

<논 문>

내부판 구조물이 결합된 강 및 평직 복합재료 원통셀의 구조진동 특성 연구

A Study on the Vibration Characteristics of Steel and Plain Weave Composite Cylindrical Shells Combined with Internal Plate Structures

이 영 신* · 최 명 환**

Lee, Young-Shin and Choi, Myoung-Hwan

(1998년 10월 16일 접수 : 1998년 12월 16일 심사완료)

Key Words : Vibration Characteristics(진동특성), Cylindrical Shell(원통셀), Receptance Method (응답일치법), Natural Frequency(고유진동수), Mode Shape(모드형상), Plain Weave Composite(평직복합재료)

ABSTRACT

A method for the analysis of free vibrations of steel and plain weave composite cylindrical shells with a longitudinal, interior rectangular plate is developed by using the receptance method. This method is based on the ratio of a deflection(or slope) response to a harmonic force(or moment) at the joint. In this study, after getting the free vibration characteristics of the simply supported plate and shell, the frequency equation of the combined system is obtained by considering the continuity condition at the joint between the plate and the shell. The numerical results are compared with published results and experiment results in order to show the validate of the formulation, and shown that the analytical results agreed with those from other methods. The effects of the location and the thickness of the plate on the natural frequencies are also investigated.

기 호 설 명

a	: 원통셀의 반경
t	: 사각판의 폭
E_1, E_2	: 탄성계수
f_i, F_i	: 동적주기 하중, 진폭
I_k^*	: 동적하중합수

G_{12}	: 전단탄성계수
h_p, h_s	: 판과 셀의 두께
L_p, L_s	: 판과 셀의 길이
m_i, M_i	: 동적주기 모멘트, 진폭
$u_i^s (i=1,2,3)$: 셀변위(축방향, 원주방향, 횡방향)
$u_i^p (i=1,2,3)$: 판변위(축방향, 폭방향, 횡방향)
$U_{ik}(i=1,2,3)$: 각 방향 고유모드성분
x, y, z_p	: 사각판 좌표계
x, θ, z_s	: 원통셀 좌표계

* 정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과 교수

** 정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과

- α_{ij}, β_{ij} : 셀과 사각판의 동적응답
- β_{θ}^s : 셀의 원주방향 기울기
- β_{θ}^p : 판의 폭방향 기울기
- δ : Dirac delta 함수
- ζ_k : 감쇠계수
- η_k : 모드기여계수
- θ_1^*, θ_2^* : 판과 셀의 결합위치
- ρ_p, ρ_s : 판과 셀의 질량밀도
- ω, ω_k : 판결합 원통셀의 k 번째 고유진동수
- ω_{mn} : 판과 셀의 (m, n) 모드의 고유진동수
- Ω : 진동수 매개변수, $a\omega\sqrt{\rho(1-\nu^2)}/E$
- 상 · 하첨자 ---
- s : 원통셀
- p : 사각판
- k : k 번째 모드

1. 서 론

원통셀^(1,2)은 비강성 및 비강도가 높은 구조물로서 항공, 조선, 원자력구조등의 산업현장에 널리 사용되고 있으며, 항공기나 해양 구조물의 응용을 위한 많은 구조물들은 길이방향 판이 결합된 원통셀의 형태를 갖고 있다. 예를 들면, 바닥판(floor plate) 구조를 갖는 잠수함이나 항공기의 동체 부분은 분할된 원통셀로서 이상화될 수 있다. 내부에 사각판이 결합되면 원통셀의 진동특성은 달라지며, 판이 결합되지 않은 셀에 대한 연구결과는 설계에 응용될 수가 없다. 따라서 내부에 길이방향으로 사각판이 결합되었을 때 셀의 진동에 대한 정보가 필요하다.

판과 셀 혹은 셀과 셀등의 두 구조물이 결합되었을 때 해석적 방법에 의하여 해를 구하는 것은 복잡한 문제이며, 이 해석적 방법의 개발이 큰 관심이 되어 왔다. 특히 내부에 판 구조물이 결합된 원통셀의 진동에 대한 연구는 몇몇 연구자들에 의하여 연구되었을 뿐이다. 1978년 Peterson⁽³⁾은 처음으로 길이방향 내부판을 갖는 원통셀 모델에 대한 자유진동 해석방법을 개발하였다. 그는 확장된 Rayleigh-Ritz 법을 이용하였으며, 단순지지된 판과 셀의 각각에 대한 변위함수를 가정하고, 결합부에서 이들 사이의 적합성을 보완하기 위하여 구성방정식을 사용하였다. Irie⁽⁴⁾는 전달행렬을 이용하여 길이방향의 내부판을 갖는 비원형 원통셀의 자유진동해석에서 셀의

형상과 부착 위치에 따른 진동특성을 연구하였다. Langley⁽⁵⁾는 단순지지된 보강 셀구조물의 진동해석을 위해 동적강성기법(dynamic stiffness technique)을 사용하였는데, 세 개의 구조적 요소로서 내부판을 갖는 원통셀을 모델하였다. Missaoui⁽⁶⁾는 변분원리를 이용하여 사각판 결합된 원통셀의 자유진동 및 강제진동에 대한 연구를 수행하였다. 그는 판과 셀의 결합부에 대하여 인위적인 스프링 계로서 처리하였고, 이들 스프링 강성과 내부판의 내평면 거동의 효과에 대하여 언급하였다. Petyl⁽⁷⁾는 이상화된 동체구조물의 고유진동수 및 모드형상의 진동특성을 예측하기 위한 효과적인 해석모델의 개발에 대한 연구를 수행하였다. 그는 동체를 보강재(stiffener)에 의하여 보강되고 내부판은 길이방향으로 보강된 사각형의 허니컴(honeycomb)과 샌드위치(sandwich) 판으로 고려하였다. 또한 이영신등⁽⁸⁾은 응답일치법을 이용한 판 결합된 원통셀의 진동해석을 위한 해석적 방법 및 실험결과를 제시하였다.

그 밖의 결합구조물에 대한 연구로서 Irie등⁽⁹⁾은 원추셀과 원통셀이 결합된 경우의 자유진동에 대하여 연구하였고, 원통셀과 원판이 결합된 모델에 대하여 응답일치법(receptance method)을 이용한 연구가 몇몇 연구자에 의하여 수행되었다. Azimi등⁽¹⁰⁾은 연속 사각판의 자유진동해석에서 판과 판의 경계에서 적당한 강성을 적용하여 경계조건을 구현하였다. Huang과 Soedel^(11,12)은 양단이 단순지지되고 축방향 임의의 위치에 한 개 혹은 다수의 원판이 결합된 원통셀의 자유진동 및 강제진동 해석을 위하여 동적응답법을 채용하였다. 또한 임정식^(13,14)은 외팔형의 원통셀에 축방향 임의의 위치에 원판이 결합된 경우의 고유진동해석을 수행하였다. 그는 동적응답법을 적용하여 전개한 수식화를 통한 수치해와 실험 그리고 유한요소해석을 수행하였고, 이들 결과를 비교함으로써 이론해의 타당성을 검증하였다.

이상의 여러 해석적 방법에 의하여 결합구조물의 진동해석을 위한 연구가 수행되었으나, 판 구조물이 결합된 원통셀의 진동특성 해석을 위하여 응답일치법을 적용한 예는 없었다. 이것은 판과 원통셀의 결합부에서의 적합조건을 세우는데 이용할 만한 하중조건을 찾는 데 어려움이 있었기 때문이다. 본 연구에서는 판 구조물이 결합된 강 및 평직 복합재료 원통셀의 진동해석을 위하여 동적응답법을 적용하였으며, 결합부에서의 연속조건을 만족하는 주기하중과 모멘트를 이용하여 결합구조물의 진동수방정식을 유도하고, 수치계산을 통한 해를 제시하였다. 또한 이

론해의 타당성을 검증하기 위하여 기존의 비교 가능한 문헌과 비교하였고, 내부에 판 결합된 평직 복합재료 원통셀을 제작하여 진동실험을 수행하였다. 그리고 내부판의 두께나 결합위치가 판 결합 원통셀의 고유진동수에 미치는 영향등에 대하여 연구하였다.

2. 수식화

본 연구에서 고려한 내부에 길이방향으로 사각판이 결합된 복합재료 원통셀에 대한 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 여기서 a , L_s 와 h_s 는 각각 셀의 반경, 길이 및 두께를 나타내며, b 와 h_p 는 판의 폭 및 두께를 나타낸다. 또한 각 방향에 대한 원통셀의 변위성분은 u_1^s , u_2^s , u_3^s , 판에 대해서는 u_1^p , u_2^p , u_3^p 로 나타내었다. 원통셀 내부 판의 부착은 셀의 중앙 수직축을 기준으로 하여 원주방향 반시계 방향으로 θ_1^* 와 θ_2^* 에 위치하고, 판과 셀의 길이방향(x)을 복합재료의 주방향 탄성계수(E_1)로 정의하였다.

2.1 결합구조물의 동적응답

본 연구에서 결합구조물의 진동특성을 평가하기 위한 진동수방정식을 얻기 위하여 채용한 방법은

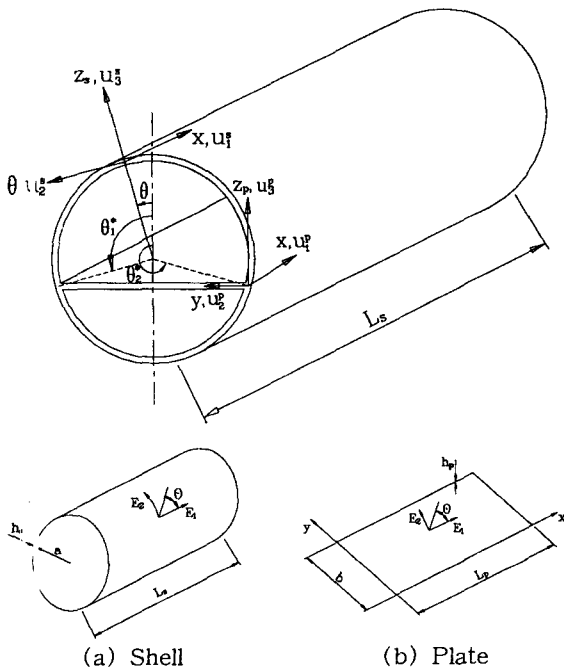


Fig. 1 Geometry of a circular cylindrical shell with an internal plate

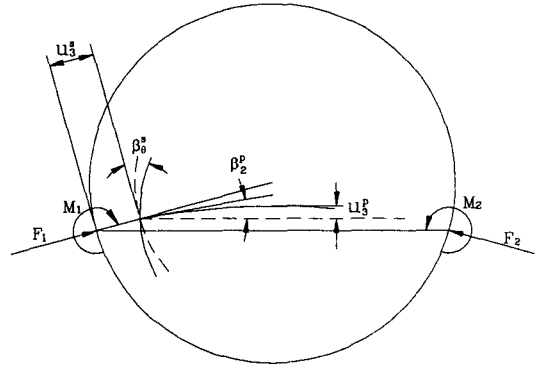


Fig. 2 Loads(or moments) and displacements(or slopes) of the combined structure

Bishop과 Johnson⁽¹⁵⁾에 의해 처음 언급된 동적응답법이다. 진동에 의한 구조물의 동적응답은 동적 주기 입력(하중 혹은 모멘트)에 대한 응답(변위 혹은 기울기)의 비로서 다음과 같이 정의된다⁽¹⁶⁾.

$$\alpha_{ij} = \frac{A \text{구조물 } i \text{ 점의 변위 혹은 기울기}}{A \text{구조물 } j \text{ 점에 작용한 하중 혹은 모멘트}} \quad (1)$$

두 구조물 A와 B가 결합되어 있을 때 진동에 의해서 발생하는 결합부에서의 변위 또는 기울기는 서로 같아야 하는 연속조건에 의해서 진동수 방정식을 유도할 수 있다. Fig. 2는 판 구조물이 결합된 원통셀의 결합부에 작용하는 하중 및 모멘트 그리고 변위와 기울기 성분에 대하여 나타내었다.

일반적으로 두 독립계 A와 B가 결합되어 있을 때, 하중과 변위의 관계식으로부터

$$[\alpha_{ij} + \beta_{ij}]\{F_{Aj}\} = 0 \quad (2)$$

를 얻는다. 여기서 α_{ij} 와 β_{ij} 는 각각 결합전 독립계 A와 B의 응답이고, 결합구조물의 고유진동수는 다음의 조건으로부터 구할 수 있다.

$$|\alpha_{ij} + \beta_{ij}| = 0 \quad (3)$$

또한 한 구조물의 변위는 모드기여계수와 모달변위를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i(\alpha_1, \alpha_2, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k(t) U_{ik}(\alpha_1, \alpha_2), \quad i=1,2,3 \quad (4)$$

여기서 U_{ik} 는 세 주방향에서의 고유모드성분이고, 모드기여계수 η_k 는 다음의 모드기여계수 방정식의

근이다.

$$\ddot{\eta}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{\eta}_k + \omega_k^2 \eta_k = F_k^* e^{j\omega t} \quad (5)$$

여기서

$$F_k^* = \frac{1}{\rho h N_k} \int_{a_1} \int_{a_2} f_i U_{ik} A_1 A_2 da_1 da_2 \quad (6)$$

$$N_k = \int_{a_1} \int_{a_2} U_{ik}^2 A_1 A_2 da_1 da_2 \quad (7)$$

여기서 $i=1, 2, 3$ 이고, f_1, f_2, f_3 는 입력으로 주어지는 주기력이다. 따라서 무한대의 모드중에서 k 번째까지의 모드를 취하여 모드합으로 변위를 나타낼 수 있다. 식 (5)의 정상상태 해는 구조물의 댐핑이 없다고 가정하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_i(a_1, a_2, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k(t) U_{ik}(a_1, a_2) \quad (8)$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_k^*}{(\omega_k^2 - \omega^2)} U_{ik}(a_1, a_2) e^{j\omega t}$$

윗식에서 ω_k 는 결합전 두 독립구조물의 고유진동수이고, 본 연구에서는 단순지지 경계조건을 갖는 사각판과 원통셀에 대하여 고전적 판이론과 Love's 셀 이론을 적용하여 얻은 값을 사용하였다. 또한 ω 는 구하고자 하는 판 결합된 원통셀의 고유진동수를 나타낸다.

2.2 원통셀의 변위

원통셀의 동적응답을 구하기 위해서는 결합부에 작용하는 동적주기 하중 및 모멘트에 의한 원통셀의 변위 및 기울기를 알아야 한다. 사각판이 원통셀의 내부 원주방향 위치 (x, θ_1^*) 와 (x, θ_2^*) 에 길이방향으로 결합되었을 때 사각판의 결합력으로부터 발생된 원통셀의 동적 횡방향력은 Fig. 3(a)에 나타내었고, 이들 하중은 결합부에서 정현(sine)함수와 Dirac delta 함수를 이용하여 다음과 같은 선하중으로 표현할 수 있다.

$$f_i(x, \theta^*, t) = F_i^* \sin\left(\frac{m\pi}{L_s} x\right) \times \delta(\theta - \theta_i^*) e^{j\omega t} \quad (9)$$

$i=1, 2$

또한 단순지지 경계조건을 만족하는 원통셀의 횡방향 변위함수의 모드형상은 다음과 같다.

$$U_3^s = \sin(m\pi x/L_s) \cos(n\theta) \quad (10)$$

식 (9)를 식 (6)에 대입하여 동적하중항 F_k^* 를 구하

고, 식 (6)과 (10)을 이용하여 k 번째까지의 모드합으로 표현된 원통셀의 횡방향 동적변위를 나타내는 정상상태 해를 구할 수 있다.

$$u_3^s(x, \theta) = u_3^s(x, \theta)|_{F_1} + u_3^s(x, \theta)|_{F_2} \quad (11)$$

여기서

$$u_3^s(x, \theta)|_{F_1} = \frac{F_1^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \cos n\theta \quad (12)$$

$$u_3^s(x, \theta)|_{F_2} = \frac{F_2^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \cos n\theta \quad (13)$$

이고, 하첨자 F_1 와 F_2 는 결합부 θ_1^* 와 θ_2^* 에 작용하는 하중을 나타낸다. 또한 사각판의 결합에 따른 동적 횡구속력에 의하여 발생하는 원통셀의 원주방향 기울기는 식 (11)을 θ 에 대하여 미분하여 얻는다.

$$\beta_\theta^s(x, \theta) = \beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_1} + \beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_2} \quad (14)$$

여기서

$$\beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_1} = -\frac{F_1^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos n\theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \sin n\theta \quad (15)$$

$$\beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_2} = -\frac{F_2^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos n\theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \sin n\theta \quad (16)$$

동적주기 모멘트 하중이 원통셀에 작용할때의 동적 하중항 F_k^* 는 다음과 같이 표현된다⁽¹⁴⁾.

$$F_k^* = \frac{1}{\rho h N_k} \int_{a_1} \int_{a_2} [f_1 U_{1k} + f_2 U_{2k} + f_3 U_{3k} + \frac{U_{1k}}{2A_2} \frac{\partial T_n}{\partial a_2} - \frac{U_{2k}}{2A_2} \frac{\partial T_n}{\partial a_2} + \frac{U_{3k}}{A_1 A_2} \left(\frac{\partial(T_1 A_2)}{\partial a_1} + \frac{\partial(T_2 A_1)}{\partial a_2} \right)] \times A_1 A_2 da_1 da_2 \quad (17)$$

횡방향의 모멘트만 작용할 때에는 f_1, f_2, f_3 는 영이고, 길이방향과 원주방향의 변위는 횡방향 변위에 비해 매우 작아 무시할 수 있으므로 식 (17)은 다

음과 같이 주어진다.

$$F_k^* = \frac{1}{\rho h N_k} \int_{\alpha_1} \int_{\alpha_2} \left[\frac{U_{3k}}{A_1 A_2} \left(\frac{\partial(T_1 A_2)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial(T_2 A_1)}{\partial \alpha_2} \right) \right] A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (18)$$

동적주기 하중이 작용하는 경우와 마찬가지로 판과 셸의 결합위치에서 작용하는 횡방향 동적모멘트를 Fig. 3(b)에 나타내었고, 다음과 같이 Dirac delta 함수를 이용한 $m_i^s(x, \theta^*, t)$ 로 표현할 수 있다.

$$m_i^s(x, \theta^*, t) = M_i^s \sin\left(\frac{m\pi}{L_s} x\right) \delta(\theta - \theta_i^*) e^{i\omega t} \quad (19)$$

$i=1, 2$

따라서 모멘트와 변위 모드함수를 이용하여 식 (18)로부터 동적하중을 계산하여 이용하면 모멘트 하중에 의한 원통셸의 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$u_3^s(x, \theta) = u_3^s(x, \theta)|_{M_1} + u_3^s(x, \theta)|_{M_2} \quad (20)$$

여기서

$$u_3^s(x, \theta)|_{M_1} = \frac{M_1^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos n\theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \cos n\theta \quad (21)$$

$$u_3^s(x, \theta)|_{M_2} = \frac{M_2^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos n\theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \cos n\theta \quad (22)$$

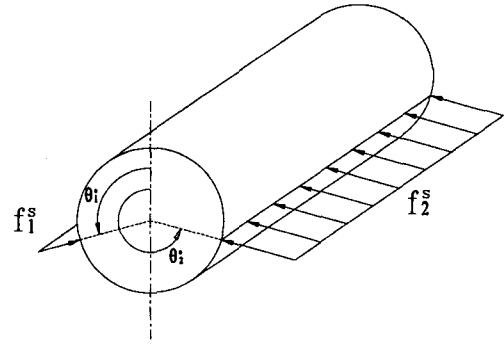
이고, 하첨자 M_1 와 M_2 는 결합부에 작용하는 모멘트를 나타낸다. 또한 모멘트에 의한 원통셸의 원주방향 기울기는 식 (20)을 θ 에 대하여 미분하여 얻는다.

$$\beta_\theta^s(x, \theta) = \beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_1} + \beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_2} \quad (23)$$

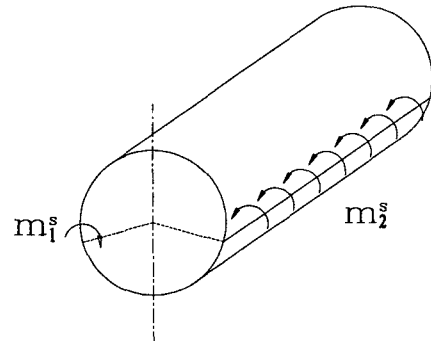
여기서

$$\beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_1} = -\frac{M_1^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot \cos n\theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \sin n\theta \quad (24)$$

$$\beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_2} = -\frac{M_2^s L_s}{2\rho h_s N_{mn}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot \cos n\theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin \frac{m\pi x}{L_s} \sin n\theta \quad (25)$$



(a) Force



(b) Moment

Fig. 3 Forces and moments applied on the shell at the joints

2.3 사각판의 변위

원통셸에 결합되어 있는 사각판의 내평면 운동의 진동수는 횡방향 진동수에 비하여 훨씬 크기 때문에 횡방향 진동에 비하여 강제운동으로 고려할 수 있다. Fig. 4(a)는 결합부에서 판에 작용하는 주기적인 하중을 나타내었으며, 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$f_i^p(x, y^*, t) = F_i^p \sin\left(\frac{m\pi}{L_p} x\right) \delta(y - y_i^*) e^{i\omega t}, \quad (26)$$

$i=1, 2$

또한 폭방향 (y) 하중에 의한 단순지지된 사각판의 내평면 변위의 모드형상은 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$U_2^p = \sin \frac{m\pi x}{L_p} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (27)$$

따라서 정상상태 해는 다음과 같이 표현된다.

$$u_2^p(x, y) = u_2^p(x, y)|_{F_1} - u_2^p(x, y)|_{F_2} \quad (28)$$

여기서

$$u_2^p(x, y)|_{F_1} = \frac{2F_1^p}{\rho h_p b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{b} y_i^*\right)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L_p} x\right) \quad (29)$$

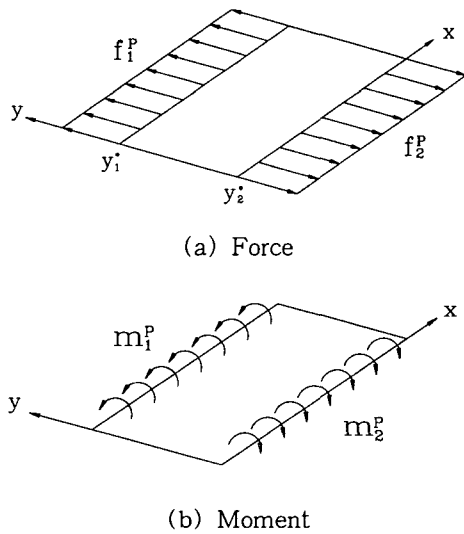


Fig. 4 Forces and moments applied on the plate at the joints

$$u_2^p(x, y)|_{F_2} = \frac{2F_2^p}{\rho_p h_p b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\frac{n\pi}{b} y_2^*)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos(\frac{n\pi}{b} y) \sin(\frac{m\pi}{L_p} x) \quad (30)$$

와 같다.

단순지지된 사각판에 대하여 횡방향 변위 모드형상은 다음과 같다.

$$U_3^p = \sin \frac{m\pi x}{L_p} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (31)$$

사각판의 결합위치 \$(x, y_1^*)\$와 \$(x, y_2^*)\$에 작용하는 주기적인 선 모멘트를 Fig. 4(b)에 나타내었으며, 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$m_i^p(x, y^*, t) = M_i^p \sin(\frac{m\pi}{L_p} x) \delta(y - y_i^*) e^{i\omega t}, \quad (32)$$

\$i=1, 2\$

따라서 동적 주기 모멘트에 의한 사각판의 횡방향 변위는

$$u_3^p(x, y) = u_3^p(x, y)|_{M_1} - u_3^p(x, y)|_{M_2} \quad (33)$$

여기서

$$u_3^p(x, y)|_{M_1} = -\frac{2M_1^p \pi}{\rho_p h_p b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos(\frac{n\pi}{b} y_1^*)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin(\frac{n\pi}{b} y) \sin(\frac{m\pi}{L_p} x) \quad (34)$$

$$u_3^p(x, y)|_{M_2} = -\frac{2M_2^p \pi}{\rho_p h_p b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos(\frac{n\pi}{b} y_2^*)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin(\frac{n\pi}{b} y) \sin(\frac{m\pi}{L_p} x) \quad (35)$$

이다. 또한 주기적 선모멘트에 의한 사각판의 폭방향 기울기는 식 (33)을 미분하여 얻는다.

$$\beta_{2/2}^p(x, y) = \beta_{2/2}^p(x, y)|_{M_1} - \beta_{2/2}^p(x, y)|_{M_2} \quad (36)$$

여기서

$$\beta_{2/2}^p(x, y)|_{M_1} = -\frac{2M_1^p \pi^2}{\rho_p h_p b^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cos(\frac{n\pi}{b} y_1^*)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos(\frac{n\pi}{b} y) \sin(\frac{m\pi}{L_p} x) \quad (37)$$

$$\beta_{2/2}^p(x, y)|_{M_2} = -\frac{2M_2^p \pi^2}{\rho_p h_p b^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cos(\frac{n\pi}{b} y_2^*)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos(\frac{n\pi}{b} y) \sin(\frac{m\pi}{L_p} x) \quad (38)$$

2.4 결합구조물의 고유진동해석

원통셀과 사각판의 결합부위에서 변위의 연성은 단지 사각판의 폭방향 기울기 변화 및 횡방향 변위와 원통셀의 횡방향 변위 및 원주방향 기울기만을 고려할 수 있으며, 하중(혹은 모멘트)과 변위(혹은 기울기)의 관계식으로부터 식 (2)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} + \beta_{11} & \alpha_{12} + \beta_{12} & \alpha_{13} + \beta_{13} & \alpha_{14} + \beta_{14} \\ \alpha_{21} + \beta_{21} & \alpha_{22} + \beta_{22} & \alpha_{23} + \beta_{23} & \alpha_{24} + \beta_{24} \\ \alpha_{31} + \beta_{31} & \alpha_{32} + \beta_{32} & \alpha_{33} + \beta_{33} & \alpha_{34} + \beta_{34} \\ \alpha_{41} + \beta_{41} & \alpha_{42} + \beta_{42} & \alpha_{43} + \beta_{43} & \alpha_{44} + \beta_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (39)$$

식 (39)에서 모멘트에 의한 사각판의 내평면 변위 \$(u_2^p/M)\$는 발생하지 않아 \$\beta_{12} = \beta_{14} = \beta_{32} = \beta_{34} = 0\$ 이고, 마찬가지로 폭방향 내평면 하중에 의한 횡방향의 기울기 \$(\beta_{3/3}^p/F)\$도 발생하지 않기 때문에 \$\beta_{21} = \beta_{23} = \beta_{41} = \beta_{43} = 0\$ 이 된다. 따라서 결합구조물의 연속조건을 적용하여 얻은 식 (39)에서 유용해를 얻기 위한 다음의 조건으로부터 진동수방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} + \beta_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} + \beta_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} + \beta_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} + \beta_{24} \\ \alpha_{31} + \beta_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} + \beta_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} + \beta_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} + \beta_{44} \end{bmatrix} = 0 \quad (40)$$

이 진동수방정식은 원통셀의 내부에 사각판이 결합되어 있는 결합구조물의 진동특성을 나타내는 식이고, 수치적인 방법에 의하여 해를 구한다.

판 결합된 원통셀의 고유진동수 계산을 위하여 사

용한 프로그램 언어는 FORTRAN이고, 컴파일러는 Lay-FORTRAN⁽¹⁷⁾을 이용하였다. 프로그램은 먼저 단순지지된 원통셸과 사각판의 고유진동수를 계산하고, 판과 셸의 동적응답을 구하여 결합 경계에서의 연속조건으로부터 얻은 진동수 방정식을 수치적으로 풀어 고유진동수를 계산한다. 이때 고유진동수의 계산은 초기값을 가정하고, 진동수 방정식이 영이 되는 점을 찾을 때까지 진동수를 증가시키는 점진적 방법과 이분법을 병용하여 계산하였다.

결합구조물의 진동수방정식은 사각판 및 원통셸의 응답을 포함하고 있고, 이들 각각의 동적응답에는 변위 성분이 방향별 모드의 합으로 표현되어 있다. 따라서 이들 각 구조물의 모드합은 해의 수렴성에 영향을 줄 수 있으나, 단순지지 경계조건인 경우 가정된 변위 함수가 간단하기 때문에 수렴성이 좋다. 결합구조물의 수치계산에서 이론해의 수렴성을 검토하였고, Fig. 5에는 원통셸의 중앙에 사각판이 결합된 평직 GFRP 복합재료 원통셸의 진동수 계산에서 변위 항에 사용된 모드합의 항에 따른 고유진동수 결과를 나타내었다. 기본진동수인 판의 (1, 1) 모드와 원통셸의 (1, 3) 모드에 대한 진동수는 길이방향과 원주방향(혹은 폭 방향) 항의 증가에 따라 변화가 없음을 알 수 있고, 결합구조물의 진동수 결과는 7항 정도 사용하면 진동수의 변화없이 일정한 값으로 수렴하였다. 이것은 단순지지 경계조건을 만족시

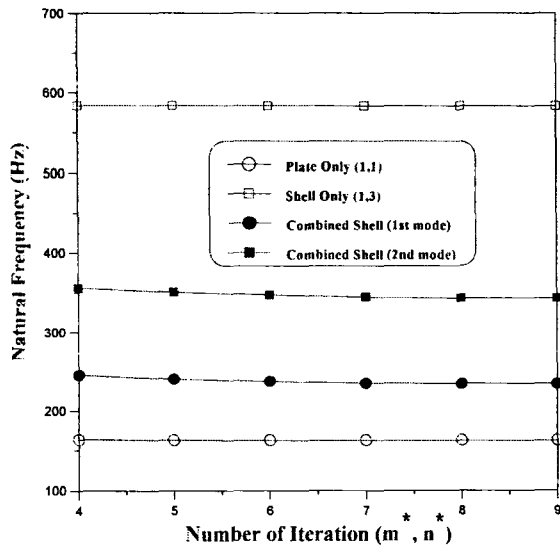


Fig. 5 Convergence of frequencies for the GFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 90^\circ$ location

키는 변위의 함수가 정현이나 여현(cosine)함수의 단순한 형태로 표현되며, 본 연구에서도 단순지지 경계조건을 고려하였기 때문이다. 따라서 이후의 수치계산은 단순지지 사각판에 대하여 길이방향과 폭방향 각각 7항을 사용하고, 셸에 대하여 길이방향과 원주방향으로 각각 10항을 사용하여 계산한 결과를 제시하였다.

3. 진동실험

이론해의 비교/검증을 위하여 평직 복합재료 시험편을 제작하였고, 진동실험을 수행하였다. 본 연구에서 고려한 판 결합된 원통셸은 탄소섬유강화 복합재

Table 1 Dimension of combined composite shells (unit: mm)

Material		Case 1	Case 2	Case 3
		GFRP	CFRP	CFRP
Shell	Length (L_s)	360.0	360.0	360.0
	Radius (a)	109.0	109.0	109.0
	Thickness (h_s)	3.5	3.7	4.0
Plate	Length (L_p)	360.0	360.0	360.0
	Width (b)	218	218	188.8
	Thickness (h_p)	3.5	3.7	3.6
	Location	$\theta_1^* = 90^\circ$	$\theta_1^* = 90^\circ$	$\theta_1^* = 120^\circ$

Table 2 Material properties of steel and plain weave composite specimens

Properties	Unit	ANSI type 304 stainless steel	CFRP	GFRP
Longitudinal Young's modulus (E_1)	GPa	207.0	58.0	26.2
Transverse Young's modulus (E_2)	GPa	207.0	58.0	26.2
Longitudinal shear modulus (G_{12})	GPa	80.0	3.9	4.9
Mass density (ρ)	kg/m ³	7860.0	1540.0	1880.0
Poisson's ratio (ν_{12})	-	0.29	0.08	0.12

료(CFRP)와 유리섬유강화 복합재료(GFRP)이며, $[0_3/\pm 45_2/90_3]$ 적층인 평직구조를 갖는다. 이들에 대한 기하학적 형상 데이터를 Table 1에 나타내었고, Case 1과 2는 각각 중앙($\theta_1^* = 90^\circ$)에 판결합된 GFRP와 CFRP이며, Case 3은 $\theta_1^* = 120^\circ$ 에 판결합된 CFRP 원통셀이다. 또한 사용한 복합재료의 물성은 인장시험을 통하여 결정하였고, Table 2에 나타내었다.

내부에 판구조물이 결합된 복합재료 시험편은 원통셀 내부에 길이방향으로 사각판을 만들 수 있도록 별도의 몰드를 설계/제작하여, 원통셀과 사각판이 일체형이 되도록 제작하였다. 사각판과 원통셀의 양단 단순지지의 경계조건을 구현하기 위한 지그를 제작하였고, 검증실험을 수행하였다⁽¹⁸⁾. 진동실험은 충격해머와 가속도계를 사용한 충격가진법을 이용하였고, 고유진동수와 모드형상을 구하기 위하여 주파수 분석기(FFT)를 사용하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 등방성 원통셀

내부 판결합된 복합재료 원통셀의 진동에 대한 이용할만한 연구결과는 저자가 알기로는 아직 없다. 따라서 동적응답법을 이용한 수치계산 결과의 검증을 위하여 다른 몇몇 연구자들이 수행한 등방성 재료의 결합 원통셀에 대한 결과들과 비교, 검토하였다. Peterson⁽³⁾과 Missaoui⁽⁶⁾는 원통셀 내부 $\theta_1^* = 115^\circ$ 의 위치에 길이방향 사각판이 결합된 양단 단순지지된 경우에 대한 결과를 제시하였으며, Table 3에 나타내었다. 이때 기하학적 형상으로서

Table 3 Comparison of frequency parameters(Ω) of the isotropic cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 115^\circ$ location; $a = 0.254$ m, $h_s = h_p = 0.00508$ m, $L_s = 1.27$ m

Mode	Present Ω	Reference ⁽³⁾ Ω Diff.(%)	Reference ⁽⁶⁾ Ω Diff.(%)
1S	0.0306	0.0367 16.62	0.0334 8.38
2S	0.0670	0.0693 3.31	0.0715 6.29
3S	0.0883	0.0939 5.96	0.0958 7.82
4S	0.1128	0.1170 3.59	0.1150 1.91
1A	0.0589	0.0625 5.76	0.0606 2.80
2A	0.0774	0.0828 6.52	0.0805 3.85
3A	0.0961	0.1030 6.69	0.1050 8.47
4A	0.1277	0.1330 3.98	0.1330 3.98

판과 원통셀은 길이 1.27 m, 셀반경 0.254 m, 두께 5.08×10^{-3} m를 갖으며, 이들은 다음과 같은 기계적 물성을 갖는 등방성 재료이다.

$$E = 200 \text{ GPa}, \rho = 7500 \text{ kg/m}^3, \nu = 0.3$$

결과들은 상호 비교를 위하여 셀의 반경과 각 진동수 그리고 물성들을 이용한 무차원매개변수, $\Omega = a\omega\sqrt{\rho(1-\nu^2)}/E$ 를 도입하여 나타내었다. 응답일치법을 이용한 본 이론의 수치해는 기본진동수가 104.0 Hz이고, 이를 무차원화시키면 $\Omega = 0.0306$ 이다. 결과는 1차 모드에서 Peterson의 결과와 16.6%의 큰 오차를 보였는데, 이것은 그의 연구에서 판과 셀의 결합부에서의 적합조건을 세우는데 있어 부호의 오류로 인하여 발생하였음을 참고문헌(5,6)에서 언급하였다. 그러나 다른 모드에서는 약 6.7% 이내의 오차범위에 있고, Missaoui의 결과와도 최대 8.5% 이내의 오차를 보였다. 또한 전체적으로 응답일치법을 사용한 본 연구의 결과는 다른 연구자들의 결과에 비하여 약간 낮은 결과를 보였다. 이것은 모달 변위식(4)를 구하는 과정에서 동적 하중항인 식(6)과(17)을 계산할 때 원통셀과 사각판의 횡방향 변위 성분만을 고려하였고, 하중에 대해서도 셀의 횡방향과 판의 내평면 하중만을 고려하였기 때문에 나타난 오차로 생각된다.

단순지지된 등방성 재료에 대한 내부 길이방향 사각판이 결합되는 위치에 따른 이론해의 대칭모드에 대한 결과를 Table 4에 제시하였고, Fig. 6에는 관심이 있는 기본진동수 매개변수의 판 결합위치에 따른 결과를 나타내었다. 사각판의 결합위치가 중앙

Table 4 Comparison of frequency parameters(Ω) of the isotropic cylindrical shell with an internal plate(symmetric mode) at several locations

Plate Location	Mode	Present Ω	Reference ⁽³⁾ Ω Diff.(%)	Reference ⁽⁵⁾ Ω Diff.(%)
$\theta_1^* = 90^\circ$	1	0.0255	0.0296 13.8	0.0267 4.5
	2	0.0670	0.0630 6.0	0.0647 3.4
	3	0.0791	0.0863 8.3	0.0855 7.5
	4	0.1368	0.1350 1.3	0.1320 3.5
$\theta_1^* = 115^\circ$	1	0.0306	0.0367 16.6	0.0321 4.7
	2	0.0670	0.0693 3.3	0.0713 6.0
	3	0.0883	0.0939 6.0	0.0949 6.9
	4	0.1128	0.1170 3.6	0.1160 2.7
$\theta_1^* = 135^\circ$	1	0.0491	0.0572 14.2	0.0483 1.6
	2	0.0670	0.0709 4.2	0.0707 5.2
	3	0.0775	0.0795 2.5	0.0818 5.3
	4	0.1377	0.1330 3.4	0.1360 1.2

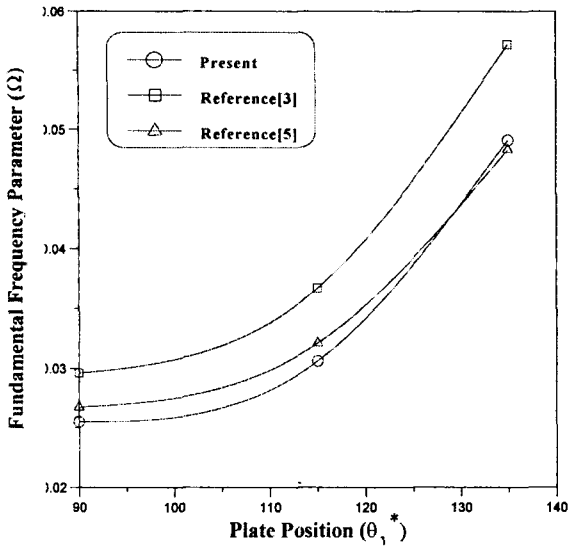


Fig. 6 Comparison of fundamental frequency parameters(Ω) of the isotropic cylindrical shell with an internal plate of several locations

($\theta_1^* = 90^\circ$)에서 멀어짐에 따라 기본진동수는 증가하고, Langley⁽⁵⁾ 결과와는 좋은 일치를 보였으나, Table 3에서 언급된 바와 같이 Peterson의 결과는 기본진동수에서 비교적 큰 오차를 보였다.

이상의 내부 사각판을 갖는 등방성 원통셀에 대한 해석결과는 다른 연구자들의 연구결과와 잘 일치하였다. 따라서 응답일치법을 이용한 결합구조물에 대한 진동수방정식의 전개가 타당하며 수치계산 결과가 비교적 정확하게 수행된 것으로 판단된다.

4.2 평직 복합재료 원통셀

내부 사각판이 결합된 평직 복합재료 원통셀에 대한 이론해와 진동실험 결과를 Table 5~7에 제시하였다. 결과들은 저차에서 10차까지의 고유진동수를 오름차순으로 나타내었고, 실험결과는 진동수에서의 모드형상을 나타내는 각 방향 반파수를 함께 나타내었다. 실험결과의 모드 표현에서 dash(-)와 밑줄은 각각의 고유진동 모드에서 판과 셀의 모드가 연성되어 나타나는 것 중 상대적으로 작은 진폭을 갖는 모드를 가리킨다. 또한 판의 길이방향과 폭 방향 반파수에 대하여 P(m, n), 원통셀의 길이방향과 원주 방향의 반파수를 S(m, n)로 나타내었다.

Table 5는 중앙($\theta_1^* = 90^\circ$)에 내부 판을 갖는 GFRP 평직 복합재료 원통셀(Case 1)의 해석결과로서 기본진동수는 234.5 Hz이고 실험결과인 245.0

Table 5 Comparison of natural frequencies of analytical and experimental results of the GFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 90^\circ$ location

Method Mode*	Analysis	Experiment		
	Freq. (Hz)	Freq. (Hz)	P(m,n)	S(m,n)
1st	234.5	245.0	(1,1)	-
2nd	344.3	335.0	(2,1)	-
3rd	547.2	540.0	(3,1)	-
4th	579.2	610.0	(1,2)	-
5th	696.0	660.0	-	(1,3)
6th	774.1	750.0	(2,2)	(1,3)
7th	804.5	810.0	-	(1,2)
8th	813.8	-	-	-
9th	843.2	905.0	-	(1,4)
10th	996.9	940.0	(3,2)	-

* : Frequency ascending order

Note : 1) A dash and underline indicate small amplitude

2) P(m,n), S(m,n) : Half wave numbers of the plate and shell

Table 6 Comparison of natural frequencies of analytical and experimental results of the CFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 90^\circ$ location

Method Mode*	Analysis	Experiment		
	Freq. (Hz)	Freq. (Hz)	P(m,n)	S(m,n)
1st	389.6	400.0	(1,1)	-
2nd	568.2	575.0	(2,1)	-
3rd	905.0	887.5	(3,1)	-
4th	925.7	925.0	(1,2)	-
5th	1162.6	987.5	(1,2)	(1,3)
6th	1250.8	1225.0	(2,2)	-
7th	1284.9	1262.5	-	(1,2)
8th	1333.9	1325.0	-	(1,4)
9th	1399.5	1512.0	(3,2)	(1,4)
10th	1644.8	1650.0	-	(1,5)

* : Frequency ascending order

Hz와 약 4.3%의 오차로 좋은 일치를 보였다. Table 6은 중앙에 판 결합된 CFRP 평직 복합재료 원통셀(Case 2)에 대한 결과로서 기본진동수는 389.6 Hz이고, 실험결과와 2.6%의 오차를 보였다. 그러나 고차 일부 모드에서는 약간의 불일치가 있어 5차 진동

수에서 최대 15%의 오차를 보였다. Case 1과 2는 쉘 중앙에 판이 결합된 경우로서 재료가 각각 GFRP와 CFRP이고 두께가 약간 다르다. 이때 두 경우의 기본진동수는 위에서 언급된 것처럼 각각 234.5 Hz와 389.6 Hz로 CFRP 복합재료가 약 40% 높게 나타났다. 이것은 CFRP 원통셀의 두께가 GFRP보다 약 1.06배 두껍고, 강성이 더 크기 때문으로 생각되는데, 두께의 영향보다는 강성의 영향이 더 큰 것으로 판단된다.

원통셀의 중앙에 판이 결합되는 경우에 진동수 오름차순으로 보면 처음 3차 까지는 판의 길이방향 $m=1, 2, 3$ 모드가 순차적으로 나타나는데, 이것은 판의 폭에 비해 축 방향 길이가 약간 길기 때문으로 생각된다. 또한 4차에서 P(1, 2) 모드가 나타나고, 원통셀의 진동수는 5차에서 S(1, 3) 모드가 처음 나타났다. 이때 원통셀의 모드가 처음 나타나는 진동수는 GFRP와 CFRP에 대하여 각각 696.0 Hz와 1162.6 Hz이며, GFRP 결합셀에 대하여 결합후의 각 구조물에 대한 기본진동수는 판의 P(1, 1) 모드가 234.5 Hz, 원통셀의 S(1, 3) 모드가 696.0 Hz를 보였다.

$\theta_1^* = 120^\circ$ 에 판이 결합된 CFRP 평직 복합재료 원통셀(Case 3)의 해석결과를 Table 7에 나타내었다. 이론해 결과는 실험결과와 비교할 때 기본진동수에서 1.3% 차이로 좋은 일치를 보였고, 3번째와 10번째 진동수에서 10%와 12.5% 정도의 비교적 큰

차이가 있으나 다른 진동수에서는 잘 일치하였다.

$\theta_1^* = 120^\circ$ 에 판이 결합된 경우에 1차와 2차 모드가 판의 진동수이고, 원통셀의 고유진동수는 실험에서 4번째 모드에서 나타났다. 이것은 결합위치가 중앙에서 떨어진 사각판의 진동수가 증가하였기 때문으로 생각된다. 즉, 기본진동수가 476.4 Hz로 중앙에 판이 결합되는 경우보다 약 18% 진동수 증가를 보였고, 원통셀 내부에 결합된 사각판의 폭이 218.0 mm에서 188.8 mm로 좁아지기 때문에 진동수가 증가하는 것이다. 또한 이러한 판의 진동수 증가는 상대적으로 원통셀의 모드가 전체 결합구조물의 진동수에서 판이 중앙에 결합되는 경우보다 먼저 나타나는 원인이기도 하다.

4.3 내부판의 두께 변화에 따른 진동특성

원통셀의 내부에 결합되는 평직 복합재료 사각판의 두께가 전체 결합 구조물의 고유진동수에 미치는 영향을 평가하기 위하여, Case 1 모델에 대하여 판 두께 변화에 따른 수치계산을 수행하였다. Case 1 모델은 판과 셀이 모두 3.5 mm의 두께를 갖고, $[0_3^\circ/\pm 45_3^\circ/90_3^\circ]_s$ 적층된 GFRP 원통셀로서 중앙에 판이 결합된 경우이다. 원통셀의 두께는 3.5 mm로 일정하고, 내부 사각판의 두께는 1.0 mm~8.0 mm까지의 범위에 있다. 수치계산에서 사각판의 두께

Table 7 Comparison of natural frequencies of analytical and experimental results of the CFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 120^\circ$ location

Method	Analysis	Experiment		
		Freq. (Hz)	P(m,n)	S(m,n)
1st	476.4	470.0	(1,1)	-
2nd	644.0	620.0	(2,1)	-
3rd	963.1	865.0	(3,1)	-
4th	973.4	925.0	(1,2)	(1,3)
5th	1082.8	1080.0	(4,1)	(1,2)
6th	1210.6	1215.0	-	(1,4)
7th	1268.2	1305.0	(2,2)	-
8th	1389.8	1340.0	-	(1,4)
9th	1437.2	1430.0	(2,2)	-
10th	1451.2	1660.0	(3,2)	-

* : Frequency ascending order

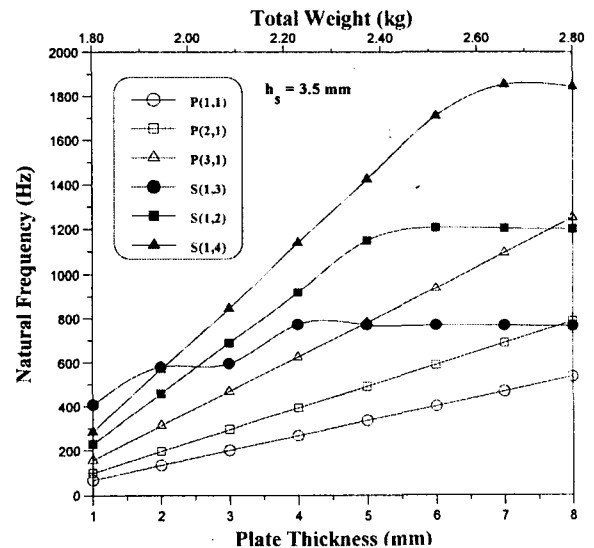


Fig. 7 Effect of the plate thickness (h_p) on the frequencies of the GFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 90^\circ$ location

가 변화할 때 적층순서 및 적층수는 일정하고, 한 적층의 두께가 변하는 것으로 가정하였다.

Fig. 7은 평직 복합재료 판 두께 변화에 대한 저차에서의 판과 셀 모드의 고유진동수 변화를 나타내었다. 그림에서 상부 x 축은 판의 두께 변화에 따른 전체 결합 원통셀의 무게 변화를 보인다. 3차까지의 저차 모드에서는 내부판의 길이방향 모드가 지배적으로 나타났으며, 이는 판의 두께 변화에 따라 선형적으로 증가하였다. 또한 원통셀의 모드는 길이방향 $m=1$ 모드에 대하여 원주방향 $n=3$ 모드가 제일 먼저 나타나고, 이는 판의 두께가 약 5 mm 이상이 되면, 거의 일정한 경향을 보였다. 원통셀의 고차 모드인 $n=2$ 나 4모드에서도 이러한 현상이 나타나는데, 이들 고차모드는 판이 두꺼워졌을 때 일정하게 됨을 확인할 수 있다. 또한 판 두께가 약 8 mm 정도가 되면 판의 P(2, 1) 모드는 원통셀의 S(2, 3) 모드보다 높아지게 되고, 마찬가지로 판의 P(3, 1) 모드는 원통셀의 S(1, 2) 모드보다 높아지게 된다. 이것은 원통셀의 두께가 일정하고, 판이 두꺼워지면 판의 진동수가 높아져 상대적으로 원통셀의 기동이 저차에서 나타나음을 의미한다.

4.4 내부판의 결합위치에 따른 진동특성

판 결합된 원통셀에서 내부 판의 결합위치가 고유진동수에 미치는 영향을 평가하기 위하여 Case 1 모델에 대한 수치계산을 행하였고, 사각판의 결합위치 $\theta_1^* = 90^\circ \sim 150^\circ$ 까지 변할 때의 고유진동수 변화를 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 7과 마찬가지로 판의 결합위치가 중앙에서 멀어질수록 판의 폭이 감소하여 전체 무게도 변하게 되므로 상부 x 축에는 무게 변화를 함께 나타내었다. 결합위치 θ_1^* 가 커질수록, 즉 원통셀의 중앙에서 멀어질수록 판과 원통셀의 저차에서의 진동수는 증가하였다. 판의 결합위치가 약 130° 이상이 되면 판의 진동수는 급격히 증가하는데 비해, 처음 나타나는 원통셀의 진동수는 S(1, 3) 모드로 결합위치가 110° 이상에서는 진동수 변화없이 일정하게 되고, 140° 이상에서는 사각판의 P(3, 1) 모드보다 더 낮은 값을 갖게 되었다. 또한 원통셀의 S(1, 2) 모드와 P(1, 4) 모드는 각각 결합위치가 130° 와 140° 정도가 되면 일정하게 되었다. 따라서 판의 결합위치가 원통셀의 고유진동수 특성에 주는 영향으로서 결합위치가 중앙에서 멀어질수록 진동수는 증가하는데, 판의 진동수 변화는 급격히 높아지는 반면, 셀의 진동수는 모드에 따라서 약간

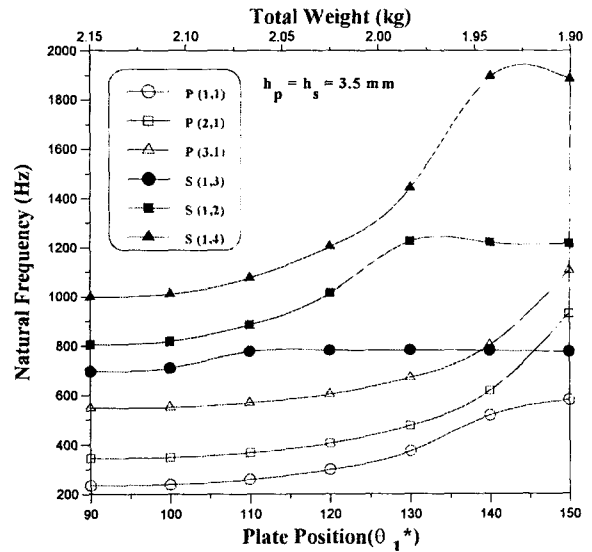


Fig. 8 Effect of the plate position (θ_1^*) on the frequencies of the GFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 90^\circ$ location

다르지만 증가후 일정해지는 경향을 보였다.

Fig. 9는 CFRP 평직 복합재료 원통셀인 Case 2와 3의 실험을 통한 판과 셀의 대표적인 모드에 대한 모드형상을 나타내었다. 진동실험에서 판 결합된 원통셀의 고유진동수는 대부분 내부 사각판과 원통셀의 모드가 뚜렷하게 구분되어 나타났으며, 두 구조물의 진동수가 근접하거나 모두 큰 응답을 보이는 경우에는 모드가 연성되는 형상을 보였다. 연성되어 어느 구조물의 진동수인지 구분하기 힘든 경우에는 판과 셀의 각각에 대한 정보를 모두 얻어 그 진동수에서의 상대진폭이 큰 요소가 판인지 셀인지를 결정하였다. 따라서 실험을 통한 중앙에 판 결합된 구조물의 원통셀 모드형상에서 내부판의 모드형상은 셀만의 응답을 얻어 플랫폼하였기 때문에 연성의 효과를 나타내지 못하였다. Table 6~7의 모드에서 언급된 바와 같이 사각판 결합된 복합재료 원통셀의 저차에서의 진동수는 판의 모드가 지배적이며, 고차 진동수에서 원통셀의 모드가 나타내는데 원통셀의 모드는 판의 모드와 연성되어 나타난다. 이 연성효과는 셀의 중앙 ($\theta_1^* = 90^\circ$)에 판이 결합되는 경우보다 $\theta_1^* = 120^\circ$ 에 판이 결합되는 경우에 더 크게 나타나기 때문에 판과 셀의 모드를 뚜렷하게 구분하기가 어렵게 되었다. 이것은 판의 진동수가 높아지면서 원통셀의 진동수와 비슷해져 두 구조물이 서로 큰

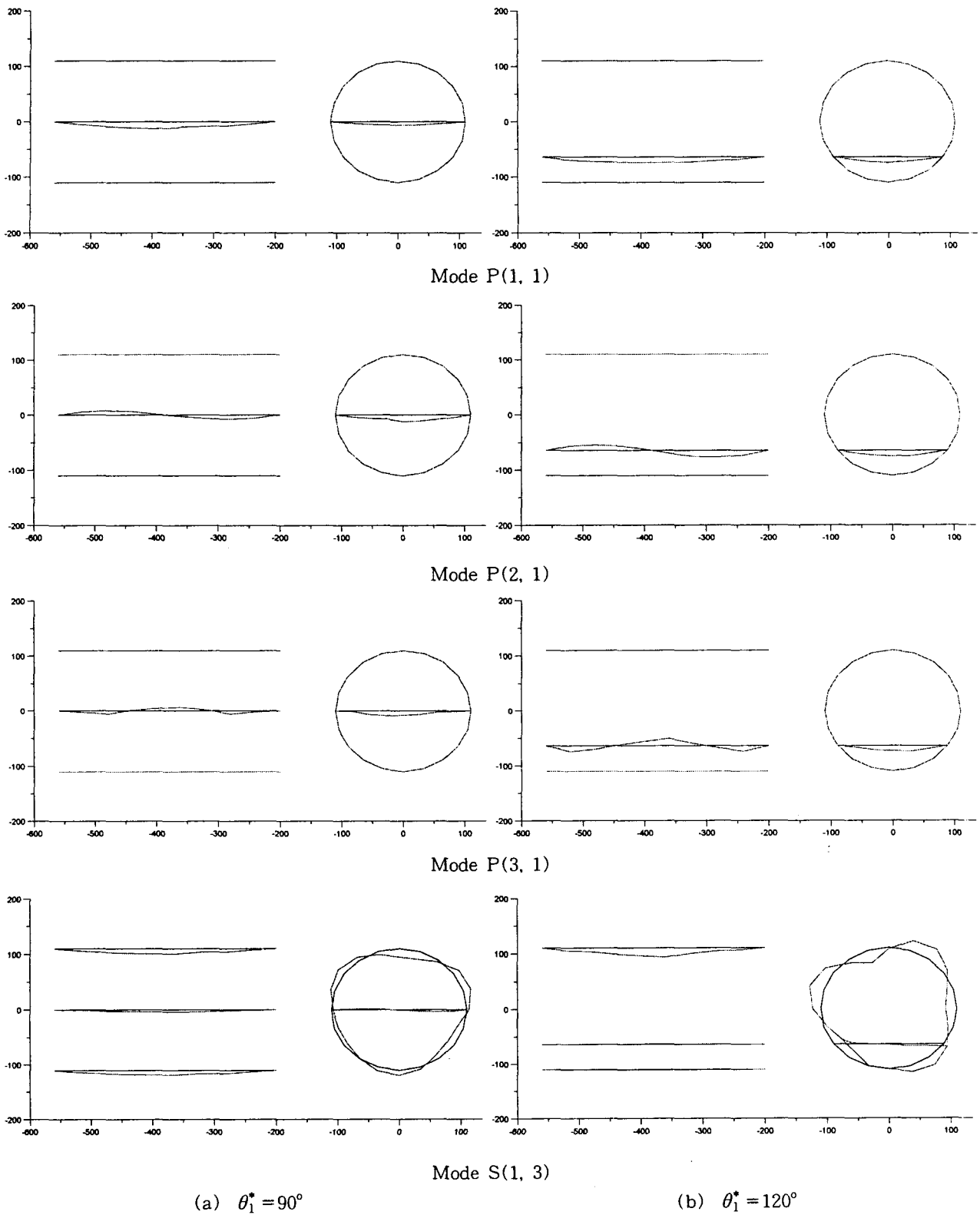


Fig. 9 Comparison of typical experimental mode shapes of the CFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 90^\circ$ and $\theta_1^* = 120^\circ$ locations

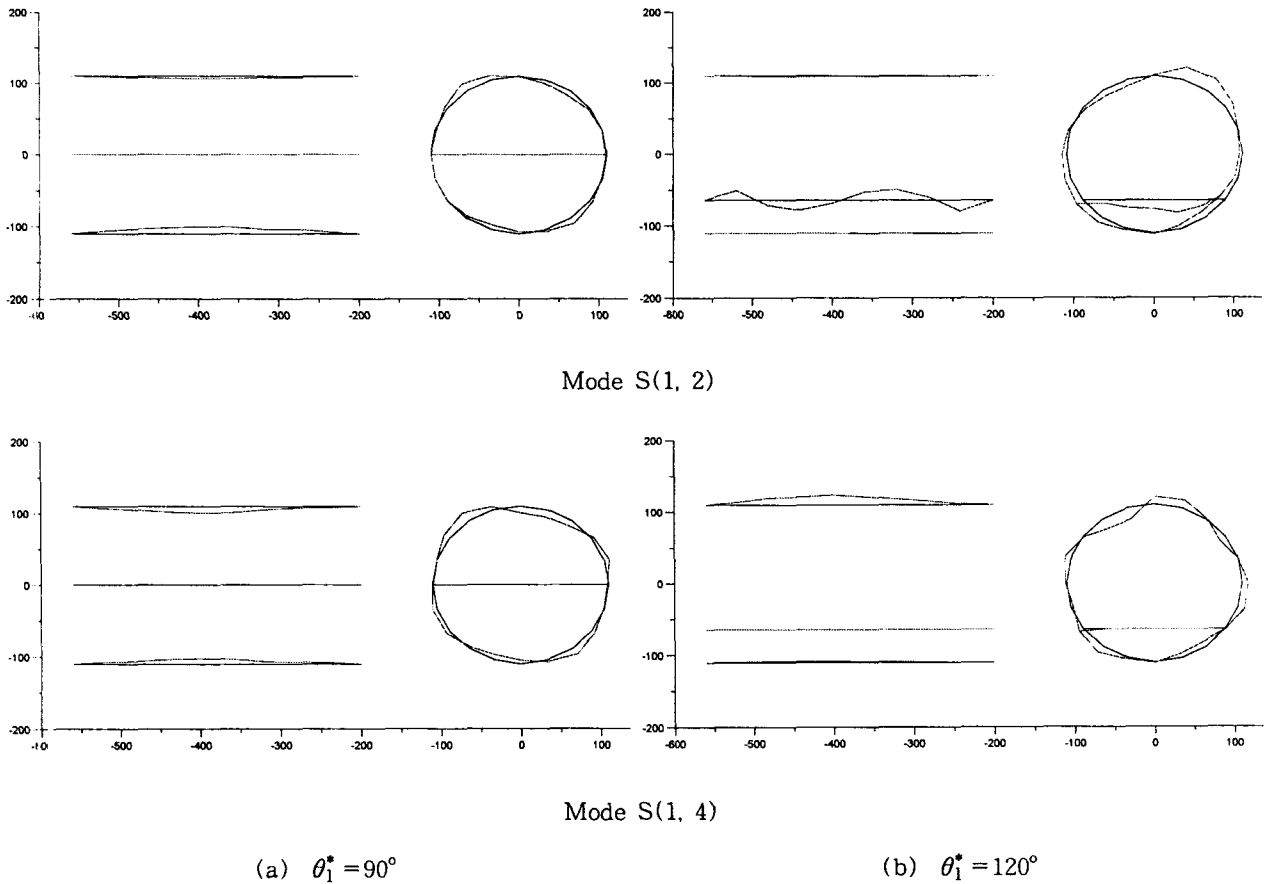


Fig 9 Comparison of typical experimental mode shapes of the CFRP plain weave composite cylindrical shell with an internal plate at $\theta_1^* = 90^\circ$ and $\theta_1^* = 120^\circ$ locations (Continue)

진폭을 갖고 움직이려는 현상 때문에 나타나는 것으로 보인다.

판의 진동수에 더 큰 영향을 주었으며, 판과 셸의 모드형상의 연성효과가 크게 나타났다.

5. 결 론

후 기

내부에 판 구조물이 결합된 원통셸의 진동특성 해석을 위한 진동수방정식은 동적응답법을 이용하여 수식화하였고, 수치적인 방법에 의하여 해를 얻었다. 이론해의 결과들은 기존 연구자들의 결과나 진동실험 결과들과 잘 일치하여 수식화의 타당성을 확인하였다. 내부에 사각판이 결합된 원통셸의 진동수는 저차에서 판의 모드가 지배적으로 나타났다. 셸의 두께가 일정하고 내부 판의 두께가 두꺼워짐에 따라 판의 진동수는 선형적으로 증가하고, 셸의 진동수는 증가후 일정두께가 되면 변화가 없었다. 또한 내부판의 결합위치가 중앙에서 멀어질수록 전체적인 진동수는 증가하고, 결합 위치의 변화는 셸보다는

본 연구는 1997년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 ME-97-A-16)에 의하여 연구되었으며 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Y.S. Lee and K.D. Lee, 1997, "On the Dynamic Response of Laminated Circular Cylindrical Shells Under Impulse Loads", Computers and Structures, Vol. 63, No. 1, pp. 149~158.
- (2) Y.S. Lee and Y.W. Kim, 1998, "Vibration 한국소음진동공학회지/제 9 권 제 1 호, 1999년/161

- Analysis of the Rotating Composite Cylindrical Shells with Orthogonal Stiffeners", *Computers and Structures*, Vol. 69, No. 2, pp. 271~281.
- (3) M.R. Peterson and D.E. Boyd, 1978, "Free Vibrations of Circular Cylinders with Longitudinal, Interior Partitions", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 60, No. 1, pp. 45~62.
- (4) T. Irie, G. Yamada and Y. Kobayashi, 1984, "Free Vibration of Non-Circular Cylindrical Shells with Longitudinal Interior Partitions", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 96, No. 1, pp. 133~142.
- (5) R.S. Langley, 1992, "A Dynamic Stiffness Technique for the Vibration Analysis of Stiffened Shell Structures", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 156, No. 3, pp. 521~540.
- (6) J. Missaoui, L. Cheng and M.J. Richard, 1995, "Free and Forced Vibration of a Cylindrical Shell with a Floor Partition", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 190, No. 1, pp.21~40.
- (7) M. Petyt and J. Wei, 1997, "Free Vibration of an Idealized Fuselage Structure", *Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference Japan*, pp. 647~653.
- (8) 이영신, 최명환, 박병준, 김현수, 1998, "내부에 판이 결합된 복합재료 원통셸의 자유진동 해석", *한국소음진동공학회 1998년도 춘계학술대회논문집*, pp. 327~333.
- (9) T. Irie and G. Yamada, 1984, "Free Vibration of Jointed Conical-Cylindrical Shells", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 95, No. 1, pp. 31~39.
- (10) S. Azimi, J.F. Hamilton and W. Soedel, 1984, "The Receptance Method Applied to the Free Vibration of Continuous Rectangular Plates", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 93, No. 1, pp. 9~29.
- (11) D.T. Huang and W. Soedel, 1993, "Natural Frequencies and Mode Shapes of a Circular Plate Welded to a Circular Cylindrical Shell at Arbitrary Axial Positions", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 163, No. 3, pp. 403~427.
- (12) D.T. Huang and W. Soedel, 1993, "Study of the Forced Vibration of Shell-Plate Combinations Using the Receptance Method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 166, No. 2, pp. 341~369.
- (13) 임정식, 1997, "원판이 결합된 외팔 원통셸의 고유진동 특성", *한국소음진동공학회지*, 제 7 권, 제 2 호, pp. 331~346.
- (14) J.S. Lim, D.S. Sohn and Y.S. Lee, 1998, "Free Vibration of Clamped-Free Circular Cylindrical Shell with a Plate Attached at an Arbitrary Axial Position", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 213, No. 1, pp. 75~88.
- (15) R.E.D. Bishop and D.C. Johnson, 1960, *The Mechanics of Vibration*, London: Cambridge University Press.
- (16) W. Soedel, 1993, "Vibrations of Shells and Plates", 2nd ed., Marcel Dekker, Inc..
- (17) Lahey Computer Inc., 1994, "Lahey Fortran User's Manual"
- (18) 이영신, 최명환, 신도섭, 1999, "단순지지된 Steel 및 GFRP 복합재료 원통셸의 자유진동 특성", *한국소음진동공학회지*, 제 9 권, 제 2 호, (예정)