

論文99-36T-9-7

탄성-질량 시스템의 위치제어를 위한 강건 제어기 설계

(A Robust Controller Design for the Position Control of a Spring-Mass System)

朴 鍾 愚 * , 李 相 喆 **

(Jong-Woo Park and Sang-Chuel Lee)

요 약

본 논문에서는 μ -합성법으로 제어기를 설계하여 센서와 구동부가 동일위치에 있지 않은(noncollocated) 탄성-질량 시스템에 적용한다. 스프링 상수값과 제어대상의 부하 질량은 불확실하다고 가정한다. 매개변수 불확실성을 포함하고 있는 제어대상은 상태 공간 방정식, 특히 묘사형(descriptor form)을 사용하여 모델링한다. μ -합성법으로 설계된 H_∞ 제어기를 표준 H_∞ 제어기와 비교한다. 두 개의 H_∞ 제어기 성능을 비교하기 위해, μ -합성 제어기가 구조적 불확실성을 가지고 있다는 것을 제외하고는 서로 동일한 하중함수를 가지고 설계한다. 표준 H_∞ 제어기와 비교하여 설계된 제어기는 만족스러운 강건 안정성과 강건 성능을 가지는 것을 시뮬레이션과 실험을 통해 확인한다.

Abstract

In this paper, we design a controller using the μ -synthesis method and apply it for the spring-mass system with noncollocated sensors and actuators. We assume that the values of the spring stiffness and load mass of the plant are uncertain. The plant is modeled with parametric uncertainty by using the state space equation, especially the descriptor form. The H_∞ controller designed by the μ -synthesis method is compared with the standard H_∞ controller. To compare performances of two H_∞ controllers, it is assumed that both controllers were designed with same weighting functions except that the μ -synthesis controller has structured uncertainties. By compared with the standard H_∞ controller, we show that the designed controller has satisfactory robust performance as well as robust stability by simulations and experiments.

I. 서 론

센서와 구동부가 동일 위치(collocated)에 있는 경우

* 正會員, 才能大學 電子通信科

(Jaenung College Dept. of Electronic Communication)

** 正會員, 동서울大學 電子通信科

(DongSeoul College Dept. of Electronic Communication)

接受日字 : 1999年5月17日, 수정완료일 : 1999年8月27日

는 강체모드들과 진동모드들이 서로 안정하게 상호 작용한다. 이런 경우에는 모든 모드들이 위상 안정화(위상 이동이 $\pm 90^\circ$ 이하)가 되기 때문에 쉽게 제어기를 설계할 수 있으나, 동일 위치에 있지 않은 경우에는 강체 모드들과 진동모드들이 서로 불안정하게 상호작용 할 수 있어 제어기설계에 어려움이 따른다^[1,7].

또한, 불확실성을 가진 시스템에서 강건 안정성 문제는 중요한 부분을 차지하고 있으며, 이에 못지 않게 기준 입력의 추종이나 과도 성능을 다루는 강건 성능 문제 또한 실제 시스템에서 중요한 영향을 끼친다. 이러

한 강건 안정과 성능은 상호 절충적 관계에 있기 때문에 적절한 제어기를 설계하는데 어려움이 따른다. 1989년에 강건 안정성(robust stability)을 고려하여, 이러한 제어 시스템을 설계하는 기초적인 설계기법으로 H_∞ 제어의 해석적인 결과가 제시되었다^[3].

그후 H_∞ 제어이론은 강건 안정화, 감도 최소화와 루프정형의 개념을 통해 확장되었고, 시스템에 매개변수 불확실성이 있는 경우에도 많은 연구가 진행되었다. 이 이론의 최근 방법으로 Doyle에 의하여 μ 합성 설계법이 제안되었다^[2]. 불확실성이 하중함수로 표현된, 즉 비구조적 불확실성으로 표현된 확대 모델에 대한 제어기를 설계하는 경우에는 안정성 확보를 위해 성능을 좀 양보해야 하는 경우가 있다. 이러한 보수성을 줄이기 위해서 공칭(nominal) 모델의 불확실성에 하중함수를 붙여 표현하지 않고, 시스템 모델의 변동 성분을 직접 표현한 구조적 불확실성인 경우에는 Doyle의 구조적 특이치 방법(μ 합성법)을 이용하여 강건 안정 및 성능을 둘 다 만족시킬 수 있다.

본 논문에서는, 직접 제작한 실물장치인 센서와 구동부가 동일 위치에 있지 않은 탄성-질량 시스템을 제어 대상으로 하였으며, 수학모델에서 필연적으로 발생하는 매개변수 불확실성에 대한 강건 안정 및 강건 성능을 위해, 표준 H_∞ 제어기법과 μ 합성법을 적용함으로써, 모의 실험과 실물 실험을 통해 성능을 비교한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 먼저, 센서와 구동부가 동일 위치에 있지 않은 탄성-질량 시스템에 대한 수학적 모델을 얻고, 이로부터, 매개변수 불확실성이 가상의 입출력을 갖고, 공칭 제어대상(nominal plant)에 연결된 시스템으로 고려하여, 일반화 제어대상을 얻는다. 주어진 일반화 제어 대상에 대하여 강건 안정 및 강건 성능을 보장하는 제어기를 μ 합성법을 적용하여 설계한다. μ 합성법을 적용하여 얻어진 제어기를 표준 H_∞ 제어기법에 의해 얻어진 제어기와 비교하여 모의실험 및 실물실험을 수행한다. 비교된 결과를 고찰하여 결론을 내린다.

II. 탄성 - 질량 시스템의 수학적 모델

탄성 질량 시스템은 그림 1에 나타난 바와 같이, 두 개의 질량체 사이에 스프링이 존재하여 1차 공진 시스템을 단순화시킨 기계장치로서, 여러 가지 새로운 이론

에 대한 성능 시험용(Benchmark) 시스템으로 널리 사용되는 시스템이다. ACC(American Control Conference) Benchmark의 경우, 질량과 스프링 상수 값이 모두 1인 이상적인 수학모델이며, 그 시스템의 입력은 힘으로 설정되어 있다. 그러나, 산업계의 1차 공진이 존재하는 병진운동의 위치제어에 있어서, 대부분의 구동기(actuator)가 전동기임을 감안하면, 그 시스템의 입력은 전동기 전압으로 모델링 되어야 할 것이다. 이는, 전동기의 빠른 전자적 동력학을 무시한다고 하여도 이상적인 ACC Benchmark 시스템과는 다소 다르게 모델링된다. 또한 산업체에서 이용되는 유사 시스템들은 비용 등의 문제로 센서와 구동기의 위치가 떨어져 있는 경우가 많이 있으며, 수학모델과 실제모델사이의 필연적으로 모델오차가 존재한다.

따라서, 본 논문에서는 전동기로 구동되고 센서를 부하질량에만 부착한 실물장치를 직접 제작하여, 센서와 구동부가 동일 위치에 있지 않은 탄성질량 시스템을 제어 대상으로 한다. 직접 제작한 실물장치의 부하질량과 스프링 상수에 불확실성이 존재한다고 설정하고, 불확실성을 가진 탄성질량 시스템의 모델을 유도한다.

1. 탄성-질량 시스템의 공칭 모델 구성

표 1과 같은 매개변수로 표현되는 그림 1의 탄성 질량 시스템을 고려한다. 여기서, u 는 전동기의 단자전압으로 시스템의 제어 입력, f 는 수레에 가해지는 힘, x_1, x_2 는 각각 수레 1, 수레 2의 변위, x_3, x_4 는 각각 수레 1, 수레 2의 속도, w_1 은 수레 2의 기준(reference) 입력이며, y 는 시스템의 출력으로, 수레 2의 위치와 기준입력 사이의 오차이다. 제어 입력은 수레 1에 작용하고, 제어 대상의 출력은 수레 2의 위치에서 측정된다.

탄성-질량 시스템의 상태공간 표현은 식(1)과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k}{m_1} & \frac{k}{m_1} & (-K_m)^2(K_g)^2/(Rr^2) & 0 \\ \frac{k}{m_2} & \frac{-k}{m_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(k_m k_g)}{m_1 r R} \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= -x_2 + w_1 \end{aligned} \quad (1)$$

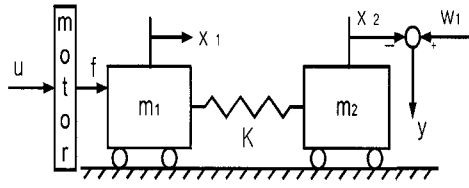


그림 1. 탄성 질량 시스템
Fig. 1. two-mass spring system.

표 1. 탄성 질량 시스템 매개변수
Table 1. parameter definition for spring-mass system.

매개변수	기호	단위	실제값
수레 1의 질량	m_1	g	497.60
수레 2의 질량	m_2	g	229.29
스프링 상수	K	N/m	45.593
수레바퀴 반지름	r	m	0.00635
내부 치차비	K_g		3.7 : 1
전기자 저항	R	Ω	2.6
모터 회전력 상수	K_m	$N \cdot m/A$	0.00767
역기전력 상수	K_b	$V/(rad/s)$	0.00767

센서와 구동부가 동일 위치에 있지 않은 제어 문제가 되기 때문에 제어하기 어렵다. 특히 위상 뒤짐(phase lag)이 생기기 때문인데, 만일 시스템이 센서와 구동부가 동일한 위치에 있는 시스템이라면 “passive” (어떤 주파수에서도 위상이동이 $\pm 90^\circ$ 이하)가 되어 순수이득 부궤환으로 90° 정도의 위상여유를 가지게 되고 안정하게 된다^[7]. 그러나, 센서와 구동부가 동일 위치에 있지 않은 시스템은 큰 위상 뒤짐이 발생한다. 탄성 질

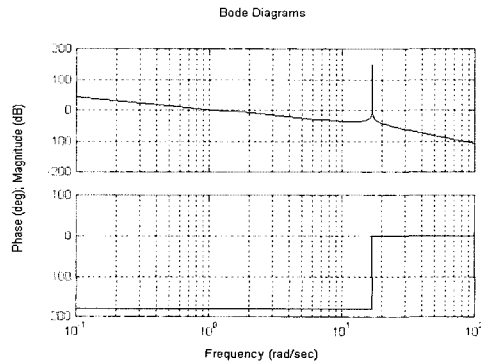


그림 2. 탄성-질량 시스템의 주파수 응답선도
Fig. 2. bode plot for two-mass spring system.

량 시스템의 특성을 나타내는 주파수 응답 선도 그림 2에서 $16.92[\text{rad/sec}]$ 일 때 공진이 일어남을 알 수 있다.

2. 탄성-질량 시스템에 주파수 하중을 고려한 확대된 제어대상(augmented plant)

표준 H_∞ 제어 문제와 μ 합성문제에서 사용되는 표준적인 제어구성은 제어대상에 하중함수를 포함시킨 그림 3의 형태를 갖는다^[4,8]. 그림 3에서 제어기 K 를 제외한 나머지 부분이 확대된 제어대상으로 고려된다. 확대된 제어대상의 형태는 그림 3의 형태 이외에도 다양한 구조를 가질 수 있으며, 그 중에서, 여러 문헌에서 많이 표현되고, MATLAB toolbox에서 제공되는 구조로 그림 3의 형태를 선택하였다. 그림 3의 구성은 표준 H_∞ 제어 문제와 μ 합성문제에서 공통적으로 사용하였다.

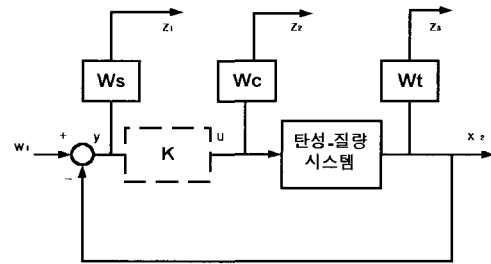


그림 3. 하중함수를 포함한 확대된 제어 시스템 블록 선도

Fig. 3. block diagram of augmented system with weighting function.

하중함수 설정은 혼합 감도 문제를 고려하여 설정하였다^[5]. 그림 3에서, W_s 는 폐경로(closed loop) 시스템의 감도함수(sensitivity function)와 관련된 주파수 하중으로서 주로 1차의 저역통과 여파기(filter)의 형태를 갖는다. 바람직한 폐경로 시스템의 감도함수 형태를 고려하여, W_s 를 식(2)와 같이 설정하였다.

$$W_s = \frac{0.2s + 4}{s + 0.0001} \quad (2)$$

W_c 는 제어 입력 u 와 관련된 하중함수로서, 일반적으로 작은 값의 상수로 설정한다. W_c 는 0.01로 선택하였다. 마지막으로, W_t 는 비구조적(unstructured) 불확실성과 관련된 주파수 하중으로, 일반적으로 주파수가 높을수록 비 구조적 불확실성이 더 커지므로, 고역통과

여파기의 형태로 나타난다. W_i 는 식 (3)과 같이 설정하였다.

$$W_i = \frac{300s + 6000}{s + 10000} \quad (3)$$

결과적으로, 하중함수를 포함한 확대된 제어대상의 상태공간 표현은 식 (4), (5) 및 (6)과 같다.

$$\dot{x} = Ax + B_1 w_1 + B_2 u \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = C_1 x + D_{11} w_1 + B_2 u \quad (5)$$

$$y = C_2 x + D_{21} w_1 + D_{22} u \quad (6)$$

여기서, $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_s \ x_t]^T$ 이고, w_1 , y , u , x_1 , x_2 , x_3 , x_4 는 식 (1)에서 나타난 변수와 같다. x_s , x_t 는 그림 3에서, 각각 주파수 하중함수 W_s , W_t 의 상태이다. z_1 , z_2 , z_3 는 그림 3에서 정의된 제어량 (controlled variable)이다. 또한, 식 (4), (5) 및 (6)의 계수행렬은 식 (7)과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{m_1} & \frac{k}{m_1} & -7.5624 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k}{m_2} & \frac{-k}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -0.0001 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.0001 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1.7055}{m_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.2 & 0 & 0 & 3.9998 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 & 0 & 0 & -2994000 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = [0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad D_{21} = 1, \quad D_{22} = 0$$

3. 구조적 불확실성을 고려한 탄성-질량 시스템 모델
탄성-질량 시스템의 매개변수(parameter) 중에서 수레 2의 무게 m_2 와 스프링 상수 k 가 변동하는 것으로

고려하여 식 (4)를 묘사형(descriptor form)^[11]으로 표현하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{m_1} & \frac{k}{m_1} & -7.5624 & 0 & 0 & 0 \\ k & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -0.0001 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.0001 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} w_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1.7055}{m_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (8)$$

이때, 불확실한 매개 변수인 수레 2의 무게 m_2 와 스프링 상수 k 는 식 (9)과 같이 표현된다.

$$m_2 = m_{2_0}(1 + \delta_{m_2}) \quad (9)$$

$$k = k_0(1 + \delta_k)$$

여기서, δ_{m_2} 와 δ_k 는 매개변수 공칭값에 대한 백분율 섭동을 나타낸다. 식 (8)과 식 (9)를 이용하여, 매개변수 불확실성을 적극적으로 표현한 수학 모델은 식 (10)과 같다.

$$\dot{x} = \hat{A}x + \hat{B}_1 \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \hat{B}_2 u + M_x \Delta [-R \ N_x] \begin{bmatrix} \dot{x} \\ x \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_0}{m_1} & \frac{k_0}{m_1} & -7.5624 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_0}{m_{2_0}} & -\frac{k_0}{m_{2_0}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -0.0001 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.0001 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1.7055}{m_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_0}{m_{2_0}} \\ 1 & -\frac{k_0}{m_{2_0}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$N_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \text{diag}\{\delta_{m_2}, \delta_k\}$$

불확실성이 포함된 제어대상의 수학적모델로부터 불확실성 부분을 따로 분리하기 위하여 새로운 변수를 식 (11)과 같이 정의한다.

$$z_\Delta \triangleq \begin{bmatrix} \dot{x}_4 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix} \quad \tilde{w} \triangleq -\Delta z_\Delta \quad (11)$$

결과적으로, 식 (4), (5) 및 (6)으로 표현된 시스템은 매개변수 변동의 변동부분이 식 (11)의 내부 피드백을 갖는 시스템으로 변환되어, 식 (12)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} z_e \\ y \end{bmatrix} = F_u(G_P, \Delta) \begin{bmatrix} w_1 \\ u \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = \hat{A}x + \begin{bmatrix} M_x & \hat{B}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ w_1 \end{bmatrix} + \hat{B}_2 u$$

$$z_e = C_1 x + D_{11} w_1 + B_2 u \quad (12)$$

$$z_\Delta = (N_x - R\hat{A})x + RM_x \tilde{w} - R\hat{B} u$$

$$y = C_2 x + D_{21} w_1 + D_{22} u$$

여기서, $z_e = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ 이다.

식 (12)로 표현된 시스템을 블록선도로 표현하면, 그림 4와 같다.

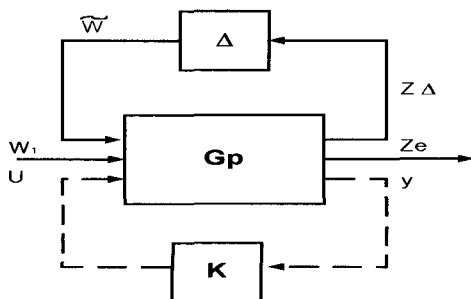


그림 4. 매개변수 불확실성이 포함된 확대된 제어대상
Fig. 4. Augmented plant included parameter uncertainty.

그림 4에서, 매개 변수 변동과 하중함수를 포함한 확대된 제어대상 Gp 에 대한 전달함수는 상태공간 구현 (realization)을 이용하여 표현하면 식 (13)과 같다.

$$G_p = \left[\begin{array}{c|ccc} \hat{A} & M_x & \hat{B}_1 & \hat{B}_2 \\ \hline N_x - R\hat{A} & -RM_x & 0 & N_x - R\hat{B}_2 \\ C_1 & 0 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & 0 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \quad (13)$$

III. μ 합성법을 이용한 제어기 설계

μ 합성법은 표준 H_∞ 설계에 기반을 두고, 강인 성능 / 안정도 측도(measure)로서 μ 값을 이용하여 제어기를 설계하는 방법이다. μ 합성법을 위해 잘 알려진 방법으로는 $D-K$ 반복법을 이용하는 것이다^[4,6].

그림 4에서, $w = \begin{bmatrix} \tilde{w} \\ w_1 \end{bmatrix}$ 및 $z = \begin{bmatrix} z_\Delta \\ z_e \end{bmatrix}$ 로 정의하여, 제어기 K 를 포함한, w 에서 z 까지의 폐경로(closed loop) 전달함수를 M 이라고 표기한다. M 이 제어기 K 의 함수일 때, 최적 H_∞ 제어문제는 $\sup_\omega \bar{\sigma}[M(K)]$ 를 최소화하는 안정화 제어기 K 를 찾는 것이다. $D-K$ 반복법은 μ 의 상계(upper bound)를 최소화시키기 위한 적절한 방법으로, 설계절차는 아래와 같다.

Starting point : $\mu(M) \leq \min \bar{\sigma}(DM D^{-1})$

Idea : $\min_K \inf_{D(s) \in D_\Delta} \sup_\omega \bar{\sigma}[D(s)M(K)D(s)^{-1}]$

여기서, D_Δ 는 $D(s)\Delta = \Delta D(s)$ 를 만족하는 모든 $D(s)$ 의 행렬 집합이며, $D(s)$ 는 μ 값을 최소화시키기 위해 찾아내야 하는 복소함수 행렬이고, Δ 는 식 (10)에 표현되어 있다. $D-K$ 반복은 $D(s) = I$ 에서 시작하고, 다음 단계의 반복을 되풀이한다.

보통 3 단계로 나눈다.

단계 1. K-step : $D(s)$ 가 고정된 상태에서 $\min_K \|DM(K)D^{-1}\|_\infty$ 인 H_∞ 를 구하고

단계 2. D-step : M 이 고정된 상태에서 $\bar{\sigma}(DM(K)D^{-1})$ 을 작게 하는 $D(j\omega)$ 를 찾는다.

단계 3. 안정한 최소 위상 전달함수 $D(s)$ 로 맞춤(fit)한다

반복은 $\|DMD^{-1}\|_{\infty} < 1$ 이거나 H_{∞} 노름이 더 이상 줄어들지 않을 때까지 수행한다. $D(s)$ 로 맞춤 하면서, 그 결과 고차의 제어기가 설계되는 단점이 있는데, 제어기 차수는 플랜트 $G(s)$ 의 상태 개수와 $D(s)$ 의 상태 개수의 두 배이다. 비록 위의 방법이 대역적 최소해를 얻는다는 보장은 할 수 없지만, 이 방법은 강건 제어기 설계에 널리 사용되고 있다.

언급된 설계절차에서, 제어기를 얻기 위한 수치계산은 *MATLAB* μ -toolbox^[4]의 *dkit.m* 명령어를 이용하였다. 이때, 매개변수 변동을 표현하는 δ_k 와 δ_{m_2} 는 스프링 상수 값과 부하 수레의 질량 값을 10회 이상 반복 측정하여 최고 값과 최저 값의 차이를 고려하고, 온도변화나 시간이 지남에 따른 마모 등을 임의로 덧붙여서, 그 값을 각각 20% 변동으로 하였다.

$D-K$ 반복의 회수에 따른 제어기 차수와 총 D -scale의 차수, 그리고 제어기를 구하기 위한 최적 γ 와 μ 값을 표 2에 나타내었다. 제어기 차수와 성능을 고려하여 2번째 반복 결과의 제어기를 사용하였고, 이때 폐경로 시스템의 μ 선도를 그림 5에 나타내었다.

표 2. 반복 결과 요약
Table 1. iteration summary.

반복 회수	1	2	3	4
제어기 차수	6	14	18	16
총 D -Scale차수	0	8	12	10
γ 최적 값	209.982	1.690	1.469	1.437
최대 μ 값	8.292	1.590	1.467	1.437

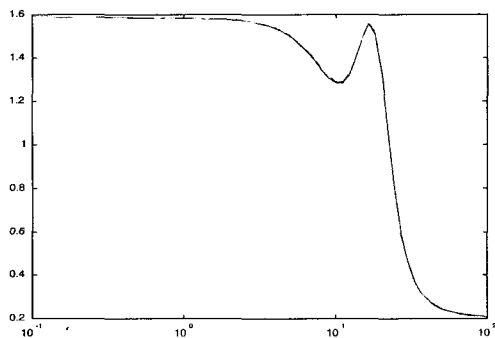


그림 5. 폐경로 시스템의 μ 값
Fig. 5. μ value plot of the closed loop system.

μ 합성법의 $D-K$ 반복 회수 2회에서 얻어진 제어기의 차수는 14차이며, 전달함수는 식 (14)와 같다.

$$K_{\mu}(s) = \frac{325.2695(s+1.0004)(s+27.43)(s+27.15)(s+5.382)(s+3.784)(s+0.4123)(s+0.09211)(s+0.0825)(s+0.001584)(s^2+0.08274s+0.007614)(s^2-58.65s+944.8)}{(s+1.0004)(s+27.38)(s+27.02)(s+3.791)(s+0.416)(s+0.09215)(s+0.0825)(s+0.0001)(s^2+0.08278s+0.007622)(s^2+36.67s+437.4)(s^2+16.28s+627.7)} \quad (14)$$

IV. 모의실험 및 실물실험

1. 모의 실험

모의실험은 그림 1로 표현된 식 (1)의 제어대상에 식 (14)의 제어기를 적용하여, *MATLAB*^[4,9]으로 수행하였다. 실험에서 비교하기 위해서 선택한 제어기는 식 (4), (5) 및 (6)으로 표현된 제어대상에 대한 표준 H_{∞} 제어기^[4,8,10]를 사용하였다.

성능 검토를 위해 기준입력에 단위 계단(unit step) 신호를 인가했을 때, 폐경로 시스템의 시간 응답은 그림 6과 같다.

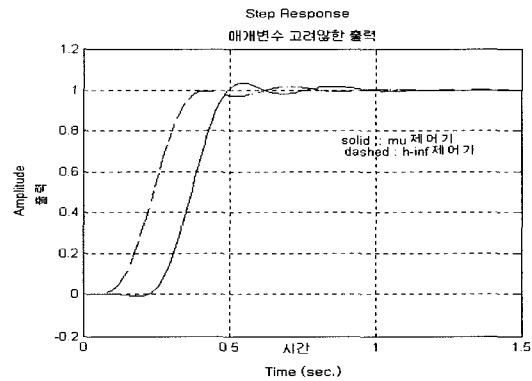


그림 6. 기준 입력에 대한 시간 응답(ref = 1)
Fig. 6. Time response for reference command.

그림 6에서 나타난 것과 같이 공칭 모델에 대한 μ 제어기와 H_{∞} 제어기를 비교 해보면 μ 제어기가 약간의 시간 지연이 있을 뿐, 정착시간(settling time), 기준 응답에 대한 추종, 진동 억제 측면에서는 거의 비슷하다는 것을 볼 수 있다. 여기서 나타난 μ 제어기의 지연은 위의 제어기 전달함수에서 보이는 것과 같이 우반면에 영점이 있는 즉, 전체 시스템이 비최소위상(non-minimum phase) 시스템이 되기 때문에 발생한다. 그림

7은 그림 6의 응답을 발생시키기 위한 시스템의 제어 입력 u 를 나타낸다.

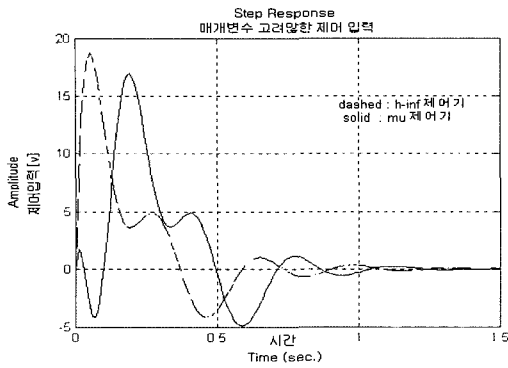


그림 7. 기준 입력에 대한 시간 응답(ref =1)
Fig. 7. Time response for reference command.

매개변수 변동에 대한 강건성을 검토하기 위해서 k 와 m_2 에 변동(20%)을 주었을 경우의 응답을 H_∞ 제어기와 비교한 결과는 그림 8과 같다

그림 8에서, 불확실성의 구조를 고려하지 않은 H_∞ 제어와 불확실성의 구조를 고려한 μ 합성법에 의한 제어기의 성능을 고려 해볼 때 μ 방법에 의한 제어기가 10%-90%상승시간이 빠르며, 정상상태에서 H_∞ 제어기는 약간의 진동이 있음을 보인다.

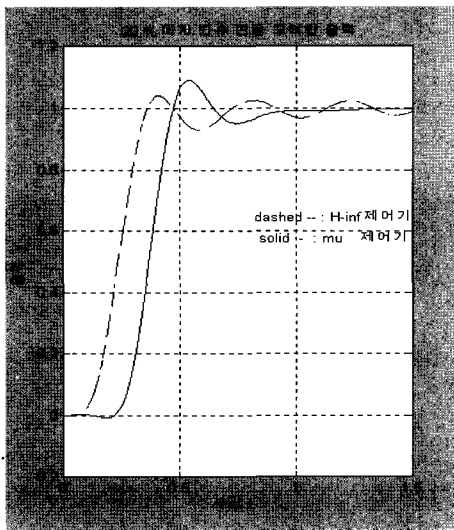


그림 8. 매개변수 변동 고려 시 H_∞ 제어기와 μ 제어기의 단위 계단 응답
Fig. 8. unit step response of H_∞ controller and μ controller with perturbation.

결과적으로 불확실성의 구조를 고려한 μ 제어기가 실제 매개변수 변동이 고려 됐을 때, 강건 안정성이 더 좋으며 응답 성능도 개선함을 알 수 있다.

2. 실물 실험

1) 실물 실험 준비

실험에서 사용하는 디지털 제어기는 Intel 사의 Pentium 90 MHz의 CPU가 탑재된 PC를 사용하였으며, 제어기를 구성하는 프로그램은 Turbo C를 사용하였다. 탄성 질량 시스템은 레일 위에서 두 개의 수레가 스프링과 맞물려 움직이게 되어있다. 한쪽의 수레에는 제어 입력에 의해 구동되는 전동기가 설치되었고, 다른 쪽은 수레의 위치를 나타내는 전위차계(potentiometer)가 설치되었다. 이 신호가 피드백 되어 Data Translation 사의 DT2821 A/D board로 입력된다. 즉, 수레의 위치 x_1 이 피드백 되어 수레의 위치오차 e 가 프로그램으로 계산된다. 제어입력 전압과 전위차계의 표본화(sampling) 주기를 10ms(100Hz) 간격으로 이산화 하였고, 가로채기(interrupt)는 표본화 순간에 하드웨어적으로 발생하며, 가로채기 서비스루틴 안에 설정된 제어 알고리즘에 의하여 탄성 질량시스템의 정보가 화면에 출력됨과 동시에 파일에 저장되게 하였다.

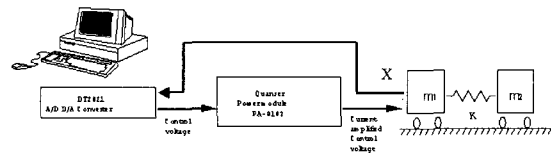


그림 9. 실험 장치 구성 블록 선도
Fig. 9. block diagram of experimental device.

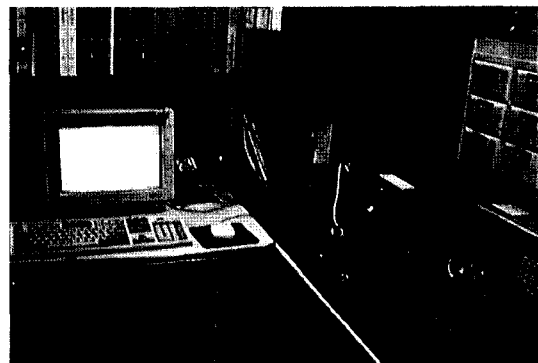


그림 10. 실물 실험장치
Fig. 10. experimental device for spring-mass system.

D/A 보드에서 나오는 제어기의 출력전압은 $-5[v]$ ~ $+5[v]$ 의 범위를 가진다. 수레를 구동하는 전동기는 전력 증폭기(Quanser사의 Power Module PA_0103, 정격 출력 전압은 $\pm 12[v]$, 정격 전류 3[A])를 사용하였다. 증폭 전압 비는 1이고 전류 증폭하여 제어 입력 신호를 보낸다. 실험 장치의 구성 블록 선도와 실험 장치 구성 사진을 각각 그림 9, 그림 10에 나타내었다.

2) 실험 실험의 결과

그림 11은 기준입력신호를 $0.15[m]$ 인가했을 때, H_∞ 제어기와 μ 합성 제어기로 구현한 실험 결과이고, 그림 12는 그 때의 제어입력이다.

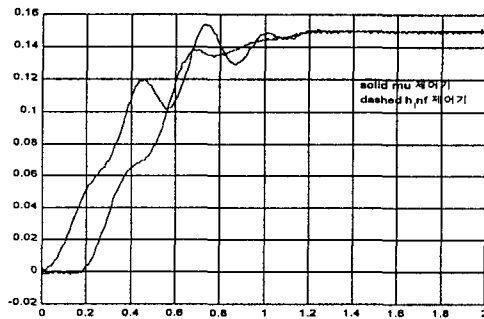


그림 11. 실험 실험의 H_∞ 와 μ 제어기의 기준입력에 대한 시간응답 (Ref $0.15[m]$)

Fig. 11. Time response of H_∞ controller and μ controller for reference input.

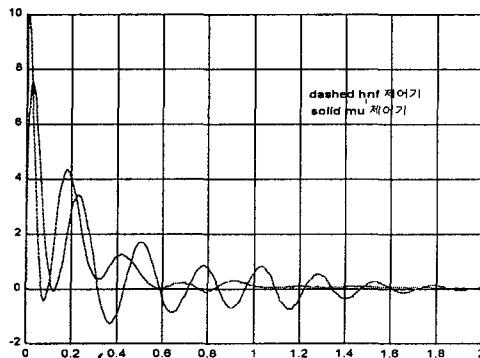


그림 12. 실험 실험의 H_∞ 와 μ 제어기의 제어 입력

Fig. 12. control input of H_∞ controller and μ controller.

실험실험의 결과가 모의 실험에서의 결과와 비슷하게 나온 것을 볼 수 있다. 이때, 모의 실험의 결과에서 다루었던 μ 합성 제어기의 비최소위상 결과가 역시 약간의 시간지연으로 나타난 것을 볼 수 있다. 그림 11에 나타난 것처럼 μ 합성 제어기가 H_∞ 제어기보다 진동이

많이 억제되고 정착시간도 빠름을 알 수 있으며, 외란에 대한 강건성도 만족스런 결과를 보인다.

V. 결 론

센서와 구동부가 동일 위치에 있지 않은 탄성-질량 시스템을 제작하고, 실험 장치에서 발생할 수 있는 불확실성을 고려하여 μ 제어기를 설계하였다. 탄성-질량 시스템의 공칭 모델에 주파수 하중을 포함시킨 확대된 제어 대상을 실험 장치에 맞도록 유도하고, 스프링 상수와 부하질량의 매개변수 변동을 고려하여 한번 더 확대시킨 시스템을 제어대상으로 하였다. 얻어진 제어기는 14차 제어기로 비최소 위상 제어기임을 알 수 있고, 위상, 이득여유가 작게 설계됨을 볼 수 있다.

모의 실험과 실험실험을 통하여 불확실성의 구조(structure)를 고려하지 않고 설계한 표준 H_∞ 제어기의 강건 안정성에 대한 보수성(conservativeness)이 불확실성의 구조를 고려한 μ 합성 제어기에서는 완화되었고, 성능 또한 향상되었음을 보였다.

향후 연구 방향으로는, 최근 연구가 활발한 표본화 자료(sampled data) 디지털 제어기 직접설계 기법으로 확장하여 지속적인 연구를 수행할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Wie. B, and Byun. K. W "Robust H_∞ Control Synthesis Method and Its Application to BenchMark Problems" *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS* Vol. 15, No. 5 September-October 1992.
- [2] John Doyle, "Analysis of feedback systems with structured uncertainties", *IEE PROC.*, Vol. 129 p. 242-250, November 1982.
- [3] Kemin Zhou *Robust and Optimal Control* PRANTICE HALL New Jersey, 1996, 1.
- [4] G.J.Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard, R. Smith, *μ -Analysis and Synthesis TOOLBOX User's Guide*, Math works Inc, 1995.
- [5] Wie. B, and Byun. K. W "New Generalized Structura Filtering Concept for Active Variation Control Synthesis", *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS*

- Vol. 12, No. 2 March-April 1989.
- [6] 조 도현, “불확실성을 갖는 선형 시변/시불변 시스템의 강건 제어”, 박사 학위 논문 광운대학교, 1997.
 - [7] Chiang, R. Y., and Safonov, M. G., “ H^∞ Robust Control Synthesis for an Undamped, Noncollocated Spring-Mass System”, *Proceeding of 1990 American Control Conference*, May 1990, pp. 966-967
 - [8] 美多 勉, H_∞ 制御, 昭光堂, 1994
 - [9] B. Shahian, M. Hassul, “*Control System Design Using Matlab*”, Prentice-Hall 1993.
 - [10] Skogestad. S, Postlethwaite. I, *Multivariable Feedback Control*, JOHN WILLEY & SONS, 1996.
 - [11] Toru Asai and Shinji Hara, Quadratic Stabilition by The Descriptor form Representation with Structured Uncertainties, *SICE '92* July 22-24, Kumamoto, p. 925-928.

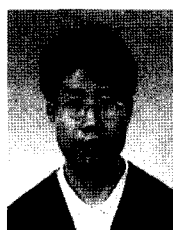
저 자 소 개



朴 鍾 愚 (正會員)

1961년 4월 15일생. 1984년 건국대학교 전자공학과 졸업. 1990년 광운대 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1996년 광운대 제어계측공학과 박사과정(수료). 1992년~현재 재능대학 전자통신과 부교수. 주관심분

야는 신호 및 시스템, 강건 제어 설계, DSP.



李 相 喆 (正會員)

1965년 5월 20일생. 1988년 광운대 공대 전자공학과 졸업. 1990년 동대학원 전자공학과 졸업(석사). 1990년~1995년 국방과학연구소 연구원. 1995년~1998년 광운대 제어계측공학과 박사과정(수료). 1999년~현재

동서울 대학 전자통신과 겸임교수. 주관심분야는 최적 제어, SD 강건 제어 설계, DSP