

웨이브렛 패킷 변환을 이용한 적응알고리즘의 수렴속도 향상

박서용/김대성*

요 약

최근 들어 신호처리 분야에서 웨이브렛 변환을 이용한 연구가 활발히 진행되고 있다. 본 논문에서는 웨이브렛 변환 영역에서의 적응 알고리즘을 구현하고 비 정제적 신호에 대한 성능을 평가하였다. 입력 신호를 웨이브렛 패킷 변환하여 다해상도 분해하고 NLMS알고리즘을 이용하여 부 밴드에서의 적응 알고리즘을 구현하였다. 제안한 방법을 화이트 가우시안 잡음이 섞인 도플러 신호의 잡음 제거에 적용하여 그 성능을 평가하였다.

1. 서론

최근 웨이브렛 변환이 신호처리분야의 새로운 응용 영역으로 주목을 받고있다. 웨이브렛 변환은 그 특성이 시간 및 주파수 영역에서 국부성을 갖게 되므로 비정제적(non-stationary) 신호 처리에 유용한 것으로 알려져 있으며 적응 신호처리 분야에서의 응용 역시 활발히 논의되고 있다 [1][2][3]. 현재 가장 널리 사용되는 적응 알고리즘인 LMS, NLMS, RLS, CGM 알고리즘은 처리하고자 하는 신호가 정제적(stationary)일 경우에는 상당히 좋은 성능을 발휘하지만 신호가 비정제적 특성을 지닐 경우에는 그 성능이 현저히 떨어지게 된다. 이와 같이 기존의 적응 알고리즘이 가진 비정제적인 신호 처리에 대한 성능 저하를 극복하기 위해서 변환 영역에서의 적응 알고리즘이 다양하게 연구되고 있고 대표적으로 DCT-LMS, WT-LMS, DCT-NLMS,

NWTLMS등이 있다 [1][4][5]. 변환 영역에서의 적응 알고리즘은 신호를 부 밴드로 분리하여 처리하므로 신호의 추정을 유리하게 해주기 때문에 적응 수렴 속도 및 정상상태의 오차를 줄일 수 있는 것으로 알려져 있다 [3]. 또한 웨이브렛 패킷 변환은 기존의 옥타브 밴드로 분해하는 웨이브렛 변환과는 달리 고주파 영역에서도 신호를 분해할 수 있는 장점이 있으므로 선택적인 신호의 다차원 분해가 용이하게 된다 [5][6][7][8]. 아울러 이러한 신호의 분해를 FIR 필터[10]를 이용하여 수행함으로써 응용 분야가 확대되고 있다.

본 논문에서는 웨이브렛 패킷 변환을 이용하는 적응 알고리즘(WPTNLMS)을 제안하였으며 여기서는 입력 신호와 원하는 신호를 부 공간으로 사상하며 적응 알고리즘으로 NLMS[9]을 사용하였다. 제안한 기법의 성능 평가를 위해 비정제적 신호인 도플러(Doppler) 신호를 대상으로 웨이브렛 패킷 변환 영역에서 NLMS 알고리즘을 적용, WTNLMS, DCTNLMS 알고리즘과

* 충북대학교 공과대학 전자공학과

의 성능을 수렴 속도와 정상상태 오차 면에서 비교하고 이를 잡음제거로써 적용하여 성능을 평가하였다. 실험에서, WPT (Wavelet Packet Transform)을 위한 필터로는 Daubechies 8-tap 필터를 이용하여 신호를 각각의 부 밴드로 분해하였으며, 입력 신호로는 도플러 신호에 화이트 가우시안 잡음을 부가하여 모의 실험을 하였다.

본 논문의 구성으로 II장에서는 다차원 분해를 위한 웨이브렛 변환 및 웨이브렛 패킷 변환의 기본적인 지식에 관해서 알아보고, III장에서는 적응알고리즘인 LMS[11], NLMS에 관해서 알아 볼 것이며, IV장에서는 실제적으로 적응알고리즘을 웨이브렛 패킷 변환 영역에서의 적용하여 수렴속도 및 정상상태오차를 비교하고, 잡음제거기로서의 성능을 평가하였다. 마지막으로 V장에서는 결론과 앞으로의 연구과제에 관하여 기술하였다.

II. 웨이브렛 패킷 변환

2.1. 웨이브렛 변환

일반적으로 모 웨이브렛(mother wavelet)[12][13][14][15]은 다음 식처럼 표현된다.

$$\psi_{a,\tau} = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \quad (2-1)$$

여기서 a 는 스케일링 파라미터(scaling parameter)이고, τ 는 천이 파라미터(translation parameter)이며, $a^{1/2}$ 는 정규화 인자(normalization factor)이다.

연속시간 영역에서 웨이브렛 변환(continuous-

time wavelet transform)과 이산 웨이브렛 변환(discrete-time wavelet transform)은 다음 식처럼 주어진다.

$$\begin{aligned} CWT(a, \tau) &= \frac{1}{\sqrt{a}} \int x(t) \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt \\ &= \langle x(t), \psi_{a,\tau}(t) \rangle \end{aligned} \quad (2-2)$$

$$a = 2^m, \tau = n2^m \quad (2-3)$$

$$DWT(m, n) = 2^{-\frac{m}{2}} \sum_k s(k) \psi(2^{-\frac{m}{2}} k - n) \quad (2-4)$$

식(2-3)에 의해서 이산 웨이브렛 변환식은 식(2-4)과 같이 되며 이산 웨이브렛(DWT)은 연속 웨이브렛(CWT)의 샘플화된 변형된 형태이다. 웨이브렛의 형태는 다양하며 각각의 모 웨이브렛이 가지고 있는 신호 분해의 특성과 장점에 따라서 응용되는 분야는 다를 수 있다. 이러한 웨이브렛은 모 웨이브렛을 스케일링(scaling)과 이동(translation)을 함으로써 신호의 해석과 처리에 이용된다[16].

2.2. 웨이브렛 패킷 변환

웨이브렛 변환의 일반화인 웨이브렛 패킷 변환은 웨이브렛 변환이 가지고 있는 스케일링과 천이에 주파수가 추가되어 스케일링에 의해 분할되고 그때 윈도우의 크기가 결정되며, 위치와 주파수를 이용해 주어진 위치에 윈도우를 배치함으로써 다차원 분해가 용이하다는 특징을 갖

는다. 웨이브렛 패킷 변환은 그림(2-1)에서 알 수 있듯이 고주파영역에서 분해하지 못했던 부분까지도 분해할 수 있는 특징을 가지고 있으므로 처리하고자 하는 대상을 선택적으로 적용할 수 있는 구조를 갖는다 [4].

그림(2-1)에서 각각의 단계는 스케일링 함수와 웨이브렛 함수에 의해서 다차원 분해된 웨이브렛 패킷 변환의 부 밴드 트리이며, 이 또한 모 웨이브렛의 스케일링과 천이를 통한 선형 조합에 의해서 생성됨을 보여준다. 웨이브렛 패킷

변환은 각각의 단계에서 동시에 두 개의 조각으로 나누어져 있으며, 고주파 영역에서 각 밴드를 분해하므로 옥타브 밴드로 분해하는 웨이브렛 변환보다 다차원 분해가 용이하게 된다.

웨이브렛 패킷 변환을 위한 two-scale 방정식은 다음과 같다[6].

$$\Psi^{(2k)}(t) = 2 \sum_{l=1}^{k-1} g(l) \Psi^{(k)}(2t-l) \quad (2-6)$$

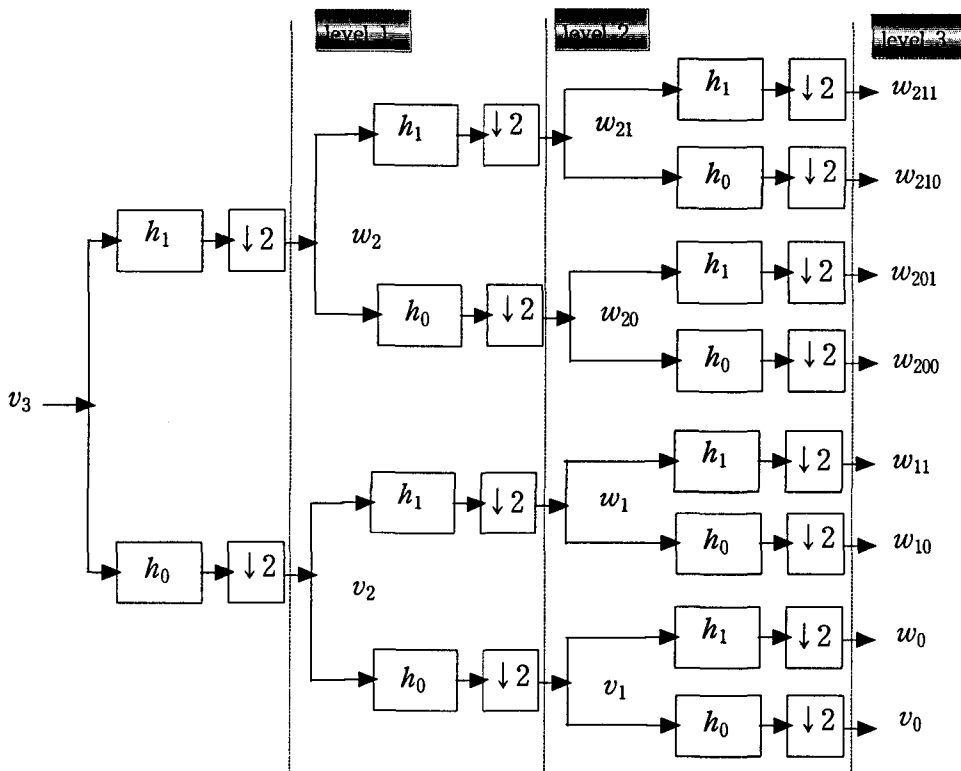


Fig. 2-1 The full binary tree for wavelet packet transform

$$\psi^{(2k+1)} = 2 \sum_{l=0}^{k-1} h(l) \psi^{(k)}(2t-1) \quad (2-7)$$

$$\psi^{(1)}(t) = \psi(t) \quad (2-8)$$

여기서 웨이브렛 패킷의 $g(l)$ 와 $h(l)$ 는 다차원 분해를 위한 필터 계수이고 식(2-8)은 초기치 조건이다. 웨이브렛 패킷의 Fourier 변환은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\psi^{(2^i)}(w) = \prod_{l=1}^i G\left(\frac{w}{2^l}\right) \psi\left(\frac{w}{2^i}\right) \quad (2-9)$$

$$\psi^{(2^{i+1})}(w) = \prod_{l=2}^{i+1} G\left(\frac{w}{2^l}\right) \psi\left(\frac{w}{2^i}\right),$$

$$i = 1, 2, 3, \dots \quad (2-10)$$

식(2-10)에서 알 수 있듯이 i 값이 커질수록 $\psi^{(i)}$ 는 더욱 세밀한 영역까지 다차원 분해를 할 수 있다. 따라서 정규직교 함수계를 만족하는 웨이브렛 패킷은 비정제적 신호의 분해에 유용하게 사용될 수 있다.

III. 적응 알고리즘

3.1. LMS(Least Mean Square) 알고리즘

LMS알고리즘은 적응알고리즘중 가장 널리 이용되는 기법중의 하나로 수렴속도는 늦은 반면, 구현의 간편성, 정제적인 신호에서의 안정된

성능을 가지고 있으므로 많이 사용되는 알고리즘이다.

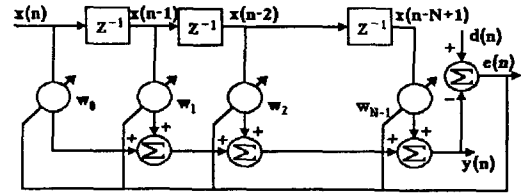


Fig. 3-1 Block diagram of adaptive filter.

그림(3-1)에서 $N-1$ 개의 필터차수를 가지고 있는 트랜스버설 FIR구조를 나타내며 현재값과 $N-1$ 개의 과거 값들로 구성된 입력벡터 $X(n)$ 과 필터 계수벡터 $W(n)$ 은 다음과 같다.

$$X(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T \quad (3-1)$$

$$W(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T \quad (3-2)$$

T는 전치행렬(transpose)을 의미하며, 신호 $d(n)$ 에 대한 추정출력 $y(n)$ 은 필터계수 w_k 와 입력 $X(n)$ 과의 콘볼루션(convolution)이다.

LMS알고리즘에서 계수벡터를 반복적으로 구하는 식은 다음과 같다.

$$W(n+1) = W(n) - \mu(\hat{\nabla}(n)) \quad (3-3)$$

여기는 $\hat{\nabla}$ 는 추정경사벡터이다. LMS알고리즘에서의 계수벡터에 대한 갱신 방정식을 얻을 수 있으며 다음과 같다.

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n) \quad (3-4)$$

3.2. NLMS알고리즘

LMS알고리즘의 안정성, 수렴시간은 스텝사이즈 μ 와 입력신호의 파워에 의해 많은 영향을 받는다. LMS알고리즘을 개선하여 입력신호의 파워에 독립적으로 요구되는 정상상태(steady-state) 성능을 유지하면서 수렴속도를 최적화 하는 기법이 NLMS(Normalized Least Square)알고리즘이다.

NLMS알고리즘에서의 적응이득은 다음과 같이 표현된다.

$$\mu(n) = \frac{\beta}{\sigma_x^2(n)} \quad (3-5)$$

여기서 β 는 $0 < \beta \ll 1$ 의 범위를 갖는 상수이고 $\sigma_x^2(n)$ 은 입력 $x(n)$ 의 최근 과거에너지에 대한 추정치이며 다음 식에 의해 추정된다.

$$\sigma_x^2(n) = (1 - \alpha)\sigma_x^2(n-1) + \alpha x^2(n) \quad (3-6)$$

여기서 α 는 범위가 $0 < \alpha < 1$ 로 제한되고 이는 현재 입력신호의 전력과 과거 입력신호의 전력비를 제어하는 파라미터(parameter)이다. 이 방법에 있어서 하나의 문제점은 입력 $x(n)$ 의 에너지가 갑자기 증가할 때 알고리즘의 안정하지 않을 수 있다는 것이다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해 이 알고리즘에서는 각 입력 샘플의 에너지를 추정된 에너지 $\sigma_x^2(n)$ 과 비교하

여 입력샘플의 에너지가 더 크면 그 값을 추정된 에너지로 대체하는 것이다. 이러한 NLMS알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

$$(1) \sigma_x^2(n) = (1 - \alpha)\sigma_x^2(n-1) + \alpha x^2(n) \quad (3-7)$$

$$(2) \text{if } Cx^2(n) < \sigma_x^2(n), \text{ goto (4)} \quad (3-8)$$

$$(3) \sigma_x^2(n) = x^2(n) \quad (3-9)$$

$$(4) y(n) = X(n)W^T \quad (3-10)$$

$$(5) e(n) = d(n) - y(n) \quad (3-11)$$

$$(6) w(n+1) = w(n) + \frac{\beta}{\sigma_x^2(n)} e(n)X(n) \quad (3-12)$$

IV. 웨이브렛 패킷 변환을 이용한 적응알고리즘

앞 절에서 언급한 것처럼 웨이브렛 패킷 변환의 장점은 다차원 분해가 용이하다는 것이며 이러한 분해능력이 기존의 적응알고리즘이 비정제 신호에 대해서 수렴속도 및 오차의 크기에서 감쇠 특성이 좋지 않은 점을 보완해 줄 수 있다. 즉, 비정제성 신호를 다차원 분해하여 적응알고리즘으로 NLMS를 사용함으로써, 적응 과정이 임의의 밴드에서 수행되므로 기존의 시평면에서의 경우보다 처리해야 하는 주파수 밴드가 줄어들어 수렴속도 및 정상상태의 오차를 줄일 수 있게 된다. 본 논문에서는 웨이브렛 패킷 변환을 이용하여 웨이브렛 영역에서 적응 알고리즘

인 NLMS를 이용하는 WPTNLMS 알고리즘을 제안하였으며 이에 대한 전체적인 블록 다이어그램은 그림 4-1과 같다.

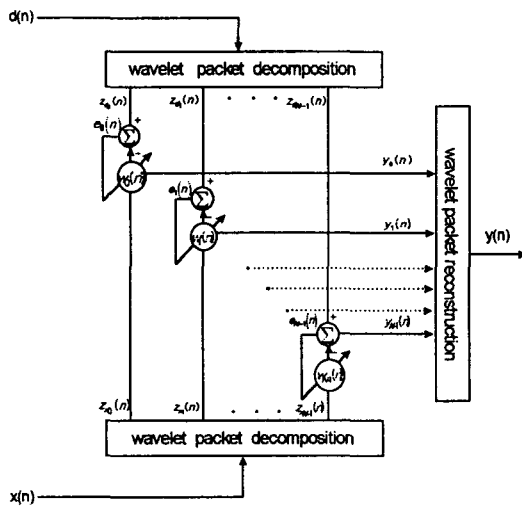


Fig. 4-1 Block diagram of WPTNLMS.

4.1. 웨이브렛 패킷 변환영역에서의 적응알고리즘 적용

변환영역에서의 적응알고리즘을 적용하기 위해서는 입력신호와 요구신호를 웨이브렛 패킷 영역으로 사상하여 각각의 밴드별로 NLMS 알고리즘을 적용한다.

그림 4-1에서 입력신호 $x(n)$ 과 요구신호 $d(n)$ 는 $(N \times N)$ 의 T_{wp} 로 표기되는 웨이브렛 패킷 변환에 의해서 변환된 식은 다음과 같다[3].

$$z_x(n) = T_{wp} x(n) \tag{4-1}$$

$$z_d(n) = T_{wp} d(n) \tag{4-2}$$

여기서 T_{wp} 는 밴드가 같은 다차원 분해 필터이다. 즉 입력신호와 요구신호는 WPT 영역으로 사상이 되며 사상된 부 밴드영역에서 적응알고리즘이 이용된다. 그리고 식(4-1)과 식(4-2)로부터 새로운 벡터 $z(n)$ 의 자기 상관함수 (R_{xx}) 와 상호상관함수 (P_{xd}) 는 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} R_{zz} &= E[z_x(n) z_x^T(n)] \\ &= E[T_{wp} x(n) x^T(n) T_{wp}^T] \tag{4-3} \\ &= T_{wp} R_{xx} T_{wp}^T \end{aligned}$$

$$P_{xd} = E[z_d^T(n) z_x(n)] \tag{4-4}$$

오차 $e(n)$ 을 최소화하기 위한 최적 Wiener Hopf 해는 MSE(Mean Square Error)를 최소화 하는 근으로 다음과 같이 구해진다.

$$e(n) = d(n) - y(n) \tag{4-5}$$

$$g_{opt} = R_{zz}^{-1} P_{xd} \tag{4-6}$$

식(4-6)에서 알 수 있듯이 최적의 필터 계수를 찾기 위해서는 입력의 자기상관 함수의 역행렬과 상호상관함수의 값을 알아야 하며 통계적인 특성을 알아야 한다. 그러나 신호의 통계적인 특성을 안다는 것은 불가능하기 때문에 입력의 전력에 의해서 각각의 계수를 갱신하는 적응 알고리즘인 NLMS를 적용한다.

변환영역에서의 적응알고리즘은 시간영역에서와 유사하게 다음과 같이 표현된다.

$$W(n+1) = W(n) + \hat{R}_{zz}^{-1} z_x(n) e_w(n) \quad (4-7)$$

$$R_{zz}^{-1}(n) = \text{diag} [\hat{Z}_0^{-1}(n), \hat{Z}_1^{-1}(n), \dots, \hat{Z}_{N-1}^{-1}(n)] \quad (4-8)$$

$$W(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)] \quad (4-9)$$

$$e_w(n) = [e_{w_0}(n), e_{w_1}(n), \dots, e_{w_{N-1}}(n)] \quad (4-10)$$

여기서 N은 적응필터의 차수이다. 각각의 적응 필터의 계수는 오차와 변환된 입력신호 그리고 입력신호의 전력추정에 의한 대각행렬의 계수값에 의해서 갱신된다. 웨이브렛 패킷 변환영역에서 각 부밴드에서의 전력을 추정하기 위해 대각행렬 매트릭스의 추정치는 스무딩(smoothing) 파라미터 β 를 적용하여 계수를 갱신하게 되며 다음과 같다[3][17].

$$Z_i(n) = (1 - \beta)Z_i(n-1) + \beta z_i^2(n) \quad (4-11)$$

4.2. WPTNLMS 알고리즘의 성능평가

제안한 웨이브렛 패킷 변환 영역의 적응알고리즘의 성능을 평가하기 위해 적응 신호처리 중요 응용분야인 잡음제거에 적용하여 비정제신호

에 대한 잡음제거 성능을 살펴보고자 한다. 잡음제거 성능을 평가하기 위하여 비정제적인 신호로써 도플러신호를 요구신호[$d(n)$]로 사용하고 입력신호[$x(n)$]는 도플러신호에 잡음을 더한 신호를 이용하였다. 이 두 신호는 표 4-1의 값을 갖는 Daubechies 8-탭 웨이브렛 필터를 이용하여 신호를 부밴드로 분해하고 각각의 분해 밴드에서 적응알고리즘으로 NLMS를 사용하였다. 이때 사용된 필터의 차수는 각각 5차로 설정하고 각 밴드별로 NLMS알고리즘을 적용하여 신호를 추정하며 추정된 값은 다시 복원 단계를 거치는 전체적인 구조를 가지게 된다. 여기서 필요하게 되는 NLMS알고리즘의 계수값들인 적응계수[α], 초기치 전력[$\hat{P}(0)$], 스무딩 계수[β]는 각각의 표에서 나타내었으며 이 계수값들을 이용하여 제안한 알고리즘의 학습곡선 및 정상상태오차의 성능 평가를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 성능을 분석하였다.

Table. 4-1 Wavelet coefficients for Daubechies.

n	$h(n)$	$h_1(n)$
0	0.23037781330890	0.01059740178507
1	0.71484657055292	0.03288301166689
2	0.63088076792986	-0.03084138183556
3	-0.02798376941686	-0.18703481171909
4	-0.18703481171909	0.02798376941686
5	0.03084138183556	0.63088076792986
6	0.03288301166689	-0.71484657055292
7	-0.01059740178507	0.23037781330890

4.2.1. NLMS의 성능분석

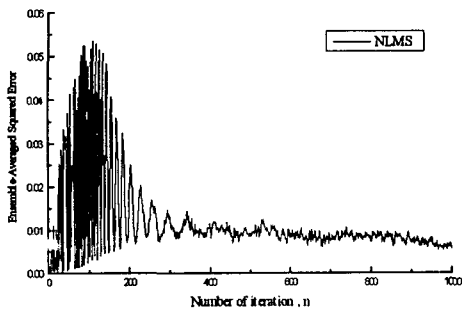


Fig. 4-2 Learning curve of NLMS.

Table. 4-2 Adaptive coefficients at NLMS.

α	$\hat{P}(0)$	β
0.00952	0.01	0.01

그림 4-2는 표 4-2의 계수값을 가지는 NLMS 알고리즘의 성능을 분석한 것이며 전 대역에 걸쳐 오차의 변동이 심하고 수렴영역에서 MSE값이 크다.

4.2.2. WPTNLMS 성능분석(level 1)

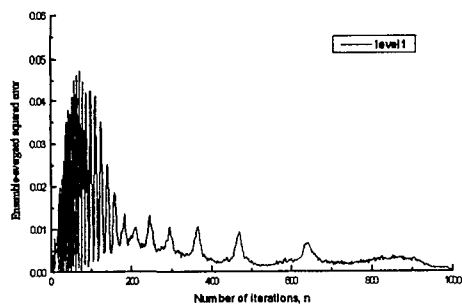


Fig. 4-3 Learning curve of WPTNLMS (Level 1).

Table. 4-3 Adaptive coefficients in level 1.

band	α	$\hat{P}(0)$	β
w_2	0.012900	0.1	0.01
v_2	0.141036	0.1	

그림 4-3은 입력신호를 2개의 밴드로 분해하고 각각의 부밴드는 표 4-3의 계수값을 갖는 NLMS알고리즘을 적용한 예이며 수렴영역에서 MSE값은 적으나 변동이 심한 부분이 나타난다.

4.2.3. WPTNLMS 성능분석(level 2)

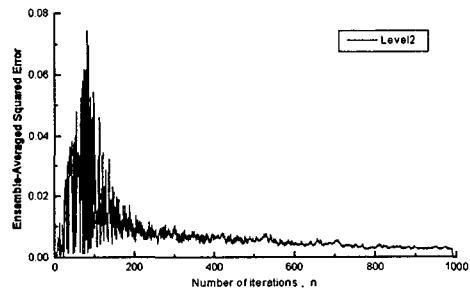


Fig. 4-4 Learning curve of WPTNLMS (Level 2).

Table. 4-4 Adaptive coefficients in level 2.

Band	α	$\hat{P}(0)$	β
w_{21}	0.01500	0.01	0.01
w_{20}	0.07037	0.05	
w_1	0.01500	0.05	
v_1	0.09750	0.02	

그림 4-4는 입력신호는 4개의 밴드로 분해하고 각각의 부밴드는 표 4-4의 계수값을 갖는 NLMS알고리즘을 적용한 예이며, 수렴영역에서 MSE값과 변동이 적고 2개의 밴드로 나누었을 때 그림 4-3 보다 좋은 결과를 보이고 있다.

4.2.4. WPTNLMS 성능분석(level 3)

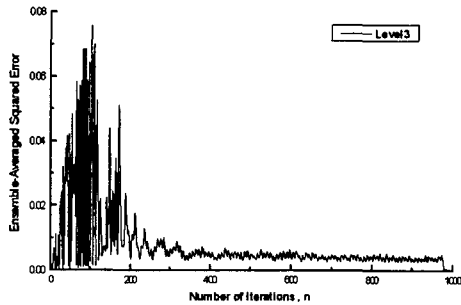


Fig. 4-5 Learning curve of WPTNLMS (Level 3).

Table. 4-5 Adaptive coefficients in level 3.

Band	α	$\hat{P}(0)$	β
w_{211}	0.00250	0.0001	0.01
w_{210}	0.01700	0.0005	
w_{201}	0.00015	0.0005	
w_{200}	0.00175	0.0002	
w_{11}	0.00125	0.0001	
w_{10}	0.00170	0.0005	
w_0	0.00510	0.0005	
v_0	0.03100	0.0002	

그림 4-5는 입력신호를 8개의 밴드로 분해하고 각각의 부밴드는 표 4-5의 계수값을 갖는

NLMS알고리즘을 적용한 예이며, 초기 수렴영역의 특성은 좋지 않으나 정상상태에서 변동이 적게 나타남을 확인할 수 있다.

각각의 실험에서 분해 밴드를 증가시키면서 학습곡선의 특성을 알아 본 결과 신호를 다차원 분해할수록 수렴속도 및 정상상태오차가 향상됨을 알 수 있었으며, 여기서 4개의 부밴드로 분해하여 NLMS알고리즘을 적용한 그림 4-4의 특성이 가장 좋은 특성을 보였다.

제안한 알고리즘을 잡음제거에 적용하여 성능을 평가하기 위해 그림 4-6과 같은 도플러신호를 요구신호로 이 도플러신호에 20[dB]의 백색 잡음(white Gaussian noise)을 추가한 그림 4-7과 같은 신호를 입력신호로하여 WPTNLMS알고리즘을 적용하였다. 이때 요구신호와 입력신호는 4개의 밴드로 분해하였으며 잡음을 제거한 결과는 그림 4-8에 나타내었다. 그리고 그림 4-9는 NLMS와 변환영역에서의 알고리즘인 DCTNLMS[2], WTNLMS[3], 제안한 알고리즘인 WPTNLMS의 학습곡선을 비교함으로써 제안한 방법이 수렴영역에서의 오차특성이 기존의 적응알고리즘보다 성능 면에서 향상됨을 보이고 있다.

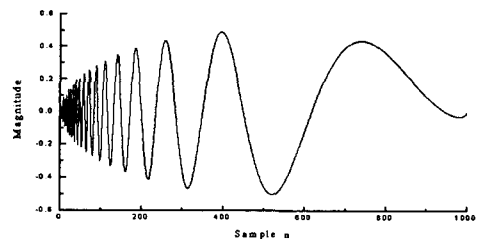


Fig. 4-6 Desired signal.

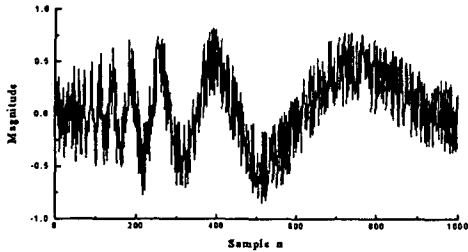


Fig. 4-7 Input signal.

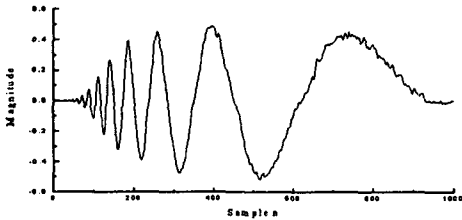


Fig. 4-8 Output signal.

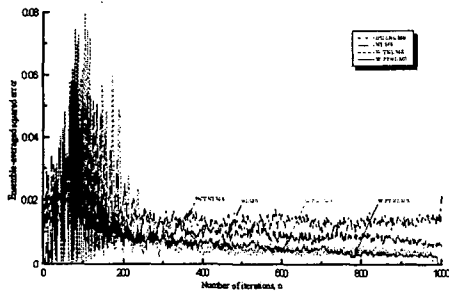


Fig. 4-9 Comparison of learning curves.

V. 결론

본 논문에서는 다차원 분해 적응 신호처리를 위해서 웨이블릿 패킷 변환을 이용하였다. 부밴드에서 적응알고리즘을 적용함으로써 비정제적인 신호의 잡음제거기에 있어서 기존의 시간 영역에서의 적응알고리즘보다 수렴속도의 향상과 정상상태에서의 오차를 줄일 수 있음을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 확인하였다. 향후 연구 과제로서는 WPTNLMS의 비정제적 환경에서의 오차를 최소화 할 수 있는 부밴드를 선택하는 문제, 최적화를 위해 적응알고리즘의 차수를 결정하는 문제가 고려되어야 하며 이에 대한 정량적인 해석과 아울러 적응 어레이 등과 같은 다른 분야에의 적용 연구가 수행되어야 할 것으로 본다.

참고 문헌

- [1] Hosur and A.H. Tewfik, "Wavelet Transform Domain LMS Algorithm", Proc. ICSSP-93, pp. 508-510, April 1993, Minneapolis, Minnesota, USA.
- [2] N. Erdol and F. Basbug, "Performance of Wavelet Transform Based Adaptive Filters", Proc. ICASSP-93, pp. 500-503, April 1993, Minneapolis, Minnesota, USA.
- [3] S. Attallah and M. Najim, "On the Convergence Enhancement of the Wavelet Transform Based LMS", Proc. of ICASSP95, vol. 2, pp. 973-977, Detroit, Michigan, USA, May 9-12, 1995.

- [4] B. Widrow, "Stationary and Nonstationary Learning Characteristics of the LMS Adaptive Filter", Proc. IEEE, vol. 64, pp. 1151-1161, Aug. 1976.
- [5] S.G. Mallat, "A Theory for Multiresolutional Signal Decomposition : The Wavelet Representation", IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. Vol. 11, No. 7, pp. 674-693, July 1989.
- [6] Y. T. Chan, *Wavelet Basics*, Kluwer Academic Pub. 1995.
- [7] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, SIAM, 1992.
- [8] John J. Benedetto and Michael W. Frazier, *Wavelets*, CRC Press , 1994
- [9] S. Haykin, *Adaptive Filter theory*, Upper Saddle River, N.J Prentice-Hall, 1996.
- [10] Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice-Hall , 1989.
- [11] B. Widrow and S. D.. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1985
- [12] Charles K. Chui, *An Introduction to Wavelets*, Academic Press, 1992.
- [13] Randy K.Young, *Wavelet Theory and Its Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [14] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1995 .
- [15] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall. 1993.
- [16] N. J. Fliege, *Multirate Digital Signal Processing*, John Wiley & Sons Ltd., 1994
- [17] S. M. Kuo and D.R. Morgan, *Active Noise Control Systems*, A Wiley-Interscience Publication, 1996.

Enhancement of Convergence Speed of Adaptive Algorithm using Wavelet Packet Transform

Seo-Yong, Park/Dae-Sung, Kim*

Abstract

The wavelet transform is widely used in signal processing application. In this paper, a wavelet domain adaptive algorithm(WPTNLMS) is derived and its performances are evaluated in non-stationary environment. Where the input signals are decomposed by the wavelet packet transform for the multi-resolution adaptive processing. And the NLMS is used as an adaptive algorithm in wavelet domain. The proposed technique is applied to noise cancellation of the Doppler signal which is added with white Gaussian noise.

* Dept. of Electronics Engineering Chungbuk National University.