

# 비등방경화 구성모델을 적용한 연약 지반의 비배수 거동 해석: I. 구성모델

## Undrained Analysis of Soft Clays Using an Anisotropic Hardening Constitutive Model: I. Constitutive Model

오 세 봉\*  
Oh, Se-Boong

---

---

### Abstract

The objective of this study is to perform finite element analyses(FEA) using the anisotropic hardening constitutive model on the basis of the total stress concept. An anisotropic hardening model was then developed to solve the problem and its mathematical formulations and experimental verifications were also described. In a companion paper, the constitutive equation will be formulated for accurate and efficient solutions of FEA, and coded into a nonlinear analysis program, and finally a field problem will be analyzed. The proposed model includes the failure criterion of a von Mises type and the anisotropic hardening rule based on the generalized isotropic hardening description, which can model the nonlinearity and the anisotropy of the stress-strain relationship. As a result this study could verify the experimental results for UU triaxial tests, CU triaxial tests for overconsolidated samples, and anisotropic loading tests with the rotation of principal stress axes for  $K_0$  consolidated samples.

### 요 지

본 연구는 전응력 개념에 근거한 비등방경화 구성관계를 적용하여 유한요소해석을 수행하는 데 목적이 있다. 이에 대상문제에 적합한 비등방경화 구성관계를 개발하여 수학적으로 정식화하고 실험적으로 검증하였다. 동반논문에서는 유한요소해법의 정확도와 수렴성을 확보하도록 정식화하여 해석코드에 구현한 후 실제문제를 해석한다. 제안된 구성관계는 von Mises 형태의 파괴기준과 일반 등방경화규칙에 의거한 비등방경화규칙을 채택하여 비선형성과 비등방성이 심한 응력-변형률 관계를 모델하였다. 결과적으로 UU 삼축시험, 과압밀 상태에 대한 CU 삼축시험,  $K_0$  압밀조건인 주응력축 회전시 비등방적 거동에 대하여 검증할 수 있었다.

**Keywords** : Anisotropic hardening rule, Elasto-plasticity, Undrained shear strength, Generalized isotropic hardening rule, Von-mises criterion

---

\* 정희원, 영남대학교 공과대학 토목공학과 조교수

## 1. 서론

점성토 지반에 제방이나 기초 축조 시에는 과잉 간극수압이 소산되지 않고 압밀이 일어나지 않는 상황을 설계조건으로 상정하여 전응력해석을 수행한다. 전응력해석시에는 지반재료의 전단시험시 시료에서 일어나는 간극수압 및 유효응력이 현장 조건과 동등하다고 가정한다 (Holtz and Kovacs 1981). 최근에는 이러한 안정해석시에도 유한요소법을 이용하고 있다 (김주용 1998). 뿐만 아니라 전응력개념은 응력해석시에도 실용적인 관점에서 적용되고 있는 실정이다.

지반재료의 진보적인 구성모델은 실제 거동에서 나타나는 비선형성과 비등방성을 모델하기 위해서 탄소성론에 입각하여 비등방 경화규칙을 채택하고 있다 (Mroz et al. 1981, Dafalias 1981, Lee and Oh 1995). 이러한 비등방 경화규칙은 항복면의 크기뿐만 아니라 위치, 형태 등이 경화를 기술하는 내부변수로 사용되어 구성모델을 매우 복잡하게 한다. 이러한 문제로 인하여 계수 산정과 정에서 많은 실험자료를 요구하고, 계수 중 일부를 도출할 수 없는 상황에는 가정할 수밖에 없다. 또한 수학적 정식화 과정이 까다로울 뿐만 아니라 수치해법에 구현하는 과정에서 정확도나 해의 수렴성을 확보하기가 어렵다. 이로 인하여 기존의 성공적인 비등방경화 구성모델들이 유한요소해석 프로그램에 구현되어 이를 적용한 실제 문제의 해석 사례는 매우 드문 실정이다. 이에 실용적으로 적용할 수 있는 비등방경화 구성모델을 개발할 필요가 있다.

본 연구는 연약지반 개량시 시공관리 및 안정성 검토시에 필요한 비배수 해석을 유한요소해법을 통하여 수행하는 데 목적이 있다. 이러한 문제에서 주어지는 지층의 물성은 제한되고 지반재료의 비선형성과 비등방성은 매우 심하게 나타나므로 합당한 비등방경화 구성관계를 적용하는 것이 요구된다. 따라서 (1) 대상문제에 적합한 비등방경화

구성관계를 개발하여 실험적으로 검증하고 (2) 이를 유한요소해법의 정확도와 수렴성을 확보하도록 정식화하여 해석코드에 구현한 후 실제문제를 해석하였다. 본 논문은 전자의 내용에 해당되며 후자는 동반논문(오세봉 1999)에 기술할 것이다.

제안된 구성관계의 핵심은 지반재료의 초기 구속응력에 대한 의존성과 소성 체적변형을 무시하여 획득하기 용이한 지반의 물성을 이용하도록 한 것이다. 초기응력에 대한 의존성을 고려하기 위해서는 파괴규준이 구속응력의 함수로 나타나게 되는데, 이는 동일한 지층에 대하여 깊이에 따른 구성관계의 변화를 고려하기 위함이다. 본 연구에서는 von Mises 형태의 파괴규준을 채택하였고, 개발한 구성관계는 깊이에 따라 대표 강도(예를 들어 비배수 전단강도)에 따라 지층을 세분하여 해석에 적용할 수 있다. 그리고 Cam-clay 모델 (Roscoe and Burland 1968)과 같은 지반재료의 유효응력개념에 의거한 탄소성 구성관계에서는 소성 체적변형률을 모델하여 유효응력경로를 예측하는 것이 가능하다. 하지만 본 연구는 전응력 해석시에 유효한 응력-변형률 관계를 모델하는데 국한시켰다.

## 2. 일반 등방경화에 의거한 비등방 경화규칙

지반재료의 경화현상을 표현하기 위하여 제안된 경화규칙들은 크게 등방 경화규칙 (Roscoe and Burland 1968)과 비등방 경화규칙 (Mroz et al. 1981, Dafalias 1981, Lee and Oh 1995)으로 구분될 수 있다. 등방 경화규칙은 크기만이 변화하는 반면, 비등방 경화규칙은 항복면의 형태, 상대적인 위치, 또는 (등방경화를 포함한) 이들의 조합적인 변화로 경화가 유발되어 소성 유동(plastic flow)을 표현할 수 있다.

이승래와 오세봉(1995)은 일반 등방경화규칙 (*generalized isotropic hardening rule*)을

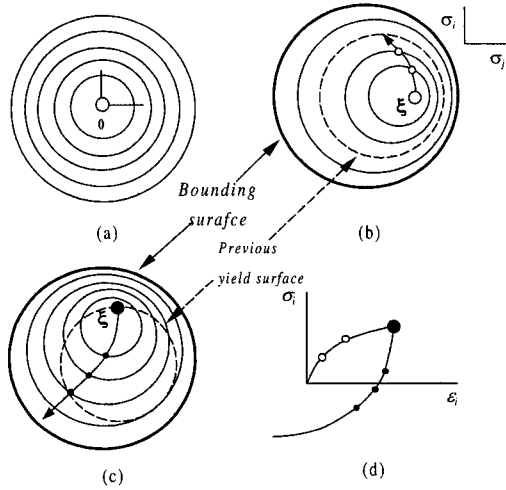


그림 1. 일반 등방경화에 의거한 비등방 경화규칙

제안하여, 상동응력  $\xi$ 를 응력원점뿐만 아니라 임의의 응력상태에서 선정하여 재료의 비등방성을 표현할 수 있도록 하였다(그림 1). 그림 1 (b)와 (c)에 나타나는 재하 및 역재하의 과정에서, 항복면은 각각의 재하과정에 상응하는 상동중심에 대하여 등방경화한다. 이 때의 응력-변형을 관계는 그림 1 (d)에 도시하였듯이 (b)와 (c)의 경로에 상응하는 관계를 유발한다. 특히 (c) 과정에 나타난 관계는 새롭게  $\xi$ 를 생성시키고, 이  $\xi$ 에 대하여 항복면들이 등방경화함으로써 역재하과정에서 유발되는 소성유동을 표현할 수 있다. 이 때 상동응력이 새로이 생성/변화하므로 비등방 경화규칙이 간편하게 구현될 수 있다.

내부변수  $\xi$ 는 연속적인 재하과정에서는 변화하지 않지만 하중방향이 급격히 변화하는 경우에만 변하는 변수로 가정한다. 따라서  $\xi$ 는 급격한 재하방향의 변화와 관련하여 불연속적인 형태로 변화하며 재료의 항복과 관련된 기억을 저장하는 세분기억 내부변수(discrete memory internal variable)로 사용할 수 있다(Dafalias and Popov 1977). 상동응력이 생성되는 조건을 나타내는 재하방향의 급격한 변화조건은 다음과 같이 수식화할 수

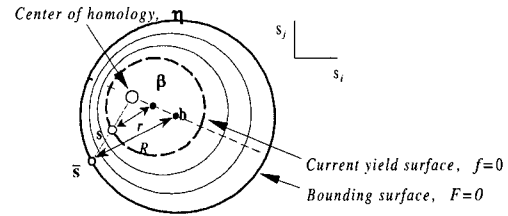


그림 2. 경계면과 항복면

있다.

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma \leq 0 \quad (1)$$

그리고 주어진 항복면에 대하여 임의의 상동응력이 결정되면, 항복면의 상동응력에 대한 상대적인 위치를 규정하는 기준이 필요하다. 따라서 그림 1에서 보여지듯이 경계면(bounding surface)을 정의해야 하며, 경계면의 크기와 위치는 일정하다고 가정한다.

### 3. 전응력 개념에 근거한 비등방경화 구성모델

응력 텐서는  $\sigma = p\mathbf{1} + s$ 로 분해되고,  $\mathbf{1} = \delta_{ij}$  (Kronecker delta)로 정의되면 경계면과 항복면(그림 2)은 응력장에 대하여 다음 식으로 나타난다.

$$F = (\bar{s} - \mathbf{b}) : (\bar{s} - \mathbf{b}) - R^2 = 0 \quad (2)$$

$$f = (\mathbf{s} - \beta) : (\mathbf{s} - \beta) - r^2 = 0 \quad (3)$$

이 때 경계면과 항복면 중심응력 텐서는  $\mathbf{a} = a_v\mathbf{1} + \mathbf{b}$ ,  $\alpha = \alpha_v\mathbf{1} + \beta$ 로 분해되고,  $r$ 은 항복면의 반경이며  $R$ 은 경계면의 반경이다. 텐서 연산  $\mathbf{a} : \mathbf{b} = a_{ij}b_{ij}$ 이다. 한편 변형률텐서 및 상동응력 텐서는 각각  $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{3}\varepsilon_v\mathbf{1} + \mathbf{e}$ ,  $\xi = \xi_v\mathbf{1} + \eta$ 분해할 수 있다.

이러한 경계면과 잠재된 항복면간의 기하학적인 특성이 상동응력과 함께 그림 2에 나타나 있다.  $\bar{\sigma}$ 가  $\sigma$ 를  $\xi$ 로부터 경계면상에 방사적으로 투

사한 응력상태라고 정의하면, 각각의 축차항  $\bar{s}$ ,  $s$  및  $\eta$  는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\frac{\bar{s} - \eta}{R} = \frac{s - \eta}{r} \quad (4)$$

또 항복면의 중심  $\beta$  와 경계면의 중심  $b$  는 다음과 같은 관계를 가지며,

$$\frac{b - \eta}{R} = \frac{\beta - \eta}{r} \quad (5)$$

현재 응력상태에서 항복면에 대한 법선방향은 사상응력의 경계면에 대한 법선방향과 일치함을 유도할 수 있다. 즉,

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial F}{\partial \bar{s}} \quad (6)$$

식 (4)와 (6)은 Dafalias (1981)의 방사사상 규칙(radial mapping rule)과 일치한다.

반면 지반재료는 축차변형에 대하여 매우 연약한 거동이 나타나므로, 역재하과정에서 GIH에 의한 항복면의 크기는 소성축차변형률에 의하여 나타날 수 있다고 가정하였다. 즉,

$$\hat{\epsilon}_d^p = \psi(r), \quad \psi(r) = a \frac{(r/R)^b}{(1-r/R)^c} \quad (7)$$

이 때의  $\hat{\epsilon}_d^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\| \int d\mathbf{e}^p \right\|$  이고 적분범위는 하나의 역재하과정내에서 규정된다. 계수  $a$ ,  $b$  및  $c$  는 경화함수에 사용되는 재료계수들이다.

변형률 증분 텐서를 탄성량과 소성량으로 구분하면(즉  $\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^e + \boldsymbol{\epsilon}^p$ ), 증분형태의 탄소성 응력-변형률 관계는 다음식과 같이 나타난다.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^e : (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^p) \quad (8)$$

이 때  $\mathbf{C}^e$  는 탄성 응력-변형률 텐서이다.

항복면과 경화함수에 대하여 일관 조건 (consistency condition)을 적용하면 다음 식이 성립한다.

$$f = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\alpha}} : \boldsymbol{\alpha} - \frac{\partial f}{\partial r} r = 0 \quad (9)$$

이 때 소성 변형률증분 텐서는 관련유동규칙에 의하여 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\boldsymbol{\epsilon}^p = \frac{1}{H} \left( \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \boldsymbol{\sigma} \right) \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (10a)$$

$$H = - \left( \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\beta}} : \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial r} \right) \frac{\partial r}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^p} : \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (10b)$$

항복면 함수 (2)에 대한 미분은 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial f}{\partial r} = -2r, \quad \frac{\partial f}{\partial s} = 2(s - \beta), \quad \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -\frac{\partial f}{\partial s} \quad (11)$$

그리고 식 (5)로부터

$$\frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial r} = \frac{\mathbf{b} - \boldsymbol{\eta}}{R} \quad (12)$$

이다. 또한 내부변수  $r$ 에 대한 항은 식 (7)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial r}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^p} = \frac{\partial r}{\partial \|\mathbf{e}^p\|} : \frac{\partial \|\mathbf{e}^p\|}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^p} \quad (13a)$$

$$\frac{\partial r}{\partial \|\mathbf{e}^p\|} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{R(1-r/R)^c}{ab(r/R)^{b-1} + c(1-r/R)^{c-1}\psi}, \quad \frac{\partial \|\mathbf{e}^p\|}{\partial \boldsymbol{\epsilon}^p} = \frac{\mathbf{e}^p}{\|\mathbf{e}^p\|} \quad (13b)$$

따라서 탄소성 응력-변형률 관계식 (8)은 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left( \mathbf{C}^e - \frac{\mathbf{C}^e : \mathbf{f}_{,\sigma} \otimes \mathbf{f}_{,\sigma} : \mathbf{C}^e}{\mathbf{f}_{,\sigma} : \mathbf{C}^e : \mathbf{f}_{,\sigma} + H} \right) : \boldsymbol{\epsilon} \quad (14)$$

여기서 텐서 연산  $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = a_{ij} b_{kl}$  이다. 이 식을 체적항과 축차항으로 구분하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$p = K^e \epsilon_v, \quad s = 2G^e e - \frac{(2G^e)^2 f_{,s} \otimes f_{,s}}{2G^e f_{,s}; f_{,s} + H} : e \quad (15)$$

여기서  $K^e, G^e$ 는 탄성 체적계수 및 전단계수이다.

## 4. 검증

### 4.1 비압밀 비배수(UU) 삼축압축시험

연약지층 개량시에는 성토관리 및 안정성 검토를 위하여 계측과 더불어 비배수 해석이 요구된다. 특히 계측 성토를 하는 경우에는 계측자료를 이용한 역해석으로 추후 성토고를 결정하게 된다. 이러한 비배수 해석시에는 제한된 초기조건과 유효응력경로를 겪게 되므로 압밀해석시 필요한 구성관계처럼 복잡한 구성관계를 사용할 필요가 줄어든다. 또한 이 단계에서는 접근할 수 있는 유의미한 재료계수가 한계가 있으므로 간편한 비등방 구성관계를 적용하는 것이 적절하다. 따라서 압밀 해석이 요구되는 상황과 구분하여 대상문제를 비배수 조건의 전응력 개념으로 다루는 것이 합리적이다.

그림 3에는 국내 해안 매립지에서 조사한 베인 시험 및 삼축시험(UU)에 의한 비배수 전단강도를 나타냈다. 그리고 비배수 전단강도의 분포에 따라 지층을 4개로 구분하였다.

경화함수 (7)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Psi \equiv \hat{\epsilon}_d^p (1 - r/R)^c = a(r/R)^b \quad (16)$$

윗 식에 따르면 소성축차변형률과 항복면 크기를 결정하면  $\Psi$ 와  $r/R$ 의 대수축에서 계수  $a, b$ 를 결정할 수 있다. 이 때 계수  $c$ 는 대수축상에 나타난 실험자료가 선형적으로 나타나도록 결정해야

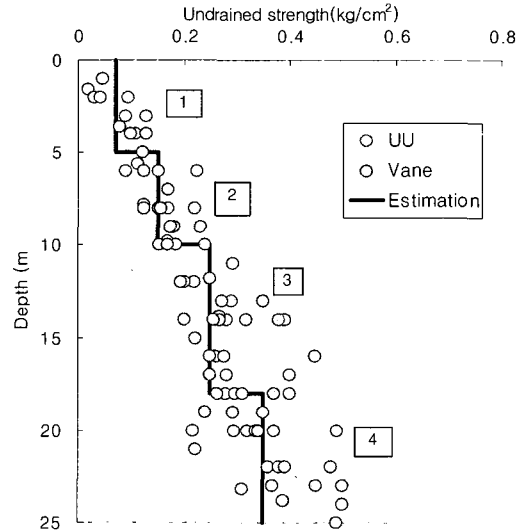


그림 3. 깊이에 따른 비배수 전단강도

하며 경험적으로 0.3내지 0.4 정도가 적당한 것으로 판단된다.

등방압밀 조건하에서 항복면 및 경계면의 중심 텐서  $\mathbf{b} = \beta = \mathbf{0}$ 이라고 가정한다. 삼축시험시  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 로 정의하고 최대값을  $q_{max}$ 라고 할 때,

$$R = \sqrt{2/3} q_{max}, \quad r/R = q/q_{max} \quad (17)$$

이다. 그리고 비배수 조건하에서 변형률은 다음과 같이 나타난다.

$$\hat{\epsilon}_d^p = \epsilon_1 - \epsilon_1^e, \quad \epsilon_1^e = q/E \quad (18)$$

여기서 Young 계수는 초기 탄성계수로부터 구하고 Poisson 비는 0.5(해석시에는 0.4999)이다.

그림 4에서는 전반적인 거동에 일관되게 나타나는 UU 시험시 응력-변형률 관계를 추출하였다. 이 때 탄성계수는 실험치의 초기계수에 적합하도록  $E = 100 q_{max}$ 로 가정하였지만, 제안된 구성모델은 하중제거시에도 소성변형률이 발생하므로 탄성계수의 오차로 인한 거동의 차이가 크게 나타나지 않는다. 그림 4 (a)에는  $c = 0.3$ 일 때  $\Psi$

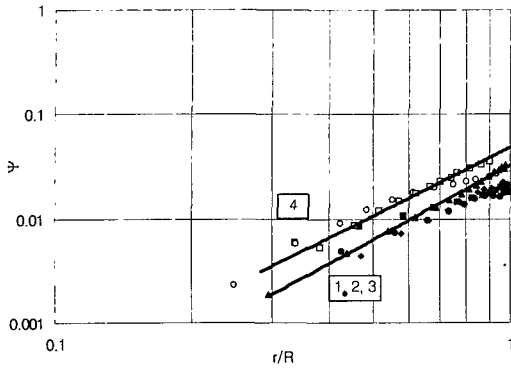


그림 4. 경화함수의 계수 도출과정(UU 시험)

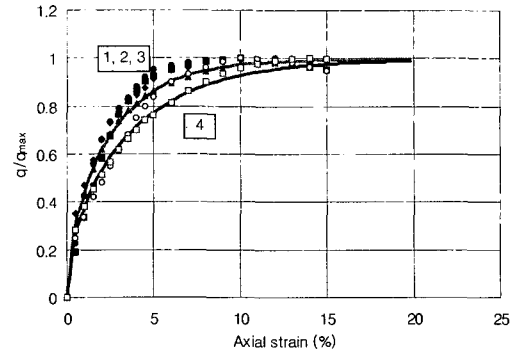


그림 5. 표준응력-변형률 관계 (UU 시험)

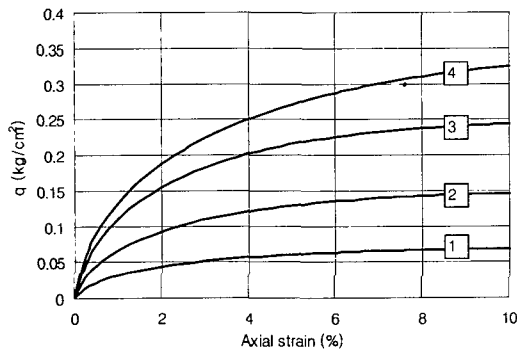


그림 6. 각 지층에 따른 응력-변형률 관계(UU 시험)

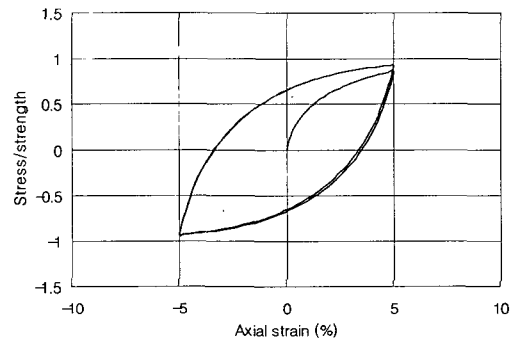


그림 7. 반복재하시 응력변형률 관계

와  $r/R$  값의 식 (16, 17, 18)을 이용하여 나타냈다. 그림에 나타난 바와 같이 지층 1, 2, 3의 경우에는  $a=0.0329$ ,  $b=2.3852$ 이고, 지층 4의 경우에는  $a=0.0486$ ,  $b=2.1866$ 이다.

이에 상응하는 일축적인 응력-변형률 관계가 그림 5에 실험치와 비교되어 있다. 그림에 나타난 바와 같이 실험치를 매우 정확하게 모델할 수 있었다. 그리고 그림 6에서 보여지듯이 응력-변형률 관계가 각 지층의 강도를 고려하여 모델된다.

그림 7에서는 지층 1, 2, 3의 구성관계에서 반복재하시 나타나는 거동을 보여주고 있다. 제안된 구성관계는 하중제거시 소성변형을 모델할 수 있을 뿐만 아니라 비선형적인 히스테리시스 순환(hysteresis loop)을 잘 표현할 수 있었다.

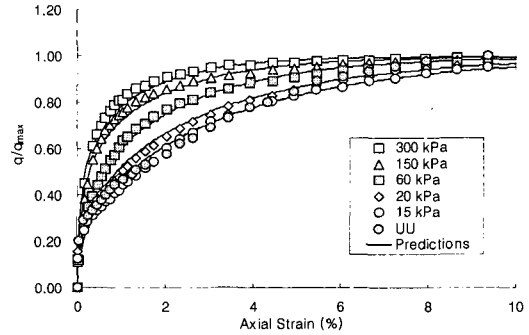
## 4.2 압밀 비배수 삼축압축시험

앞 절에서 기술한 대상지역에서 채취한 비교란 시료를 대상으로 압밀 비배수 삼축시험(CU)을 수행하였다. 과압밀비에 따른 응력-변형률 관계를 구분하기 위하여 시료는 300kPa까지 등방적으로 압밀시킨 후 시료들을 각각 과압밀비 1, 2, 5, 15, 20으로 조절한 후 비배수 조건하에서 수직 응력을 가하였다.

이러한 시험결과를 이용하여 앞 절에서 기술한 절차에 따라 그림 8에 경화계수 도출과정을 나타냈다(표 1 참조). 이 때 탄성계수는 쌍곡선 모델에서 초기계수를 구하는 방법을 이용하여 도출하였다 ( $q/a_{max}$ 는 변형률 수준이 낮은 경우의 자

표 1 삼축시험 재료계수

Confining stress/ $q_{max}$ (kPa)	OCR	$E$ (kPa)	$a$	$b$
300/165	1	87000	0.0161	4.4173
150/162	2	70000	0.0213	3.9795
60/127	5	44000	0.0277	2.8983
20/109	15	35000	0.0389	2.6923
15/81	20	33000	0.0443	2.3367
UU/45	-	19000	0.0443	2.3367



(a) 기준응력

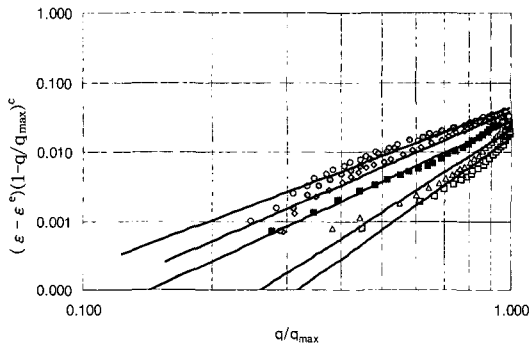
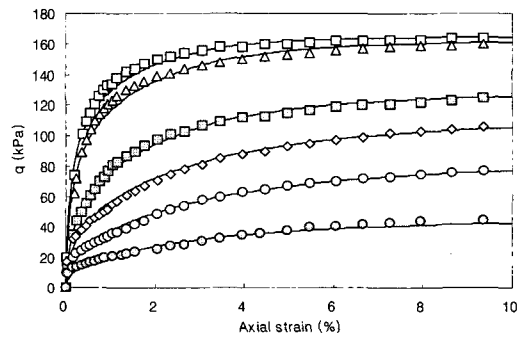


그림 8. 경화함수의 계수 도출과정(CU 시험)



(b) 실응력

그림 9. 응력-변형률 관계(CU 시험)

료를 이용한다.)

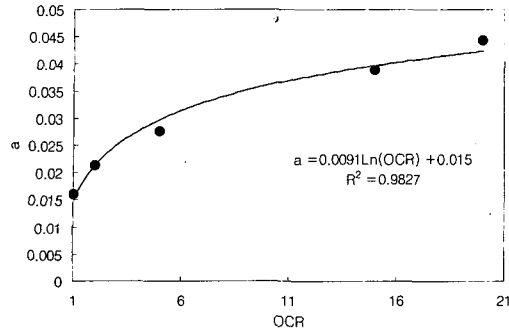
표 1에서 기술된 계수를 이용하여 응력-변형률 관계를 계산한 결과 그림 9와 같이 실험결과를 매우 정확하게 예측할 수 있었다. 그림 9(a)에서 보여지듯이 최대응력으로 규준화한 응력-변형률 관계는 과압밀비가 심할수록 유연한 관계를 나타내고 있으며, UU 시험시의 거동은 과압밀비가 매우 심한 상태(과압밀비가 15 또는 20인 경우)와 유사하게 나타났다. 이로부터 지층을 과압밀비에 따라 구분하면 제안된 응력-변형률 관계를 효과적으로 적용할 수 있음을 알 수 있다. 또한 구성관계를 적용한 수치해석시 과압밀비에 상관없이 UU 시험시의 거동을 적용하는 경우에는 유연한 응력-변형률 관계를 이용하여 보수적으로 해석하는 결과를 얻게 된다. 그림 9(b)에서는 실응력에 대한 거동을 나타내고 있으며 실험적인 응력-변형

률 관계를 매우 정확하게 모델할 수 있었다.

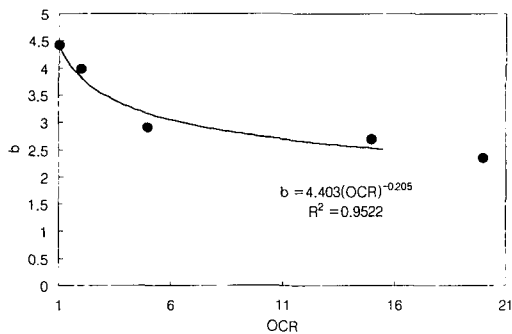
그림 10에는 표 1에 나타난 계수  $a$ 와  $b$ 를 과압밀비에 대하여 나타냈다. 그림에서 보여지듯이 과압밀비가 매우 커지면(약 15 이상) 계수들의 값이 거의 일정해지는 경향을 나타내고 있다. 한편 UU 시험시료는 초기 부간극수압에 의하여 약간의 유효 구속응력을 지니고 있어 과압밀비가 매우 심한 상태로 고려할 수 있다. 이로 인하여 UU 시험시 계수  $a$ 와  $b$ 가 심한 과압밀상태와 유사하게 나타나고 규준 응력-변형률 관계가 서로 유사하게 나타났다.

### 4.3 응력경로에 의한 비등방 거동

응력에 의한 지반재료의 비등방성은 주로 주응력축 회전에 따른 거동에서 나타난다. 이러한 거동



(a) 계수 a



(b) 계수 b

그림 10. 과압밀비에 따른 재료계수

은 중공 원통형 전단시험기(hollow cylindrical shearing apparatus)나 방향적 전단시험기(directional shear cell) 등으로 평면변형을 조건하에 연직응력과 전단응력을 가할 때 나타난다(Whittle et al. 1994). 먼저 시료는 그림 11(a)에서 보여지듯이  $K_0$  상태에서 압밀시킨 후 그림 11(b)와 같이 비배수 조건하에서 비등방적인 응

력-변형을 관계를 도출한다.

제안된 구성모델은 그림 11(c)에 나타난 바와 같이 경계면의 중심을 합당한 응력상태에서 정의하였으며 상동응력  $\xi$ 는 압밀응력으로 설정하였다. 경계면의 반경은 삼축압축시험과 삼축신장시험시 비배수전단강도의 중간값으로부터 환산하였다. 즉

$$\{\xi\} = \left\{ -\frac{1}{3} q_c \quad \frac{2}{3} q_c \quad -\frac{1}{3} q_c \quad 0 \right\}^T \quad (19a)$$

$$\{a\} = \left\{ -\frac{1}{3} q_a \quad \frac{2}{3} q_a \quad -\frac{1}{3} q_a \quad 0 \right\}^T \quad (19b)$$

$$R = \sqrt{\frac{2}{3} \{ (S_u)_{tc} + (S_u)_{te} \}} \quad (19c)$$

이며,  $q_c = \sigma_{yc} - \sigma_{xc}$ ,  $q_a = q_c + (S_u)_{tc} - (S_u)_{te}$  이고  $(S_u)_{tc}$ ,  $(S_u)_{te}$ 는 삼축압축, 신장시 최대 주응력차  $\max |(\delta\sigma_1 - \delta\sigma_3)|/2$ 에서 정의된 비배수 전단강도이다.

대상 시료는 Parry의 시험자료를 이용하였으며  $a = 0.0717$ ,  $b = 3.4962$ ,  $c = 0.3$ 이고  $E = 48420 \text{ kPa}$ , Poisson 비는 0.4999이다.  $q_c$ 는 195 kPa,  $(S_u)_{tc}$ ,  $(S_u)_{te}$ 는 각각 17.5, 197.5 kPa였다. 그림 12에는 주응력축 회전에 따라 구성모델이 예측한 거동을 나타내고 있다. 그림에서 나타난 1에서 6까지의 각각 식 (20)의 가 0, 30, 45, 60, 75, 90도인 경우를 나타내며  $\sigma_v = \sigma_{yy}$ ,  $\sigma_h = \sigma_{xx} = \sigma_{zz}$ ,  $\tau = \tau_{xy}$ 이다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau}{\delta\sigma_v - \delta\sigma_h} \quad (20)$$

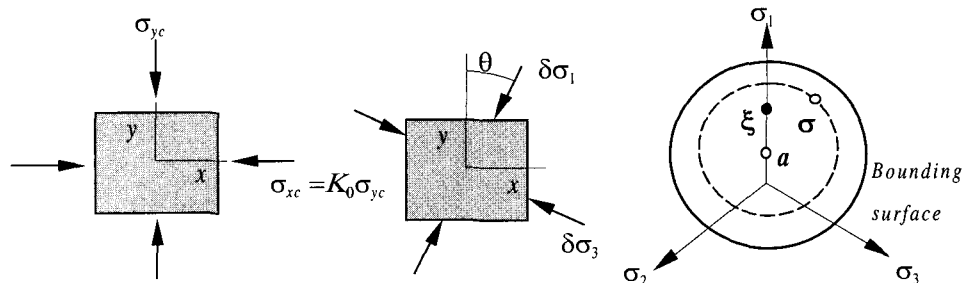
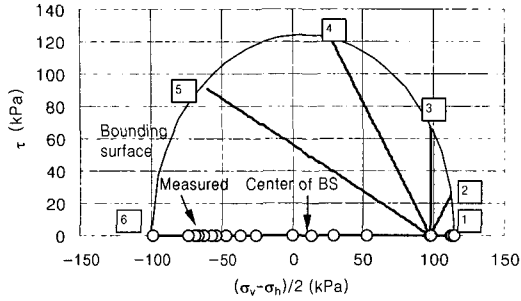
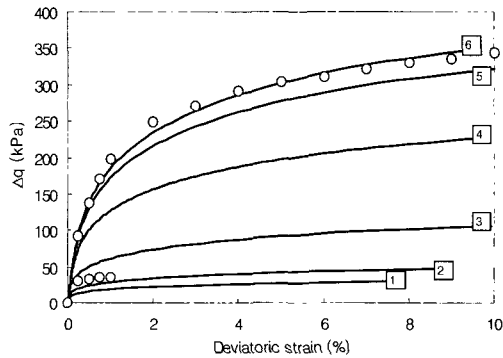


그림 11. 주응력축 회전시 응력조건





(a) 응력경로



(b) 응력-변형률 관계

그림 12. 주응력축 회전에 따른 비배수 거동

그리고 그림 12(a)에 나타난 경계면은 다음과 같이 유도된다.

$$\left(\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} - \frac{q_a}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \tau^2 = \frac{3}{8} R^2 \quad (21)$$

그림 12 (b)에서 정의된

$$\Delta q = \left( (\delta\sigma_{xx} - \delta\sigma_{yy})^2 + (\delta\sigma_{yy} - \delta\sigma_{zz})^2 + (\delta\sigma_{zz} - \delta\sigma_{xx})^2 + 6\tau^2 \right)^{1/2} / \sqrt{2} \quad (22)$$

이고, 대상자료가 삼축압축(경우 1) 및 신장시험(경우 6) 결과뿐이어서 다른 경우에는 비교할 수가 없었다.

그림 12(a)에서 보여 지듯이 경계면의 중심이 실험치로부터 정의되어 삼축시험시의 압축과 신

장에 대한 비배수 전단강도를 적합하게 표현할 수 있었다. 그리고 주응력축 회전에 따른 응력경로가 종료되는 경계면에서 상응하는 비배수 전단강도를 모델할 수 있었다. Davis and Christian (1971)에 의하면 주응력축 회전에 따른 비배수 전단강도가 다음 식과 같은 타원 상에서 정의될 수 있었다.

$$\left(\frac{\sigma_v - \sigma_h}{2} - \frac{q_a}{2}\right)^2 + a\tau^2 = \frac{3}{8} R^2 \quad (23)$$

여기서 계수  $a$ 는 그림 12(a)의 축에 대하여  $y$  축반경에 대한  $x$  축 반경의 비이다. 본 연구의 경계면 식 (21)은  $a$ 가  $\sqrt{3}/2$ 인 타원으로서 실용적인 관점에서 주응력축 회전에 따른 비배수 전단강도의 변화를 모델할 수 있는 것으로 여겨진다.

그림 12(b)에서는 삼축신장시험 응력-변형률 관계를 매우 정확하게 모델할 수 있었다. 삼축압축 시험 관계는 실제보다 변형을 과다하게 평가하였다. 그리고 주응력축 회전에 따라 일어나는 응력-변형률 관계 및 강도를 상이하게 모델하였는데, 추후 실험치와 비교 연구가 요구된다.

## 5. 결론

본 연구는 연약지반의 비배수 해석시 필요한 비등방경화 구성관계를 개발하여 수학적인 정식화를 하고 실내실험결과와 비교 검증하였다. 그 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 1) 제안된 구성관계는 전응력 해석에 적합한 비등방경화 탄소성 구성모델로서, 필요한 재료계수의 도출방법이 간편하다. 본 논문에서 보여 지듯이 UU시험이나 CU 시험을 통하여 용이하게 계수를 도출할 수 있고  $K_0$  압밀조건외의 시험에도 적용이 가능하다. 그러나 해석에 적용할 경우에는 대표 강도에 따라 지층을 세분하여 모델해야 한다.

- 2) 연약지반의 안정성 해석시에 용이하게 접할 수 있는 UU 시험결과로부터 제안된 구성관계를 도출할 수 있었다. 국내해안지역을 대상으로 지층을 UU시험이나 베인시험으로 구한 비배수 전단강도에 따라 세분하여 각 층에 대한 모델 계수를 도출하였다. 이를 이용하여 계산된 응력 변형을 관계가 실험치를 정확하게 모델할 수 있었다.
- 3) 대상지역의 비교란 시료에 대하여 CU 삼축시험을 수행하여 과압밀비에 따른 응력-변형률 관계를 모델하였다. 제안된 구성관계는 과압밀상태의 응력-변형률 관계를 정확하게 모델할 수 있으므로, 지층의 과압밀상태에 따라 적합하게 적용할 수 있다. UU 시험결과는 과압밀비가 심한 경우의 거동과 유사한 것으로 나타났다. 이를 이용하여 구성관계를 모델할 경우에는 CU 시험시 거동에 비하여 변형률이 다소 과대평가하는 것이 확인되었다.
- 4) 주응력 축회전에 따른 비등방적 응력-변형률 관계는 경계면의 중심을  $K_0$  압밀조건에 합당하게 맞춘 후 비등방 경화규칙을 적용하여 모델하였다. 그 결과 주응력축 회전에 따라 나타나는 비배수 전단강도와 응력-변형률 관계를 예측하였다. 추후 실험자료를 획득하여 비교를 통한 지속적인 연구가 필요하다.

그리고 동반논문에서는 이러한 구성관계를 유한요소해법의 정확도와 수렴성을 확보하도록 정식화하여 해석코드에 구현한 후 실제 문제를 해석한다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 99 핵심전문연구(과제번호 981-1203-009-2)에 의하여 연구비 지원을 받아 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다. 또한 본 논문과 관련하여 많은 조언과 도움을 주신 도화지질 백세환 박사님께 진심으로 감사드립니다.

합니다.

### 참고 문헌

1. 김주용 (1998), 유한요소해석을 이용한 사면안정 해석, 박사학위논문, 한국과학기술원
2. 이승래, 오세봉 (1995), "일반 등방경화규칙에 의거한 점토의 비등방 탄소성 구성모델," 한국지반공학회지, 10권, 3호, p. 17-32
3. 오세봉, 이승래 (1996), "일반 등방경화 구성관계에 대한 내재적인 응력적분: I. 정식화," 한국지반공학회지, 12권, 4호, p. 145-156
4. 오세봉 (1999), "비등방경화 구성모델을 적용한 연약지반의 비배수 거동 해석: II. 수치해석," 한국지반공학회지, 인쇄중
5. Dafalias, Y. F. "The Concept and Application of Bounding Surface in Plasticity Theory," Physical Non-Linearities in Structural Analysis, IUTAM Symposium, Senlis, France, 1980, J. Hult and J. Lemaitre, Eds., Springer Verlag, Berlin, Germany, 1981, 56-63
6. Dafalias, Y. F. and Popov, E. P. (1977). Cyclic Loading for Materials with a Vanishing Elastic Region, Nuclear Engineering and Design, 41, 293-302
7. Davis, E. H. and Christian, J. T. (1971). "Bearing Capacity of Anisotropic Cohesive Soil," J. Soil Mechanics and Foundation Engineering Div., ASCE, 97, 753-769
8. Holtz, R. D. and Kovacs, W. D. (1981). An Introduction to Geotechnical Engineering, Prentice Hall
9. Lee, S. R. and Oh, S. (1995). "An Anisotropic Hardening Constitutive Model Based on Generalized Isotropic Hardening Rule for Modeling Clay Behavior, Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 19, 683-703
10. Mroz, Z., Norris, V. A., and Zienkiewicz, O. C. (1981). "An Anisotropic, Critical State Model for Soils Subject to Cyclic Loading," Geotechnique, 31, 451-469
11. Roscoe, K. H. and Burland, J. B. (1968). "On the Generalized Stress-strain Behavior of 'Wet' Clay," in Engineering plasticity, J. Heyman and Leckie(Eds.) Cambridge Univ. Press, Cambridge, 535-609
12. Whittle, A. J., DeGroot, D. J., Ladd, C. and Seah, T.-H. (1994). "Model Prediction of Anisotropic Behavior of Boston Blue Clay," J. Geotechnical Engineering Div., ASCE, 120, 199-224

(접수일자 1999. 7. 14)