 교사의 주된 과제임에 분명하다. 그러므로 새로운 컴퓨터 수학학습 프로그램은 일종의 학습도구로서 컴퓨터를 교사와 학생 사이에 놓음으로써 교수학습의 목표를 성취할 수 있는 새로운 형태의 교

수-학습 방법을 제공할 수 있어야 하고 대다수 교사의 컴퓨터와 관련된 지식의 부족을 해소하고 그들의 수업준비에 대한 부담을 줄일 수 있는 학습자료가 다양하게 개발되어야한다.

그 동안 정다면체에서는 학생이 직접 각각의 정다면체를 만들어 보고 각각의 성질을 연구해 보는 정도로 만족하였지만 본 연구에서는 학습 도구로서 공간 능력향상에 중점을 두어 개발된 프로그램의 시각화를 통해 학생이 능동적이고 역동적인 방법으로 정다면체를 이해할 수 있도록 GSP를 이용한 학습자료 개발을 그 목적으로 한다.

■ 이론적 배경

역사적으로 공간 능력(spatial abilities)은 1880년대이래 관심의 대상이 되어왔다 (Bishop, 1973). 공간과 수의 능력은 1930년대에 활발하게 연구되고 분류되었다. 1935년 오스트레일리아 수학자이자 심리학자인 햄리는 수학적 능력이란 일반적 지성(General Intelligence)과 영상적상(Imagery), 수와 공간 형상(Configuration)을 인식하고 마음 속으로 그려봄으로써 그 형상을 유지할 수 있는 능력들의 조화라고 하였다 (McGee, 1979). McGee(1979)는 공간 능력에 대한 많은 연구를 검토한 후 공간 능력은 크게 공간적 시각화(Spatial visualization)와 공간적 방향(Spatial orientation)으로 구성되어 있다고 주장하였다. 공간적 시각화는 사물을 마음 속으로 회전할 수 있는 능력이고 공간적 방향은 공간적 패턴 안에 있는 요소의 배열을 이해하고 공간 형상의 방향을 변화시켜도 혼돈하지 않고 유지할 수 있고, 인간의 몸에 대해 공간적 방향을 결정할 수 있는 능력이다(McGee, 1979, p.897). Tartre (1990)에 의하면 공간적 시각화를 회전과 변환으로, 공간적 방향을 재조직된 전체와, 전체와 부분으로 다음과 같이 분류하였다.

1) 공간적 시각화

회전: 마음 속으로 임의의 물체를 회전시켜보아 원래의 물체와 같은지를 결정하는 것으로 2차원에서의 회전과 3차원에서의 회전이 있다.

변환: 마음 속의 상 (images)의 따로 떨어진 부분들의 서로 다른 조작들을 통하여 원하는 또 다른 상을 형성하는 것이다. 여기에는 2차원에서 2차원으로 변환, 3차원에서 3차원으로 변환, 2차원에서 3차원으로 변환, 3차원에서 2차원으로 변환이 있다. 본 연구에서는 접기와 펼치기를 통해 학생은 자유로이 2차원에서 3차원으로, 3차원에서 2차원으로 이동할 수 있어 공간적 시각화를 개발할 수 있다.

2) 공간적 방향

재조직된 전체: 한 표현에서부터 또 다른 표현에 이르기까지 인지적 변화 또는 그림으로 된 표현의 조직과 이해를 포함한다. 여기에는 애매한 그림과 복합적인 표현이 있는데 애매한 그림은 한 가지 관점에서 한 개 이상의 물체에 대한 그림으로 된 표현을 인식하는 것으로서 2차원으로 표현된 물체를 3차원으로 인식하는 것이 여기에 해당된다. 복합적인 표현은 두 가지 표현 사이에서 발생되는 변화를 인식하는 것으로서 다른 각도에서 일어나는 변화까지 이해하는 것이 여기에 해당된다.

전체와 부분: 여기에는 전체에서 부분 찾기와 부분에서 알맞은 전체를 생각해 내기가 있는데 이 두 가지가 대조적으로 보이지만 함께 작용하는 경우도 종종 있다. 특히 본 연구에서 평면도형을 위한 프로그램 GSP이지만 3차원의 입체 표현을 구가하여 공간적 방향을 개발할 수 있다.

그 동안 선진국에서는 공간 능력에서 공간적 시각화에 대한 연구가 많이 이루어졌다. Ben-Chaim, Lappan, and Houang(1989)은 6학년에서부터 중학교 2학년 학생을 대상으로 10개의 작은 정육면체를 붙여 구성된 빌딩 묘사 과제 (Building Description Task)를 통해 학생들의 표현방식을 분류하여 성취도와 공간적 시각화에서 교수법의 효과를 조사하였는데 공간적 시각화에서 개인차, 공간 테스트의 디자인, 그리고 실질적 교수-학습의 의도에 상관관계가 있었고 학생들은 학년에 상관없이 본 과제에서 현저한 성취도를 보였다. CAI를 사용한 공간적 시각화 교수법 연구에는 교수법의 자연스런 진보는 Building Perspectives와 같은 컴퓨터 프로그램에 의해 나타난 그림의 3차원 모델이고 교수법의 영상적 수준은 공간적 시각화를 높였으며 학생을 형식적, 추상적 수준에서의 지필 학습이 가능하도록 준비시켰다(Bretl, 1988). Kiser(1990)는 선형 부등식에서 컴퓨터를 사용한 학생의

공간적 시각화를 측정하기 위해 컴퓨터의 그래픽 기능을 사용하였다. 컴퓨터로 배운 학생은 전통적 교수법아래 학생보다 더 높은 시험 결과를 보였다. 또한, 어떤 연구가는 공간적 시각화와 수학 교수법에서 성공이 깊은 관계가 있다고 주장하였다 (Smith & Schroeder, 1981). 반면에 Bishop(1980)은 그 관계가 불투명하고 결론이 뚜렷하지 않음을 알았고 또한 공간 능력과 수학 교육의 광범위한 고찰을 통해 공간 능력과 수학적 능력 사이의 관계는 연구마다 서로 다름을 발견했다. 이상 몇 몇의 공간적 시각화에 대한 연구를 살펴보았지만 아직도 부족한 점을 발견할 수 있으며 Computer의 보급으로 인해 보다 다양한 연구가 이뤄져야할 필요성이 있다.

최근 중등 기하 교수-학습에 널리 사용되고 있는 소프트웨어, Geometer's Sketchpad(GSP)의 효과는 많은 연구에서 찾아볼 수 있다. Manouchehri, Enderson, & Pugnucco(1998)는 GSP는 첫째, 학습을 자유로운 탐구로 이끌고, 둘째, 정리의 실현 또는 기하학적 관계성 발견을 용이하게 하는 반 구조화된 학습활동을 가능케 하며, 셋째, 학생 혼자 힘으로 하는 독립적 탐구와 문제해결을 경험하게 한다고 주장하며 학생은 그들 자신의 정리와 또한 그것에 대한 증명을 생성하는 것을 배운다고 말하였다. Choi-Koh(1996)의 연구에서 GSP를 활용한 활동적 시각화를 통해 학생은 짧은 기간 내에 van Hiele 제 4 수준까지 용이하게 향상하였고, 깊이 있는 문제해결력을 보였으며, 학습의 어려움을 다수 표상의 반예를 통해 쉽게 극복하였고, 기하 학습에 대한 큰 흥미를 나타내었다. 또한, GSP는 기하학적 함수연구에도 사용되었는데, Lin (1993)는 그의 연구에서 학생이 방정식 그래프와 함수적 표상에서 변화(Variation) 또는 이동(Movement)의 성질을 이해하도록 GSP를 이용하여 분석적 좌표 체계와 함수 그래프를 개발하였고, 이 역동적이고 연결된 다수의 표상들로 구성한 환경은 함수의 변환과 Scaling에 대한 학생의 학습과정을 효과적으로 도왔다. 이상으로 수학 교수-학습에서 소프트웨어, GSP의 활용은 보다 다양하게 이루어지고 있는데, 마우스를 움직여 물체를 끌어 얻을 수 있는 도형의 자유로운 변환뿐만 아니라 동작버튼(Animate, Move, Hide/Show, Sequence)의 다양한 기능으로부터 가능한 역동성은 GSP의 가장 큰 특징으로 수학교실에서 수학교육자들이 사용하고자하는 큰 매력임은 두말할 나위가 없다.

Ⅱ. 본 론

가. 연구방법과 절차

본 연구는 컴퓨터를 수학학습의 도구로 사용하여 중학교 1학년 학생들이 정다면체을 역동적으로 탐구할 수 있고 학생의 공간 능력을 향상시킬 수 있는 프로그램 개발이 목적이므로 다음과 같은 순서로 실시되었다.

(1) 공간 능력에 관련 문헌의 수집과 분석

(2) 정다면체 내용 분석

(3) 기하 소프트웨어, Geometer's Sketchpad(GSP) 기능 파악

(4) GSP의 역동성을 이용한 프로그램 구현

(5) 구현된 프로그램의 분석 검토

본 연구에서 사용된 소프트웨어, GSP의 다양한 기능을 자세히 살펴보면, GSP에는 역동적이며 사용자의 주도하에 점, 원, 직선, 선분, 반직선 등을 작도할 수 있는 다양한 도구(Tool)가 준비되어 있어서 사용자가 직접 기하 대상을 작도하고 많은 특징을 잴 수 있다. 이 작도할 수 있는 도구는 각 학습지의 한쪽 편에 제시될 수 있다. 또한, 기하적 모양은 작도 기능(Construct)에 수직선, 평행선, 각의 이등분선, 반지름을 이용한 원 등이 장치되어 있어 유클리드 작도 또는 변환 기하 작도법으로 새로이 구성할 수 있다. 일단 작도한 모양은 점이나 선분을 간단히 마우스를 클릭 하거나 끌어당김으로써 자유로이 움직여 새로운 모양으로 변화할 수 있다. 모든 작도된 관계는 이런 조정 중에도 저장될 수 있다. 선분의 길이, 호의 길이, 면적, 둘레, 그리고 각의 크기를 탐구 중에도 구할 수 있다. 이런 측량은 사용자가 적절하게 측량할 성분을 구분할 필요가 있다. 예를 들어, 각도를 재기 위해선 각도를 구성하는 세 점을 올바른 순서로(구할 각의 점을 가운데 오도록) 선택해야한다. 기하학적 모양의 면적이나 둘레를 재기 위해선 해당한 구역의 모든 점을 먼저 연속적으로 선택하여 도형의 내부(Interior)를 결정한다. 이러한 과정은 사용자로 하여금 이런 점에 의해 구분된 면적을 규명하게 한다. 이렇게 작도된 도형은 변환(Transform)기능에서 평행이동(Translate), 회전이동(Rotate), 대칭이동(Reflect), 확대/축소(Dilate)를 통해 필요한 변환

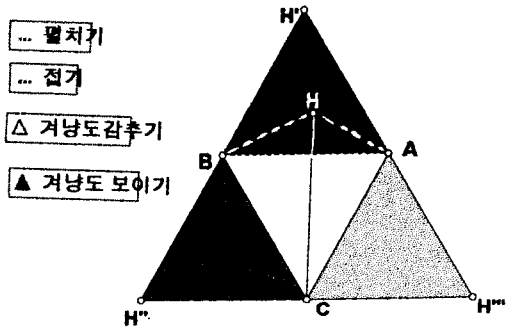
을 할 수 있다. 편집기능 중에 있는 실행 버튼(Action button)에는 대상을 이동(Movement), 동시동작(Animation), 숨기고 보이기(Hide/Show), 동작을 연속적으로 구현할 수 있는 연속(Sequence) 버튼이 있다. 사실 GSP의 기능은 2차원 도형의 탐구에 적절한 것으로 알려져 있으나 본 연구에서는 GSP의 이동, 변환기능, 실행버튼 만들기 등의 기능을 최대한 응용하여 3차원 도형의 시각화에 활용해 보고자 하는 것이다. 즉, 본 연구에서 주로 많이 쓴 실행 버튼은 이동버튼, 숨기기 보이기 버튼, 연속버튼 등으로, 사물의 이동을 연속적으로 진행할 수 있는 연속(Sequence) 버튼을 이용해 접기, 펼치기 기능이 만들어졌고 숨기고 보이기(Hide/Show)를 이용해 겨냥도나 전개도를 숨기거나 볼 수 있게 하였다. 이런 다양한 기능과 GSP의 큰 장점인 역동성은 기하학습 자료 개발의 무한한 가능성을 제시한다.

나. 연구 내용

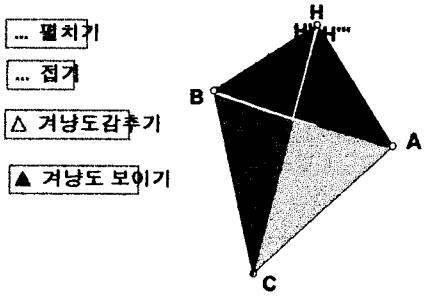
중학교 1학년 수학 교과서에서는 다면체의 지도 목표를 다면체의 뜻 및 용어 알기, 다면체를 분류하여 각 입체도형을 관찰함으로써 이들의 성질 알기에 두고 있다. 초등학교에서 학습한 내용을 바탕으로 생활에서 여러 개의 면으로 둘러싸인 물체들을 관찰함으로써 다면체에 대한 이해를 도와야한다. 학생들은 겨냥도와 전개도의 자세한 관찰을 통해 면의 수, 꼭지점의 수, 모서리의 수를 알뿐만 아니라 전개도를 접어서 입체도형을 만들 때 서로 만나는 모서리, 꼭지점등을 알도록 지도해야하는 것이다. 따라서 적절한 학습도구 활용은 공간 능력을 향상시켜 학습목표를 달성하는데 큰 도움이 되리라는 것은 누구나 느끼고 있다.

본 프로그램은 GSP의 역동성을 최대한 살려 **접기**와 **펼치기**의 기능이 연속성을 지니고 작동되고 각 면의 색체를 달리하여 입체감과 아름다움을 동시에 느낄 수 있는데, 그 효과를 고정적인 서면(hard copy) 위에 묘사하려는데 한계가 있어 독자가 직접 보지 않고 이해하기에는 어려움이 따를 것이나 프로그램은 공간적 시각화와 방향을 이용하고 개발하는데 역점을 두었다.

먼저 정사면체에서 **접기**를 두 번 click하면 H점들(H′, H″, H‴) 점 H로 모아지면서 전개도의 H′AB, H″BC, H‴CA면이 정사면체 HABC의 측면을 연속성(Sequence)을 지니며 덮으면서 정사면체 HABC(<그림 2>)를 나타낸다. **펼치기**를 두 번 click하면 연속성을 지니며 각 측면이 차례로 펼쳐지고 전개도 <그림 1>이 된다. 본 Sketch에서는 꼭지점 H를 자유로이 움직일 수 있어 다른 방향에서의 정사면체도 관찰할 수 있다. 정사면체는 다른 정다면체에 비해 비교적 단순하나 본 프로그램을 이용하는 것은 각 면의 2차원에서 3차원, 3차원에서 2차원의 변환을 반복하는 과정에서 특정한 대상(모서리나 면)을 혼돈하지 않고 고정, 관찰하여 그 성질을 추측할 수 있는 장점이 있다. 겨냥도와 전개도는 GSP의 Show/Hide(보이기/숨기기) 기능에 의해 관찰할 수 있다.



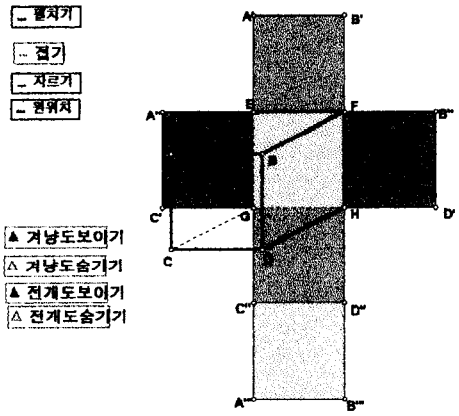
<그림 1> 정사면체 전개도



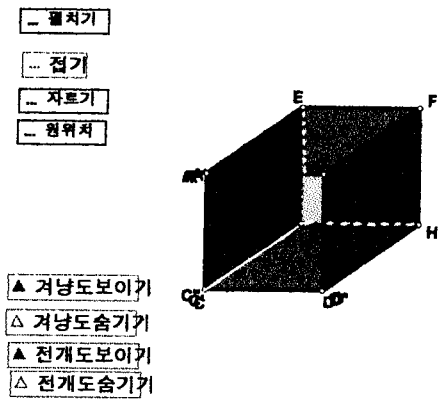
<그림 2> 정사면체

정육면체를 살펴보면, 전개도가 펼쳐진 상태에서 접기를 두 번 click하면 A점들(A′, A″, A‴)은 점 A로, B

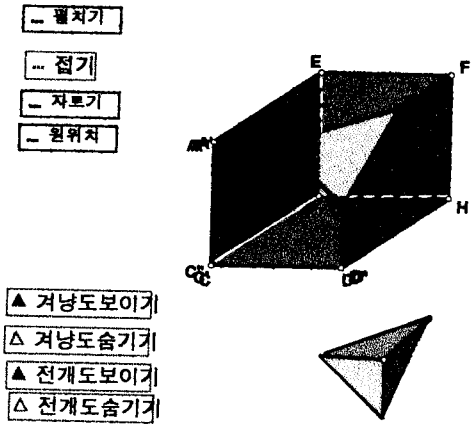
점들(B′, B″, B‴)은 점 B로, C점들(C′, C″)은 점 C로, D 점들(D′, D″)은 점 D로 모이면서 각 정사각형 면은 A′B′FE - FB″D′H - A″EGC′ - GHD‴C″ - C″D″B‴A‴ 순으로 정육면체의 대응하는 각 면을 연속적으로 덮게되며 <그림 4>로 이어진다. 다시 **펼치기**를 두 번 click하면 같은 순서로 각 면은 <그림 3>처럼 펼쳐지게 되어 학생은 2차원에서 3차원으로, 3차원에서 2차원으로 반복적인 자유로운 변환을 통해 정육면체의 평면도형과 입체도형을 경험함으로써 입체 도형의 겨냥도와 전개도 사이의 대응 관계를 인식하게 된다.



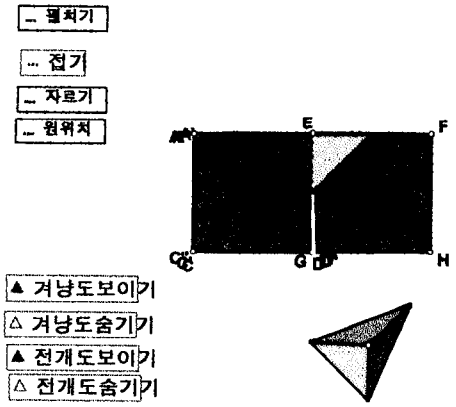
<그림 3> 정육면체 전개도



<그림 4> 정사면체



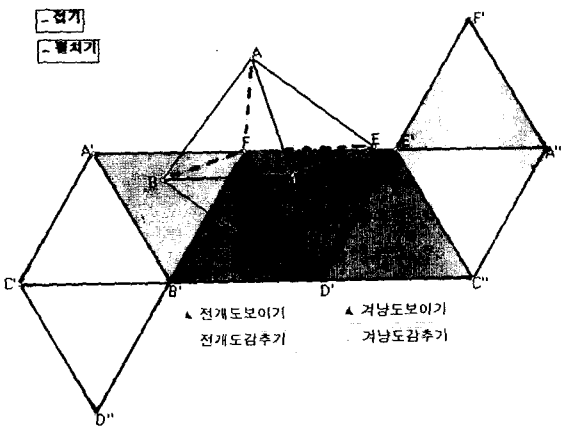
<그림 5> 정육면체 자르기



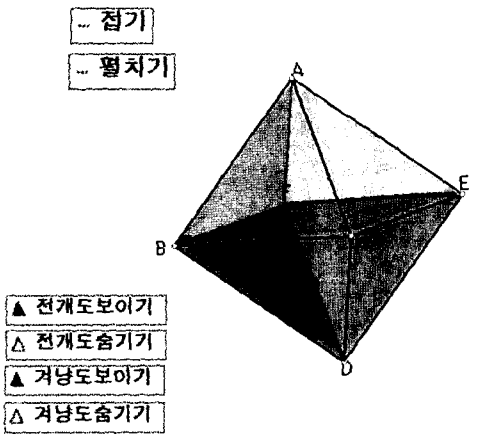
<그림 6> 정육면체 자르기

더 나아가 입체도형 학습 시 빼놓을 수 없는 중요한 부분은 정다면체를 잘랐을 때 그 단면의 모양을 말하고 겉넓이 등을 측정해 보는 일인데 공간 능력이 부족한 학생들에게는 가장 어려워하는 학습활동중의 하나이다. 이 프로그램을 이용해 정육면체의 한 꼭지점에서 만나는 세 모서리의 각 중점을 지나는 평면으로 정육면체를 잘랐을 때의 단면을 탐구할 수 있다(<그림 5, 6>). 정육면체의 **접기** 기능을 실행한 후 **자르기**를 더블 클릭하면 잘라진 부분이 다른 위치로 이동해 가고 그 단면이 나타난다. 이 때 다시 한 꼭지점을 이동시켜 <그림 6>에서처럼 정육면체와 잘려나간 사면체의 방향을 적당히 바꿔가며 탐

구할 수 있고, 단면의 정확한 모양을 관찰한 후 면적, 둘레 등은 칠판을 이용하여 구할 수 있다. 여기서 학생은 잘려나간 부분도 또 하나의 사면체임을 관찰할 수 있다.

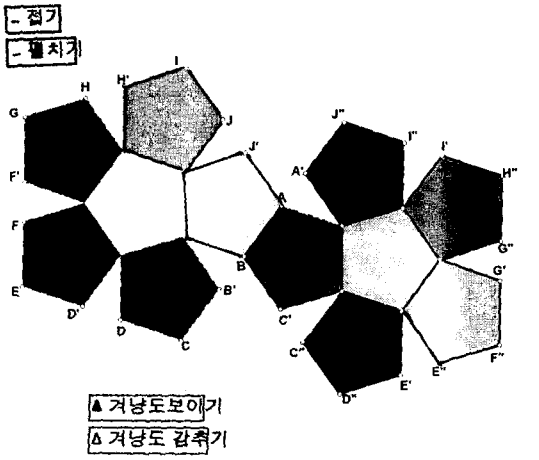


<그림 7> 정팔면체 전개도

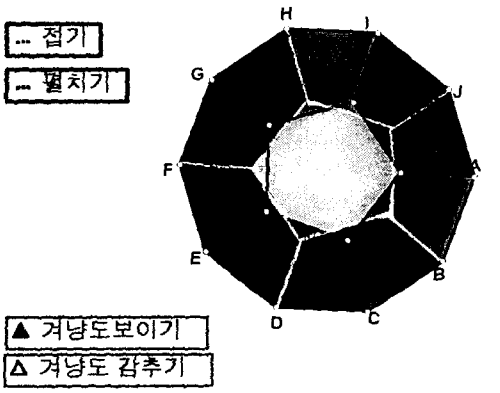


<그림 8> 정팔면체

정팔면체에서는 전개도, <그림 7>에서 **접기**를 작동하면 선분 FD′가 나뉘어지며 A점들(A′, A″)은 점 A로, 점 B′는 점 B로, C점들(C′, C″)은 점 C로, D점들(D′ D″)은 점 D로, 점 E′는 점 E로, 그리고 점 F′는 점 F로 모이면서 각 정삼각형은 정팔면체의 각 면을 연속성을 가지고 덮어 씌우고 <그림 8>로 이동하게된다. 마찬가지로 **펼치기**를 두 번 Click하면 <그림 7>로 쉽게 이동된다. 접기와 펼치기를 반복하여 관찰하면서 교사는 특정한 모서리 AB는 어떤 모서리와 겹치게되는지, 특정한 면은 어떤 면으로 이동하였는지, 또는 전개도에서 각 모서리 길이와 면의 면적을 구할 수 있는 질문 등을 할 수 있다. 이런 과정을 통해 학생은 공간적 시각화와 방향 능력을 키울 수 있다.



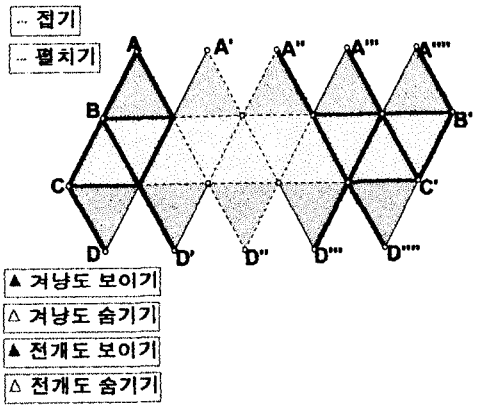
<그림 9> 정십이면체 전개도



<그림 10> 정십이면체

정십이면체에서는 **접기**를 두 번 click하면 점 A, B를 제외한 각 레벨에는 세 점(예, C, C′, C″)이 있는데 먼저 펼쳐진 각 정오각형에서 점 A와 A′, 점 B와 B′, 점 C′

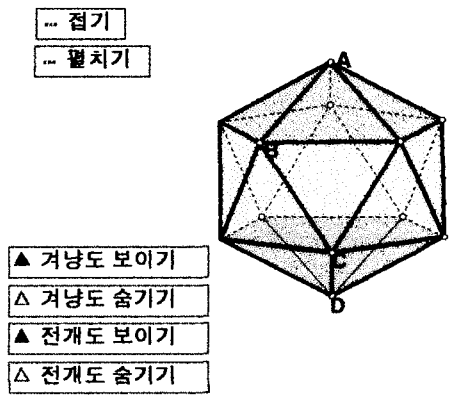
와 C″, 점 D와 D′, 점 E′와 E″, 점 F와 F′, 점 G′와 G″, 점 H와 H′, 점 I′와 I″, 그리고 점 J와 J′가 겹쳐 각각 반 입체를 구성한 후 선분 AB를 축으로 오른쪽 6면은 뚜껑을 덮듯 왼쪽의 6면을 위로 덮으며 나머지 한 점과 겹쳐지고 입체 정십이면체, <그림 10>으로 이동한다. 다시 **펼치기**를 두 번 click하면 <그림 9>로 역순서로 연속성을 지니고 이동한다. <그림 10>은 정십이면체를 위에서 내려다보는 위치로 투시하고 있어(Top view) 아래 면과 위 면의 위치, 각 정 오각형의 위치의 상호 관계 등을 관찰하여 공간 능력을 키울 수 있어서 흥미롭다.



<그림 11> 정이십면체 전개도

정이십면체에서도 **접기**를 두 번 click하면 A점들(A′, A″, A‴, A⁗)은 점 A로, 점 B′는 점 B로, 점 C′는 점 C로, D점들(D′, D″, D‴, D⁗)은 점 D로 방향 ABCD를 정면으로 하여 모아지며 정이십면체, <그림 12>를 이룬다. 다시 **펼치기**를 두 번 click하면 입체는 방향 ABCD로 나눠지며 펼쳐져 전개도 <그림 11>로 역동적으로 이동한다. 각 정삼각형 면의 상호 위치, 배열 등을 관찰하기 위해선 모든 점에 레벨을 표시하면 학생은 보다 정확하게 혼돈 없이 관찰할 수 있다.

본 연구의 프로그램을 사용할 때 유의할 점으로는 GSP의 모든 기능은 평면도형으로서 이해되기 때문에 3차원으로 표현된 입체도형에서 각도를 잰다든지, 모서리의 길이를 잰다든지 하는 활동은 교사가 의도적으로 제한해야한다. 입체도형의 길이와 각도 등은 GSP의 기능을 이용하는 대신 칠판을 이용하여 그 제한점을 보완할 수 있다. 하지만 전개도상에서 길이, 면적, 각의 크기를 구하는 학습활동은 GSP상에 아무런 문제가 없으므로 교사가 다양한 질문을 유도하여 학생의 탐구 학습을 도울 수 있다.



<그림 12> 정이십면체

Ⅲ. 결 론

앞에서 언급하였듯이 일선 중학교 교실에서는 교재나 도구를 사용하여 공간 능력을 육성할 수 있는 효과적인 교수 학습 자료는 부족한 실정이고 기껏해야 성냥개비, 철사, 빨대 등을 이용하여 각 정다면체를 만들어서 학생의 구체적 경험을 통해 정다면체를 이해한다하지만 이런 도구는 2차원에서 3차원, 또는 3차원에서 2차원으로 변환이 어려워 그 구체적 경험이 정다면체를 포함한 도형에서 공간 능력인 공간적 시각화와 공간적 방향을 개발하기엔 부족한 점이 많다. 본 연구는 2차원에서 3차원, 3차원에서 2차원의 자유로운 이동(주로 변환과 재조직된 전체)의 반복을 통해 전체를 보며 부분을 암시해 보고 부분을 보며 전체를 생각해보아 각 특징(성질과 관계)을 탐구해볼 수 있는 좋은 자료로써 정다면체를 만들어서 다루어본 후 후속학습으로 매우 유용할 듯하다. 또한, 지필 학습으로는 나타내기 어렵고 불투명한 부분을 시각화하여 평면 도형에서 모서리나 각을 입체도형으로 1-1 대응 관계를 정확히 수행하여 관찰, 추측할 수 있으므로

공간 능력을 개발 향상에 매우 좋을 듯하다. 학생과 직접 이 자료를 사용하여 정다면체를 학습한 후 공간능력의 성취도를 측정해보는 것은 차후 연구로 권장할 만하며 우리 나라 실정에서 교사가 수업에서 직접 사용할 수 있는 이러한 자료연구가 더욱 다양하게 이뤄져야 하겠다.

참 고 문 헌

최현호 (1990). van Hiele 기하 인지 발달 이론과 증명능력에 관한 기초 연구, 연세대학교, 석사학위 논문.

Ben-Chaim, D.; Lappan, G., & Houang, R.T. (1989). Adolescents' ability to communicate spatial information: Analyzing and effecting students' performance, *Educational Studies in Mathematics* **20**, pp.121-146.

Bishop, A.J. (1973). The use of structural apparatus and spatial ability-A possible relationship, *Research in Education* **9**, pp.43-49.

Bishop, A.J. (1980). Spatial abilities and mathematics education-A review, *Educational Studies in Mathematics* **11**, pp.257-269.

Bretl, T.C. (1988). *Building Perspective: Strategies in Problem Solving* [Computer program] Pleasantville, NY: Sunburst Communications.

Choi-Koh, S.S. (1996). *Students' Learning in Geometry Using Ccomputer Software as a Tool,* Unpublished doctoral dissertation. Athens, GA: The University of Georgia.

Kiser, L. (1990). Interaction of spatial visualization with computer-enhanced and traditional presentations of linear absolute-value inequalities, *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* **10**, pp.85-96.

Lin, P. (1993). *Learning Translation and Scaling in Dynamic, Linked Multiple Representaion environments,* Unpublished doctoral dissertation. Athens, GA: The University of Georgia.

Manouchehri, A.; Enderson, M. & Pugnucco, L. (1998). Exploring geometry with technology, *Mathematics Teaching in the Middle School* **3(6)**, pp.436-442.

McGee, M.G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, generic, hormonal, and neurological influences, *Psychological Bulletin* **86(5)**, pp.889-918.

National Council of teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: Author.

Smith, W.S. & Schroeder, C.K. (1981). Preadolescents' learning and retention of a spatial visualization skill, *School Science and Mathematics* **81(8)**, pp.705-709.

Tartre, L.A. (1990). Spatial skills, gender, and mathematics, In E. Fennema, & G. Leder. (Eds.), *Mathematics and Gender,* Teachers College Press.

Development of Instructional Materials Using Computer Software, Geometer's Sketchpad for Enhancing Spatial Ability in Regular Polyhedrons

Kang, Soon Ja

Department of Mathematics Education Chonnam National University 300 Yong-Bong Dong, Kwang-Ju City 500-757, Korea; e-mail: kangsj@chonnam.chonnam.ac.kr

Choi-Koh, Sang Sook

Graduate School of Mathematics Education Ajou University 35 Won-Cheon Dong, Su-Won City, Kyonggi Do, 442-749; e-mail: yyychoi@elim.net

Math teachers are very short of computer tools and manipulatives to use in geometry classes of middle schools for the development of spatial abilities. At most, they can ask student to make regular polyhedrons for helping the students to understand by concrete experience, but this experience is not enough to develop spatial abilities in spatial figures including the regular polyhedrons. This article is to introduce instructional materials for development of spatical ability in the regular polyhedrons using computer software, Geometer's Sketchpad. In this article, students can imagine the whole figure through the parts of a plane figure and think of the parts from the solid figure by free movement from 2 dimensions to 3 dimensions, or from 3 dimensions to 2 dimensions. Also, the instructional materials devised in this article will be good to enhance spatial abilities because the relation of 1-1 correspondence in the movement of the parts can be conserved and observed precisely, which is very hard to demonstrate and visualize by paper-and-pencil. It is recommended that this kind of materials should be developed in various ways for teachers to use them directly in their geometry classes.