

## ■ 연구논문

# 베타분포를 하는 비정규 공정능력평가의 종합적 측도

- A Comprehensive Measure of Evaluation for Non-Normal  
Process Capability with Beta Distributions -

김 흥 준 \*

Kim, Hong Jun

김 진 수 \*\*

Kim, Jin Soo

전 창 희 \*\*\*

Chun, Chang Hee

## Abstract

The main objective of this study are to propose two methods that would be a comprehensive measure of evaluation for non-normal process capability with Beta distributions. First method is introduced using process capability index  $C_{pk}$  by the Pearson system and Johnson system. The Pearson system and the Johnson System selected for process capability index calculation have a equivalent result of this study that the ranking of the seven indices in terms of sensitivity to departure of the process median from the target value from the most sensitive one up to the least sensitive are  $C_{pm}^*$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_s$ ,  $C_{pmk}$ ,  $C_{pm}$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_p$ .

Second method show using the percentage nonconforming by the Pearson, Johnson and Burr functions. In this study, we find that the Pearson system and the Burr system are a reasonable method to estimate percentage nonconforming. But, the exact procedure for deriving this estimate will be based on Beta distribution. Accordingly, if a process is not normally distributed , but normal-based techniques are used serious errors can result.

## 1. 서론

비정규공정에 대한 공정능력지수는 Pearson 시스템의 경우 Clements(1989)에 의해 제시되어, 그후 Pearn과 Kotz(1994-1995)에 의하여 발전 되어왔다. Pearson 시스템의 대안으로 개발된 Johnson 시스템의 경우는 Farnum(1996-1997)에 의해 제안되었다.

최근에는 Lovelace(1994)에 의해 바음수 값(naturally bound at zero)을 갖는 공정에 대한 공정능력지수  $C_{pb}$ 가 개발되었고, 그후 Wright(1995)에 의해  $C_s$ 가 개발되었다. Kane(1986)는 이

\* 대구 산업정보대학 산업안전과

\*\* 대전 산업대학교 산업공학과

\*\*\* 경일대학교 산업시스템공학과

러한 비정규분포를 나타내는 공정에 대해 정규분포를 하는 공정의 공정능력의 평가와 동일한 방법으로 직접 혹은 적합된 분포(a fitted distributions)를 이용하여 규격을 벗어나는 불량률의 추정이 가능하다고 언급하고 있다.

본 연구에서는 공정이 Beta 분포를 하는 비정규공정에 대한 공정능력의 평가를 공정능력지수를 사용하는 방법과 불량률을 사용하는 방법으로 구분하여 공정능력지수는 Pearson 시스템과 Johnson 시스템으로 대별하여 비교하였고, 공정능력지수 사용의 대안으로 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr 시스템의 3가지 분포를 적용하여 규격을 벗어나는 불량률의 측도로 제시함으로써 비정규공정의 공정능력평가에 대해 보다 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 종합적인 측도를 제시하고자 한다.

## 2. 비정규 공정능력의 선행측도

비정규분포를 하는 공정에 대한 공정능력을 평가하는 방법은 크게 2가지 형태로 구분할 수 있다.

- ① 공정능력지수를 사용하는 방법
- ② 불량률을 사용하는 방법

### 2.1 Pearson 시스템에 의한 공정능력지수

$C_p$  지수값을 추정하기 위해서 Clements는  $6\sigma$ 대신  $U_a - L_a$ 로 교체하여 식(2.1)과 같이 나타낸다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_a - L_a} \quad (2.1)$$

여기서  $U_a$ 는 99.865 백분위수이고,  $L_a$ 는 0.135 백분위수인 점의 값을 나타낸다. 이 값은 추정되는 왜도 ( $S_K$ ) 및 첨도 ( $K_U$ )의 특정값이 주어지는 경우 Gruska et. al.(1989)에 의해 제시된 표에서 구해진다. 식(2.1)에서  $U_a - L_a$ 를 취하는 이론적 근거는 공정이  $C_p = 1$ 일 때의 정규분포를 가정하면 평균으로부터  $\pm 3\sigma$ 를 벗어날 확률은 0.27%라는 것이다. 따라서  $C_p$ 는 식(2.2)과 같은 분위수로 나타낼 수 있다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{X_{0.99865} - X_{0.00135}} \quad (2.2)$$

여기서  $X_{0.99865}$ 와  $X_{0.00135}$ 는 각각  $U_a$ 와  $L_a$ 를 나타낸다.  $C_{pk}$ 도 동일한 접근으로  $USL - \mu$  대신에  $USL - M_e$ 로,  $\mu - LSL$  대신에  $M_e - LSL$ 로 변환되며,  $3\sigma$ 도 각각  $U_a - M_e$ ,  $M_e - L_a$ 로 변환되어 식(2.3)과 같다.

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \min \left[ \frac{USL - M_e}{U_a - M_e}, \frac{M_e - LSL}{M_e - L_a} \right] \\ &= \min(C_{pu}, C_{pl}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$\mu$  대신에 메디안  $M_e$ 을 취하는 이유는 메디안이 비정규분포의 중심을 잘 표현하기 때문이다.

같은 방법을 적용하면 식(2.4) ~ 식(2.7)과 같이 된다.

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\left(\frac{U_a - L_a}{6}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (2.4)$$

$$C_{pm}^* = \frac{\min[USL - T, T - LSL]}{3\sqrt{\left(\frac{U_a - L_a}{6}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \quad (2.5)$$

$$C_{pmk} = \min \left[ \frac{USL - M_e}{3\sqrt{\left(\frac{U_a - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL}{3\sqrt{\left(\frac{M_e - L_a}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \right] \quad (2.6)$$

$$C_{psk} = \min \left[ \frac{USL - M_e - |M_e - T|}{3\sqrt{\left(\frac{U_a - M_e}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}}, \frac{M_e - LSL - |M_e - T|}{3\sqrt{\left(\frac{M_e - L_a}{3}\right)^2 + (M_e - T)^2}} \right] \quad (2.7)$$

## 2.2 Johnson 시스템에 의한 공정능력지수

Johnson(1949)에 의해 제시된 Johnson 시스템은 비정규 분포를 모형화하는데 Pearson 시스템의 대안으로 제시되었다. Johnson 시스템에 대한 확률계산을 위하여 3가지 분포족에 관해 <표 1>과 같이  $z$ 를  $x$ 로 나타내어 표준정규분포와 동일한 계산을 할 수 있다.

<표 1> Johnson 시스템과  $x$ 에 대한  $z$ 등식

Johnson system type	equation for $x$ in terms of $z$	note
$S_U$	$x = \varepsilon - \lambda \sin h \left( \frac{z-\gamma}{n} \right)$	$\sin h(u) = \frac{e^u + e^{-u}}{2}$
$S_B$	$x = \varepsilon + \frac{\lambda}{1 + \exp \left( \frac{z-\gamma}{\eta} \right)}$	—
$S_L$	$x = \varepsilon + \lambda \exp \left( \frac{z-\gamma}{\eta} \right)$ $= \varepsilon + \exp \left( \frac{z-\gamma^*}{\eta} \right)$	$\gamma^* = \eta \ln \left[ \frac{\frac{n}{p} - 1}{p \left( \frac{m}{p} \right)^{1/2}} \right]$

비정규 공정에 대한 공정능력지수의 정의를 일반화시킬 때의  $C_p$ 지수는 식(2.1)와 동일한 방법으로 식(2.8)로 나타낸다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_a - L_a} \quad (2.8)$$

정규분포에 대해서는  $L_{\alpha_1} = \mu - 3\sigma$ ,  $U_{\alpha_2} = \mu + 3\sigma$  가 되며, Johnson 시스템에 의한 비정규 분포에 대한  $L_{\alpha_1}$  와  $U_{\alpha_2}$  는 <표 1>에서  $\alpha_1$  은  $z = -3$  과  $\alpha_2$  는  $z = 3$  으로 치환하여 사용한다. 예를 들면  $S_U$  곡선,  $S_B$  곡선을 사용할 때,  $L_{\alpha_1}$ ,  $U_{\alpha_2}$  값은 각각 식(2.9) 및 (2.10)와 같다.

$$L_{\alpha_1} = \varepsilon - \lambda \sin h\left(\frac{r+3}{\eta}\right) \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} U_{\alpha_2} &= \varepsilon - \lambda \sin h\left(\frac{r-3}{\eta}\right) \\ L_{\alpha_1} &= \varepsilon + \lambda \left[1 + \exp\left(\frac{r+3}{\eta}\right)\right]^{-1} \\ U_{\alpha_2} &= \varepsilon + \lambda \left[1 + \exp\left(\frac{r-3}{\eta}\right)\right]^{-1} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$C_{pk}$  지수인 경우의 일반화는 Johnson 변환을 통하여  $Z_L$  과  $Z_U$  값으로 치환하여 식(2.11)과 같이 나타낸다.

$$C_{pk} = \min\left(-\frac{Z_L}{3}, -\frac{Z_U}{3}\right) \quad (2.11)$$

### 3. 비정규 공정능력의 새로운 측도

2장에서는 비정규분포에 대한 공정능력의 측도로 분위수를 사용하여 Pearson 시스템을 이용한 공정능력지수로 나타내었다. 이 방법의 결점은 불량률을 추정하는데 어려움이 있다. 따라서 실무에 있어서 빈번히 사용되고 있는 불량률의 관점에서 비정규 공정의 공정능력의 새로운 측도를 제시하고자 한다.

본 연구에서는 Pearson, Johnson 및 Burr의 3가지 분포를 사용하여 불량률의 측도로 공정능력을 평가하기로 한다[4].

#### 3.1 Pearson 시스템

Pearson 시스템은 식(3.1)의 미분방정식을 만족시키는  $y = f(x)$  의 분포들이다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x - c_0)y}{c_1 + c_2 x + c_3 x^2} \quad (3.1)$$

Pearson 시스템에서 핵심역할은 적률을 이용해서 모수를 결정하고 적절한 곡선형태의 선정 기준을 제시해 준다.

분포의 형태를 정하기 위한 기준으로 사용하는 K값은

$$c_1 + c_2 x + c_3 x^2 = 0$$

의 해를 구해 식(3.2)와 같이 나타낸다.

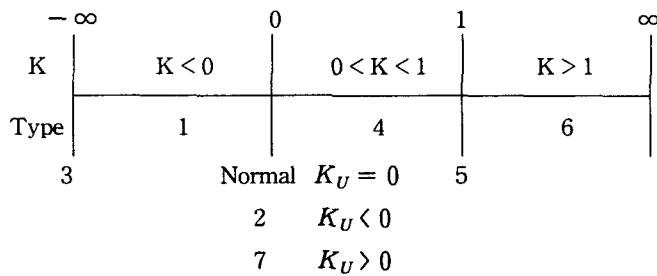
$$K = c_2^2 / 4c_1 c_3 \quad (3.2)$$

식(3.2)를 왜도( $S_K$ )와 첨도( $K_U$ )를 사용하여 나타내면 식(3.3)과 같다.

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)} \quad (3.3)$$

여기서  $\sqrt{\beta_1} = S_K$ ,  $\beta_2 = K_U$ 이다.

또한, <그림 1>은  $K$ 값에 해당하는 Pearson 곡선의 상이한 형태를 보여준다.



<그림 1>  $K$  값에 따른 Pearson 곡선과의 관계

Pearson 시스템 중 잘 알려진 곡선을 선정하여 나타내면 <표 2>와 같다.

<표 2> 잘 알려진 Pearson 곡선

Name	Type
Beta	1
Uniform	2 ( $K_U = -1.2$ )
Gamma, Chi-square	3
Normal	7 ( $c_2 = c_3 = 0$ )
t	7
Exponential	10

본 연구에서 Pearson 시스템의 Beta 분포를 하는 경우, 불량률을 추정하는 절차는 다음과 같다.

- ① 표본으로부터  $\bar{X}$ ,  $s$ ,  $S_K$ ,  $K_U$ 의 통계량을 구한다.
- ②  $S_K$ ,  $K_U$ 로부터  $K$ 값을 구하여 분포를 확인한다.
- ③  $S_K$ ,  $K_U$ 의 통계량에 해당(또는 근접)하는 Pearson 시스템의 표준화된 분위수에 일치하는 값을 Gruska et al.(1989)의 표에서 구한다.
- ④ 규격을 벗어나는 불량률을 구한다.

### 3.2 Johnson 시스템

Johnson 시스템의 누적분포함수는 식(3.4)와 같다[3].

$$G_i(x) = P\{z \leq r + \eta K_i(x, \lambda, \varepsilon)\} \quad (3.4)$$

여기서  $G_i(x)$ 는 누적분포함수이며, Johnson 시스템의 형태  $i(i=1,2,3)$ 를 나타낸다.  $\gamma$ 와  $\varepsilon$ 은 위치모수,  $\lambda, \eta$ 는 척도모수이다. 확률밀도함수  $g_i(x)$ 는  $G_i(x)$ 를 미분함으로써 <표 3>과 같은 밀도함수를 구할 수 있다. 여기서  $f(z)$ 는  $z = r + \eta K_i(x, \lambda, \varepsilon)$ 에서 계산된 표준 정규밀도함수를 나타낸다. Johnson 시스템에서의 불량률 추정 절차는 앞 절에서 언급하였기 때문에 생략하기로 한다.

<표 3> Johnson시스템 형태의 밀도함수

Johnson curve type	Density function
$S_U$	$g_1(x) = \left(\frac{\lambda}{\eta}\right) f(z) \left[1 + \left(\frac{x-\varepsilon}{\lambda}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$
$S_B$	$g_2(x) = \eta \lambda \frac{f(z)}{(x-\varepsilon)(\lambda+\varepsilon-x)}$
$S_L$	$g_3(x) = \eta \frac{f(z)}{x-\varepsilon}$

### 3.3 Burr 시스템

데이터 집합을 묘사하는 전통적인 접근은 밀도함수를 사용한다. 이 경우 데이터 비교를 위한 이론적 확률률 구하기 위해서 적분을 하여 적절한 분포함수를 구하는데 적분은 성가시고, 대부분의 밀도함수들을 구할 수 없는 현실적인 문제가 발생하게 된다. 그러나 누적분포함수가 직접 구해질 수가 있다면 불량률은 쉽게 추정할 수 있다. 이러한 접근은 Burr(1942) 와 Hatke(1949)에 의해 식(3.5)와 같은 미분방정식을 고려함으로써 시도되었다[4].

$$\frac{dy}{dx} = y(1-y) g(x, y) \quad y = F(x) \quad (3.5)$$

여기서  $g(x, y)$ 는  $0 < y < 1$ 에 관해 양수이고  $F(x)$ 는  $F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1$ 인 비감소 함수이다.

Burr에 의해 고려된 한가지 편리한 해는 식(3.6)과 같다. 이것이 Burr 누적분포이다.

$$F(x) = 1 - (1+x^c)^{-K}, \quad x \geq 0 \\ = 0, \quad x < 0 \quad (3.6)$$

여기서  $C, K$ 는 Gruska et. al.(1989)의 Burr 시스템의 모수의 표에서 주어지는 실수인 값들이고, 확률밀도함수는 식(3.7)과 같다.

$$F(x) = f(x) = \frac{Kcx^{c-1}}{(1+x^c)^{K+1}} \quad (3.7)$$

Burr 시스템을 적용하여 불량률을 구하는 절차는 다음과 같다.

① 표본으로부터  $\bar{X}, s, S_K, K_U$ 의 통계량을 구한다.

②  $S_K, K_U$  값에 해당(또는 근접)하는 Burr 시스템의 모수의 표로부터  $C, K, \hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 를

구한다.

- ③  $P_r(x < \hat{x}_0)$  를 계산하기 위해서 아래 식을 사용해서  $x_0$  를 구한다.

$$\frac{x_0 - \mu}{\sigma} = \frac{\hat{x}_0 - \bar{x}}{s}$$

또는

$$x_0 = \sigma(\hat{x}_0 - \bar{x})/s + \mu$$

이 때  $P_r(x < \hat{x}_0) = F(x_0; C, K)$

- ④ 확률 P를 계산한다.

$$P = F(x_0; C, K)$$

즉

$$x_0 = [(1-p)^{-1/k} - 1]^{1/c}$$

### 3.4 베타 함수의 적용[4]

- (1) 베타 함수의 적용기준은  $K < 0$  으로 한다.  
(2) 베타 함수는 식(3.8)과 같이 나타낸다.

$$y = y_0 (1 + Z/A_1)^{P_1} (1 - Z/A_2)^{P_2} \quad (3.8)$$

$$\text{여기서 } \frac{P_1+1}{A_1} = \frac{P_2+1}{A_2}, Z = X - \bar{X}/s$$

식(3.8)를 구하기 위해 다음 값을 계산한다.

$$\textcircled{1} \quad R = 6\{K_U - (S_K)^2 + 2\}/(-3S_K^2 - 2K_U)$$

$$\textcircled{2} \quad SRT = \sqrt{(-S_K)^2 (R+2)^2 + 16(R+1)}$$

$$\textcircled{3} \quad A = A_1 + A_2 = 0.5 SRT$$

$$P_1 = \min [0.5(R - 2 \pm R(R+2)S_K/SRT)]$$

$$P_2 = \max [0.5(R - 2 \pm R(R+2)S_K/SRT)]$$

$$A_1 = A(P_1 + 1)/(P_1 + P_2 + 2)$$

$$A_2 = A - A_1$$

$$\textcircled{4} \quad y_0 = \frac{(P_1+1)^{P_1} (P_2+1)^{P_2}}{A(P_1+P_2+2)^{(P_1+P_2)} B(P_2+1, P_1+1)}$$

$$\text{여기서 } B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$$

#### 4. 공정능력평가의 비교 분석 및 고찰

본 연구에서 비정규분포의 공정능력을 평가하는 방법으로 ① 공정능력지수를 사용하는 방법 ② 불량률을 사용하는 방법 2가지를 공정능력 평가의 측도로서 나타내어 비교 분석하기 위하여 <표 4>와 같은 Hahn과 Shapiro(1967)의 예제를 인용하여 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr 시스템의 3가지 방법에 의해 공정능력을 평가하기로 한다.

<표 4>는  $LSL = 0.4$ ,  $USL = 0.9$ 인 공정으로부터  $T = 0.5\Omega$  저항을 500개 측정한 데이터를 도수분포표로 정리하여 나타내었다.

<표 4> 0.5  $\Omega$  저항을 500개 측정하여 정리한 도수분포표(단위 : ohm)

N0	중앙값	도수	$S_B$
1	0.4미만	4	6.5
2	0.425	33	36.1
3	0.475	78	74.1
4	0.525	99	93.8
5	0.575	87	90.4
6	0.625	76	73.0
7	0.675	51	52.0
8	0.725	32	33.7
9	0.775	21	19.9
10	0.825	7	10.9
11	0.875	5	5.5
12	0.9초과	7	4.1
합계		500	500
$\chi^2$ 의 값			3.64

##### 4.1 공정능력지수에 의한 공정능력의 평가

###### (1) Pearson 시스템(Clement방법)에 의한 공정능력지수의 계산

Pearson 방법에 의한 공정능력지수의 계산은 다음과 같은 절차에 의해 실시한다. Clements에 의해 제시된 절차에 따라 Pearson 시스템에 의한 공정능력지수를 계산하기 위해 측정 데이터로부터  $\bar{x} = 0.59$ ,  $s = 0.105$ ,  $S_K = 0.54$ ,  $K_U = 2.98$ 이 구해졌다. 이 값에 의해  $\hat{U}_a = 1.06$ ,  $\hat{L}_a = 0.26$ ,  $\hat{M}_e = 0.58$ 로 추정되었다. 이들 값을 적용하여 구한 결과는 <표 5>와 같다.

###### (2) Johnson 시스템에 의한 공정능력지수의 계산

Johnson 방법에 의한 공정능력지수의 계산을 한 결과를 <표 5>에 정리하였다. 이 공정은 규격을 벗어나고 있고 또한 공정의 평균과 메디안이 각각 목표치를 약간 벗어나고 있어 지속적인 품질개선이 요구된다. 이러한 내용을 반영시켜주는  $\hat{C}_{pk}$ 의 값은 정규공정일 때 0.24, 비정규 공정의 Pearson시스템인 경우 0.25, Johnson시스템의 경우 0.31로 나타나 2가지 시스템간의 차는 거의 없다고 판단된다.

<표 5>에서 알 수 있듯이 공정 메디안이 목표치를 벗어남을 감지하는 감도의 우수성은 제3세대 공정능력 지수인  $C_{pmk}$ 의 정보결핍의 대안으로 제안된 왜도에 민감한 공정능력 지수인

&lt;표 5&gt; 공정능력 평가

공정분류 및 적용구분	$\hat{C}_p$	$\hat{C}_{pk}$		$\hat{C}_{pm}$	$\hat{C}_{pm}^*$	$\hat{C}_{pmk}$	$\hat{C}_s$	$\hat{C}_{psk}$	불량률 (%) (-)는 베타 함수 적용
		$\hat{C}_{pl}$	$\hat{C}_{pu}$						
Normal	0.79	(0.60)	0.98	0.60	0.24	0.46	0.33	0.24	0.51
Non-Normal	Pearson (Clements)	0.63	(0.56)	0.67	0.54	0.21	0.45	0.33	0.25
	Johnson	0.80	(0.74)	0.80	0.64	0.25	0.48	0.33	0.31
			(0.78)	0.85		-	-	-	2.06
	Burr								1.45

$C_s$ 보다  $C_{psk}$ 지수가 우수함을 알 수 있다.

따라서 비정규 공정에 대한 새로운 공정능력지수로 개발된  $C_{psk}$ 는  $T \neq M$ 인 경우에 대해서  $C_{pm}^*$ 보다는 감도가 조금 떨어지나, 특히 왜도에 민감하게 개발된  $C_s$  지수보다 우수함을 보여주어 비정규공정의 공정능력을 올바르게 반영시키고 있음을 알 수 있다.

#### 4.2 불량률에 의한 공정능력의 평가

##### (1) Pearson 시스템

예제에서 분포의 형태를 결정하기 위해서 K값을 구한 결과  $K = -0.131 < 0$  이므로 type 1인 Beta 분포로 확인되었다. Beta 분포의 불량률을 추정하는 절차로부터 불량률을 추정하면 다음과 같다.

$$P(X \leq 0.4) + [1 - P(X \leq 0.9)] = 0.912 + 0.639 = 1.55(\%)$$

##### (2) Johnson 시스템

Johnson 시스템에 의한 규격을 벗어난 추정불량률을 계산하면 다음과 같다.

$$P(X < LSL) = P(Z < Z_L) = P(Z < -2.225) \approx 0.0122$$

$$P(X > USL) = P(Z > Z_U) = P(Z > 2.39) = 0.0084$$

따라서 불량률은 2.06%로 계산되어 Pearson 시스템보다 조금 높게 추정되었다.

#### 4.3 Burr 시스템

Burr 시스템을 적용하는 절차로부터

$$P = F(x_0; c, k) \text{ 로부터}$$

$$F(x) = P(x \leq 0.4)$$

$$= 1 - (1 + x^c)^{-k}$$

$$= 1 - (1 + 0.0238^{2.2928})^{-22.6938}$$

$$= 0.0089345 \approx 0.0089$$

같은 방법으로  $F(x) = P(X \leq 0.9) = 0.994368 \approx 0.9944$

따라서 규격을 벗어나는 불량률은 1.45%로 추정된다.

#### 4.4 베타함수

하한 규격(USL)을 벗어나는 불량률은

$$\begin{aligned} y &= 0.3709(1 + -2.05/2.13)^{2.04}(1 + 2.05/5.69)^{7.1} \\ &= 0.004078 \\ &\approx 0.41\% \end{aligned}$$

로 추정되고 동일한 방법으로 상한 규격(USL)을 벗어난 불량률은 0.70%로 추정되기 때문에, 불량률은 1.11%로 나타났다. 상기 3가지 시스템에서의 추정 불량률의 결과는 <표 5>에 요약하였다.

본 연구에서는 비정규분포가 Beta분포에 따를 때, 불량률을 추정해 본 결과 Pearson 시스템과 Burr 시스템은 거의 차가 없음을 알수 있고, Johnson 시스템은 이보다 조금 높게 나타났다.

### 5. 결론

본 연구에서 Beta 분포를 하는 공정능력의 평가를 목표치가 규격의 중심에 위치하지 않을 때의 경우에 공정능력지수에 의한 평가는 목표치로부터 공정 메디안이 벗어남을 감지하는 감도는  $C_{pk}$ 가  $C^*$  보다 조금 떨어지나 다른 공정능력지수들보다 우수함을 보여주어 비정규공정의 공정능력을 비교적 올바르게 반영시키고 있음을 알수 있었고, Pearson 시스템과 Johnson 시스템간의 차이는 거의 없다고 판단된다. 그러나 공정능력지수로 공정능력을 평가할 때의 큰 결점은 공정의 불량률의 정보가 무시되기 쉽다는 사실이다. 따라서 이의 대안으로 불량률에 의한 공정능력의 평가를 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr 시스템의 3가지 분포를 적용하여 규격을 벗어나는 불량률을 추정하여 병용함으로써 비정규 공정의 공정능력에 대해 보다 구체적인 추가 정보를 제시할 수 있어 실무자로 하여금 공정의 개선을 유도하는 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 공정능력의 새로운 측도로 제시하였다.

Beta 분포를 하는 공정에 대한 불량률의 측도에 의한 공정능력의 평가는 Pearson 시스템과 Burr 시스템이 비교적 근사하게 추정되어짐을 알수 있다. 그러나 Burr 시스템의 경우 적절한  $S_K$ ,  $K_U$  값을 취할 수 있다면 정확도가 증가되어 보다 신뢰할 수 있다. 향후 실제 공정에서 나타날 수 있는 다양한 비정규분포의 경우에도 불량률의 측도로 나타낼 수 있도록 이에 따른 추가연구가 요구된다.

### 참 고 문 헌

- [1] Burr, I.W. ; "Cumulative Frequency Functions", Ann.Math.Stat. 13, pp. 215~232, 1942.
- [2] Clements, John A ; "Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions", Quality Progress, 22(9), pp.95~100, 1989.
- [3] Farnum, N. R. ; "Using Johnson Curves to Describe Non-Normal Process Data", Quality Engineering , 9(2), pp. 329~336, 1966~1967.
- [4] Gruska, G. F., Lamberson, L. R., and Mirkhani, K. ; "Non-Normal Data Analysis", Multiface Publishing Co., Michigan, 1989.
- [5] Hahn, G. J., and Shapiro, S. S. ; "Statistical Models in Engineering", John Wiley & Sons, Inc., New York. p.207, 1967.
- [6] Hatke, Sister M.A ; "A Certain cumulative Probability Function", Ann.Math.Stat. 20, pp. 461~463, 1949.
- [7] Johnson, N.; "Systems of Frequency Curves Generated by Translation", Biometrika, 36, pp. 149~176, 1949.
- [8] Kane, Victor E ; "Process capability indices", Journal of Quality Technology, 18(1),pp. 41~52, 1986.
- [9] Lovelace, C. R. ; " The Development of a Process Capability Index for Non-Normal Processes Naturally Bound at Zero." Ph. D. Dissertation. University of Alabama in Huntsville, 1994.
- [10] Pearn, W.L., and Kotz, S.; "Application of clement's Method for Calculationg Second - and-Third-Generation Process Capability Indices Non-Normal Pearsonian Population", Quality Engineering, 7(1), pp. 139~145, 1994~1995.
- [11] Slifker, James F. ; Shapiro, Samuel S. ; "The Johnson system: selection and parameter estimation", Technometrics, 22(2),pp. 239~246, 1980.
- [12] Wright, P. A ; "A Process Capability Index Sensitive to Skewness",Journal of Statistical Computation Simulation, 52, pp. 195~203, 1996.