▨ 연구논문

작업자 공유가 가능한 이기종 병렬기계 작업장에서 작업자 부하균형 문제+

-A Load Balancing Problem among Operators in a Nonidentical Parallel Machine Shop Considering Operator Sharing -

문덕희*
Moon, Dug Hee
김대경*
Kim, Dae Kyoung

Abstract

In this paper, a load balancing problem among operators is considered, when one or more machines can be assigned to an operator. The machines are grouped into two types and there are more than one machines in each group. The type of machine in which a job can be processed, is determined. However, an operator can handle both types of machine. The elementary operations of a job are classified into three classes : machine-controlled elements, operator-controlled elements and machine/operator-controlled elements.

The objective is to balance the workloads among operators under the constraints of available machine-time and operator-time. A heuristic solution procedure is suggested for allocating jobs to machines and allocating machines to operators. The performance of the algorithm is evaluated with various data set.

1. 서론

기계, 작업자, 치공구 등과 같은 생산에 필요한 자원들(resources)을 어떠한 방법으로 이용하는 것이 효율적인가 하는 문제는 지난 수십년간 많은 사람들에 의해 연구되어 왔다. 특히 생산성 향상이 기업경쟁력의 중요한 결정요인으로 대두됨에 따라 다양한 공정개선 및 공정재편성 활동들이 전개되었으며, 그 결과 과거에는 한 사람의 작업자가 한 대의 기계를 담당하던 관행에서 벗어나 이제는 한 사람의 작업자가 여러 대의 기계를 동시에 담당하는 것이 보편화되고 있다. 또한 과거의 소품종다량생산 시대에는 각 기계에서 동일한 제품만을 생산하였지만 다품종소량생산이 확산된 지금은 한 대의 기계에서 여러 종류의 제품을 생산하고 있다.

---

* 창원대학교 산업공학과

+ 이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 수행되었음.

본 연구는 두 종류의 서로 다른 기계로 구성된 작업장에서의 작업자-기계-작업 할당문제를 다룬다. 기계는 두 종류가 있는데 각 작업이 어느 종류의 기계에 할당되어야 하는 지는 이미 확정되어 있고, 각 작업별 생산량도 확정되어 있다. 반면에 작업자는 두 종류의 기계를 모두 다룰 수 있다. 이러한 상황하에서 작업자 사이의 부하균형을 고려하면서 작업자-기계-작업의 최적 할당방법을 찾고자 한다.

이 문제와 관련된 연구분야에는 다음과 같은 것들이 있다. 먼저 한사람의 작업자가 복수의 기계를 담당하는 경우에 경제적인 기계대수를 결정하는 문제는 작업자-복수기계 분석방법에 의해 결정할 수 있다. 그러나 이 방법은 각 기계에서 생산하는 제품이 동일한 경우에만 적용할 수 있다. 이와 비슷한 유형의 문제로 작업자/기계간섭(operator/machine-interference)을 최소화하는 문제가 있다. 이와 관련해서는 Eden[2], Stecke와 Aronson[7], Koulamas와 Smith[4], Koulamas[5] 등의 연구가 발표되었는데, 대부분의 경우 한 명의 작업자에게 할당된 기계가 정해져 있을 때 작업자/기계간섭을 최소화시키기 위한 작업자 배정규칙에 대한 연구이거나, 적정 기계대수를 결정하는 연구들이다. 이러한 연구들은 주어진 작업을 기계에 할당하고, 복수의 작업자를 복수의 기계에 할당해야하는 본 연구와는 차이가 있다.

또 다른 연구분야로는 작업자를 주어진 작업에 적절히 할당하는 작업자 할당문제가 있다. 근래에 이 분야의 주요 관심사는 작업자들 간에 특정 작업에 대한 능력이 다를 때 각 작업에 어느 작업자를 할당하는 것이 효과적인 가에 대한 것이다. 효과를 평가하는 척도로는 작업량의 균형이나 작업완성도를 최대화시키는 목적함수가 사용되고 있는데 Chu[1], Grandzol과 Traaen[3] 등의 연구가 이 분야에 포함된다. 이들 연구가 본 연구과제와 기본적으로 다른 점은 작업자라는 자원만을 고려한다는 점이다.

Treleven[9]은 Job Shop 환경 하에서 기계와 작업자 등 두종류의 자원에 대한 제약을 고려하며 작업자를 기계에 할당하는 문제를 연구하였는데 시뮬레이션을 이용하여 5가지의 탐색적 작업자 할당규칙(heuristic labor assignment rule)의 우수성을 비교하였다. Russel등[6]은 Treleven[9]의 연구를 Cellular Manufacturing System으로 확장하였는데 한 작업자가 몇 대의 기계를 담당한다는 상황을 고려하였다. 이 연구에서는 3개의 작업장(cell)로 구성된 시스템이 고려되었는데 각 작업장에는 몇 대의 기계가 U-line형태로 배치되어 있다. 또한 각 기계에서 대기중인 공정의 투입순서를 결정하는 규칙(dispatching rule), 어느 기계에 작업자를 할당하느냐에 대한 작업자 할당규칙, 작업자가 다른 기계로 이동하는 시점을 관리하는 작업자 이동규칙 등에 대하여 시뮬레이션을 수행하였는데 평균체류시간(mean flow time), 평균지연시간(mean tardiness), 납기지연율(rate of tardy jobs) 등 스케쥴링 분야에서 널리 사용되는 척도를 평가의 기준으로 삼았다. 하지만 위의 두 논문은 어느 제품을 어느 기계(혹은 cell)에 할당하는가 하는 점은 고려하지 않았으며, 공정의 수행을 위해서는 작업자가 해당기계에 머무르고 있어야 한다는 점이 본 연구과제에서 다루고자 하는 상황과 다르다. 또한 균형화(balancing)개념보다는 기계 및 작업자의 스케쥴링 관점에서 문제를 해결한 점도 차이가 있다. 이 이외에도 1980년대 이후에 집중적으로 연구가 진행이 되었던 FMS에서의 작업할당문제나 Assembly Line Balancing(ALB)문제, So[8]의 논문에서 고려하는 병렬기계작업장에서의 스케쥴링 문제도 본 연구와 약간의 유사성을 가지고 있다.

문덕희, 김대경[10]은 동일한 병렬기계로 구성된 작업장에서 작업자 사이의 부하균형을 고려하는 문제를 다루었는데, 유전자해법과 발견적 기법을 통합한 해법을 제시하였다. 하지만 본 논문과 다른 점은 본 논문에서는 두 종류의 병렬기계로 구성된 작업장을 고려한다는 점이다.

2. 문제정의

본 연구에서 고려하고 있는 대상시스템에서는 다음과 같은 상황을 가정한다.

① 기계는 두가지 유형이 있으며, 각 유형마다 복수의 동일한 기계로 구성된다.
② 작업자는 기계의 유형에 관계없이 작업을 할 수 있으며, 동시에 복수 기계를 담당한다.
③ 제품은 금형을 이용하여 생산되는데, 금형의 특성 때문에 어떤 종류의 기계에서 생산해야 하는지 사전에 결정되어 있다.
④ 공정은 단일공정이며, 한 공정 주기는 부착(loading), 공정진행(processing), 제거(unloading), 검사(inspection) 등의 요소작업으로 구성된다. 이 이외에도 생산품의 종류가 바뀌게 되면 금형을 교체하는 작업교체준비(setup)를 수행해야 한다. 요소작업별 소요시간은 작업자만의 소요시간, 기계만의 소요시간, 작업자와 기계의 공동 소요시간으로 구분할 수 있는데 작업자만의 소요시간에는 검사시간이 포함되며, 기계만의 소요시간에는 공정진행시간이, 작업자-기계 소요시간에는 착탈(loading/unloading)시간 및 작업교체준비(setup)시간이 포함된다. 여기에서 대부분의 기계들이 근접하여 배치되어 있기 때문에 작업자가 다른 기계로 이동하는 시간은 고려하지 않는다.

이와 같은 가정을 바탕으로 작업자들 사이에 작업할당량을 공평하게 배분해 주는 것이 목적함수다. 여기에서 작업량이란 주어진 작업을 마치는데 소요되는 시간이 아니라 실제로 작업자가 일을 하는 시간의 합을 의미한다. 즉 작업자 소요시간과 작업자/기계 소요시간을 모두 더한 것이 작업자의 작업량이다. 그 이유는 이 작업은 반복적인 작업으로 작업진행 도중에 생산품의 조합에 따라 작업자의 유휴시간이 발생할 수도 있고 기계의 유휴시간이 발생할 수도 있기 때문이다.

따라서 두 종류의 동일한 기계들로 구성된 작업장에서 작업자들 사이의 부하 불균형을 최소화하기 위한 모형은 다음과 같은 정수계획법으로 표현할 수 있다.

< 기호 >

G_1 : 기계 유형 1에서 수행해야 하는 작업들의 집합,
G_2 : 기계 유형 2에서 수행해야 하는 작업들의 집합,
l_1 : G_1 에 속하는 작업들의 수,
l_2 : G_2 에 속하는 작업들의 수,
m_1 : 기계 유형 1에 해당되는 기계의 수,
m_2 : 기계 유형 2에 해당되는 기계의 수,
n : 작업자 수,
i : 작업을 나타내는 첨자 (i = 1, ... ,l_1, l_1+1, ..., l_1+l_2),
j : 기계를 나타내는 첨자 (j = 1, ... ,m_1, m_1+1, ..., m_1+m_2),
k : 작업자를 나타내는 첨자 (k = 1, ... ,n),
P_i : 작업 i의 1 뱃치(batch)의 공정시간,
L_i : 작업 i의 1 뱃치의 착탈(loading/unloading)시간,
I_i : 작업 i의 1 뱃치의 검사시간,
S_i : 작업 i를 생산하기 위한 작업교체준비시간,
Q_i : 작업 i의 생산량,
B_i : 작업 i의 금형 용량 (일반적으로 cavity라고 하며, 1 뱃치를 의미),
MT_i : 작업 i의 기계소요시간 , $MT_i=\left\{S_i+(\frac{Q_i}{B_i})^{\circ}(L_i+P_i)\right\}$,
OT_i : 작업 i의 작업자소요시간, $OT_i=\left\{S_i+(\frac{Q_i}{B_i})^{\circ}(L_i+I_i)\right\}$,
H : 1일 가용작업시간,

X_{ij} : 0-1 변수로 작업 i가 기계 j에 할당되면 1, 아니면 0,
Y_{jk} : 0-1 변수로 기계 j가 작업자 k에게 할당되면 1, 아니면 0.

이때 $(\frac{Q_i}{B_i})^o$ 은 $(\frac{Q_i}{B_i})$ 이상의 최소정수를 의미하며, 작업(job)이라 함은 특정 제품을 몇 개 생산하라는 주문을 의미하는데, 공정의 특성상 생산요구량을 금형의 용량(cavity)으로 나눈 횟수만큼의 반복작업이 필요하다.

위와 같은 기호들을 사용하여 다음과 같은 정수계획모형을 구축할 수 있다. 편의상 작업번호 1부터 l_1까지는 기계유형 1에서 수행되고, 작업번호 l_1+1부터 l_1+l_2까지는 기계유형 2에서 수행된다고 가정하자. 또한 기계번호 1부터 m_1까지는 기계유형 1에 속하며, 기계번호 m_1+1부터 m_1+m_2까지는 기계유형 2에 속한다고 하자.

$$\text{Min} \quad TB_1 = \sum_{k=1}^{n}(EV - V_k)^2 \tag{1}$$

s.t.

$$W_j = \delta_1 \sum_{i=1}^{l_1} X_{ij}MT_i + (1-\delta_1) \sum_{i=l_1+1}^{l_1+l_2} X_{ij}MT_i \qquad j=1,\ldots,m_1,m_1+1,\ldots,m_1+m_2, \tag{2}$$

$$V_k = \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{i=1}^{l_1} X_{ij}Y_{jk}OT_i + \sum_{j=m_1+1}^{m_1+m_2} \sum_{i=l_1+1}^{l_1+l_2} X_{ij}Y_{jk}OT_i \qquad k=1,\ldots,n, \tag{3}$$

$$EV = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} V_k \ , \tag{4}$$

$$W_j \le H \qquad j = 1,\ldots,m_1,m_1+1,\ldots,m_1+m_2, \tag{5}$$

$$V_k \le H \qquad k = 1,\ldots,n, \tag{6}$$

$$\delta_2 \sum_{j=1}^{m_1} X_{ij} + (1-\delta_2) \sum_{j=m_1+1}^{m_1+m_2} X_{ij} = 1 \qquad i=1,\ldots,l_1,l_1+1,\ldots,l_1+l_2, \tag{7}$$

$$(1-\delta_2) \sum_{j=1}^{m_1} X_{ij} + \delta_2 \sum_{j=m_1+1}^{m_1+m_2} X_{ij} = 0 \qquad i=1,\ldots,l_1,l_1+1,\ldots,l_1+l_2, \tag{8}$$

$$\sum_{k=1}^{n} Y_{jk} = 1 \qquad j=1,\ldots,m_1,m_1+1,\ldots,m_1+m_2. \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{m_1+m_2} \sum_{k=1}^{n} X_{ij}Y_{jk} = 1 \qquad i=1,\ldots,l_1,l_1+1,\ldots,l_1+l_2, \tag{10}$$

$$\delta_1 \sum_{i=1}^{l_1} X_{ij} + (1-\delta_1) \sum_{i=l_1+1}^{l_1+l_2} X_{ij} \ge 1 \qquad j=1,\ldots,m_1,m_1+1,\ldots,m_1+m_2, \tag{11}$$

$$(1-\delta_1) \sum_{i=1}^{l_1} X_{ij} + \delta_1 \sum_{i=l_1+1}^{l_1+l_2} X_{ij} = 0 \qquad j=1,\ldots,m_1,m_1+1,\ldots,m_1+m_2, \tag{12}$$

$$\sum_{j=1}^{m_1+m_2} Y_{jk} \ge 1 \qquad k = 1,\ldots,n, \tag{13}$$

$$X_{ij} = 0 \text{ or } 1, \qquad i=1,\ldots,l_1+l_2, \quad j=1,\ldots,m_1+m_2,$$

$$Y_{jk} = 0 \text{ or } 1, \qquad j=1,\ldots,m_1+m_2, \quad k=1,\ldots,n,$$

$$\delta_1 = \begin{cases} 1, & \text{if } j = 1, \ldots, m_1 \\ 0, & \text{if } j = m_1 + 1, \ldots, m_1 + m_2 \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 1, & \text{if } i = 1, \ldots, l_1 \\ 0, & \text{if } i = l_1 + 1, \ldots, l_1 + l_2 \end{cases}$$

이 모형은 비선형 0-1 정수계획법 문제이다. 목적식은 작업자들간의 부하평준화 정도를 나타내고 있고, 식 (2)에서 W_j는 기계 j에 할당된 작업들의 총기계시간이며, 식 (3)의 V_k는 작업자 k에게 할당된 작업들의 총작업자시간을 나타낸다. 식 (4)는 모든 작업자에 대한 총작업자시간을 작업자수로 나눈 값, 즉 평균 작업자시간이고, 제약식 (5)과 (6)은 기계별 가동시간과 작업자별 가동시간의 허용범위를 나타낸다. 제약식 (7)과 (8)은 제품 i는 해당 유형의 오직 한 기계 j에게 할당이 됨을 나타내며, 식(9)는 기계 j는 한 명의 작업자에게만 할당됨을 의미한다. 식 (10)은 제품 i는 전체 작업장에서 한 번 할당됨을, 제약식 (11)과 (12)는 최소한 기계 j에는 제품이 1개 이상 할당이 되어야 함을, 식 (13)은 작업자 k에게는 최소한 하나 이상의 기계가 할당되어야 하는 조건을 의미한다.

3. 발견적 해법

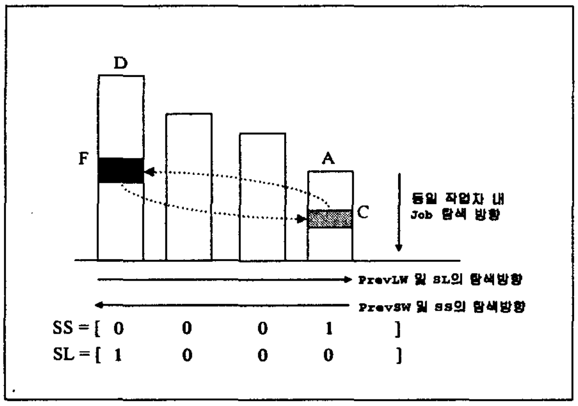
이 문제는 전형적인 비선형정수계획법 문제로 NP-complete 문제다. 따라서 다음과 같은 발견적 기법을 제시하여 문제를 해결하고자 한다. 발견적 해법은 크게 2단계로 구성이 되는데 1단계는 초기해를 생성하는 단계이며, 2단계는 작업자 사이의 불균형을 최소화시키기 위하여 개선을 해 나가는 단계이다.

< 단계 1 : 초기해 생성 단계>

1.1. 두 작업 그룹(G_1, G_2) 중 먼저 한 작업그룹을 임의로 선택한다. 이때 선택된 작업 그룹을 G_s라 한다.
1.2. G_s에 속하는 l_s개의 작업들에 대해 각 작업들의 기계소요시간(MT_i)이 감소하는 순서대로 정렬한다.
1.3. 1.2에서 정렬된 작업들 중 처음 m_s개의 작업을 m_s대의 기계에 하나씩 할당 한다.
1.4. 나머지 l_s-m_s개의 작업은 각 기계에 이미 할당된 작업들의 기계소요시간의 합이 가장 작은 기계에 하나씩 차례로 할당한다.
1.5. 두 그룹에 대해 할당이 완료되었으면 1.6으로 가고, 그렇지 않으면 다른 나머지 그룹을 G_s로 하여 단계 1.2로 간다.
1.6. 각 기계별로 이미 할당된 작업들의 작업자시간, OT_i, 의 합을 구한다. 이 합이 큰 순서대로 m_1+m_2대의 기계들을 내림차순 정렬한다.
1.7. 1.6에서 정렬된 m_1+m_2대의 기계 중에서 처음 n대의 기계를 n명의 작업자들에게 한 대씩 할당한다.
1.8. 나머지 m_1+m_2-n대의 기계는 작업자 시간이 가장 적게 할당된 작업자에게 한 대씩 차례로 할당을 한다.

1단계에서 얻어진 해를 이용하여 2단계에서는 쌍교체를 통한 개선을 수행한다. 개선의 기본 개념은 할당된 부하량(V_k)이 최소인 작업자에게 할당된 작업중에서 작업자 시간(OT_i)이 최소인 작업(작업 A)과, V_k가 최대인 작업자에게 할당된 작업을 대상으로 OT_i 값이 OT_A보다 큰

작업 중에서 그 값이 최소인 작업을 선택하여 교환함으로써 부하균형을 높이자는 것이다. <그림 1>은 이러한 개념을 도식화한 것이다.



< 그림 1 > 탐색 순서 예

해법의 2단계인 개선단계의 설명을 위하여 편의상 다음과 같은 기호를 도입하도록 한다.

SS : 임의의 검색 시점에서 k명의 작업자 각각이 최소 작업자로 선택되었는 지의 여부를 나타내는 이진벡터(binary vector)로 k번째 요소 값은 k번째 작업자와 대응되며, 선택되었다면 1, 선택되지 않았다면 0값을 가진다.

SL : 임의의 검색 시점에서 k명의 작업자 각각이 최대 작업자로 선택되었는 지의 여부를 나타내는 이진벡터이다.

PrevSW : 검색시점의 *SS* 배열에서 1값을 가지는 작업자 중 작업량(V_k)이 최대인 작업자의 V_k값 .

PrevS : *PrevSW* 로 선정된 작업자의 고유 번호.

PrevLW : 검색시점의 *SL* 배열에서 1값을 가지는 작업자 중 작업량(V_k)이 최소인 작업자의 V_k값.

PrevL : *PrevLW* 로 선정된 작업자의 고유 번호.

PrevSJ : 검색시점의 *PrevS* 작업자에게 할당된 작업 중에서 교환대상으로 선정된 작업의 OT_i 값.

PrevSJN : *PrevSJ* 의 작업 번호.

<u>< *단계 2 : 개선 단계*></u>

2.1. <u>*(그룹 선택과정)*</u>

1단계에서 할당된 결과를 이용하여 n명의 작업자 중에서 할당된 작업의 총 작업자시간, V_k가 최소인 작업자를 선택한다. 선택된 작업자에게 할당된 작업중에서 OT_i 가 최소인 작업을 선택한다. 이 작업의 유형에 따라 작업그룹 G_s를 G_1 혹은 G_2로 설정한다.

2.2. <u>*(초기화 과정)*</u>

모든 작업자들에 대해서 크기가 작업자 수(n)인 검색유무 판단 벡터를 두 개 만든다. 이 벡터 각각을 *SS*, *SL*이라 한다. 초기상태에서는 어떠한 작업자도 최소작업자나 최대작업자로 선택되지 않았으므로 모든 요소 값을 0으로 설정한다. 예를 들면 8명의 작업자의 경우

SS = [0,0,0,0,0,0,0,0], SL = [0,0,0,0,0,0,0,0] 이다. 또한 SS 및 SL의 모든 원소값이 0값을 가지므로, 당연히 *PevSW, PrevS, PrevLW, PrevL*값은 미확정상태이다. 그러므로, *PrevSW*는 0값을, *PrevLW*는 H를 초과하는 큰 수로, *PrevS*와 *PrevL*값은 0으로 설정한다. *PrevSJ* 및 *PrevSJN*는 모두 0으로 설정한다.

2.3. 벡터 SS에서 요소값이 0값을 가지는 모든 작업자들에 대해서 다음과 같은 조건들을 만족하는 V_k가 최소인 작업자를 탐색한다.

< 조 건 >

① $V_k > PrevSW$.

즉, 이전의 2.3단계에서 선택된 최소 작업자의 작업량보다 커야한다. 따라서 선택된 작업자가 교환조건에서 실패했을 경우, 차후 현 작업자보다 한 단계 큰 작업자가 선택되게 된다.

② k번째 작업자는 G_s의 작업을 보유해야 한다.

조건에 만족되는 작업자가 발견되면, 이 작업자를 A라 하자.

PrevSW 및 *PrevS*는 작업자 A의 자료로 갱신된다. 그리고, SS에서 k번째 요소값은 1로 변경후 단계 2.4로 간다.

그렇지 않고 또한 모든 작업그룹(G_1,G_2)에 대한 탐색이 이루어지지 않았으면, G_s를 다른 나머지의 작업그룹으로 변경 후 단계 2.2로 간다.

만일 조건에 만족되는 작업자도 없고, 모든 작업그룹이 고려되었다면, 절차를 종료한다.

2.4. 단계 2.3의 최소작업자, 즉 작업자 A에서 다음 조건을 만족하는 최소작업을 찾는다.

< 조 건 >

① $OTi > PrevSJ$.

즉, 이전의 2.4단계에서 선택된 최소 작업의 작업자 작업시간보다 커야한다.

따라서, 동일한 작업자가 가진 작업 후보 중에서 선택된 작업이 교환조건에서 실패했을 경우, 차후 현 작업보다 한 단계 큰 작업이 선택된다.

② $i \in G_s$.

작업 i는 현재 그룹인 G_s형이어야 한다.

만족되는 작업이 있으면, 이 작업을 C, 작업 C가 속한 기계를 B라 한다.

PrevSJ 및 *PrevSJN*의 값은 작업 C의 값으로 변경된다.

그렇지 않으면, SL의 모든 요소값을 0으로 재설정하고, *PrevLW*값은 H를 초과하는 큰 값 및 *PrevL, PrevSJ* 및 *PrevSJN* 을 0으로 변경한 후, 단계 2.3로 간다.

2.5. 행렬 SL에서 요소값이 0값을 가지는 모든 작업자들에 대해서 다음과 같은 조건들을 만족하는 V_k가 최대인 작업자를 탐색한다.

< 조 건 >

① $V_k < PrevLW$.

즉, 이전의 2.5단계에서 선택된 최대 작업자의 작업량보다 작아야한다.

따라서, 선택된 작업자가 교환조건에서 실패했을 경우, 차후 현 작업자보다 한 단계 작은 작업자가 선택된다.

② $V_k > V_A$.

③ k번째 작업자는 G_s의 작업을 보유해야 한다.

조건에 만족되는 작업자가 발견되면, 이 작업자를 D라 하자.

PrevLW 및 *PrevL*는 작업자 D의 자료로 갱신된다.
그리고, *SL*에서 *k*번째 요소값은 1로 변경후 단계 2.6로 간다.
그렇지 않으면, *SL*을 모든 원소값을 0으로 재설정하고, *PrevLW*값은 *H*를 초과하는 큰 값 및 *PrevL*은 0으로 변경한 후, 단계 2.4로 간다.

2.6. 단계 2.5의 최대 작업자, 즉 작업자 D에서 다음 조건을 만족하는 작업을 찾는다.
< 조 건 >
① $i \in G_s$.
② OT_i 값이 OT_C 값보다 커야 한다.

위의 두 조건을 만족시키는 작업 중에서 OT_i 값이 최소인 작업을 F, 작업 F가 속한 기계를 E라 하고, 단계 2.7로 간다.
만일 조건을 만족하는 작업이 없으면 단계 2.5로 간다.

2.7. 현재 작업자들간의 부하평준화 정도, 즉 비선형 정수계획모형의 목적식값을 계산한다. 그리고, 다음 조건들을 검토하여 교환의 가능성을 타진한다.
< 조 건 >
① 교환 후, 두 작업자, A, C의 가용시간 H를 초과하지 않는다.
$V_A - OT_C + OT_F < \mathrm{H}$,
$V_D - OT_F + OT_C < \mathrm{H}$.
② 교환 후, 두 기계 B, E의 가용량, H를 초과하지 않는다.
$W_B - MT_C + MT_F < \mathrm{H}$,
$W_E - MT_F + MT_C < \mathrm{H}$.
③ 교환 후, 이전 과정의 목적식값보다 감소해야 한다.

모두 만족되면, 두 작업을 상호교환하고, 단계 2.2로 간다.
그렇지 않으면, 단계 2.5로 간다.

4. 실험

개발된 탐색적 해법의 성능을 검토하기 위하여 다음과 같은 실험을 행하였다. 먼저 작업, 기계, 작업자 수의 크기에 따라 문제의 크기를 3가지로 유형으로 하였으며, 모수들의 값을 조정하여 작업자 및 기계의 순수가동율을 80% 내외로 조정하였다. 여기에서 의미하는 순수가동율이란 1일 작업시간을 8시간으로 했을 때 실제로 작업자와 기계가 가동되는 시간의 비율로 유휴시간은 고려하지 않았다. 각 유형별로 10문제씩 총 30문제를 선정하여 실험을 하였다. 각 유형별 작업수, 기계수, 작업자수는 <표1>과 같다. 모수값을 정하기 위하여 사용한 분포는 일양분포로서 각 모수별 분포의 범위는 <표2>에 있는 것과 같다. 이 분포는 실제 작업장에서 소요되는 시간을 토대로 일부 수정하여 작성하였다. 이와 같은 방법으로 만들어진 입력자료의 예는 <표3>와 같다. 이 자료는 문제 A3에 이용된 자료로 각 기종별로 4대씩 총 8대의 기계가 있으며, 각 작업은 10개씩 총 20개를 고려하였으며, 작업자는 4명이다. 그룹 1, 2에 대한 순수기계가동율은 80.69%, 83.03%이며, 전체적인 순수작업자가동율은 81.25%이다.

<표 1> 유형별 문제의 정의

유형	작업 수			기계 수			작업자 수	순수 가동률	문제 수
	G_1	G_2	계	G_1	G_2	계			
A	10개	10개	20개	4대	4대	8대	4명	80% 내외	10문제
B	20개	20개	40개	8대	7대	15대	6명	80% 내외	10문제
C	30개	30개	60개	10대	10대	20대	8명	80% 내외	10문제

<표 2> 모수값 결정을 위한 분포

모수	유형 A	유형 B	유형 C
S_i	(300,2100)	(300,2100)	(300,2100)
L_i	(60,180)	(60,150)	(30,90)
P_i	(240,600)	(240,720)	(240,600)
I_i	(60,150)	(60,90)	(60,90)
Q_i	(60,180)	(60,150)	(60,150)
B_i	(5,12)	(5,12)	(5,12)

* ( )안의 값은 일양분포의 하한과 상한 값이며, 시간은 초단위임

<표 3> 실험에 사용된 자료의 예 (A3번)

그룹	작업번호	Si	Li	Pi	Ii	Qi	Bi	기계 소요시간	작업자 소요시간
G_1	1	1523	179	356	130	122	9	9013	5849
	2	675	170	365	98	122	7	10305	5499
	3	1557	137	295	104	164	10	8901	5654
	4	422	143	435	88	77	12	4468	2039
	5	1404	173	557	116	172	7	19654	8629
	6	621	144	243	77	76	10	3717	2389
	7	1915	119	376	142	84	7	7855	5047
	8	1189	113	439	105	157	12	8917	4241
	9	859	129	479	137	114	7	11195	5381
	10	468	140	565	79	78	7	8928	3096
	그룹 1의 기계, 작업자 총 소요시간							92953	47824
	그룹 1의 기계, 작업자 평균 소요시간							23238	23912
	그룹 1의 기계, 작업자 평균 순수가동률							80.69%	83.03%
G_2	11	1898	86	477	122	75	11	5839	3354
	12	707	152	407	71	176	7	15241	6505
	13	1997	104	339	98	153	8	10857	6037
	14	1336	64	346	108	103	10	5846	3228
	15	1496	113	599	71	75	11	6480	2784
	16	887	100	526	145	130	11	8399	3827
	17	2045	149	441	119	94	11	7355	4457
	18	1811	111	532	135	126	11	9527	4763
	19	1162	115	471	107	64	5	8780	4048
	20	1537	100	528	69	152	5	21005	6776
	그룹 2의 기계, 작업자 총 소요시간							99329	45779
	그룹 2의 기계, 작업자 평균 소요시간							24832	22890
	그룹 2의 기계, 작업자 평균 순수가동률							86.22%	79.48%
전체 그룹의 기계, 작업자 총 소요시간								192282	93603
전체 그룹의 기계, 작업자 평균 소요시간								24035	23401
전체 그룹의 기계, 작업자 평균 순수가동률								83.46%	81.25%

선택된 30문제에 대하여 할당한 결과 얻은 목적함수 값(TB_1)은 <표 4>에 있는 바와 같다. 그러나 아쉽게도 정수계획법 문제의 최적해를 구할 수가 없었기 때문에 제시한 해법이 최적해에 얼마나 근접한 지를 직접 비교할 수는 없었다. 따라서 일반적으로 작업균형 문제에서 사용되는 새로운 목적식(TB_2) 값을 구함으로써 해법의 효율을 간접적으로 비교하였다. 이러한 방법을 택한 이유는 부하균형문제에서 보편적으로 사용하는 목적함수가 TB_1과 TB_2이기 때문이다. 하지만 탐색방법을 사용하였을 경우 목적함수를 TB_2로 하였을 때 부분최적해에 빠지는 경우가 빈번하기 때문에 본 논문에서도 목적함수를 TB_1으로 한 것이다.

$$TB_2 = \sum_{k=1}^{n} abs(EV - V_k) \tag{14}$$

<표 4>에서 불균형율이란 작업자 각각의 작업자시간과 평균작업자시간의 차이를 더한 값을 평균작업자시간과 작업자수를 곱한 값으로 나눈 것이다. 즉 $TB_2/(n \times EV)$를 의미하는데, 모든 작업자에게 동일한 작업량이 할당되는 이상적인 경우 불균형율은 0%가 된다. 따라서 실제 최적해는 0%와 불균형율 사이에 존재한다. 이러한 관점에서 볼 때, 비록 최적해를 알 수는 없지만 이상적인 완전균형상태를 목적함수의 하한값으로 볼 때, 하한값에서 5% 내외의 차이가 나는 것은 개발한 해법이 비교적 합리적인 것이라고 판단할 수 있는 근거라 하겠다. 물론 주어진 자료에 따라서 절대적인 불균형율은 더 커질 수도 있고, 반대로 작아질 수도 있다. 전반적으로 볼 때 문제의 크기가 커질수록, 즉 유형 A 보다는 유형 C의 불균형율이 높다고 할 수 있다. 30문제중 결과가 가장 나빴던 경우는 B5번 문제로 불균형율이 8.05%였다. 이 경우에 작업량이 최대인 작업자의 작업자 시간은 27657초였으며, 최소작업자의 경우는 21688초로 그 차이는 5969초(99분)의 차이를 보였다. 전체적으로 유형 A 10문제의 경우 최대작업자시간과 최소작업자시간의 차이는 평균 7.2분이었으며, 유형 B의 경우는 17.76분, 유형 C의 경우는 18.72분으로 현장에서 충분히 납득할 수 있는 수준의 결과를 보여주고 있다.

<표 5>는 문제 A3에 대한 할당결과로 각 작업자마다 2대의 기계가 할당되며, 각 기계별로는 2-3개의 작업이 할당되며 불균형율은 0.31%임을 알 수 있다. 또한 기계별 기계소요시간과 작업자별 작업자 소요시간은 정수계획법의 제한식 (5)와 (6)을 만족하고 있음을 알 수 있다.

<표 4> 발견적 해법의 적용 결과

유형A	문제번호	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
	작업자평균	22749	22189	23401	25906	23222	22444	23153	25159	23845	20711
	목적식값(TB_1)	759615	49950	47285	262799	306711	899665	2532941	3684021	897747	2144694
	목적식값(TB_2)	1494	372	361	795	935	1869	2892	3836	1790	2424
	불균형률	1.30%	0.32%	0.31%	0.69%	0.81%	1.62%	2.51%	3.33%	1.55%	2.10%
유형B	문제번호	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
	작업자평균	24282	22935	24002	23965	24021	23546	24581	23519	24270	23508
	목적식값(TB_1)	13492134	1899050	21664426	6178327	34876114	10418297	13067024	4508614	1358532	7751577
	목적식값(TB_2)	5840	2446	11022	3793	13914	7385	7751	4573	2105	4968
	불균형률	3.38%	1.42%	6.38%	2.20%	8.05%	4.27%	4.49%	2.65%	1.22%	2.88%
유형C	문제번호	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
	작업자평균	23525	22768	22869	23284	24364	23938	24122	23191	23550	23249
	목적식값(TB_1)	38385334	6733406	9038768	4917574	8762615	7492161	28381414	12597248	25392252	12650308
	목적식값(TB_2)	16096	5769	7492	5762	6607	5194	13554	9154	11858	7997
	불균형률	6.99%	2.50%	3.25%	2.50%	2.87%	2.25%	5.88%	3.97%	5.15%	3.47%

<표 5> 예제 A3번의 할당결과

작업자	작업자 1		작업자 2		작업자 3		작업자 4	
할당기계	기계 1 (유형 1)	기계 5 (유형 2)	기계 6 (유형 2)	기계 8 (유형 2)	기계 2 (유형 1)	기계 3 (유형 1)	기계 7 (유형 2)	기계 4 (유형 1)
할당작업	작업 1	작업 20	작업 13	작업 12	작업 9	작업 5	작업 18	작업 7
	작업 6	작업 15	작업 11	작업 17	작업 8	작업 10	작업 19	작업 3
	작업 2		작업 14		작업 4		작업 16	
기계 소요시간	23035	27485	22542	22596	24580	28582	26706	16756
작업자 소요시간	23297		23581		23386		23339	

5. 결론 및 향후 연구방향

본 논문에서는 반 자동화 작업장이나 사출기 작업장에서 흔히 볼 수 있듯이 복수의 작업자가 복수의 기계를 담당하는 경우에, 주어진 작업들을 각 기계와 작업자에게 할당하는 문제를 다루었다. 기계는 두가지 유형이 존재하며, 각 작업들이 할당되어야 하는 기계의 유형은 사전에 결정이 되어 있다. 아울러 각 작업은 작업자요소시간, 기계요소시간, 작업자-기계 공동소요시간으로 구분할 수 있으며, 수행해야 할 작업내용은 확정이 되어 있다고 가정한다. 이러한 가정은 월별, 주별, 일별 등 생산계획의 상위수준이 정상적으로 계획되어 매일 생산해야 할 작업내용이 확정된 상태라는 것을 의미하는 것이다. 물론 다품종 소량생산의 경우 긴급주문, 납품불량 등 외부의 영향에 의하여 하루동안의 생산계획이 변경이 되는 경우가 있으며, 이때는 작업자의 부하균형보다는 납기가 중요시되기도 한다. 그러나 현실적으로 JIT 개념을 도입하려는 원청기업의 의도와는 달리 대부분의 납품업체에서는 부품을 미리 생산하여 재고화 함으로써 원청기업의 생산계획 변화에 대응하고 있다. 따라서 비록 다품종소량생산을 채택하고 있더라도 대부분의 납품업체에서 어느 정도는 계획생산방식을 취하고 있기 때문에 본 논문에서 가정한 내용이 의미가 있다고 생각한다.

이러한 상황하에서 작업자들 사이의 작업량 균형을 목적함수로 하였으며, 이 문제를 해결하기 위하여 발견적 해법을 제시하였다. 그러나 아쉽게도 얻어진 해가 최적해에 얼마나 근접하는 지를 직접적으로 비교하지는 못하였으며, 단지 일반적으로 사용하는 이론적 불균형율의 하한값에 얼마나 근접하였는가를 간접적으로 비교하였다. 이 비교에 의하면 제시된 해법이 현장에서 사용하기에 무리가 없는 좋은 해를 제공하고 있다고 결론지을 수 있다.

이 연구는 다음과 같은 내용들을 추가로 고려하여 확장할 수가 있다. 먼저 제시한 발견적 해법의 효율성을 높이는 연구다. 또 다른 연구방향은 작업자 사이의 부하량 균형을 유지하면서 주어진 작업을 모두 완료하는데 소요되는 시간(makespan)의 최소화를 동시에 고려하는 것이다. 이를 위해서는 작업자와 기계사이의 간섭(interference)를 줄이는 방안이 고려되어야 한다.

참고문헌

[1] Chu, S.C.K. and Lin,C.K.Y, "A Manpower Allocation Model of Job Specialization," Journal of the Operational Research Society, 44(10) : 983-989, 1993.

[2] Eden,C.L., "Rules for Scheduling Semi-automatic Machines with Deterministic Cycle Times," International Journal of Production Research, 13(1) : 41-55, 1975.

[3] Grandzol,J.R. and Traaen,T., "Using Mathematical Programming to Help Supervisors Balance Workload." Interfaces, 25(4) : 92-103, 1995.

[4] Koulamas, C.P. and Smith, M.L., "Look-ahead Scheduling for Minimizing Machine Interference," International Journal of Production Research, 26(9) : 1523-1533, 1988.

[5] Koulamas, C.P., "Scheduling Two Parallel Semiautomatic Machines to Minimize Machine Interference," Computers & Operations Research, 23(10) : 945-956, 1996.

[6] Russel,R.S., Huang,P.Y. and Leu,Y.Y., "A Study of Labor Allocation Strategies in Cellular Manufacturing," Decision Science, 22 : 594-611, 1991.

[7] Stecke, K.E. and Aronson, J.E., "Review of Operator/Machine Interference Models," International Journal of Production Research, 23(1) : 129-151, 1985.

[8] So, K.C., "Some Heuristics for Scheduling Jobs on Parallel Machines with Setups," Management Science, 36(4) : 467-475, 1990.

[9] Treleven, M.D., An Investigation of Labor Assignment Rules in a Dual-Constrained Job Shop," Journal of Operations Management, 6(1) : 51-68, 1985.

[10] 문덕희, 김대경, "작업자 공유가 가능한 병렬기계 작업장에서 작업자 부하균형을 고려한 작업할당문제," 산업공학, 12(2) :166-173, 1999.