

<논 문>

접침이음부 및 국부적 층댐퍼를 갖는 보의 횡진동 특성

Lateral Vibration of Beams with a Bonded Lap Joint and Partial Layered Dampers

박 정 일* · 최 낙 삼**

J. I. Park and N. S. Choi

(1998년 10월 21일 접수 : 1999년 1월 6일 심사완료)

Key Words : Layered Damper(층댐퍼), Single-Lap Joint(단일접침이음부), Viscoelastic Layer-Bonded Region(점탄성 복합적층부), Elastic Beam Region(탄성단일 층부), Analytical Model(이론 해석모델), Resonant Frequency(공진주파수), System Loss Factor(계 감쇠계수)

ABSTRACT

An analytical model for the lateral vibration of beams with a bonded lap joint and partial layered dampers has been proposed in this paper. Both shear and normal forces acting along the interface between the elastic and viscoelastic layers were considered in the vibration analysis. Analytical results were compared with those obtained by a finite element method. Effects of the size and location of layers in partial dampers on system loss factor(η_s) and resonant frequency(ω_r) were studied, which showed that partial dampers adhered to the site exhibiting the maximum amplitude of vibration were most influential in the increase of η_s and the decrease of ω_r . Specific system loss factor(η_s , divided by total mass of system) was also evaluated in the analysis.

1. 서 론

최근 기계구조물에서 방진문제의 해결을 위해 구조물의 복합화에 대한 연구가 이루어지고 있다. 즉, 흡진제로 사용되는 점탄성 재질을 보강재에 접착 적층하여 구조물의 방진 또는 흡진 특성을 극대화하려는 것이다. 이는 특히 동적하중을 받는 구조물이 공진할 때 그 진폭과 고유진동수를 크게 감소시킬 수 있으므로 구조물설계를 위해 매우 중요하다고 볼 수 있다. Ditaranto⁽¹⁾는 탄성층, 점탄성층, 탄성층으로

복합 적층된 유한 길이의 3층적층보의 자유 굽힘진동에 대해 운동 방정식을 유도하고 점탄성층의 효과를 구할 수 있는 보조방정식(auxiliary equation)을 제안하였다. Trompette 등⁽²⁾은 한쪽 고정지지된 보에 전체 길이에 걸쳐 점탄성층과 탄성 보강층을 갖는 층댐퍼를 부착하고 보강층이 지지부에 고정되어 있을 경우와 분리되어 있을 경우에 대해 유한요소법과 실험을 수행하여 공진주파수 및 손실계수를 검토하였다. 김 등⁽³⁾은 복합적층판의 두께방향변형과 전단변형을 고려한 운동방정식을 유도한 후 이를 보강층이 지지부에서 분리된 상태로 한쪽 고정지지된 3층 적층보에 적용하여 점탄성층의 두께, 보강층의 두께변화가 계의 감쇠특성에 미치는 영향을 이론과 실험을 통해 연구하였다. 박 등⁽⁴⁾은 보강층이 지지

* 한양대학교 대학원 기계설계학과

** 정희원, 한양대학교 공학대학 기계공학과

부에 붙어 있으면서 한쪽 고정된 3층 적층보에 대해 점탄성층의 두께와 보의 폭 변화에 따른 감쇠 효과를 실험과 이론을 통해 검토하였다.

Liill 등⁽⁵⁾은 국부적인 층댐퍼를 양단 단순지지된 보에 부착하고 스트레인 에너지법을 이용하여 점탄성층의 전단변형과 길이방향 변형을 고려한 손실계수를 평가하였다. 그리고 이를 Rayleigh-Ritz 방법에 의해 평가한 결과와 탄성층을 Euler 보로 가정하여 해석한 결과와 비교하였는데 서로 일치하고 있음을 보였다. 김 등⁽⁶⁾은 한쪽 고정지지된 보에 국부적으로 층댐퍼를 부착시키고 층댐퍼의 위치변화에 따른 공진주파수 및 댐핑효과를 이론과 실험을 통해 연구하였다.

Saito와 Tani⁽⁷⁾는 접침이음부를 갖는 양단 고정지지된 보가 횡·종진동을 할 때 접침이음부의 길이를 함수로 하는 공진주파수와 손실계수를 유도하고 Winkler와 Pasternak 방법을 통한 결과⁽⁷⁾와 비교하였다. Rao와 Crocker⁽⁸⁾는 접침이음부를 갖는 단순지지된 보에서 접침이음부의 길이변화에 따른 고유진동수, 손실계수 및 진동모드를 이론적으로 구하고 실험에 의한 결과와 비교하였다. Rao와 He^(9,10)는 에너지법을 이용하여 접침이음부를 갖는 단순지지보를 해석하고 점탄성층의 두께와 탄성계수, 접침이음부의 길이에 의존하는 공진주파수 및 손실계수를 평가하였다. 또한 그들⁽¹¹⁾은 이중 스트랩 이음부를 갖는 단순지지보에 대해 이음부의 길이변화, 점탄성층의 두께변화, 온도에 따른 점탄성재료의 강성과 손실계수의 변화를 고려하여 공진주파수와 손실계수를 평가하였다.

그렇지만 지금까지 연구사례는 단일 층댐퍼(layered damper) 혹은 단일접침이음부(single-lap joint)를 갖는 보에 대해 경계조건이나 접침이음부의 두께 및 길이를 변화시켜 연구한 것이 대부분이었다.

본 연구는 단일 접침이음부를 갖는 양단 고정지지된 보에 국부적 층댐퍼를 기하학적 대칭형태로 부착·추가하여 국부적 층댐퍼의 위치변화, 길이변화·두께변화에 따른 계의 공진주파수 및 손실계수의 변화를 검토하고자 한다. 접침이음부 및 층댐퍼 부분은 점탄성층의 전단변형과 수직변형을 함께 고려한 4차 연립미분방정식을 유도한 후 경계치 문제화(boundary value problem)하여 수치해석을 행하고, 이 복합구조물의 흡진거동을 극대화하기 위한 구조물의 형상조건을 구하고자 한다. 또한 이 결과를 유한요소법에 의한 결과와 비교 검토하였다.

2. 이론 해석

접침이음부를 갖는 보와 이에 국부적 층댐퍼를 부착한 보의 형태를 z방향의 일정한 폭 b를 갖는 2차원 모델로 생각하여, 각각 Fig. 1(a)와 Fig. 1(b)에 나타낸다. 이들 보를 탄성층, 점탄성층, 탄성층으로 복합적층한 부분(이하, 복합적층부)과

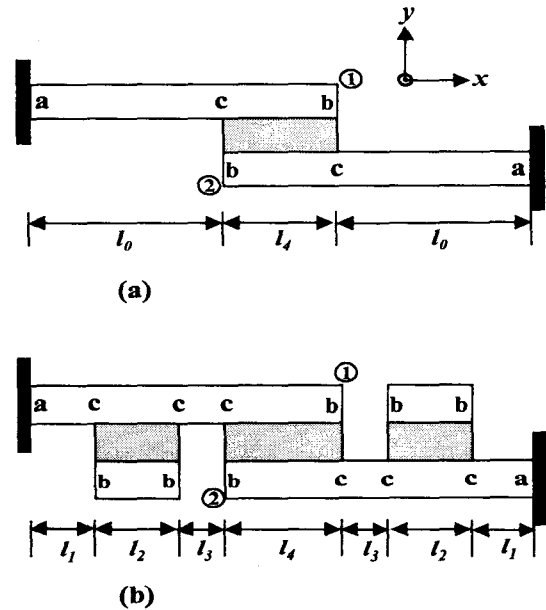


Fig. 1 (a) Single lap joint beam and (b) its modified beam with partial layered dampers

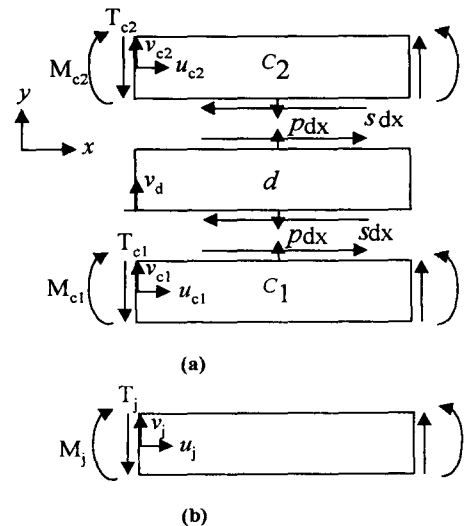


Fig. 2 Free body diagrams for (a) viscoelastic layer bonded composite region and (b) single elastic region of the beam in Fig. 1

탄성 단일층의 부분(이하, 탄성단일층부)으로 분리하여 이론해석하며, 이때 사용되는 좌표계와 자유물체도(free body diagram)를 각각 Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)에 나타낸다. 탄성층 c_1 은 탄성계수 E_{c_1} , 두께 h_{c_1} , 밀도 ρ_{c_1} 을 가지며, 탄성층 c_2 는 탄성계수 E_{c_2} , 두께 h_{c_2} , 밀도 ρ_{c_2} 를 가진다. 또한 점탄성층 d 는 선형 점탄성으로 가정하여 복소수 종탄성계수 E_d^* , 복소수 횡탄성계수 G_d^* 를 가지며, 두께 h_d , 밀도 ρ_d 를 갖고, $E_d^* = E_d(1 + i\eta_d)$, $G_d^* = G_d(1 + i\eta_d)$ 이다.

위의 두 가지 보의 운동방정식을 유도하기 위해 다음과 같은 가정을 하였다.

- (1) 점탄성층은 응력이 변형의 크기 및 변형속도에 선형적으로 의존하는 Kelvin-Voight 모델을 따른다.
- (2) 점탄성층과 탄성층의 접촉부위는 미끄러짐(slip)이 없는 완전 접촉이어서 변위의 연속성이 유지된다.
- (3) 탄성층은 Bernoulli-Euler 보이론을 따른다.
- (4) x -축방향 수직응력은 무시한다.
- (5) 온도는 일정하고 열응력 발생은 무시한다.

2.1 운동방정식

- (1) 점탄성층을 갖는 복합적층부 (viscoelastic-layer-bonded region)

Fig. 2(a)의 탄성층 c_1 , c_2 의 횡방향(y 축방향) 변위 v_{c_1} , v_{c_2} 에 대한 운동방정식과 모멘트 M_{c_1} , M_{c_2} 에 대한 평형방정식은 각각 식 (1)과 식 (2)와 같다.

$$\rho_{c_1} A_{c_1} \frac{\partial^2 v_{c_1}}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{c_1}}{\partial x} + p_1 \quad (1)$$

$$\rho_{c_2} A_{c_2} \frac{\partial^2 v_{c_2}}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{c_2}}{\partial x} - p_2$$

$$T_{c_1} = -\frac{\partial M_{c_1}}{\partial x} + \frac{h_{c_1}}{2} s \quad (2)$$

$$T_{c_2} = -\frac{\partial M_{c_2}}{\partial x} + \frac{h_{c_2}}{2} s$$

여기서 A_{c_1} , A_{c_2} 는 탄성층 c_1 , c_2 의 $y-z$ 면에 대한 단면적, p_1 , p_2 는 c_1 , c_2 에서 점탄성층 d 와의 접촉면에 작용하는 x 방향 단위길이당 y 방향의 수직력, s 는 접촉면에서의 x 방향 단위길이당 x 방향 전단력, T_{c_1} , T_{c_2} 는 A_{c_1} , A_{c_2} 에서의 y 방향 전단력,

h_{c_1} , h_{c_2} 는 각 층의 y 방향 두께를 가르킨다.

식 (2)를 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음 식 (3), (4)와 같다.

$$-\frac{\partial^2 M_{c_1}}{\partial x^2} + \frac{h_{c_1}}{2} \frac{\partial s}{\partial x} + p_1 = \rho_{c_1} A_{c_1} \frac{\partial^2 v_{c_1}}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial^2 M_{c_2}}{\partial x^2} + \frac{h_{c_2}}{2} \frac{\partial s}{\partial x} - p_2 = \rho_{c_2} A_{c_2} \frac{\partial^2 v_{c_2}}{\partial t^2} \quad (4)$$

Bernoulli-Euler 보이론에서 탄성층의 모멘트식은 다음 식과 같다.

$$M_{c_1} = E_{c_1} I_{c_1} \frac{\partial^2 v_{c_1}}{\partial x^2}, \quad M_{c_2} = E_{c_2} I_{c_2} \frac{\partial^2 v_{c_2}}{\partial x^2} \quad (5)$$

s 는 휨(bending)에 의한 탄성층 c_1 의 하부표면의 x 방향 변위 u_{c_1} 과 탄성층 c_2 의 상부표면의 x 방향 변위 u_{c_2} 의 차이에 의해 생기므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_{c_1} = \frac{h_{c_1}}{2} \frac{\partial v_{c_1}}{\partial x}, \quad u_{c_2} = \frac{h_{c_2}}{2} \frac{\partial v_{c_2}}{\partial x} \quad (6)$$

$$s = \frac{G_d^*(u_{c_2} - u_{c_1})}{h_d} b = \frac{G_d^* b}{2h_d} \left(-h_{c_1} \frac{\partial v_{c_1}}{\partial x} + h_{c_2} \frac{\partial v_{c_2}}{\partial x} \right) \quad (7)$$

점탄성층 d 의 횡방향 수직변위 v_d 는 다음과 같은 점탄성층의 운동방정식으로 구할 수 있다.

$$E_d^* \frac{\partial^2 v_d}{\partial y^2} = \rho_d \frac{\partial^2 v_d}{\partial t^2} \quad (8)$$

만일

$$v_{c_1}(x, t) = V_{c_1}(x) e^{i\omega t}, \quad v_{c_2}(x, t) = V_{c_2}(x) e^{i\omega t}, \\ v_d(x, y, t) = V_d(x, y) e^{i\omega t} \quad (9)$$

와 같은 조화함수를 가정하면 식 (8)은 다음과 같은 일반해를 갖는다.

$$V_d(x, y) = A(x) \cos \xi_d y + B(x) \sin \xi_d y \quad (10)$$

여기서, $\xi_d^2 = \rho_d \omega^2 / E_d^*$ 이다. 점탄성층의 경계조건은 $V_d(x, y=0) = V_{c_1}$, $V_d(x, y=h_d) = V_{c_2}$ 이므로 식 (10)은 다음과 같이 정리된다.

$$V_d(x, y) = V_{c_1} \cos \xi_d y \\ + \frac{1}{\sin \xi_d h_d} (V_{c_2} - V_{c_1} \cos \xi_d h_d) \sin \xi_d y \quad (11)$$

식 (11)은 식 (9)에 의거 다음 식 (12)로 된다.

$$v_d = v_{c_1} \cos \xi_d y + \frac{1}{\sin \xi_d h_d} (v_{c_2} - v_{c_1} \cos \xi_d h_d) \sin \xi_d y \quad (12)$$

층 간접착면에서의 단위길이당 수직력 p_1, p_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_1 = E_d^* b \frac{\partial v_d}{\partial y} \Big|_{y=0} = E_d^* b \xi_d / \sin \xi_d h_d (v_{c_2} - v_{c_1} \cos \xi_d h_d) \quad (13)$$

$$p_2 = E_d^* b \frac{\partial v_d}{\partial y} \Big|_{y=h_d} = E_d^* b \xi_d / \sin \xi_d h_d \times (-v_{c_1} + v_{c_2} \cos \xi_d h_d) \quad (14)$$

따라서, 식 (5), (7), (13), (14)를 식 (3), (4)에 대입하여 정리하면 다음 식 (15), (16)과 같다.

$$E_{c_1} I_{c_1} \frac{\partial^4 v_{c_1}}{\partial x^4} - \frac{G_d^* b h_{c_1}}{4 h_d} (-h_{c_1} \frac{\partial^2 v_{c_1}}{\partial x^2} + h_{c_2} \frac{\partial^2 v_{c_2}}{\partial x^2}) - \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} (v_{c_2} - v_{c_1} \cos \xi_d h_d) + \rho_{c_1} A_{c_1} \frac{\partial^2 v_{c_1}}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

$$E_{c_2} I_{c_2} \frac{\partial^4 v_{c_2}}{\partial x^4} - \frac{G_d^* b h_{c_2}}{4 h_d} (-h_{c_1} \frac{\partial^2 v_{c_1}}{\partial x^2} + h_{c_2} \frac{\partial^2 v_{c_2}}{\partial x^2}) + \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} (-v_{c_1} + v_{c_2} \cos \xi_d h_d) + \rho_{c_2} A_{c_2} \frac{\partial^2 v_{c_2}}{\partial t^2} = 0 \quad (16)$$

식 (15), (16)의 해를 조화함수로 가정하고, $V_{c_1} = A_n e^{\lambda_n x}$, $V_{c_2} = B_n e^{\lambda_n x}$ 으로 표현하여 전개하면 다음 식 (17)과 같은 행렬로 이루어진 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서,

$$Q_{11} = E_{c_1} I_{c_1} \lambda_n^4 + \frac{G_d^* b}{4 h_d} h_{c_1}^2 \lambda_n^2 + \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} \cos \xi_d h_d - \rho_{c_1} A_{c_1} \omega^2$$

$$Q_{12} = -\frac{G_d^* b}{4 h_d} h_{c_1} h_{c_2} \lambda_n^2 - \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d}$$

$$Q_{21} = \frac{G_d^* b}{4 h_d} h_{c_1} h_{c_2} \lambda_n^2 - \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d}$$

$$Q_{22} = E_{c_2} I_{c_2} \lambda_n^4 - \frac{G_d^* b}{4 h_d} h_{c_2}^2 \lambda_n^2 + \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} \cos \xi_d h_d - \rho_{c_2} A_{c_2} \omega^2$$

위 식이 유효해를 가지려면 행렬식 $\text{Det}[Q]$ 가 0이 되어야한다. 즉, λ_n 에 관한 8차방정식은 다음과 같이 나타난다.

$$V_{c_1} = \sum_{n=1}^8 A_n e^{\lambda_n x}, V_{c_2} = \sum_{n=1}^8 B_n e^{\lambda_n x} \quad (18)$$

여기서 $B_n = \Phi_n A_n$ 이며 Φ_n 은 다음 식과 같다.

$$\Phi_n = \left(E_{c_1} I_{c_1} \lambda_n^4 + \frac{G_d^* b}{4 h_d} h_{c_1}^2 \lambda_n^2 + \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} \cos \xi_d h_d - \rho_{c_1} A_{c_1} \omega^2 \right) / \left(\frac{G_d^* b}{4 h_d} h_{c_1} h_{c_2} \lambda_n^2 + \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} \right) \quad (19)$$

(2) 탄성 단일층부 (elastic beam region)

Fig. 2(b)와 같은 탄성 단일층부의 운동방정식은 Bernoulli-Euler 보이론을 따른다고 가정하여 다음 식 (20)으로 나타난다.

$$E_j I_j \frac{\partial^4 v_j}{\partial x^4} + \rho_j A_j \frac{\partial^2 v_j}{\partial t^2} = 0 \quad (20)$$

식 (20)의 해를 $v_j(x, t) = V_j(x) e^{i\omega t}$ 로 가정하면 위 식은

$$\frac{\partial^4 V_j}{\partial x^4} - \frac{\rho_j A_j}{E_j I_j} \omega^2 V_j = 0 \quad (21)$$

이 되며 다음과 같은 해를 얻는다.

$$V_j = \sum_{n=1}^4 C_n e^{a_n x} \quad (22)$$

여기서, $a_{1,2} = \pm (\rho_j A_j \omega^2 / E_j I_j)^{1/4}$, $a_{3,4} = \pm i (\rho_j A_j \omega^2 / E_j I_j)^{1/4}$ 이다.

2.2 계의 고유진동수 및 손실계수 해석

본 연구에서는 단일접침이음부를 갖는 양단 고정 지지된 보(Fig. 1(a))와 이에 국부적 층댐퍼를 부착시킨 보(Fig. 1(b))에 대해 이론해석을 적용하여 전

Table 1 Mechanical property of each layer and its basic dimension

Layer	Young's modulus $E(\text{GPa})$	Shear modulus $G(\text{GPa})$	Density (kg/m^3)	Basic dimension (mm)
C_1	200	-	7800	$b=5$ $h_{c_1}=2$
C_2	200	-	7800	$h_{c_2}=2$
d	$5 \cdot 10^{-3}(1+0.1i)$	$1.67 \cdot 10^{-3}(1+0.1i)$	1200	$l_4=40$ $l_0=l_1+l_2+l_3=130$

체 계의 공진주파수(ω_r)와 전체 계의 손실계수(η_s)를 평가한다. 점탄성층이 갖는 손실계수(η_d)값은 온도와 주파수의 영향이 없이 일정한 0.1로 가정하며, 탄성층의 경우 손실계수는 무시하고 전체보에 걸쳐서 동일한 물성을 가지고 있다⁽⁷⁾고 한다. 각 층에 사용되는 물성과 치수는 Table 1과 같다.

(1) 점침이음부만을 갖는 보

Fig. 1(a)와 같은 점침이음부를 갖는 양단 고정지보는 탄성단일층부 2개, 점침이음부 1개로 구성되어 있으며 각 부위는 경계부 a와 b, 연속부 c로 통합된다. a부분은 2개이며 처짐과 기울기에 관한 경계조건 2개, b부분은 2개이며 모멘트와 전단력에 관한 경계조건 2개 그리고 c부분은 2개로서 처짐, 기울기, 모멘트, 전단력에 관한 연속조건 4개를 가진다. 따라서, 위의 8개의 경계조건과 8개의 연속조건을 통하여 식 (18)과 식 (22)에 나타나는 계수 A_n 과 C_{m1} , C_{m2} 는 다음과 같은 행렬식으로 구할 수 있다.

$$[Q']_{16 \times 16} \{Z\} = \{0\} \tag{23}$$

여기서 $\{Z\} = \{A_1, \dots, A_8, C_{11}, \dots, C_{41}, C_{12}, \dots, C_{42}\}_{1 \times 16}^T$ 이다. $\{Z\}$ 이 유효해를 가지기 위해서는 다음을 만족하여야 한다.

$$\text{Det}[Q']_{16 \times 16} = 0 \tag{24}$$

식 (24)로부터 복소수 고유진동수

$$\omega = \omega_r \sqrt{1 + \eta_s^2} \tag{25}$$

를 반복법(iterative method)을 수행하여 계의 공진주파수(ω_r) 및 손실계수(η_s)를 구한다. 먼저, 계의 손실계수(η_s)를 0으로 하고 진동수의 증분 $\Delta\omega$ 를 0.1(radian/sec)로 하여 $\text{Det}[Q']$ 의 값이 최소가 되는 1차, 2차, 3차모드의 공진주파수에 근사하는 값 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 를 구한 후, 각 ω_i ($i = 1, 2, 3$)의 $\pm 5\%$

의 구간에서 손실계수를 변화시켜 가면서 식 (24)에 근사하도록 계의 공진주파수 ω_r 과 손실계수 η_s 각 모드별로 구한다.

(2) 점침이음부와 국부적 층땀퍼를 갖는 보

Fig. 1(b)와 같이 점침이음부 1개, 국부적 층땀퍼 2개, 탄성단일층부 4개를 함께 갖는 양단지지보가, 위의 점침이음부만을 갖는 보와 마찬가지로 a부분에서 처짐과 기울기에 관한 경계조건 2개, b부분에서 모멘트와 전단력에 관한 경계조건 2개 그리고 c부분에서 처짐, 기울기, 모멘트, 전단력에 관한 연속조건 4개를 가진다. 따라서 위에서 언급한 경계조건 16개, 연속조건 24개를 가지므로, 식 (18)과 식 (22)의 계수는 다음과 같은 행렬식으로 구하게 된다.

$$[Q'']_{40 \times 40} \{Z''\} = \{0\} \tag{26}$$

여기서, $\{Z''\} = \{A_1, \dots, A_8, A'_{11}, \dots, A'_{81}, A''_{11}, \dots, A''_{81}, C_{11}, \dots, C_{41}, C_{12}, \dots, C_{42}, C_{13}, \dots, C_{43}, C_{14}, \dots, C_{44}\}_{1 \times 40}^T$ 이다. $\{Z''\}$ 가 유효해를 가지기 위해서는 $\text{Det}[Q'']_{40 \times 40} = 0$ 이 되도록 계산하여야 하며, 계산은 절 2.2. (1)에서 언급한 바와 같은 반복법을 수행하여 복소수 공진주파수 ω 를 계산한다. 이렇게 하여 국부적 층땀퍼의 위치와 길이 변화 및 탄성층과 점탄성층의 두께변화에 따른 계의 공진주파수(ω_r)와 손실계수(η_s)를 구한다.

3. 유한요소해석

상용 유한요소 프로그램인 Ansys Ver. 5.3을 사용하여 Fig. 1(a)와 (b)의 구조물의 형상에 따라 조화진동해석을 수행하였다. 수치해석에 사용된 유한요소 메쉬는 Fig. 3에 나타나 있으며 각 절점에서 2개의 자유도(변위 x, y)를 갖는 4절점요소인 plane 42를 사용한다. 먼저, 점탄성층의 감쇠효과를 고려하지 않고 Table 1에 기입된 각 층의 탄성계수, 밀도

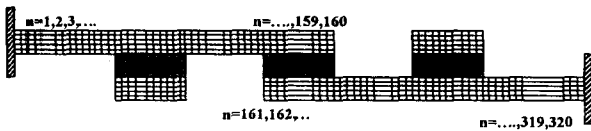


Fig. 3 Finite element model

값을 입력하여 모달해석을 수행한 후 1차, 2차, 3차 모드에 대응하는 고유진동수 f_i 를 구한다. 질량감쇠 계수 $\alpha_i=0$ 으로 가정하여 구조감쇠계수 β_i 를 각 모드별로 다음 식 (27)로부터 구한다⁽¹²⁾.

$$\beta_i = \frac{\eta_d}{2\pi f_i} \quad (27)$$

여기서 η_d 값은 0.1로 일정하다.

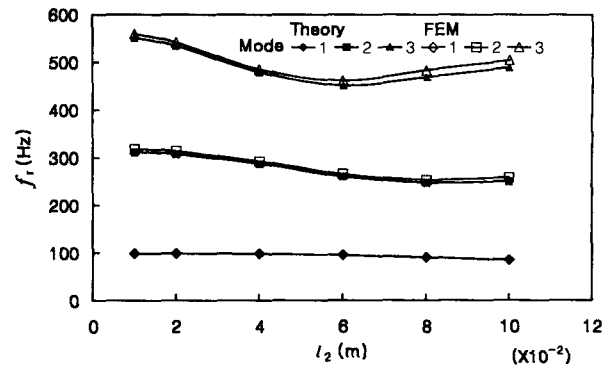
접탄성층의 물성으로서 β_i 를 입력하고 Fig. 1의 ①부위에 임의의 진동수를 갖는 $\pm 100N$ 의 정현파 하중(sine wave load)을 가한 후 ②부위에서 그 진동수에 따른 진폭(amplitude)을 얻는 조화진동해석을 수행한다. 이렇게 하여 산출된 진폭과 진동수의 관계를 통해 1차, 2차, 3차모드에 대응하는 공진주파수를 구하고 half power bandwidth 방법⁽¹³⁾을 통하여 계의 손실계수를 평가한다.

4. 결과 및 고찰

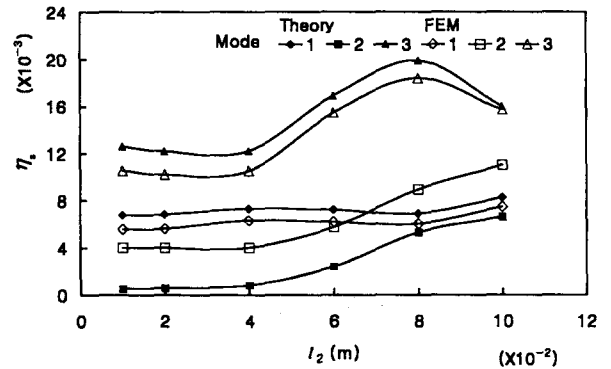
먼저 본 연구에서 유도한 이론해석의 타당성을 평가하기 위해 이론해석결과와 유한 요소 해석(FEM) 결과를 비교 검토했다.

Fig. 1(b)에서 각 탄성보(elastic beam)의 두께를 2 mm, 탄성보의 길이 l_1 을 0.02 m, 각 점탄성층의 두께를 2 mm로 하고 여타 치수 및 물성은 Table 1에 나타난 바와 같이 일정하게 한 상태에서 층댐퍼의 길이 l_2 를 0.01 m에서 0.10 m까지 변화시켜, 계의 횡방향 공진주파수($f_r = \omega_r / 2\pi$)와 계의 손실계수(η_s)를 구하여 각각 Fig. 4(a)와 Fig. 4(b)에 나타냈다. l_2 의 증가에 따라 1차모드와 2차모드의 f_r 은 감소하였으며 3차모드에서는 0.06 m에서 최소값이 되었다. 또한, 각 모드에서의 f_r 값은 이론해석에 의한 FEM 해석에 의한 거의 차이가 없었다. 이는 f_r 의 크기에 주된 영향을 주는 탄성층의 물성이 이론해석시에 잘 반영되고 있으며, 본 연구의 이론해석이 f_r 에 관해서는 타당함을 입증하고 있다.

한편, l_2 의 증가에 따른 각 모드별 η_s 값의 변화거



(a)



(b)

Fig. 4 Comparison between theoretical and FEM analysis results: (a) Resonant frequency f_r and (b) System loss factor η_s in 1st, 2nd and 3rd modes as a function of length l_2 in Fig. 1 ($l_1=0.02$ m)

동을 보면 FEM결과와 이론해석 결과가 매우 유사한 경향을 보였으나, η_s 값의 크기는 상당한 차이를 보였다. 1차 모드와 3차모드에서는 이론값이 FEM값보다 컸으며, 2차모드는 이론값이 작아졌다. 즉, FEM값을 적정하다고 본다면 1차와 3차모드는 η_s 값이 과대평가되고 있으며 2차모드에서는 과소 평가되었다고 할 수 있다.

Fig. 5는 단순접침이음부를 갖는 보의 횡진동에 있어서 각 모드별 형상을 나타내는데 1차와 3차모드에서는 접침이음부의 점탄성층이 인장형 변형과 전단형 변형을 함께 일으키며 2차모드에서는 주로 전단형 변형을 일으킨다고 생각된다. 본 이론해석에서는 식 (6), (7)과 같이 점탄성층의 전단력을 단순히 x 축에 대한 각 탄성보의 기울기 변화에 의한 변위 어긋남을 통해서 구했지만, 횡진동시에 탄성보의 x 축 방향길이가 단축함으로 인해 좌우 탄성보의 접침

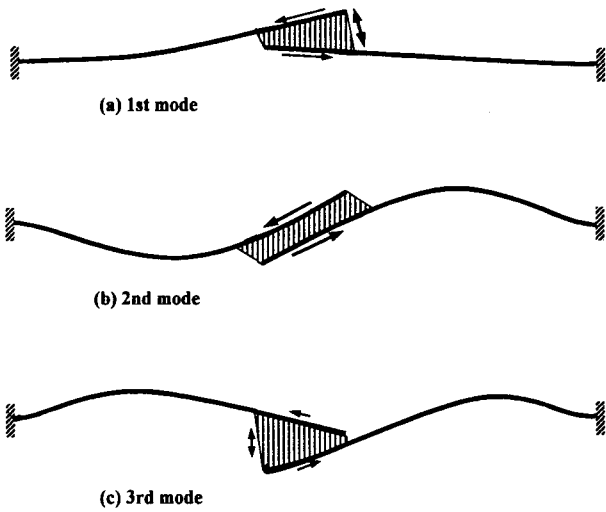


Fig. 5 Mode shapes of a beam with single lap joint

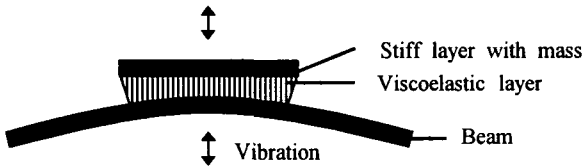


Fig. 6 A partial damper bonded to the beam

이음부에서 변위가 어긋나게 되는 거동을 고려하지 않았으므로 해석 결과에 오차가 발생하게 된다.

따라서, 본 연구에서는 η_s 의 크기에 대해서가 아닌, Fig. 1에 표시한 각종 치수의 변화에 따른 η_s 의 변동거동에 중점을 두어 이론해석결과를 각 모드별로 고찰하고자 한다. Fig. 1(b)와 같이 단일접침이음부를 갖는 보에 층댐퍼가 좌우 탄성보에 양쪽 대칭형으로 부착되어 있으면, 보의 횡진동중에 층댐퍼는 Fig. 6과 같이 별개의 횡진동을 하게 되어 점탄성층이 주로 수직변형 모드를 일으키고 계 전체의 진동현상에 영향을 준다. Fig. 4(b)와 같이 l_2 의 증가에 따라 1차모드의 η_s 는 완만한 증가거동을 보였으며 2차와 3차모드의 η_s 는 0.04 m까지는 별 차이가 없다가 그 이상에서는 급격한 상승을 나타내어, 특히 3차모드에선 0.08 m에서 최대값을 보였다.

Fig. 7는 Fig. 4(b)에서 1차와 2차모드의 η_s 가 가장 크게 나타나는 즉, l_2 가 0.10 m인 경우를 선택하여, 길이 $l_1 + l_2 = 0.12$ m로 일정하게 하고 l_1 을 증가시킬 때의 결과이다. 그림에서 각 모드의 감쇠효과가 함께 크게 나타나는 영역은 l_1 이 0.03~0.06 m

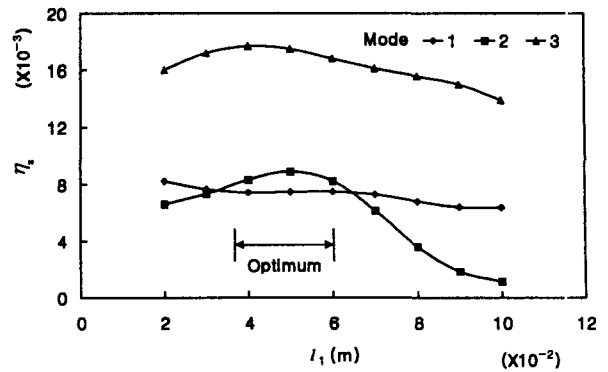


Fig. 7 η_s in 1st, 2nd and 3rd modes versus l_1 in Fig. 1, evaluated by theoretical analysis ($l_1 + l_2 = 0.12$ m)

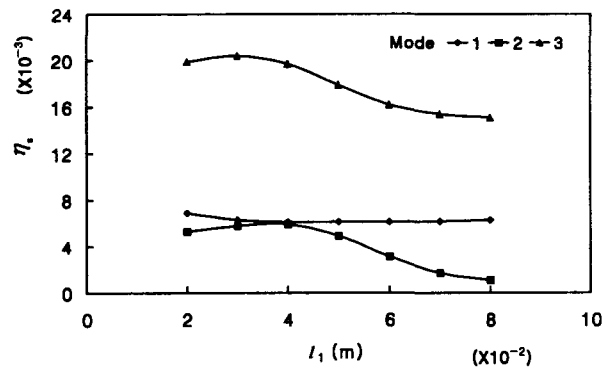


Fig. 8 η_s in 1st, 2nd and 3rd modes versus length l_1 in Fig. 1, evaluated by theoretical analysis ($l_1 + l_2 = 0.10$ m)

임을 알 수 있다. 단일접침이음부만을 갖는 보의 해석 결과, 극대변위 발생부위가 2차모드의 경우 고정 지지단으로부터 0.087 m위치, 3차모드의 경우 0.066 m위치에서 나타났으며, 2차모드의 극대변위 발생위치는 Fig. 7에서 $l_1 + l_2/2$ 로 환산한 위치에 근사하고 있다. 따라서 각 모드에서 극부적 층댐퍼가 보의 최대변위 발생부위를 넓게 감쌀 때 점탄성층의 동적 수직변형을 크게 하여 감쇠효과를 증대시킨다고 생각된다. 즉, 이러한 층댐퍼의 위치와 길이에 따른 감쇠효과 증대는 특정 모드의 진동제어에 활용될 수 있을 것이다.

Fig. 8은 Fig. 4(b)에서 3차모드의 η_s 가 가장 크게 나타나는 $l_2 = 0.08$ m를 선택하고 길이 $l_1 + l_2 = 0.10$ m로 일정하게 하여, l_1 을 변화시킬 경우에 나타나는 감쇠결과로서 l_1 이 0.02~0.04 m

인 영역에서 층댐퍼를 부착시킴이 감쇠효과가 크게 나타나고 있다.

Fig. 7과 Fig. 8의 결과는 $l_0 = l_1 + l_2 + l_3$ 가 0.13 m로서 일정함(Table 1참조)을 전제로 하며, 1차와 2차모드를 기준으로 l_1 이 0.02~0.06 m에서 η_s 값은 $l_1 + l_2 = 0.12$ m의 경우가 0.10 m의 결과보다 더 우수하므로 이후에는 $l_1 + l_2 = 0.12$ m인 Fig. 7의 결과에서 l_1 이 0.06 m, l_2 가 0.06 m인 경우를 선택하여 층댐퍼의 점탄성층 두께 h_d , 탄성층 두께 h_c 및 접침이음부의 점탄성층의 두께 h_{di} 를 변수로 하여 η_s 와 f_r 의 변화를 살펴보고자 한다.

Fig. 9는 층댐퍼의 점탄성층의 두께 h_d 변화에 따른 η_s 의 결과이다. 접침이음부의 점탄성층의 두께는 2 mm로 고정하고, l_1 이 0.06 m인 지점에 l_2 가

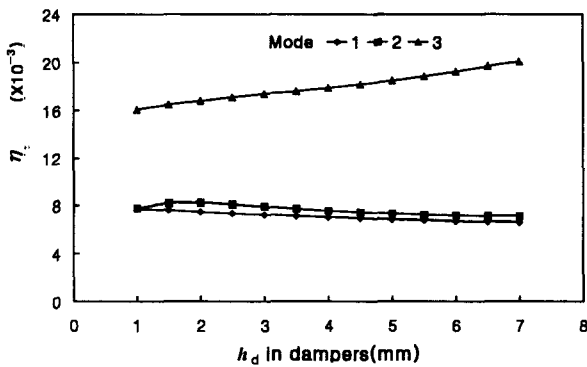


Fig. 9 η_s versus thickness h_d of viscoelastic layer in dampers, evaluated by theoretical analysis ($l_1 = 0.06$ m, $l_2 = 0.06$ m)

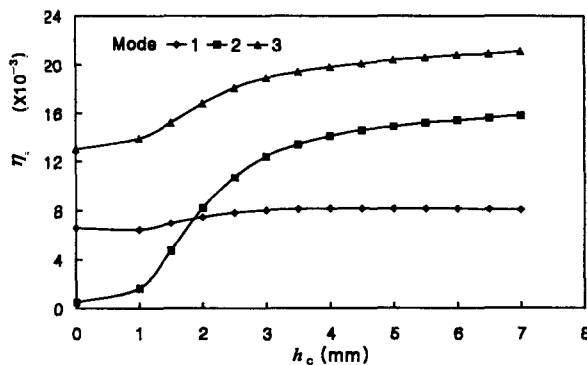


Fig. 10 η_s versus thickness h_c of elastic layer in dampers, evaluated by theoretical analysis ($l_1 = 0.06$ m, $l_2 = 0.06$ m)

0.06 m의 층댐퍼를 부착하고 h_d 를 1 mm에서 7 mm까지 변화시켜 보았다. h_d 의 변화는 1차와 2차 모드에서 감쇠효과에 별다른 영향을 미치지 않았지만 3차모드에서는 h_d 의 증가에 따라 거의 선형적으로 증가했다.

Fig. 10은 다른 조건이 Fig. 9와 동일하고 층댐퍼의 h_d 가 2 mm로 일정할 때, 층댐퍼의 탄성층의 두께 h_c 가 1~7 mm영역에서 변할 때 η_s 의 결과이다. 구속 보강재인 탄성층의 두께 증가는, 특히 h_c 가 2~4 mm에서 각 모드의 감쇠효과가 월등히 향상되고 있다. 이는 구속 보강재의 두께가 증가할수록 층댐퍼의 질량이 커져 계의 동적 감쇠효과를 증가시켰다고 판단된다. 그렇지만 h_c 가 5 mm 이상에서는 감쇠의 증가가 거의 없이 일정하게 나타나고 있다.

Fig. 11는 Fig. 10에서 층댐퍼의 두께변화에 따른 손실계수(η_s)를 계의 총질량(M_s)으로 나눈 결과(η_s/M_s)를 보여준다. 이 그림에서 $h_c = 0$ 인 경우는 국부적 층댐퍼가 없는 단위접침이음부를 갖는 보에 해당한다. η_s/M_s 값은 h_c 가 커질수록 1차모드에서 층댐퍼가 없는 경우보다 다소 작아지고 있으나, h_c 가 2~3 mm에서 2차모드는 매우 높은 결과를, 3차모드는 별로 차이가 없음을 보여주고 있다. 즉 단위 질량당 계의 감쇠효과를 h_c 가 2~3 mm에서 극대화할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 12는 Fig. 1(a)의 접침이음부만을 갖는 보와 이에 Fig. 2(b)의 층댐퍼를 부착한 보에 대하여 접침이음부에 속하는 점탄성층의 두께 h_{di} 를 1~7 mm로 변화시켜 비교한 결과이다. 층댐퍼를 부착한 보

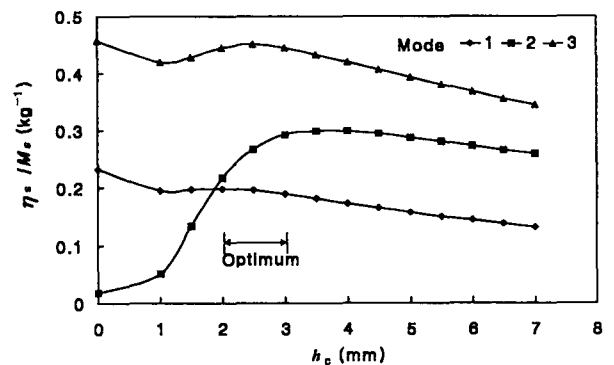
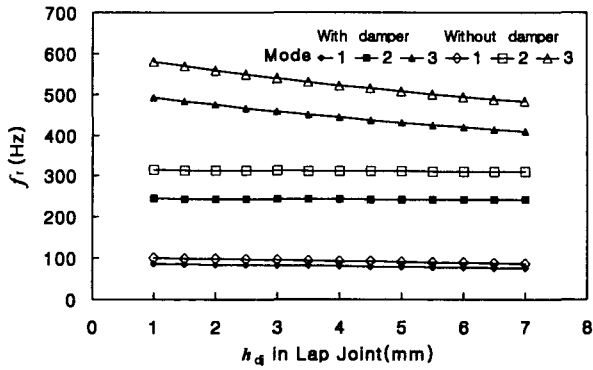


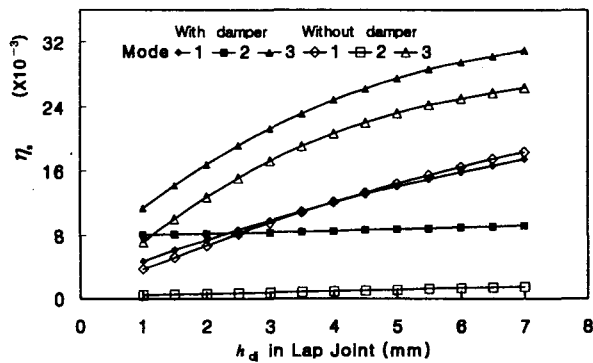
Fig. 11 Specific system loss factor (η_s/M_s) versus h_c of elastic layer in dampers, evaluated by theoretical analysis

의 결과는 l_1 을 0.06 m, l_2 를 0.06 m, 층댐퍼의 점탄성층과 탄성층의 두께를 각각 2 mm로 한 것이다. 단일 접침이음부만을 갖는 경우에 비해 층댐퍼의 부착은 h_{dj} 의 전 영역에 걸쳐 2차, 3차 모드에서

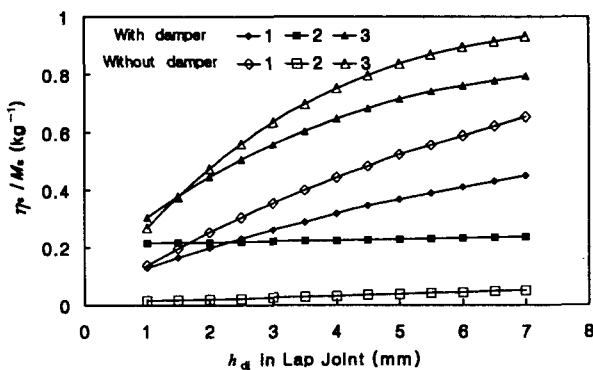
의 f_r 을 현저히 감소시키고(Fig. 12(a)), η_s 를 크게 증가시키는 효과(Fig. 12(b))를 보여주고 있다. 또한, 1차모드에서는 h_{dj} 가 1~3 mm에서 η_s 가 꽤 향상되어 있다. 단위질량당 계의 손실계수 η_s/M_s 에 대한 결과는 Fig. 12(c)에 나타낸다. 1차와 3차 모드에서는 접침이음부의 h_{dj} 가 1.5 mm이하에서 η_s/M_s 값이 층댐퍼의 유무에 따라 그 차이가 거의 없어졌으며, 2차 모드에선 층댐퍼 부착으로 인한 감소효과가 여전히 매우 큼을 알 수 있다. 따라서 접침이음부의 점탄성층의 두께 $h_{dj} \leq 1.5$ mm에서는 층댐퍼 부착에 의한 η_s/M_s 의 변화를 미미하게 하면서 η_s 의 현저한 증대를 도모할 수 있으며, $h_{dj} > 1.5$ mm에선 h_{dj} 가 증가할수록 층댐퍼가 없는 경우에 비해 층댐퍼가 있는 경우에 η_s/M_s 는 1차와 3차모드에서 떨어지나 η_s 는 크게 증가하고 있음을 알 수 있다.



(a)



(b)



(c)

Fig. 12 (a) Resonant frequency f_r , (b) System loss factor η_s and (c) Specific system loss factor (η_s/M_s) of the beams with and without dampers

5. 결 론

접침이음부를 갖는 구조물에 국부적 층댐퍼를 부착시킨 복합구조물에서 계의 공진 주파수(f_r)와 손실계수(η_s)를 평가하기 위해 횡진동 해석모델을 유도하였으며 다음과 같은 결론에 도달했다.

(1) 점탄성층의 전단력과 수직력을 고려하여 연립 4차 미분방정식을 유도하였으며 이렇게 구한 f_r 과 η_s 는 계의 치수변화에 따른 그들 값의 변동거동에 있어서 유한요소해석에 의한 결과에 매우 근사하는 경향을 나타냈다.

(2) 단일 접침이음부를 가진 보에 대한 각 모드의 진동에 있어서 최대변위 발생부근에 국부적 층댐퍼를 위치시킴으로서 진동 감소효과를 극대화할 수 있었다.

(3) 국부적 층댐퍼의 탄성층의 두께가 2~3 mm에서, 접침이음부의 점탄성층의 두께가 1.5 mm이하에서 단위질량당 계의 감소효과가 우수함을 알았다.

참 고 문 헌

- (1) Ditaranto, R. A., 1965, "Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams," J. of Applied Mechanics, Vol. 32, pp. 881~886.
- (2) Trompette, P., Boillot, D. and Ravanel, M.

- A., 1978, "The Effect of Boundary Conditions on the Vibration of a Viscoelastically Damped Cantilever Beam," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 60(3), pp. 345~350.
- (3) 김재호, 박태학, 1992, "Analytical and Experimental Study on the Damping of Vibrating Layered Plates Including the Effects of Shear and Thickness Deformation of the Adhesive Layer," 대한기계학회논문집, 제 7 권, 제 7 호, pp. 1244~1254.
- (4) 박응순, 박세만, 박명균, 박상규, 1997, "A Study on the Characteristics of Damping of a Beam with Inserted Viscoelastic Layer," 한국소음진동공학회지, 제 7 권, 제 3 호, pp. 511~519.
- (5) Lall, A. K., Asnani, N. T. and Nakra, B. C., 1988, "Damping Analysis of Partially Covered Sandwich Beams," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 123(2), pp. 247~259.
- (6) 김재호, 박태학, 양계병, 1993, "Vibration and Damping Characteristic of Partially Layered Elastic-Viscoelastic-Elastic Beams," 대한기계학회논문집, 제 17 권, 제 4 호, pp. 913~922.
- (7) Saito, H., Tani, H., 1984, "Vibrations of Bonded Beams with a Single Lap Adhesive Joint," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 92(2), pp. 299~309.
- (8) Rao, M. D., Crocker, M. J., 1990, "Analytical and Experimental Study of the Vibration of Bonded Beams with a Lap Joint," *Trans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 112, pp. 444~451.
- (9) Rao, M. D., He, S., 1992, "Vibration Analysis of Adhesively Bonded Lap Joint, Part I: Theory," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 152(3), pp. 405~416.
- (10) Rao, M. D., He, S., 1992, "Vibration Analysis of Adhesively Bonded Lap Joint, Part II: Numerical Solution," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 152(3), pp. 417~425.
- (11) Rao, M. D., He, S., 1992, "Analysis of Natural Frequencies and Modal Loss Factors of Simply Supported Beams with Adhesively Bonded Double-Strap Joints," *J. of Acoustical Society of America*, Vol. 92(1), pp. 268~276.
- (12) Ansys Manual: Theory Reference-Release 5.3, Ansys Inc., Houston.
- (13) Mario, Paz, 1997, *Structural Dynamics: Theory and Computation*, Chapman & Hall, New York.