

## 외란을 받는 저널 베어링의 비선형 주파수 응답 해석

노병호 · 김경웅

한국과학기술원 기계공학과

## Nonlinear Frequency Response Analysis of Hydrodynamic Journal Bearing Under External Disturbance

Byoung-Hoo Rho and Kyung-Woong Kim

Department of Mechanical Engineering, KAIST

**Abstract**—This paper presents the nonlinear characteristics of the oil lubricated hydrodynamic journal bearing. The traditional approach is to characterize the behavior and performance of fluid film hydrodynamic journal bearings by means of linearized bearing analysis. The objective of this paper is to examine the nonlinear characteristics of the journal bearing when an external sinusoidal shock is given to the system. The oil film force is obtained by solving the finite width Reynolds equation at each time step by the solution of the column method. Frequency response function and journal orbit obtained from both linear and nonlinear bearing simulations are compared with each other.

**Key words**—frequency response function, disturbance, nonlinear analysis, hydrodynamic journal bearing.

### 1. 서 론

회전기계의 고속화 경향에 따라 고속안정성의 향상은 설계자에게 항상 관심의 대상이 되고 있으며, 이러한 관점에서 회전기계를 지지하는 베어링의 설계기술 발전은 곧 전체 시스템의 성능향상으로 이어져 오고 있다. 회전 기계를 지지하는 베어링은 회전기계의 동력손실 및 안정성 그리고 안전성 등을 좌우하는 핵심부품중의 하나라고 할 수 있으며, 따라서 이에 대한 연구는 회전체 설계기술 확립을 위해 필수적이라 할 수 있다. 또한 산업의 발달은 기계의 고속, 고출력화를 끊임없이 요구하고 있으며, 세계 각국은 이러한 시대적 요청에 발 맞추어 고속, 고출력 회전기계의 설계능력 배양에 박차를 가하고 있는 실정이다. 더불어 회전체나 베어링의 어떠한 예기치 않은 외란에 대해서도 베어링 시스템의 보다 안전한 운전을 위해 베어링 시스템에 대한 적절한 방진기술 등이 요구되고 있는 실정이다. 그러나 고속, 고출력 회전기계의 요구특성에 부합되는 베어링의 설계기술은 이론해석뿐만 아니라 베어링 구조의 변경 등 날로 발전되고 있으나, 예기치 않은 어떠한 외란에 대해서도 충분히 안전하게 운전되도록 하는 베어

링 시스템에 대한 방진기술은 단지 베어링 시스템에 대한 선형화 이론을 근거로 하여 설계하는 수준에 있다. 즉, 진원형 저널 베어링 및 타원형 그리고 틸팅 패드 그리고 플로팅 저널 베어링에 대한 정특성 및 동특성해석 그리고 고속안정성에 대한 해석은 상당한 진전을 이루어왔다. 그럼에도 불구하고, 아직까지 이를 베어링에 대한 비선형 진동특성이 이들 베어링의 운전특성에 미치는 영향들이 정성적 및 정량적으로 제시되지 않고 있는 실정이다. 따라서 베어링과 관련되는 문제점을 해결하고, 보다 고효율의 시스템을 개발하기 위해서는 상기 베어링들에 대한 비선형 진동특성에 대한 충분한 이해가 선행되어야 하는 설계기술의 확립이 시급한 실정이다.

베어링의 선형해석은 Lund[1]에 의해 체계적으로 정립이 되었으며, Hori[2-3] 등은 두 개의 베어링으로 지지되는 단순회전체에 대하여 저주파영역에서의 비선형 진동해석을 수행하여 축의 고유진동수 두 배 이상의 운전조건에서 작동하는 시스템에 대하여 지진과 같은 외란을 받을 때 안정영역에서 불안정영역으로 친이 되어짐을 보였다. Choy[4] 등은 축에 외란이 작용할 때 저널의 비선형 응답특성에 대한 주파수응답선도를 구하였으며 편심율이 작

은 경우에 비선형 효과가 크게 나타난다고 보고하였다. Gadangi[6] 등은 축에 충격하중이 가해지는 경우에 대하여 털팅패드 저널 베어링에 대하여 축의 비선형 응답해석을 실시하였다. 그러나 시스템의 보다 안전한 운전을 위해서는 베어링에 외란이 작용하는 경우에 대하여, 보다 광범위한 운전범위에서 저널의 비선형 진동특성이 규명되어야 할 것이다. 따라서, 본고에서는 진원형 저널 베어링에 대하여 일반적으로 널리 사용되고 있는 레이놀즈 경계조건을 적용함으로서 동 베어링에 대한 비선형 진동해석을 수행하여 베어링에 원치 않는 정상정현과 형태의 변위가 외란으로 작용하는 경우에 베어링의 운전특성이 어떠한 영향을 미치는지를 분석하고, 향후 케비테이션 이론을 적용한 경우 및 탄성 회전축계의 비선형 진동해석에 대한 기초자료로 삼고자 한다.

## 2. 이론해석

### 2-1. 지배방정식

좌표계는 Fig. 1에 나타내었으며, 여기서  $x, y$ 는 정지상태에서의 베어링의 중심을 원점으로 하는 고정 좌표계이다. 베어링내의 모든 윤활면을 완전유막 상태로 가정하고, 윤활체의 비압축성 및 층류상태 그리고 등온상태를 가정하면, 윤활면에서의 윤활체 거동은 레이놀즈 방정식에 의해 지배되며 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\eta \left( \omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (1)$$

한편, Fig. 1에서와 같이 저널의 중심이 저널의 정적 평형위치 주위를 회도는 미소진동 ( $\Delta x, \Delta y, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}$ )에 의한 윤활 틈새는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h = h_o + \Delta x \cos(\theta + \phi) + \Delta y \sin(\theta + \phi) \quad (2)$$

여기서,  $h_o$ 는 정적평형위치에서의 유막두께이다. 한편, 저널의 미소 진동에 의해 교란되는 압력의 크기를 정적평형위치로부터 Taylor급수 전개 후, 이의 섭동된 미소진동의 이차항 이상의 고차항을 무시하게 되면 유막내에 발생하는 압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p(x_o + \Delta x, y_o + \Delta y, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}) = (p_o + p_1 \Delta x + p_2 \Delta y + p_3 \Delta \dot{x} + p_4 \Delta \dot{y}) \quad (3)$$

여기서,

$$p_1 = \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \quad (4)$$

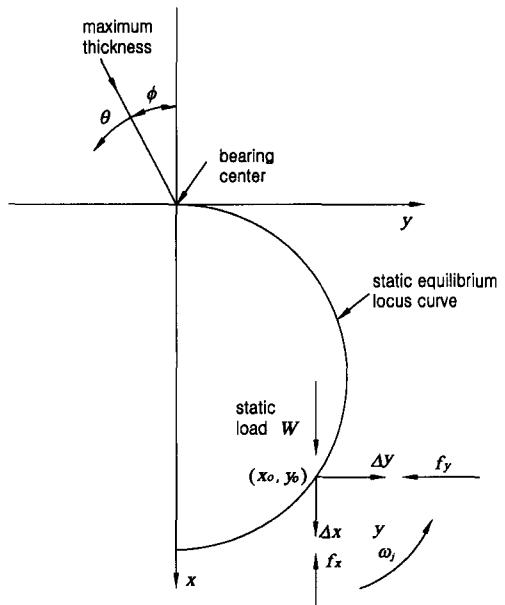


Fig. 1. Coordinate system.

$$p_2 = \frac{\partial p}{\partial y} \Delta y \quad (5)$$

$$p_3 = \frac{\partial p}{\partial x} \Delta \dot{x} \quad (6)$$

$$p_4 = \frac{\partial p}{\partial y} \Delta \dot{y} \quad (7)$$

또한  $p_o$ 는 정적평형위치에서의 유막 압력값이고,  $p_1, p_2, p_3, p_4$ 는 저널의 미소진동에 의해 발생되는 섭동압력으로 표현하며, 이들은 정적평형위치에서 전개된 값이다. 식 (2)와 식 (3)을 식 (1)에 대입함으로서 식 (8)과 같은 다섯 개의 독립적인 미분방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} p_o \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6\mu\omega \frac{\partial h_o}{\partial \theta} \\ -\frac{18\mu\omega \cos \theta \partial h_o}{h_o} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} - \frac{3h_o^3 \partial p_o}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{h_o} \right) - 6\eta w \sin \theta \\ -\frac{18\mu\omega \sin \theta \partial h_o}{h_o} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} - \frac{3h_o^3 \partial p_o}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\sin \theta}{h_o} \right) - 6\eta w \cos \theta \\ 12\mu \cos \theta \\ 12\mu \sin \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서,  $T$ 는 미분연산자로서 아래와 같다.

$$T = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h_o^3 \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h_o^3 \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (9)$$

이로부터 정적평형위치에서의 압력 및 4개의 섭동압력 성분들을 구할 수 있으며, 여기서 사용된 경계조건은 다음과 같다.

1) 최대유막두께에서

$$p_o = 0 \quad (10)$$

2) 압력 파단 경계조건으로는

$$p_o = 0, \frac{\partial p_o}{\partial \theta} = 0 \quad (11)$$

3) 베어링의 양 측면 및 공동영역 그리고 윤활막의 처음과 끝에서

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 0 \quad (12)$$

본 해석에서는 베어링에 외란이 작용하는 경우에 저널의 비선형 응답이 주된 관심으로서, 보다 빠른 수렴을 위하여 최대유막두께에서의 압력을 영으로 하는 경계조건을 사용하였으며, 해석에 사용된 데이터는 다음과 같다.

$$R=40(mm), \mu=49(cP), L/D=0.25, m=20(kg)$$

한편, Fig. 1과 같은 좌표계에서 저널의 정적평형위치 근방에서의 미소 진동에 대한 유막 압력에 의한 반발력은 다음과 같이 선형화된 모델을 사용하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} \Delta f_{px} \\ \Delta f_{py} \end{cases} = \begin{cases} f_{px} \\ f_{py} \end{cases} - \begin{cases} f_{px0} \\ f_{py0} \end{cases} = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{cases} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{cases} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \end{cases} \quad (13)$$

여기서, 감쇠계수와 강성계수는 다음과 같이 정의된다.

$$c_{ij} = \frac{\partial f_{pi}}{\partial x_j}, k_{ij} = \frac{\partial f_{pi}}{\partial x_j}, i, j = x, y \quad (14)$$

앞서 식 (8)에서 구한 정적평형상태하의 압력 및 섭동압력을 윤활면에 대해서 적분함으로서 유막의 압력변동으로 인한 힘 성분을 계산할 수 있으며, 이를 식 (13)에 대입 함으로서 선형화된 동특성 계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{cases} c_{xx} \\ c_{yy} \end{cases} = - \int_A P_3 \begin{cases} \cos(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) \end{cases} R d\theta dz \quad (15)$$

$$\begin{cases} c_{xy} \\ c_{yx} \end{cases} = - \int_A P_4 \begin{cases} \cos(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) \end{cases} R d\theta dz \quad (16)$$

$$\begin{cases} k_{xx} \\ k_{yy} \end{cases} = - \int_A P_1 \begin{cases} \cos(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) \end{cases} R d\theta dz \quad (17)$$

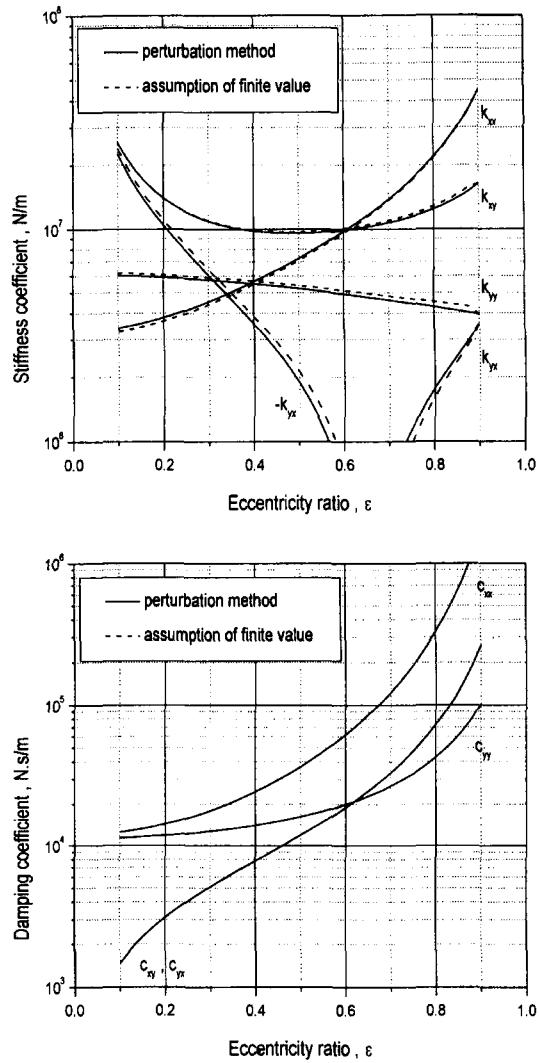


Fig. 2. Linearized dynamic coefficients of journal bearing.

$$\begin{cases} k_{xy} \\ k_{yy} \end{cases} = - \int_A P_2 \begin{cases} \cos(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) \end{cases} R d\theta dz \quad (18)$$

여기서,  $A$ 는 적분영역으로서 압력발생구간을 의미한다. 이와 같은 섭동법에 의하여 베어링내의 유막이 갖는 선형화계수를 구할 수 있으며, 이의 결과는 미소변위 및 미소속도를 가정하여 구하는 방법과 비교하였으며 Fig. 2에 나타내었다.

이들간의 차이는 거의 없으나, 여기서는 앞에서 설명한 섭동법에 의하여 구하여지는 선형화 계수를 사용하였다.

## 2-2. 선형진동해석

시스템의 선형진동해석을 하기 위해서는 먼저 주어진 시스템에 대한 모델링을 해야 한다. 여기서는 유막 내에서 발생되는 유막압력에 대하여 주어진 운전조건으로부터 뉴우턴-랩슨법에 의해 정적평형위치를 구하였으며, 이의 위치에서 미소진동을 섭동시켜 얻어지는 섭동압력으로부터 유막을 강성과 감쇠의 네 개의 요소로 모델링 한 값을 구하였다. 여기서, 사용된 가정은 축과 베어링 마운팅은 강체이며, 축의 진동모드는 병진 모드이다. 이때, 베어링의 선형화된 모델로부터 베어링에 정현파신호의 변위가 외란으로 작용하는 경우에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{\tilde{r}}_j + B\dot{\tilde{r}}_j + K\tilde{r}_j = B\dot{\tilde{r}}_b + K\tilde{r}_b \quad (19)$$

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\tilde{r}_j = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \end{bmatrix}, \quad \tilde{r}_b = \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \end{bmatrix} \quad (21)$$

식 (19)와 같이 주어진 시스템의 외란에 대한 주파수 응답함수를 얻기 위해서는 외란을 받는 베어링의 변위를 임의의 진폭을 갖는 정현파 신호로 가정하였으며, 이에 대한 저널의 정상상태 응답도 동일 주파수의 정현파 신호로 가정하였다.

$$\begin{aligned} x_b &= X_b e^{i\omega t}, \quad x_j = X_j e^{i\omega t} \\ y_b &= Y_b e^{i\omega t}, \quad y_j = Y_j e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,  $X_b$ ,  $Y_b$ 는 베어링에 작용하는 외란의 진폭크기이며,  $X_j$ ,  $Y_j$ 는 저널의 정상상태 응답신호를 나타내는 진폭과 위상차를 나타내는 복소수이다. 식 (22)를 식 (19)에 대입함으로써 베어링의 변위에 대한 저널의 응답함수를 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} X_j \\ Y_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{xy} \\ F_{yx} & F_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_b \\ Y_b \end{Bmatrix} \quad (23)$$

여기서, 행렬  $F$ 는 주파수 응답함수를 나타내는 성분으로서, 각 4개의 요소는 진폭비와 위상차에 대한 값을 나타내는 복소수로서 아래와 같다.

$$F = \{K - \omega^2 M + i\omega B\}^{-1} \{K + i\omega B\} \quad (24)$$

진폭비 응답은 상기 행렬  $F$ 의 4개의 요소에서, 그 크기

를 취함으로서 얻어지며, 위상차는 그 요소의 허수부와 실수부 값에 의해서 결정된다. 즉, 주파수 응답함수의 각 4개 요소의 진폭비 응답은 다음과 같이 표현된다.

$$R_{xx} = |F_{xx}| = \sqrt{(F_{xx})_{real}^2 + (F_{xx})_{imaginary}^2} \quad (25)$$

$$R_{xy} = |F_{xy}| = \sqrt{(F_{xy})_{real}^2 + (F_{xy})_{imaginary}^2} \quad (26)$$

$$R_{yx} = |F_{yx}| = \sqrt{(F_{yx})_{real}^2 + (F_{yx})_{imaginary}^2} \quad (27)$$

$$R_{yy} = |F_{yy}| = \sqrt{(F_{yy})_{real}^2 + (F_{yy})_{imaginary}^2} \quad (28)$$

여기서 베어링에 작용하는 외란의 성분은 정현파 형태의 변위성분으로 식 (22)와 같이 주어졌으며, 입력변수로서는 가속도값으로 정하였다.

$$A_b = \omega^2 X_b \quad \text{또는} \quad A_b = \omega^2 Y_b \quad (29)$$

## 2-3. 비선형 해석

베어링에 외란이 작용하는 경우의 비선형 해석은 주어진 지배방정식 (1)과 베어링에 가해지는 외란의 함수에 대하여 매 시간구간마다 저널의 운동궤적을 구함으로서 얻어지며, 수치해석방법으로 뉴우턴-랩슨법에 의하여 저널의 정적평형위치를 구하고 유한차분법을 이용한 칼럼방법으로 유막압력을 구하였다. 유막압력의 적분을 통하여 매 시간구간마다 저널에 발생되는 힘 성분을 구한 후, 수정된 오일러 방법에 의하여 다음 시간구간의 저널 운동궤적을 구하였으며, 이를 결과는 식 (11)에서 표현된 선형진동해석 결과와 비교하였다. 수치해석시 사용한 격자 수는 원주방향으로 95개, 길이방향으로 15개의 등간격으로 구성하였다.

이의 비선형해석은 외란의 진동레벨을 고정시키고 주파수를 변화시키면서 해석하였으며, 베어링에 가해지는 진동의 크기를 증가시키면서 동일한 해석을 실시하였다. 베어링에 작용하는 외란은  $x$ ,  $y$  방향으로 독립적으로 발생시키면서 저널의 응답을 해석하였다. 진폭비 응답은 저널의 응답이 무한 사이클을 형성하는 정상상태의 응답구간에서 베어링에 가해지는 외란의 진폭크기에 대한 저널의 진폭크기의 비로써 나타내었다.

$$R_{xx} = \frac{(x_j)_{max} - (x_j)_{min}}{(x_b)_{max} - (x_b)_{min}} \quad (29)$$

$$R_{xy} = \frac{(x_j)_{max} - (x_j)_{min}}{(y_b)_{max} - (y_b)_{min}} \quad (30)$$

$$R_{yy} = \frac{(y_j)_{max} - (y_j)_{min}}{(x_b)_{max} - (x_b)_{min}} \quad (31)$$

$$R_{yy} = \frac{(y_j)_{max} - (y_j)_{min}}{(y_b)_{max} - (y_b)_{min}} \quad (32)$$

즉, 베어링에 가해지는 외란의 성분을  $x$  방향의 정현파 신호로 가정하게 되면 주파수 응답함수에서 진폭비응답  $R_{xx}$ ,  $R_{yx}$  성분을 얻게 되며,  $y$  방향의 정현파 신호로 가정하면 비선형해석에서의 진폭비 응답  $R_{yy}$ ,  $R_{xy}$ 를 얻게 된다.

### 3. 해석결과

베어링에 외란이 작용하는 경우에 저널의 비선형 진동 해석은 주어진 베어링의 크기에 대해서, 운전속도를 변화 시켜가면서 해석하였으며, 이는 선형 진동해석 결과와 비교하였다. Fig. 3은 베어링의 0.5 g( $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ), 20 Hz 정현파 신호의 외란에 대하여 저널의 시간응답의 예를 보여주고 있으며, 이에대한 저널의 베어링 내에서의 궤적을 함께 보여주고 있다. 선형진동해석으로부터 얻어지는 무한사이클은 정직평형위치를 중심으로 타원모양으로 선회 운동을 하게 된다. 이의 무한사이클을 형성하는 저널궤적에 있어서, 선형해석결과와 비선형 해석의 결과를 비교해 보았는데, 외란의 크기가 증가할수록, 주파수가 증가할수

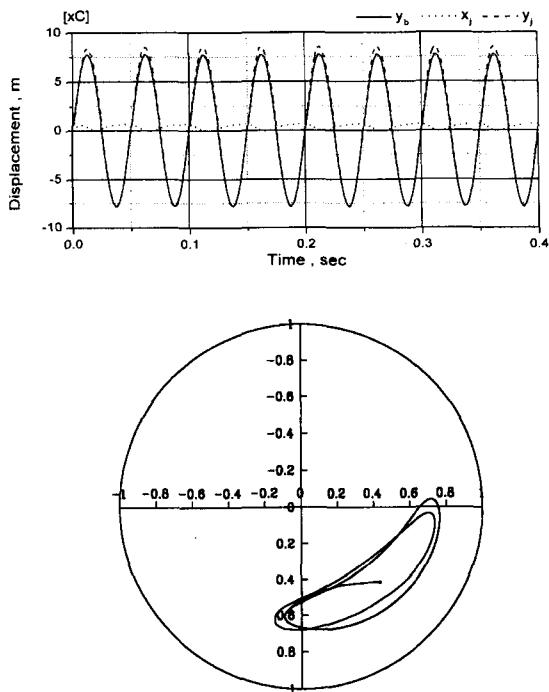


Fig. 3. Time response and journal locus.

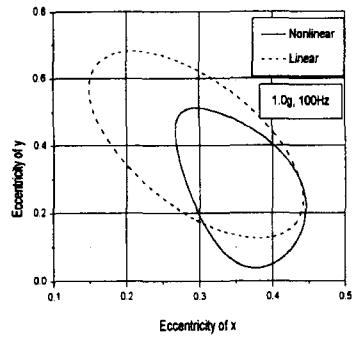
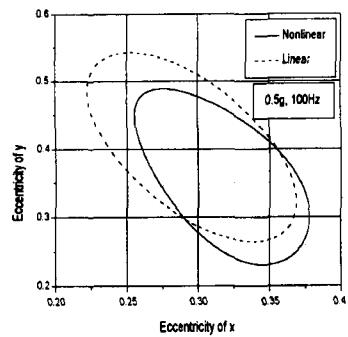
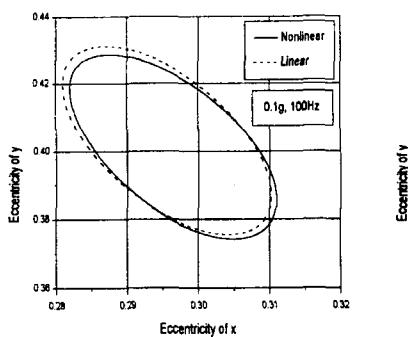


Fig. 4. Limit cycle w.r.t. amplitude variation of external disturbance.

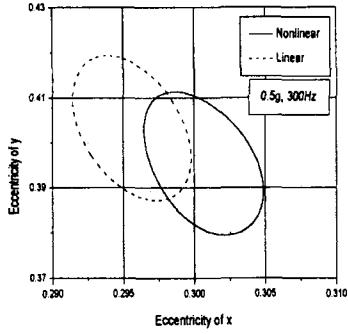
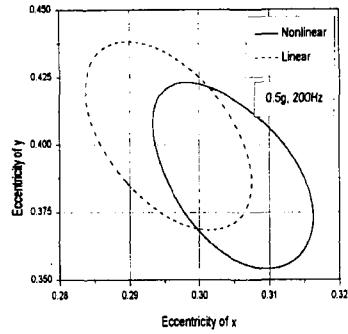
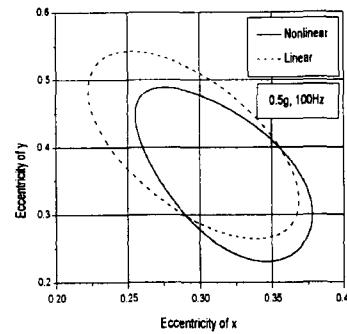


Fig. 5. Limit cycle w.r.t. frequency variation of external disturbance.

록 그 차이가 크게 나타남을 확인하였으며 이의 결과는 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. 이들은 모두 베어링 하중에 수직한 방향으로의 외란이 작용하는 경우이다.

베어링에 가해지는 외란의 크기를 고정하고, 이의 주파수를 변화시키면서  $x$ ,  $y$  방향으로 독립적으로 비선형 해석을 실시하였다. 베어링 내에서의 저널의 변위는 다음과 같이 표현되어 진다.

$$J_{xx} = x_j - x_b \quad (y_b = 0 \text{ 일 때}) \quad (33)$$

$$J_{xy} = x_j - x_b \quad (x_b = 0 \text{ 일 때}) \quad (34)$$

$$J_{yx} = y_j - y_b \quad (y_b = 0 \text{ 일 때}) \quad (35)$$

$$J_{yy} = y_j - y_b \quad (x_b = 0 \text{ 일 때}) \quad (36)$$

Fig. 6은 편심율이 0.5인 운전조건에서의 저널의 베어링에 대한 진동진폭을 나타내고 있으며, 베어링에 가해지는 외란의 크기가 증가할수록 저널의 진동은 증가하고 있음을 알 수 있다. Fig. 7은 같은 조건에서 선형 진동 해석 결과와 비교한 주파수 응답함수이다. 외란의 크기가 작을때는 선형해석 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, 외란의 크기가 증가할수록 유막 압력 발생에 의한 저널 진동의 비선형 효과가 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 또한 응답비의 최고값이 나타나는 주파수는 고주파 쪽으로 이동하며, 전반적으로 응답비는 감소하는 것으로 나타나고 있다. Fig. 8은 편심율이 0.7인 운전조건일때의 주파수 응답함수로서, 이의 경향은 앞서와 비슷하게 나타나고 있다.

응답비의 최고값이 발생하는 주파수가 높은 쪽으로 이동하는 것은 유막내의 쇄기효과에 의하여 유막에 의한 반발력이 크게 나타나, 결국은 시스템의 강성을 증대시키는 쪽으로 이동되는 것의 효과를 가져다 주어, 고주파쪽

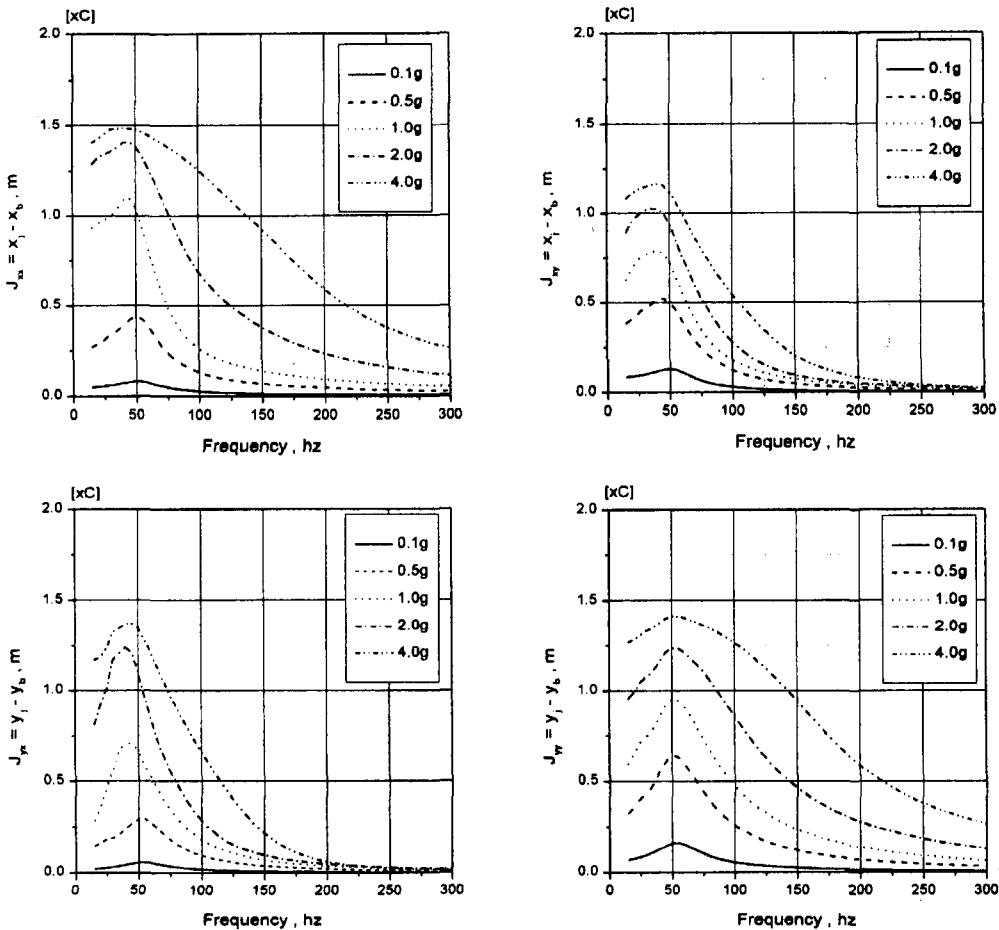


Fig. 6. Frequency responses of journal w.r.t. bearing.

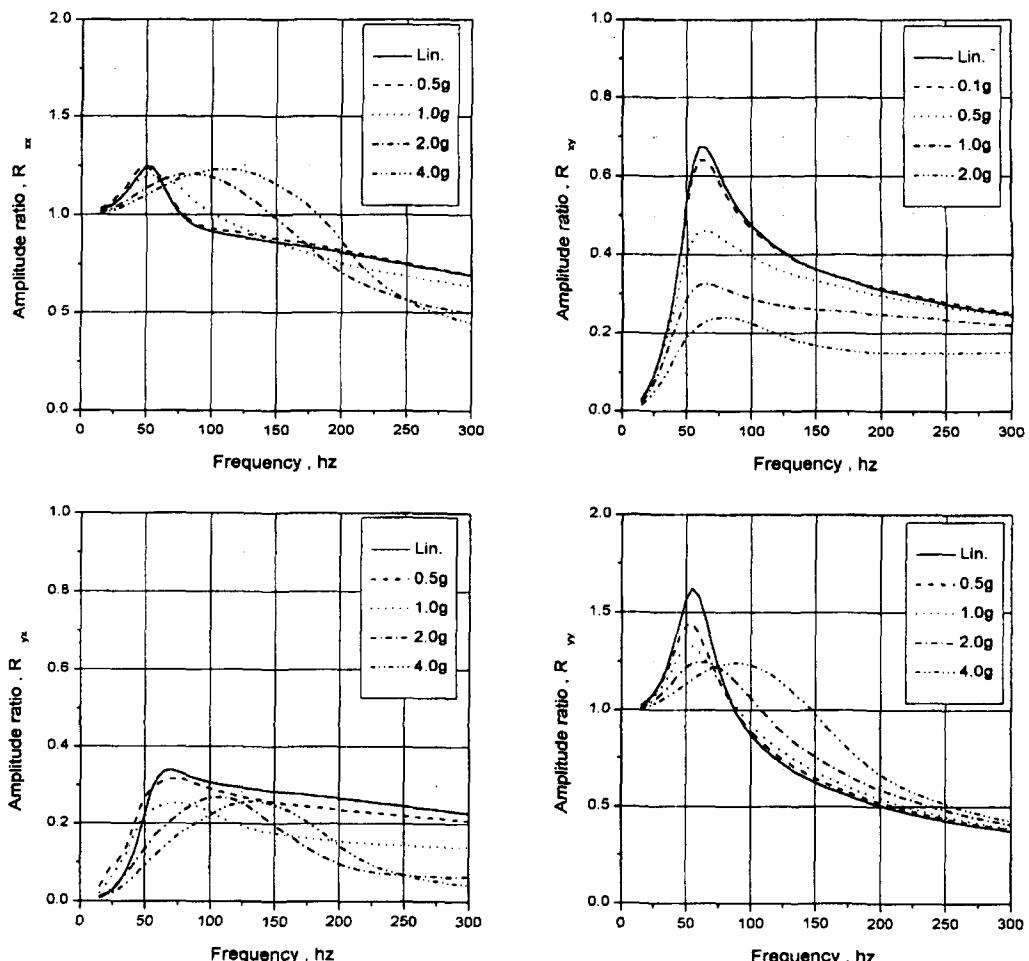


Fig. 7. Frequency response functions of journal bearing.

으로 이동되고 있는 것으로 판단되며, 응답비가 작아지는 이유는 저널의 운동이 베어링 간극내에서 한정되어 있기 때문인 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

베어링이 정상상태 정현파신호의 변위에 대한 외란을 받는 경우의 비선형 진동해석 결과로부터 아래와 같은 결론을 내릴 수 있다.

첫째, 베어링에 작용하는 외란의 가속도값이 증가할수록 저널의 베어링에 대한 진동 진폭은 증가한다.

둘째, 베어링에 작용하는 외란의 가속도값이 작을때는 선형해석 결과와 잘 일치하나, 외란의 크기가 커질수록 비선형 효과가 크게 나타나고 있다.

셋째, 주파수 응답비는 발생 피크치의 주파수값이 고주파쪽으로 이동하며 외란의 크기가 커질수록 이의 응답비는 전체적으로 작아지는 경향을 갖는다.

#### 후 기

이 논문은 과학기술정책관리연구소(STEPI) 국제공동연구사업(97-I-01-03-A-030) 연구결과의 일부이며 관계자 여러분께 감사드립니다.

#### 기호설명

- $A_b$  : acceleration of bearing disturbance  
 $B$  : damping matrix

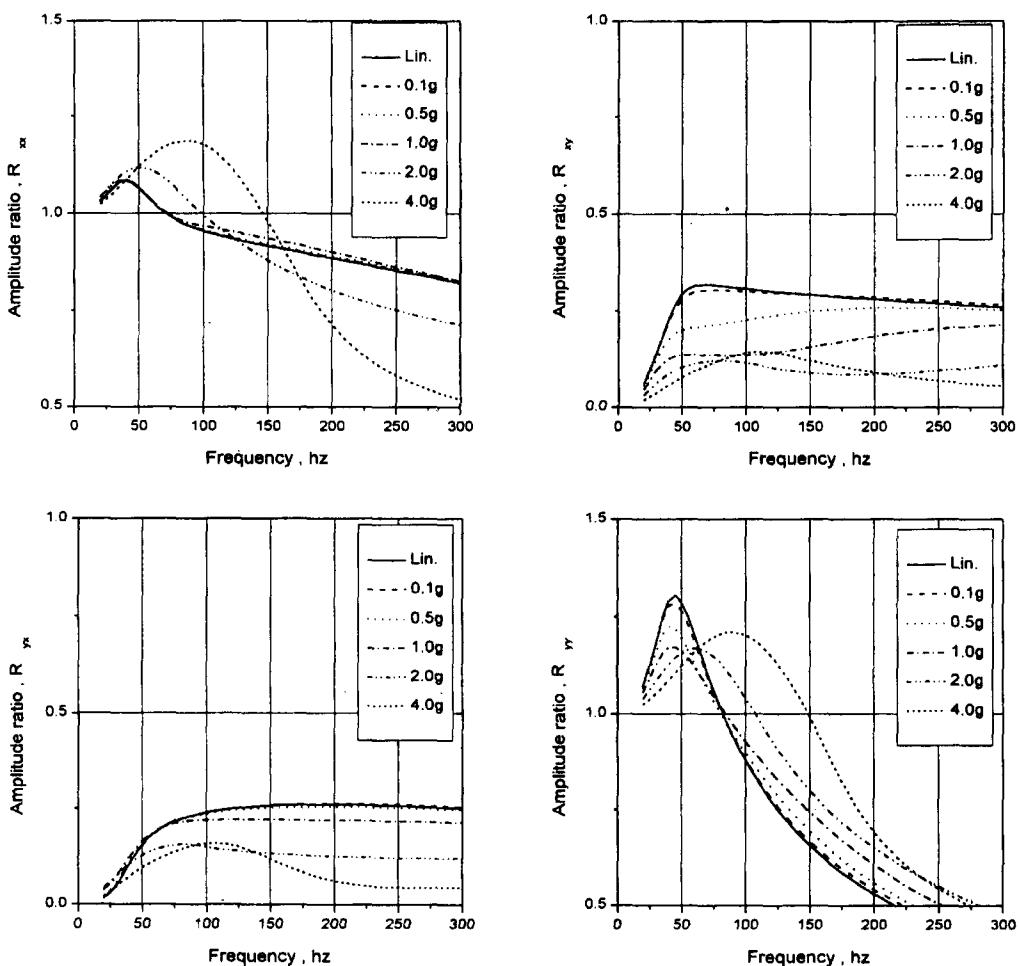


Fig. 8. Frequency response function.

- $C$  : bearing clearance, m  
 $c$  : damping coefficient of bearing, N·m/sec  
 $F$  : matrix of frequency response function  
 $f$  : film force, N  
 $h$  : film thickness, m  
 $K$  : stiffness matrix  
 $k$  : stiffness coefficient, N/m  
 $L$  : bearing length, m  
 $M$  : mass matrix  
 $m$  : mass of journal, kg  
 $p$  : cil pressure, Pa  
 $p_1, p_2$  : perturbation pressure, Pa/sec  
 $p_3, p_4$  : perturbation pressure, Pa·m/sec

- $R$  : bearing radius, m  
 $R_j$  : amplitude ratio of frequency response function,  
 $i, j=x, y$   
 $\tilde{r}$  : position vector  
 $t$  : time, sec  
 $x, y$  : coordinates  
 $\Delta x, \Delta y, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}$  : perturbation of journal center  
 $z$  : coordinate of bearing length, m  
 $\theta$  : angular coordinate, starting from maximum film  
 thickness, rad  
 $\mu$  : oil viscosity, Pa·sec  
 $\omega$  : angular speed of shaft, rad/sec  
 $\phi$  : attitude angle, rad

**subscripts**

- $b$  : bearing  
 $j$  : journal  
 $o$  : static equilibrium position  
 $x$  : direction of x-coordinate  
 $y$  : direction of y-coordinate

**참 고 문 헌**

1. Lund, J. W., "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings," ASME J. of Tribology, Vol. 109, pp. 37-41, 1987.
2. Hori, Y., "Anti-earthquake Considerations in Rotordynamics," IMechE, C318/88, pp. 1-8, 1988.

3. Kato, T., Matsuoka, H. and Hori, Y., "Seismic Response of a Linearly Stable, Misaligned Multirotor System," STLE Tribology Trans., Vol. 36, pp. 311-315, 1993.
4. Choy, F. K., Braun, M. J. and Hu, Y., "Nonlinear Transient and Frequency Response Analysis of a Hydrodynamic Journal Bearing," ASME J. of Tribology, Vol. 114, pp. 448-454, 1992.
5. Myllerup, C. M., Hamrock, B. J., "Perturbation Approach to Hydrodynamic Lubrication Theory," ASME J. of Tribology, Vol. 116, pp. 110-118, 1994.
6. Gadangi, R. K., Palazzolo, A. B., "Transient Analysis of Plain and Tilt Pad Journal Bearings Including Fluid Film Temperature Effects," ASME J. of Tribology, Vol. 118, pp. 423-430, 1996.