韓國 OA學會 論文誌
第4卷 第4號, 1999.12.

99-4-4-1-1

기호다치논리를 이용한 Fuzzy Rule Minimization에 관한 연구

김 명 순*

A Study on the Minimization of Fuzzy Rule Using Symbolic Multi-Valued Logic

Kim Myeong Soon*

요 약

인간의 사고 방법과 그 원리를 연구하는 논리에서 이진 논리는 True 혹은 False 중 하나만을 진리값으로 갖는 명제를 다룬다. 인간이 다루는 대부분이 기존의 이치논리는 다루기 힘든 애매성(Fuzziness)을 포함하고 있음에도 불구하고 이를 표현하는 지식은 부정확하며 신뢰성은 떨어지게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 논문에서는 다치 논리를 사용하였으며, 다치 논리는 2치 논리에 비하여 동일 정보량을 처리하는데 고속 처리가 가능한 장점을 가지고 있다. 그래서 2치 부호화를 기본으로한 정보시스템에 비해 다치 부호화 알고리즘을 사용하여 구성하는 기호다치논리를 사용하여 Fuzzy Inference에서 사용되는 Fuzzy Rule을 효과적으로 Minimization하여 추론이 가능하도록 하는 것이다.

Abstract

In the logic where we study the principle and method of human, the binary logic with the proposition which has one-valued property that it can be assigned the truth value 'truth' or 'false'. Although most of the traditional binary logic which was drawn by human includes fuzziness hard to deal with, the knowledge for expressing it is not precise and has less degree of credit. This study uses multi-valued logic in order to slove the problem above that. When compared with the data processing ability of the binary logic, Multi-valued logic has an at a high speed. Therefore the Inference can be possible by minimization multi-valued logic in stead of using the information stead of using the information system based on the symbolic binary logic.

* 동주대학 무역사무자동화과 조교수
** 본 연구는 동주대학 학술연구조성비에 의해 연구되었음.
논문접수:1999.6.7 심사완료:1999.10.30

1. 서 론

다치 논리는 2치 논리에 비하여 동일 정보량을 처리하는데 있어서 고속 처리가 가능하고, 정보의 기억

밀도가 크며 논리회로 실현시 입.출력 단자수가 감소하는 등의 장점이 있다. 즉, 3치의 계산기는 10진법을 나타내는데 있어서 2진법인 경우보다 작은 수의 비트로도 충분하므로 그 연산속도는 빨라진다[8].

퍼지 값에서는 0과 1사이에 존재할 수 있는 x의 값 $(0 \le x \le 1)$을 class $1-n$으로 나누고 $0 < a_{n-1} < \cdots < a_2 < a_1 < 1$ 인 관계를 갖는 값들로서 다치를 정의하였다. 퍼지 규칙에 의해서 다치로 나누어진 퍼지 값들을 표현할 수 있다[5].

다치논리는 정수다치와 기호다치로 나눌 수 있는데, 기호다치는 다치 값들이 기호(symbolic)로 나타낸 것을 말한다[7].

본 논문에서는 기호 다치 논리를 이용하여 Fuzzy Rule을 Minimization하는 방법을 제안하였다.

2. Fuzzy의 정의

인간의 사고 방법과 원리를 연구하는 논리에서 2치 논리는 True 혹은 False 중 하나만의 진리값을 갖는 Proposition을 다룬다.

Fuzzy 논리는 전문가의 지식 표현에 애매함을 내포하고 있는 Proposition을 처리하기 위해 L.A.Zadeh에 의해 제안된 Fuzzy 집합론에서 경계가 애매한 개념을 정량적으로 처리할 수 있다[6]. 일반적으로 IF ~ THEN 형식으로 Fuzzy Rule을 표현하므로 모델의 구조를 이해하기 쉽고, 비선형적인 입.출력 관계도 쉽게 표현할 수 있는 특징이 있다. 즉, Fuzzy System은 Knowledge Base에서 애매한 지식들을 표현하고, Inference Engine에서 애매한 지식이 입력될 때, 반드시 정확한 매칭이 이루어지지 않더라도 원하는 조건을 어느 정도 만족한다면 그 만족도를 감안하여 결론이 유도되도록 한다. 지식은 "규칙(Rule)"과 "사실(Fact)"로 표현되며, 이때의 Rule은 다음과 같은 형태를 갖는다.

IF 조건(condition) THEN 결론(Conclusion)

"If tomato is red THEN it is ripe", "This tomato is rather red", "Thus the tomato is rather ripe" 이는 잘 알려진 L.A.Zadeh에 의한 근사추론의 예이다. 이 추론에서 사람은 "red", "green", "yellow"라는 tomato의 상태를 알고 있고, "not red"는 "green"과 등가이고 조건 Fuzzy 집합의 정의 구역은 "green"에서 "red"까지 묵시적으로 암시하고 있다. 그리고 "green"에서 "red"로 점차 붉어짐에 따라 익은 정도로 대응되어 증가한다는 지식을 알고 사용한다. 이런 사실은 실제의 추론에서 여러개의 Rule에 대한 지식에 기반을 두고 있다. A, B을 Fuzzy Label이라고 하면 단지 하나의 Rule A →B 만을 사용하여 추론을 하는 경우도 다른 지식 "not A → not B"라든가 "rather A → rather B"등의 지식을 갖고 있는 것이 묵시적으로 가정되어 있다. 이러한 가정이 인정되면 사람이 근사 추론을 하는 경우의 모든 지식 또는 그 일부가 기술된 집합으로서 고려할 수 있다. 즉, Rule은 집합과 Rule Table로서 나타낼 수 있다[5].

3. 다치 논리 함수

3.1 다치 논리 함수의 정의

다치 정보처리는 2치 디지털 시스템 즉, 2치 부호화를 기본으로 한 정보 시스템에 대해 다치 부호화 알고리즘을 사용하여 디지털 시스템을 구성하고 있는 방식이다. 이러한 다치 논리를 최초에 시사한 것은 서양논리학의 창시자 Aristoteles의 명제론이었다. 그러나 다치 논리가 본격적으로 근대 논리학으로 성립한 것은, 1920년 Lukasiewicz의 논문에서 시작되었다. 그는 3치 논리로서 {0, 1/2, 1}

의 진리치 집합에서 1을 참값(true), 0을 거짓(false) 그리고 1/2은 참값도 거짓값도 아닌 제3의 진리치로 하였다[3]. 여기에서 발전한 다치 논리는 수리 논리학, 스위칭 대수학, 하드웨어 구성, 컴퓨터 구조, 소프트웨어 공학, 지능 정보처리, 패턴인식, 화상 처리, 신경망 등 다양한 분야에서 이용될 수 있다.

3.2 다치 논리함수의 구성과 기본 정의

다치 논리함수의 구성적 개념 및 함수의 최소화 방법을 기술하기로 한다. R치 논리계에 있어서 논리치를 취하는 집합에 대하여

$$L = \{0,\ 1,\ \cdots,\ R-1\}$$

입력 변수의 수를 n으로 하면, n입력 1출력의 $f(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n)$가 $P = R - 1$ 일때, 함수는 (식 1)과 같이 나타낸다[2].

$$f\ ;\ L^n \rightarrow L \quad \text{—— (식 1)}$$

(식 1)을 n변수 R치 다치 논리함수라 한다.
이를 진리표로 표시하면 [표 1]과 같다.

〈표 1〉 진리표

	x_1	x_2	…	x_n	f
	0	0	…	0	k_1
	0	0	…	1	k_2
$(p+1)^n$개	0	0	…	2	k_3
	…	…	…	…	…
	p	p	…	p	$k_{(p+1)}$

$(L)^n$에서 하나의 교차점 $X(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_n)$가 L의 k_a값에 사상되었다고 할 때, $f_k\alpha$는

$$f_{k_a} = k_a(\ \overset{\alpha_1\alpha_1}{X_1} \cdot \overset{\alpha_2\alpha_2}{X_2} \cdots \overset{\alpha_n\alpha_n}{X_n}\ )$$

$$= k_a \cdot \prod_{i=1}^{n} \overset{\alpha_i\alpha_i}{X_i}$$

단, $1 \leq K_a \leq p$로 표현할 수 있다.

몇 개의 정점이 임의의 값에 사상된 무한 다치 논리함수는

$$f = \sum f_1 + \sum f_2 + \cdots \sum f_p = \sum \sum_{i=1}^{p} f_i\text{와}$$

같이 다항 함수로 표시되고 다치 논리함수에 사용되는 기본 정리는 다음과 같다[1].

$$A = A + AB$$
$$A = PA \qquad (P = R \ominus 1)$$
$$A \cdot (B + C) = AB + AC$$
$$(A + B)' = A' \cdot B'$$
$$(A \cdot B)' = A' + B'$$

3.3 기호다치 논리대수

기호다치 논리 대수의 성질은 다음과 같다[7].

(1) $\overset{ab}{X} \cdot \overset{aa}{X} = \overset{aa}{X} \quad \text{if} \quad \overset{ab}{X} \geq \overset{aa}{X}$

$\overset{ab}{X} + \overset{aa}{X} = \overset{ab}{X} \quad \text{if} \quad \overset{ab}{X} \geq \overset{aa}{X}$

(2) $\overset{ab}{X} \cdot \overset{aa}{X} = \overset{ab}{X}$

$\overset{ab}{X} + \overset{aa}{X} = \overset{ab}{X}$

(3) $\overset{ab}{X} \cdot \overset{aa}{X} = \overset{aa}{X} \cdot \overset{ab}{X} = \overset{aa}{X}$

$\overset{ab}{X} + \overset{aa}{X} = \overset{aa}{X} + \overset{ab}{X} = \overset{ab}{X}$

(4) $\overset{ab}{X} \cdot (\overset{aa}{X} \cdot \overset{ac}{X}) = (\overset{ab}{X} \cdot \overset{aa}{X}) \cdot \overset{ac}{X}$

$\overset{ab}{X} + (\overset{aa}{X} + \overset{ac}{X}) = (\overset{ab}{X} + \overset{aa}{X})$

$+ \overset{ac}{X}$

(5) $\overset{ab}{X} \cdot (\overset{ab}{X} + \overset{bc}{X}) = \overset{ab}{X}$

$\overset{ab}{X} + (\overset{ab}{X} \cdot \overset{bc}{X}) = \overset{ab}{X}$

(6) De Morgan의 정의

$(\overset{ab}{X} + \overset{bc}{X})' = (\overset{ab}{X})' \cdot (\overset{bc}{X})'$

$(\overset{ab}{X} \cdot \overset{bc}{X})' = (\overset{ab}{X})' + (\overset{bc}{X})'$

$$(7)\ (\overset{ab}{X})' + \overset{ab}{X} = 1$$

$$(\overset{ab}{X})' \cdot \overset{ab}{X} = \Phi$$

3.4 기호다치 논리함수

기호다치 논리함수는 기호의 집합 S로서 다음과 같이 정의한다[8].

$$S_0 = S_1 = \cdots = S_{n-1} = L = \{a, b, \cdots, m\}$$

$$S_0 = S_{n-1} \times S_{n-2} \times \cdots \times S_0 = \wedge S_i (i = n-1, 0)$$

즉, X_i가 집합 S의 원소인 한 기호의 값을 가질 때, $f(X_1, x_2, \cdots, x_n, \cup, \cap)$이 치역 L의 한 값으로 지정되는 경우를 말한다. 기호다치 논리함수 $f(X_1, \cdots, X_i, \cdots, X_n)$에서 기호다치 변수 X_i의 값을 a에서 b로 변화시켰을 때, 함수 f의 값의 변화를 기호다치 논리함수로의 변화라 하고, $f' X_i(a,\ b)$ 또는 $f' X_i(b) \mid_{X_i = a}$로 표시한다.

$$f' X_i(a,\ b) = f(X_i(a)) \oplus f(X_i(b))$$

$$= f(X_1, \cdots, a \cdots, X_n) \oplus f(X_1, \cdots, b, \cdots, X_n)$$

[표 2]는 기호다치를 나타낸 진리표이다.

[표 2]의 진리표를 기호다치 논리함수에 의한 기호다치 논리식으로 구성하고 기호다치 변수 값의 변화에 따라 기호다치 논리함수의 변화를 유도하여 그 결과를 해석한다[7].

〈표 2〉 진리표

x_2 \ x_1	a	b	c
a	c	b	a
b	b	c	c
c	a	b	a

3.4.1 기호다치 논리식

[표 2]의 진리표를 만족하는 기호다치 논리함수를 식으로 표현하면 (식 2)와 같다[8].

$$f = a(\overset{aa}{X_1} \cdot \overset{bc}{X_2} + \overset{\overline{bb}}{X_1} \cdot \overset{bc}{X_2}) + b(\overset{cc}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2})$$

$$+ c(\overset{ab}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} + \overset{bb}{X_1} + \overset{bc}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_1}) \quad \text{—(식 2)}$$

3.4.2 기호 다치논리의 Maclaurin 전개

다치 논리을 임의의 한 변수 X_i에 대하여 Maclaurin 전개는 (식 3)과 같다[7].

$$f = f(X) \mid xi = a\ \overset{\phi\phi}{X_i} \oplus f\ X_i$$

$$(a) \mid xi = a\ \overset{aa}{X_i} \oplus f X_i(b) \mid xi = a\ \overset{bb}{X_i}$$

$$\oplus \cdot \cdot \oplus f\ x_i(m) \mid xi = a\ \overset{mm}{X_i}$$

$$= f(X)\mid_{X_i = a} \oplus \sum_{k=a}^{m} f' X_i(k)\mid_{X_i = a} \overset{kk}{X_i}$$

— (식 3)

[표 2]의 진리표을 기호 다치 논리식으로 표현하면 (식 4)와 같다.

$$f = a(\overset{cc}{X_1} \cdot \overset{ac}{X_2} + \overset{ac}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}) +$$

$$b(\overset{aa}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} + \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{ac}{X_2})$$

$$+ c(\overset{aa}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} + \overset{bc}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2}) \quad \text{— (식 4)}$$

(식 4)을 이용하여 기호 다치 Maclaurin 전개을 하면 다음과 같다.

$$f \mid_{X_1 = a} = a(0) + b(0) + c(I + 0) = c$$

$$f' X_1(a, a)\mid_{X_1 = a} = f(a) \oplus f(a) = c \oplus c = \phi$$

$$f' X_1(a, b)\mid_{X_1 = a} = (c \oplus b)\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2}$$

$$f' X_1(a, c)\mid_{X_1 = a} = (c \oplus a)\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$f' X_1(b, a)\mid_{X_1 = a} = (c \oplus b)\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2}$$

$$f' X_1(b, b)\mid_{X_1 = a} = (c \oplus c)\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} = \phi$$

$$f' X_1(b, c)\mid_{X_1 = a} = (c \oplus b)\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$f'X_1(c,a)|_{X_1\ a} = (c \oplus a)\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2}$$

$$f'X_1(c,b)|_{X_1\ a} = (c \oplus c)\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} = \phi$$

$$f'X_1(c,c)|_{X_1\ a} = (c \oplus a)\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

앞의 식들을 모두 종합하면 (식 5)와 같이 표현할 수 있다.

$$f = c \oplus (c\oplus b)\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} \oplus (c\oplus a)\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$\oplus (c\oplus b)\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} \oplus (c\oplus b)\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$\oplus (c\oplus a)\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} \oplus (c\oplus a)\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$= c(\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} \oplus \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} \oplus \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2} \oplus \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2}$$

이

$$\oplus \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} \oplus \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2} \oplus \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} \oplus \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2}$$

$$\oplus \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2} \oplus (c\oplus b)\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} \oplus (c\oplus a)\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$\oplus (c\oplus b)\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} \oplus (c\oplus b)\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$\oplus (c\oplus a)\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} \oplus (c\oplus a)\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$= c\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2} \oplus \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} \oplus a\ \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2} \oplus b\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2}$$

$$\oplus c\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} \oplus a\ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2} \oplus a\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{aa}{X_2}$$

$$\oplus c(\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{bb}{X_2} \oplus a\ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2} \quad \text{—(식 5)}$$

4. 다치논리를 이용한 Fuzzy Rule Minimization

다치논리의 성질을 이용하여 Fuzzy Rule Minimization 하는 방법은 다음과 같다.

25개의 Fuzzy Rule은 〔표 3〕에 나타나 있다.

〈표 3〉 Fuzzy Rule

X_2 \ X_1	a	b	c	d	e
a	e	d	c	b	d
b	e	d	c	b	d
c	e	d	c	b	a
d	d	c	b	a	a
e	d	c	b	a	a

〔표 3〕에서 a는 VS(very Small), b는 SM(SMall), c는 ME(MEdium), d는 LA(LArge), e는 VL(Very Large)로 정의한다.

〔표 3〕을 Fuzzy Rule로 표현하면 다음과 같이 25개의 Fuzzy Rule로 정의한다[5].

Rule 1 : IF X_1 is a and X_2 is a
THEN X_3 is e
Rule 2 : IF X_1 is a and X_2 is b
THEN X_3 is e
Rule 3 : IF X_1 is a and X_2 is c
THEN X_3 is e
Rule 4 : IF X_1 is a and X_2 is e
THEN X_3 is d
Rule 5 : IF X_1 is a and X_2 is a
THEN X_3 is d
Rule 6 : IF X_1 is b and X_2 is a
THEN X_3 is d
Rule 7 : IF X_1 is b and X_2 is b
THEN X_3 is d
Rule 8 : IF X_1 is b and X_2 is c
THEN X_3 is d
Rule 9 : IF X_1 is b and X_2 is d
THEN X_3 is c
Rule 10 : IF X_1 is b and X_2 is e
THEN X_3 is c
Rule 11 : IF X_1 is c and X_2 is a
THEN X_3 is c
Rule 12 : IF X_1 is c and X_2 is b
THEN X_3 is c
Rule 13 : IF X_1 is c and X_2 is c
THEN X_3 is c
Rule 14 : IF X_1 is c and X_2 is d
THEN X_3 is b

Rule 15 : IF X_1 is c and X_2 is e
THEN X_3 is b
Rule 16 : IF X_1 is d and X_2 is a
THEN X_3 is b
Rule 17 : IF X_1 is d and X_2 is b
THEN X_3 is b
Rule 18 : IF X_1 is d and X_2 is c
THEN X_3 is b
Rule 19 : IF X_1 is d and X_2 is d
THEN X_3 is a
Rule 20 : IF X_1 is d and X_2 is e
THEN X_3 is a
Rule 21 : IF X_1 is e and X_2 is a
THEN X_3 is d
Rule 22: IF X_1 is e and X_2 is b
THEN X_3 is d
Rule 23 : IF X_1 is e and X_2 is c
THEN X_3 is a
Rule 24 : IF X_1 is e and X_2 is d
THEN X_3 is a
Rule 25 : IF X_1 is e and X_2 is e
THEN X_3 is a

〔표 3〕을 기호 다치 논리식으로 표현하면 (식 6)과 같다.

$$
\begin{aligned}
f =\ & a(X_1^{de} \cdot X_2^{de} + X_1^{ee} \cdot X_2^{de}) \\
& + b(X_1^{dd} \cdot X_2^{ac} + X_1^{cc} \cdot X_2^{de}) \\
& + c\, X_1^{cc} \cdot X_2^{ac} + X_1^{bb} \cdot X_2^{de}) \\
& + d(X_1^{aa} \cdot X_2^{de} + X_1^{bb} \cdot X_2^{ac} + X_1^{ee} \cdot X_2^{ab}) \\
& + e(X_1^{aa} \cdot X_2^{ac}) \qquad \text{—— (식 6)}
\end{aligned}
$$

(식 6)을 기호 다치 논리 MacLaurin전개을 하면 결과는 (식 7)과 같다[8].

$$
\begin{aligned}
f =\ & e\, X_1^{aa} \cdot X_2^{aa} + d\, X_1^{bb} \cdot X_2^{aa} + c\, X_1^{cc} \cdot X_2^{aa} \\
& + b\, X_1^{dd} \cdot X_2^{aa} + d\, X_1^{ee} \cdot X_2^{aa} + e\, X_1^{aa} \cdot X_2^{bb} \\
& + d\, X_1^{bb} \cdot X_2^{bb} + c\, X_1^{cc} \cdot X_2^{cc} + b\, X_1^{dd} \cdot X_2^{bb} \\
& + d\, X_1^{ee} \cdot X_2^{bb} + e\, X_1^{aa} \cdot X_2^{cc} + d\, X_1^{bb} \cdot X_2^{cc} \\
& + c\, X_1^{cc} \cdot X_2^{cc} + b\, X_1^{dd} \cdot X_2^{cc} + a\, X_1^{ee} \cdot X_2^{cc} \\
& + d\, X_1^{aa} \cdot X_2^{dd} + c\, X_1^{bb} \cdot X_2^{dd} + b\, X_1^{cc} \cdot X_2^{dd} \\
& + a\, X_1^{dd} \cdot X_2^{dd} + a\, X_1^{ee} \cdot X_2^{dd} + d\, X_1^{aa} \cdot X_2^{ee} \\
& + c\, X_1^{bb} \cdot X_2^{ee} + b\, X_1^{cc} \cdot X_2^{ee} + a\, X_1^{dd} \cdot X_2^{ee} \\
& + a\, X_1^{ee} \cdot X_2^{ee} \qquad \text{— (식 7)}
\end{aligned}
$$

$\theta = VS + SM$일 때,

$\theta_1 = X_1^{aa} + X_1^{bb}$, $\theta_2 = X_2^{aa} + X_2^{bb}$

$\delta = LA + VL$일 때,

$\delta_1 = X_1^{dd} + X_1^{ee}$, $\delta_2 = X_2^{dd} + X_2^{ee}$

로 정의 할 수 있다.

이렇게 정의된 θ와 δ을 사용하여 (식 7)에 대입하여 Minimization을 전개한다.

$$
\begin{aligned}
f =\ & e\{ X_1^{aa} (X_2^{aa} + X_2^{bb}) + X_1^{aa} \cdot X_2^{cc} \} \\
& + d\{ X_1^{aa} (X_2^{dd} + X_2^{ee}) + X_1^{bb} (X_2^{dd} + X_2^{ee}) \\
& + X_1^{bb} \cdot X_2^{cc} + X_1^{ee} (X_2^{aa} + X_2^{bb}) \} \\
& + c\{ X_1^{bb} (X_2^{dd} + X_2^{ee}) + X_1^{cc} (X_2^{aa} + X_2^{bb}) \\
& + X_1^{cc} \cdot X_2^{cc} \} + b\{ X_1^{cc} (X_2^{dd} + X_2^{ee})
\end{aligned}
$$

$$+ \overset{dd}{X_1}(\overset{aa}{X_2} + \overset{bb}{X_2}) + \overset{dd}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}\Big\}$$

$$+ a\Big\{\overset{dd}{X_1}(\overset{dd}{X_2} + \overset{ee}{X_2}) + \overset{ee}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}$$

$$+ \overset{ee}{X_1}(\overset{dd}{X_2} + \overset{ee}{X_2})\Big\}$$

여기에 θ와 δ을 대입시켜보자.

$$f = e\Big\{\overset{aa}{X_1}\theta_2 + \overset{aa}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}\Big\} + d\Big\{\overset{aa}{X_1}\delta_2 +$$

$$\overset{aa}{X_1}\theta_2$$

$$+ \overset{bb}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2} + \overset{ee}{X_1}\theta_2\Big\} + c\Big\{\overset{bb}{X_1}\delta_2 + \overset{cc}{X_1}\theta_2$$

$$+ \overset{cc}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}\Big\} + b\Big\{\overset{cc}{X_1}\delta_2 + \overset{dd}{X_1}\theta_2$$

$$+ \overset{dd}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}\Big\} + a\{\delta_2\delta_1 + \overset{ee}{X_1} \cdot \overset{cc}{X_2}\Big\}$$

SMALL=a+b, LARGE=d+e와 같이 정의할 수 있으므로, Minimization된 Fuzzy Rule은 다음과 같다.

Rule 1 : IF X_1 is a and X_2 is SMALL THEN X_3 is e

Rule 2 : IF X_1 is a and X_2 is c THEN X_3 is e

Rule 3 : IF X_1 is a and X_2 is LARGE THEN X_3 is d

Rule 4 : IF X_1 is b and X_2 is SMALL THEN X_3 is d

Rule 5 : IF X_1 is b and X_2 is c THEN X_3 is d

Rule 6 : IF X_1 is b and X_2 is LARGE THEN X_3 is c

Rule 7 : IF X_1 is c and X_2 is SMALL THEN X_3 is c

Rule 8 : IF X_1 is c and X_2 is c THEN X_3 is c

Rule 9 : IF X_1 is c and X_2 is LARGE THEN X_3 is b

Rule 10 : IF X_1 is d and X_2 is SMALL THEN X_3 is b

Rule 11 : IF X_1 is d and X_2 is c THEN X_3 is b

Rule 12 : IF X_1 is d and X_2 is LARGE THEN X_3 is a

Rule 13 : IF X_1 is e and X_2 is SMALL THEN X_3 is a

Rule 14 : IF X_1 is e and X_2 is c THEN X_3 is a

Rule 15 : IF X_1 is e and X_2 is LARGE THEN X_3 is a

Rule 12와 Rule 15는 다시 Minimization 되어서, 최종적인 Fuzzy Rule은 다음과 같이 14개의 Fuzzy Rule로 Minimization되었다.

Rule 1 : IF X_1 is a and X_2 is SMALL THEN e

Rule 2 : IF X_1 is a and X_2 is c THEN e

Rule 3 : IF X_1 is a and X_2 is LARGE THEN d

Rule 4 : IF X_1 is b and X_2 is SMALL THEN d

Rule 5 : IF X_1 is b and X_2 is c THEN d

Rule 6 : IF X_1 is b and X_2 is LARGE THEN c

Rule 7 : IF X_1 is c and X_2 is SMALL THEN c

Rule 8 : IF X_1 is c and X_2 is c THEN c

Rule 9 : IF X_1 is c and X_2 is LARGE THEN b

Rule 10 : IF X_1 is d and X_2 is SMALL THEN b

Rule 11 : IF X_1 is d and X_2 is c THEN b

Rule 12 : IF X_1 is LARGE and X_2 is LARGE THEN a

Rule 13 : IF X_1 is e and X_2 is SMALL THEN d

Rule 14 : IF X_1 is e and X_2 is c THEN a

5. 결 론

본 논문에서는 Fuzzy Inference에서 사용되는 Fuzzy Rule을 기호 다치 논리 함수를 이용하여 Minimization시킴으로 인하여, 상대적으로 적은 Fuzzy Rule의 개수로 원하는 Inference를 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

Minimization된 Fuzzy Rule은 여러 용도로 사용될 수 있고, 필요한 부분은 상호 보완하여 일반적인 Inference에 효과적으로 적용될 수도 있다.

앞으로의 연구과제는 자동적으로 Fuzzy Rule이 Minimization될 수 있고, 적용 분야를 확대 할 수 있도록 범용화 시키는 연구가 필요하다고 사료된다.

참고문헌

[1] M. Davio, "Taylor Expansions of symmetric Boolean Functions", Philips Res., Vol. 28, pp.466-474, 1973

[2] G. Pramper and J.R. Armstrong, "An Efficient Multi-valued Minimization Algorithm", in Proc. Int. Symp. Multivalued Logic, pp.300-304, 1979

[3] Watanabe.T .et al,"A Design of Multiple Valued Logic Neuron", Proc. of International Symposium on Multiple Valued Logic, May 1990.

[4] E.V.Dubrova,D.B.Gurvo and J.C.Muzio, "The Evaluation of Full Sensitivity for Test Generation in MVL Circuits", Proc. of '95 International Conf. on IEEE Computers, pp.104-109, 1995.

[5] F.Bouslama and A.Ichikawa, "Fuzzy Control Rules and Their Natural Control Laws", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 48, pp.65~86, 9992

[6] L.T.Koczy and K.hirota, "Reasoning by Analogy with Fuzzy Rules", IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems, pp.263~270, 1992

[7] 정환묵, "기호다치 논리함수의 변화 및 전개", 대한전자 공학회 논문지, 제 20권, 제5호, 1983

[8] 정환묵, "다치논리함수의 구조해석과 전개", 정보과학회지, Vol. 13, No. 3, pp. 155~166, 1986

저 자 소 개

김 명 순

1985, 한국방송통신대학교 경영학사

1988, 경성대학교 대학원 산업정보학 공학 석사

1992~1995, 대구효성 가톨릭대학교 대학원 전자계산학과 박사 과정 수료

1993~현재, 동주대학 무역 사무자동화과 조교수

관심분야 : 인공지능, 퍼지논리, 지능형 교수 시스템, 뉴로 컴퓨팅