

## 수학과 평가들에 관한 고찰

황혜정\* · 최승현\*\*

### 1. 평가들의 개념 및 필요성

학교 수학에서 수학 교육 목표를 내용과 행동 수준에 맞춰 평가하는 것은 바람직한 일이며, 이를 위해서는 수학과에 적합한 평가들을 마련하여야 한다. 평가들은 평가도구 개발 및 평가의 전 과정에서 평가 방향과 평가 관련 항목을 선택하거나 결정할 때 판단의 준거가 되는 지침이 된다. 평가들은 협의의 의미로 '평가도구의 개발 과정'에서 고려해야 할 제반 항목에 대한 지침, 안내, 준거가 되는 사항들을 말하며, 광의로는 '평가의 전과정'에서 고려해야 할 제반 항목에 대한 지침, 안내, 및 준거가 되는 사항들을 말한다. 하지만, 평가들이 어떠한 의미로 사용되는지 간에 평가도구 개발에서 결과 분석까지의 전과정에 영향을 미치는 것임에는 틀림없다. 결과적으로, 평가들은 평가에 관한 보다 체계적이고 포괄적인 구조를 설명할 수 있다는 장점과 더불어 평가 문항과 내용 및 행동 영역의 적합성을 판정하고 설명하는데 용이하다고 할 수 있다. 이러한 취지에서 본 고에서는 평가들에 관한 기본 개념 및 그 필요성

을 살펴보고, '평가들'에 관한 문헌 연구를 실시하여 이를 토대로 수학과에 적합한 평가들(안)을 제시하고자 한다.

평가들은 수학 교육 목표를 분석하여 이를 잘 반영할 수 있도록 설정된 행동 영역과 내용 영역, 성취기준, 평가 문항 유형, 그리고 행동 또는 내용 영역 등의 각 요소별 문항 출제 비율등을 포함한다. 이 중에서 성취기준은 학생들이 학교 수학에서 성취하기로 기대되는 교육 목표를 보다 상세하고 구체적으로 진술한 것으로서 대개의 경우 행동과 내용의 결합 형태로 진술되어 있다. 그러므로, 성취기준은 모든 학생들에게 기본적으로 요구되는 공통 학습 요소(minimum essentials)를 중심으로 교수·학습 내용과 행동 목표를 반영하여 학습자들이 정상적으로 노력하면 성취할 수 있는 수준에 초점을 두어 개발되어야 한다. 결과적으로, 성취기준은 진술 수준이 비교적 구체적이기 때문에 대개 많은 분량을 차지하며 그 자체로도 중요한 위치를 가지므로, 평가들의 개념을 협소하게 잡을 경우에는 성취기준을 평가들과 분리해서 지칭하기도 한다. 어찌되었든 성취기준은 평가들에 관련된 또는 평가들 자체의 주요 요소라 할

\* · \*\* 한국교육과정평가원

1) 성취기준은 평가들의 행동 목표와 내용 목표에 부합될 수 있도록 개발하되, 행동 목표별로 낱말의 성취기준을 개발할 필요는 없다고 본다. 가령, 이해, 추론, 문제해결 등의 행동 영역의 요소가 있다고 할 때, 각 내용의 특성을 고려하여 적합하다고 생각되는 행동 목표를 선택하여 해당 학교급 학습자의 인지 수준과 학습 수준에 비추어 보아 정도(正度)에 맞는 성취기준을 개발하도록 한다. 결과적으로, 초·중·고교별로 어느 행동 목표에 보다 중점을 둘 것인가는 일률적으로 정하기는 어렵다고 본다. 그러나, 일반적으로 초등 학교 단계에서는 '계산' 요소가 '추론' 이나 '문제해결' 요소 못지 않게 중요하고, 고등학교 단계에서는 계산, 이해 등을 수반하는 통합적 차원의 '문제해결' 요소가 중요하다고 판단된다.

수 있다.” 다음에는 학교 교육 평가에 있어서 평가들의 의미를 살펴보기로 하자(김명숙 외, 1999).

첫째, 학교 교육 평가는 교육의 효과로서 학생들에게 성취되는 산출 결과에 대한 조사에 일차적 관심이 집중된다. 그러나 학교에서 배우는 내용이 광범위한 데 비해 학생들의 성취 정도를 검사할 수 있는 시간과 평가에 동원될 수 있는 방법은 지극히 제한되어 있다. 따라서 제한된 시간과 평가 방법을 동원하여 학생의 성취도를 제대로 가늠할 수 있으려면 학교 수 학에 있어서의 교육 목표가 압축된 형태로 진술되어야 하며 이와 더불어 평가에 적용될 수 있는 평가 도구의 유형 및 평가 방법 등을 수 반하는 평가들이 마련되어야 한다.

둘째, 학교 교육 평가에는 학생들의 성취 내용과 성취 정도에 대한 판단이 개입된다. 즉, 학생들의 성취 정도는 무엇이며 그것은 어떤 의미를 갖는지, 또 이러한 성취 정도를 산출한 학교 교육이나 교육과정은 가치가 있는 것인지 등에 관한 가치 판단이 개입된다. 이처럼 학교 교육의 산출인 교육 성취 정도를 판단하려면 판단의 근거가 될 수 있는 기준이 필요하며, 이때 바람직한 교육 목표를 압축하여 성취 내용을 제시하고 학생들의 성취 정도를 판단할 수 있는 성취기준이 평가들과 함께 제공되어야 한다.

세 번째, 평가들은 대개의 경우 <II장 참조>, 수학 교육 목표 중 행동 영역에 해당하는 것을 추출하여 몇 개의 범주로 나누어 놓는데, 이는 평가들에 행동 영역을 설정해 놓음으로써 ‘지식의 활용’이나 ‘적용’의 기능적인 측면을 부각시킬 수 있다. 즉, 교육 목표의 진술은 행동(수행 활동)으로 진술하거나 내용(정보와 기술)으로 진술할 수 있는데, 내용만을 진술할 경우 단편적인 지식을 추구하게 될 위험이 따르

게 된다. 한편, 행동만으로 구체화하였을 경우에는 비록 어떤 정보와 지식이 전체적인 맥락에서 활용되어야 하는가에 대해서 명확히 제시하지 못한다는 단점을 안고 있긴 하지만 지식의 활용이라는 기능적인 측면을 부각시킬 수 있는 장점이 있다. 그러므로, 다소 인위적이기는 하지만 행동 영역이 미리 설정되고 지식의 활용 측면이 평가의 일정 부분에서 다뤄질 수 있도록 평가들을 설정하는 것은 의미있는 일이라 하겠다.

넷째, 평가들은 행동 영역 및 내용 영역, 그 밖의 주요 평가 요소를 설정하고 영역별 또는 요소별 평가 문항 출제 비율을 배정하여 이들간의 균형 있는 평가도구의 개발을 가능하게 한다. 학생들의 교육 성취 정도를 균형 있는 기준에 비추어 측정하고 그 측정 결과를 종합적으로 판단할 수 있는 근거를 마련하기 위해서는 이러한 평가들이 개발되어야 한다.

다섯째, 평가의 상황이나 목적이 1무엇이든 지 간에, 가급적 한 가지 문항 유형에 치우치지 않고 새로운 문항 유형 또는 평가 방법을 시도해야 함은 당연한 것이다. 그렇다면, 이를 위하여 문항 유형 및 평가 방법에 대한 문항 비율을 적절히 고려하여 다양한 평가 방법을 구현하고 이를 활용함은 평가를 개발과 더불어 매우 중요한 일이다. 결국, 이때의 평가들은 평가 내용과 방법을 계획하고 결정해 주는 지침서의 역할을 지닌다고 할 수 있겠다.

## II. 수학과 평가들에 대한 문헌 연구

다음은 새로운 평가들(안)을 마련함에 앞서 이에 기초가 되는 문헌 연구로써 국내외 평가들에 관하여 살펴보고자 한다.

### 1. 한국교육개발원

한국교육개발원은 1992년 당시 제 3차년도 교육의 본질 추구를 위한 수학 교육 평가 체제 연구에서 그간에 진행되어온 평가들에 관한 선행 연구를 기초로 하여 수학과에 적합한 평가들을 마련하였다(신성균 외, 1992). 이때, 내용 영역은 교육과정 내용을 기본으로 하고, 행동 영역의 개발에 초점을 두었다. 여기서 행동 영역은 인지적 영역과 정의적 영역으로 구분하고, 인지적 행동 영역은 '수학적 지식'과 '문제 해결'로, 수학적 지식은 '지식'과 '이해'로 분류하였다. <표 1 참조> 구체적으로 지식은 수학적 용어나 법칙, 기호 등의 단순 기억이나 형식화된 해결 절차인 알고리즘의 수행 등과 같은 기초 기능에 해당하는 능력으로, 이해는 개념이나 원리에 대한 구조적 파악 능력이나, 개념 사이의 관계 인식, 원리를 확인하고 응용하는 능력으로 정의하였다. 그리고, 이 연구에서는 행동 영역의 분류는 고정된 것이 아니라,

평가될 학생의 사전 수준에 좌우된다는 사실, 즉 어떤 수준에서는 복잡한 문제 해결로 간주되던 것이 다른 학년 수준에서는 이해나 지식으로 간주될 수 있음을 강조하고 있다.

### 2. 미국 수학 교사 협의회

미국수학교사협의회(NCTM)은 이미 잘 알려진 바와 같이 1989년에 향후 10년간 학교 수학에서의 개혁을 이끌어 갈 폭넓은 틀을 제공하기 위해 다음과 같은 세 가지 문서를 마련하였다.

- Curriculum and Evaluation Standards for school Mathematics(1989) 학교 수학 교육과정에 포함되어야 하는 기본적인 내용, 학생 및 프로그램 평가의 조직과 실행에 관계되는 핵심적인 내용을 제시함.

- Professional Standards for Teaching Mathematics(1991) 1989년에 제시된 교육과정의 변화를 지원하기 위해 어떤 지도가 수반되어야

<표 1> 수학 평가틀(한국교육개발원)

| 영역     | 행동 분류  |   |  |
|--------|--------|---|--|
| 인지적 영역 | 수학적 지식 | 지식  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학적 언어 사용하기</li> <li>• 적절한 해결 절차를 선정하고 적용하고 응용하기</li> <li>• 해결 절차의 적용과 응용이 옳음을 입증하기</li> </ul>  |
|        |        | 이해  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 개념들의 예와 반례를 인식하고 분류하고 제시하기</li> <li>• 개념을 나타내는 데 모형, 도식, 기호를 사용하기</li> <li>• 원리를 확인하고 응용하기</li> <li>• 개념의 다른 형태의 표현 사이의 관계 알기</li> <li>• 개념과 원리를 비교, 대조 통합하기</li> <li>• 개념을 표현하기 위한 기호를 인식하고 설명하고 응용하기</li> <li>• 개념들을 포함하는 과정과 관계를 설명하기</li> </ul> |
|        | 문제 해결  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제를 인지하고 형성하기</li> <li>• 전략, 자료, 모형을 사용하기</li> <li>• 해결 절차를 만들고 확장하고 수정하기</li> <li>• 추론하기</li> <li>• 풀이의 타당성과 옳음을 판단하기</li> </ul>  |  |
| 정의적 영역 | 수학적 성향 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수학을 이용하여 문제를 푸는 데 대한 자신감</li> <li>• 문제 해결에서 수학적 아이디어를 탐구하고 다른 방법을 찾으려는 용통성</li> <li>• 수학적 과제를 꾸준히 수행하려는 의지</li> <li>• 수학을 하는 데 관심, 호기심, 창의력</li> <li>• 자신의 생각과 행동을 감시하고 반성하는 경향</li> <li>• 일상 생활과 다른 과목에 수학을 적용하는 가치의 인식</li> <li>• 수학의 역할과 가치에 대한 이해</li> </ul> |  |

하는지에 대한 미래상을 제시함. 즉, 교사들이 수학 교육에 대한 새로운 목표를 지향하여 지도하기 위해 무엇을 알아야 할 필요가 있는지, 그리고 지도는 개선 목표에 따라 어떻게 평가되어야 하는지를 설명함.

• **Assessment Standards for School Mathematics(1995)** 1989년에 제시된 학생 및 프로그램 평가를 확장, 보충하기 위해, '내용, 지도, 평가'의 세 축을 토대로 평가기준을 구성함으로써, 보다 체계적인 평가 기준을 제시함. 여기서, 평가 기준 활용의 의의는 학생들의 진전 정도를 모니터하고, 교수에 관한 결정을 하고, 학생들의 성취도를 평가하고, 수업과 관련된 학교 프로그램을 평가하는 것에 있음.

NCTM은 이상의 세 가지 문서에 기초하여 2000년대 향후 10년의 미국 학교 수학을 이끌어 가기 위한 문서를 재구성하였다.

• **Principles and Standards for School Mathematics/Discussion Draft(1998)** 1989년 기준집 발행 때에 이미 예견된 수정 작업으로 기준

의 기준집을 재점검하고 '교실 측면'을 강화(즉, 수학 교실을 수학에 대해 생각하고, 수학을 하는 장소로 보는 견해)하기 위한 것임. 기존에 3개급으로 분리된 학년 단위를 4개급으로 재구성하여 각 학년 단위별로 보다 자세한 기준을 제시하고 있음.

다음의 <표 2>는 1989년, 1998년 기준집의 전체 구조를 비교한 것이다. 이 표를 살펴보면, 1998년 기준집은 1989년 기준집보다 기준 항목의 수를 줄이고 내용과 과정을 통합하는 방식을 취하였으며, 5가지의 수학적 내용 기준(수와 연산 : 패턴, 함수, 대수 : 기하와 공간 감각 : 측정 : 자료분석, 통계, 확률)과 5가지의 수학적 과정 기준(문제 해결 : 추론과 증명 : 의사소통 : 연계성 : 표상)을 두었다. 이러한 공통된 기준에 따라 4개급 단위의 학년에 각각 상세한 내용용은 지면 관계상 생략함).

<표 2> NCTM 교육과정 및 평가 기준

| 교<br>과<br>과<br>정 | 1989        |         |             | 1998          |   |     |     |      |
|------------------|-------------|---------|-------------|---------------|---|-----|-----|------|
|                  | 교육과정        |         |             | 평가            | 교육과정<br>(및 평가)  |     |     |      |
|                  | K-4         | 5-8     | 9-12        | K-12          | Pre<br>K-2  | 3-5 | 6-8 | 9-12 |
| 기준               |             |         |             |               | <수업 원리><br>· 기회 균등의 원리<br>· 수학 교육과정의 원리<br>· 교수의 원리<br>· 학습 원리<br>· 평가 원리<br>· 공학 원리              |     |     |      |
| 기준 1             | 문제해결로서의 수학  |         |             | 일관성           | 수와 연산<br>패턴, 함수, 대수<br>기하와 공간 감각<br>측정<br>자료분석, 통계,<br>확률<br>문제 해결<br>추론과 증명<br>의사소통<br>연계성<br>표상 |     |     |      |
| 기준 2             | 의사소통으로서의 수학 |         |             | 정보의 다양한 출처    |   |     |     |      |
| 기준 3             | 추론으로서의 수학   |         |             | 적절한 평가 방법과 사용 |   |     |     |      |
| 기준 4             | 수학적 연결성     |         |             | 수학적 힘         |   |     |     |      |
| 기준 5             | 어림          | 수와 수 관계 | 대수          | 문제해결          |   |     |     |      |
| 기준 6             | 수감각과 수개념    | 수체계와 수론 | 함수          | 의사소통          |   |     |     |      |
| 기준 7             | 범자연수 연산 개념  | 계산과 어림  | 중합적 기하학     | 추론            |   |     |     |      |
| 기준 8             | 범자연수의 계산    | 규칙성과 함수 | 대수적 기하학     | 수학적 개념        |   |     |     |      |
| 기준 9             | 기하와 공간감각    | 대수      | 삼각법         | 수학적 절차        |   |     |     |      |
| 기준 10            | 측정          | 통계      | 통계          | 수학적 성향        |   |     |     |      |
| 기준 11            | 확률과 통계      | 확률      | 확률          | 프로그램 평가의 지표   |   |     |     |      |
| 기준 12            | 분수와 소수      | 기하      | 이산수학        | 교육과정과 수업자원    |   |     |     |      |
| 기준 13            | 규칙성과 관계     | 측정      | 미적분의 개념적 토대 | 수업<br>평가법     |   |     |     |      |
| 기준 14            |             |         |             | 수학적 구조        |   |     |     |      |

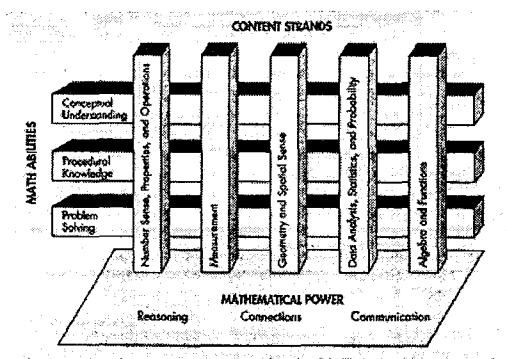
### 3. 미국의 국가수준 교육 향상 평가 (NAEP)

미국의 국가수준의 교육 향상 평가(the National Assessment of Educational Progress ; NAEP)는 미국내 전지역에서 행해지는 평가로서 읽기, 수학, 과학, 쓰기, 역사/지리 등의 분야에 대해 일정 기간을 두고, 4학년, 8학년, 12학년 학생들을 대상으로 행해진다. 특히 1996년에 수학 과목에 대한 NAEP에서 사용된 수학 평가들은 다음과 같은 두 가지 측면을 염두에 두고 1990년과 1992년의 평가들을 수정·보완한 것이다.

- 최근 NCTM에서 강조하고 있는 수학 교육 목표, 교육과정 내용 등을 반영한다.

- 1990년과 1992년의 수학 성취도 검사의 결과를 반영하고 그 추이와 관련하여 유지한다.

참고로, 1996년 NAEP의 수학 평가들은 다음 그림과 같다(National Center for Educational Statistics, 1997)



<그림 1> 수학 평가틀(NAEP)

위의 그림에서 알 수 있는 바와 같이, NAEP의 수학 분류 체계는 '수학적 힘'이라는 하나의 평면 위에 내용 체계와 수학적 능력이 라는 두 축으로 이루어진다. 여기서 '수학적 능

력'은 지식의 본질을 설명하고 문제에 의해 부여된 과제를 다루는 것의 과정을 뜻하며, 수학적 능력과 관련된 평가 문항들은 각각 개념적 이해, 절차적 지식, 문제해결의 범주로 분류된다. 또, '수학 내용 체계'는 수 감각 및 성질과 연산, 측정, 기하와 공간감각, 자료 분석 및 확률과 통계, 대수와 함수 등의 요소로 분류된다. 그리고, '수학적 힘'은 수학 교육과정의 주요 목표를 강조하여 반영한 것으로, 학생들이 추론하고 의사소통하고 수학적 요소 또는 다른 교과와의 연결성(Connection)을 파악하고 있는 지에 관한 능력을 수반한다. 특히, 이 중에서 의사소통 능력은 1990년 성취도 검사에서는 짧게 구성된 답을 요구하는 질문을 통하여 처음 측정되었는데, 이후 점차 길게 구성된 답을 요구하거나 학생들 자신이 해결한 문제의 이유를 설명하도록 요구하는 형태의 질문으로 바뀌고 있는 추세이다.

이 평가들에서 각 영역은 서로 독립적으로 또는 반드시 위계적으로 구성되어 있는 것이 아니다. 예를 들면, 수학적 문제해결 활동은 대체적으로 개념적 이해와 절차적 지식의 상호 작용 능력(효과)을 필요로 하지만, 경우에 따라서는 개념적 이해나 절차적 지식의 어느 한 영역에 속하는 능력을 필요로 할 수도 있다. 또 이와 같이 해결된 문제를 어떤 방법으로 의사소통할 수도 있다. 즉, 각 문항들은 하나 또는 두 개 이상의 수학적 내용 요소와 더불어 수학적 능력과 수학적 힘의 영역과 관련되어 있다고 볼 수 있다.

### 4. 수학·과학 성취도 국제 비교 연구 (TIMSS)

최근 들어, 국제적인 대규모로 진행되고 있는 학교 교육 평가 관련 연구로서 제 3차 수

학·과학 성취도 국제 비교 연구(Third International Mathematics and Science Study; TIMSS)를 손꼽을 수 있는데, 여기서 사용되고 있는 수학 평가틀을 살펴보면 다음 <표 3>과 같다(임형 외, 1998).

이 표에서 알 수 있는 바와 같이, TIMSS에서 채택한 목표 분류 체계에는 내용(Content), 성취 기대(Performance Expectation)가 포함되어 있다. 이 중에서 내용 측면은 학교 수학 교과 의 내용을 나타내고, 성취 기대 측면은 학생들이 특정한 내용에 대하여 성취할 것으로 기대 되는 행동을 의미하고 있다. TIMSS 분류 체계 에서 내용은 10개의 주요 영역으로 나뉘지고, 각 영역은 2-17개 하위 영역으로 구성되어 있다. 10개의 주요 영역은 수, 측정, 기하(위치, 시각화와 모양), 기하(대칭, 합동과 닮음), 비례, 함수, 관계, 방정식, 자료, 표현, 확률, 통계, 기

초 해석학, 타당성과 구조, 기타 내용 등이다.

TIMSS 분류 체계에서 성취 기대는 다음과 같이 지식, 기계적 절차의 이용, 탐구와 문제해결, 수학적 추론, 의사소통 등 다섯 가지 영역으로 구분되어 있다.

- 지식 : 표상, 동치 인식, 수학적 대상과성질의 회상
- 기계적 절차의 이용 : 도구의 활용, 기계적 절차의 수행, 더 복잡한 절차의 이용
- 탐구와 문제해결 : 문제 상황의 형성과 명료화, 전략 개발, 풀이, 예측, 검증
- 수학적 추론 : 기호와 용어 개발, 알고리즘 개발, 일반화, 추측, 정당화와 증명, 공리화
- 의사소통 : 용어와 기호 사용, 표상 연결, 설명/토론, 비평

<표 3> 수학 평가틀(수학·과학 성취도 국제 비교 연구)

| 성취 기대      |                 | 교과 내용 |    | 기하 위치 시각 화와 모양 | 기하 대칭, 합동 과 닮음 변환 | 비례 | 함수 관계 와 방정 식 | 자료 표현 확률 과 통계 | 기초 해석 | 타당화 와 구조 | 기타 |
|------------|-----------------|-------|----|----------------|-------------------|----|--------------|---------------|-------|----------|----|
|            |                 | 수     | 측정 |                |                   |    |              |               |       |          |    |
| 인지 (지식)    | 표상              |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 동치 관계의 인식       |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 수학적 대상과 성질의 회상  |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
| 기계적 절차의 이용 | 도구의 이용          |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 기계적 절차의 수행      |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
| 탐구와 문제 해결  | 복잡한 절차의 이용      |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 문제의 상황의 형성과 명료화 |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 전략 개발           |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
| 수학적 추론     | 해결              |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 예측              |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 검증              |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 기호와 용어의 개발      |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 알고리즘 개발         |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
| 의사소통       | 일반화             |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 추측              |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 정당화와 증명         |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 공리화             |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
| 의사소통       | 용어와 기호 사용       |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 표상 연결           |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 설명/토론           |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |
|            | 비평              |       |    |                |                   |    |              |               |       |          |    |

성취 기대는 융통성이 있는 분류 체계를 지니고 있어서 어떤 영역과 하위 영역이 상호 관련이 있는 것으로 보고 있다. 어떤 내용 영역이라도 최소한 하나 또는 그 이상의 성취 기대를 포함해야 하며, 또한 복잡하고 통합적인 성취 기대는 상세화 될 수 있다.<sup>2)</sup>

5. 미국 오레곤 주

오레곤 주 교육청에서 수학과 교육 성취도

평가를 위하여 사용하고 있는 평가들은 내용 영역에 계산과 어렵, 측정, 확률과 통계, 대수적 관계, 기하를 두고, 행동 영역에는 '문제해결' 영역을 두어 개념적 이해, 과정과 전략, 의사소통, 증명의 하위 요소로 세분화하고 있다. 참고로, 오레곤 주의 평가들에 제시된 성취기준을 내용 영역과 행동 영역으로 나누어 살펴 보면 다음 <표 4>와 같다(Oregon Department of Education, 1998).

<표 4> 수학 평가들에 맞춰 제시된 성취기준의 예(미국 오레곤 주)

| 1998년 오레곤 주의 수학과 성취기준 개요 |           |  |
|--------------------------|-----------|--|
| 내용 및 행동 범주               | 평가영역      | 학년 공통 성취기준   |
| 계산과 어렵                   | 계산        | 범자연수, 분수, 소수, 정수를 계산기, 컴퓨터, 지필 등을 통하여 계산한다.                  |
|                          | 어렵        | 어려움을 사용하여 문제를 해결하거나 구한 해의 정확성을 파악한다.                         |
|                          | 정수론       | 정수론, 수학적 규칙, 알고리즘을 활용하여 문제를 해결한다.                            |
| 측 정                      | 단위와 도구    | 정밀도를 측정하는 적절한 단위와 도구, 기술과 정확성이 요구되는 특별한 상황을 정한다.             |
|                          | 직접적 방법    | 미국에서 사용하는 일상적인 미터법과 그 외의 측정 방법을 직접 사용하여 측정한다.                |
|                          | 간접적 방법    | 간접적인 측정 방법을 활용한다(예, 공식, 어렵 등).                               |
| 통계와 확률                   | 확률        | 사건이 일어날 확률을 구한다.   |
|                          | 통 계       | 중앙값과 변화성을 측정함으로써 실험을 수행하고 설명한다.                              |
|                          | 자료의 정리    | 표, 그래프 등을 만들고 통계적 방법을 사용하여 자료를 통합하고 해석하고 예측한다.               |
| 대수적 관계                   | 표현과 방정식   | 수학적 표현과 대수적 연산을 사용하여 방정식을 해결한다.                              |
|                          | 수학적 관계 표현 | 기호와 그래프, 수, 용어 등을 사용하여 수학적 관계나 패턴을 나타낸다.                     |
| 기 하                      | 기하 개념과 성질 | 기하 물체에 대한 개념과 성질을 이용하여 문제를 해결한다.                             |
|                          | 기하학적 관계   | 주어진 가정과 기하 물체에 대한 성질을 사용하여 이와 관련된 정리를 증명하거나 그들 사이의 관계를 설명한다. |
| 문제해결                     | 개념적 이해    | 문제를 구별하고 문제를 해결하는 정보를 선택한다.                                  |
|                          | 과정과 전략    | 문제해결 전략을 정확하게 이해하고 이를 응용, 발전시켜 문제를 해결한다.                     |
|                          | 의사소통      | 풀이 과정을 명료하고 명쾌한 방법으로 의사소통한다.                                 |
|                          | 추론        | 풀이 과정이 정확하고 논리적인가 검토한다.                                      |

2) 그 밖에, TIMSS에서는 교수-학습에 있어서의 태도나 가치관 등의 중요성을 인정하여 학생들의 수학에 대한 태도, 흥미, 동기 등의 발달에 초점을 두기 위하여 하나의 독립된 차원으로 '발달적 전망'이라는 정의적 영역을 설정하고 있다(단, 표 3에는 제시되어 있지 않음).

## 6. 뉴질랜드

지금까지 본 고에서 제시한 여러 선행 연구에서와 마찬가지로, 뉴질랜드 수학 교육과정의 성취 목표에도 수·측정·기하·대수·통계 이외에 수학적 과정(Mathematical Processes)이라는 영역이 포함되어 있다. 이러한 수학적 과정에는 수·측정·기하·대수·통계 등에 관한 구체적인 지식과 결부시켜 세 가지 기능, 즉 수학적 생각들의 의사소통, 논리와 추론의 개발, 문제해결을 학습하고 평가하도록 하고 있다(허경철 외, 1995). <표 5 참조>

<표 5> '수학적 과정' 영역의 성취 목표(뉴질랜드)

|        | 문제해결            | 수 | 측정 | 기하 | 대수 | 통계 |
|--------|-----------------|---|----|----|----|----|
| 수학적 과정 | 논리와 추론의 개발      | 수 | 측정 | 기하 | 대수 | 통계 |
|        | 수학적 사고에 관한 의사소통 | 수 | 측정 | 기하 | 대수 | 통계 |

수학적 과정 중에서 '수학적 사고에 관한 의사소통'에 대한 성취 목표와 제안된 학습 경험을 1~8수준까지 구체적으로 제시하면 다음과 같다.

### \* 성취 목표

- 수학적 활동의 실행을 위하여 일련의 절차를 설계하고 따름(수준1-8)
- 수학적 탐구 결과들의 기록과 토론(수준1)
- 수학적 탐구 결과들을 조직화된 방식으로 기록하고 토론함(수준2-3)
- 수학적 생각들을 설명하기 위하여 학생들 자신의 언어와 수학적 언어 그리고 다이어그램 등을 이용함(수준2-8)
- 결론의 도출과 일반화에 도움이 되는 방법으로 정보를 기록함(수준4-8)
- 수학적 탐구의 결과를 간명하게 보고함(수준4-8)

### \* 제안된 학습 경험

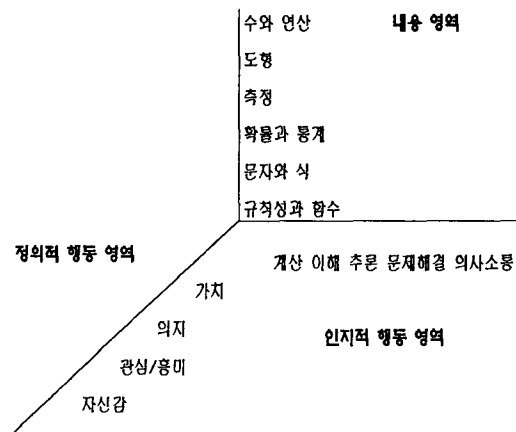
- 말, 그림, 구체적 재료들에서의 기록(수준1-8) :
  - 다이어그램(도표와 그래프)의 제시(수준2-8)
  - 기호를 적절히 이용함(수준2-8)
  - 자료를 표로 나타냄(수준4-8)
- 수학적 생각과 결과들을 타인들에게 표현함(수준1-8) :
  - 말과 그림으로 결과를 설명함(수준1-3)
  - 말과 다이어그램으로 보고함(수준2-8)
  - 지필 보고와 구두 보고(수준3-8)
  - 형식적인 수학적 언어로 보고함(수준5-8)
- 논증의 설명, 토론, 표현(수준1-8) :
  - 분명한 진술(수준1-8)
  - 논리적이고 간명한 진술과 연역적 추론(수준4-8)
- 주의 깊게 경청하고, 생각들을 일반화하고, 반성적 토론에 참여함으로써 집단의 구성원으로서 상호 협동적으로 연구함(수준1-8)

지금까지 살펴본 여러 문헌 연구의 평가들은 외관상으로 크게 내용과 행동 차원의 이원 분류를 기본 틀로 하고, 실제로는 정의적 영역의 요소를 설정하여 이를 점차적으로 반영하고 있는 추세이다. 1992년에 한국교육개발원에서 설정한 평가들의 행동 영역에는 지식, 이해, 문제해결의 요소가 반영되는데 그쳤으나, NCTM, NAEP, TIMSS, 미국의 오레곤 주, 뉴질랜드에서 제시한 평가들을 살펴본 결과, 문제 해결 활동, 추론 능력, 의사소통 능력 등과 같은 '수학적 과정' 요소가 행동 영역으로 설정되어 강조되고 있음을 알 수 있다.

## III. 수학과 평가들의 제안



지금까지 살펴본 평가들에 관한 문헌 연구를 토대로, 본 고에서는 수학과 평가를 위한 평가틀(안)을 마련하였다.<sup>3)</sup> 학교 수학의 목표는 기본적인 수학적 지식과 기능을 바탕으로 수학적 사고력을 길러 문제를 창의적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 것이다. 여기서 문제 해결은 수학을 가르치고 배우는 ‘방법’인 동시에 ‘목적’으로써 그 자체가 수학적 사고의 본질이 된다고 볼 수 있으며, 이러한 사고 기능의 향상은 문제 해결 활동을 토대로 의사소통을 통하여 활성화 될 수 있다고 하겠다. 이를 토대로, 수학과 평가틀의 구조는 <그림 2>와 같이 생각해 볼 수 있으며, 이때 평가틀을 구성하고 있는 세 축은 수학적 내용과 이를 기초로 하는 인지적 행동 영역, 그리고 정의적 행동 영역으로 나뉜다.



<그림 2> 수학과 평가틀의 구조

그러나, 평가틀의 삼차원 구조(내용 영역, 인지적 행동 영역, 정의적 행동 영역)는 실제로 평가를 진행하고 실시하는데 있어서 어려움이

따르므로(가령, 평가틀을 토대로 성취기준 내용을 서술하는 것 등), 여기서는 별도의 평가 방법이나 결과 해석이 가능한 정의적 행동 영역은 배제하고 내용 영역과 인지적 행동 영역으로 구성된 이차원 구조를 마련하였다. <표 6 참조>

이 평가틀은<sup>4)</sup> 제 7차 교육과정을 토대로, 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수 영역에 대하여 각각의 내용 요소를 추출하고 수학 내용상에 있어서 유사한 개념이나 성질끼리 통합하여 ‘내용 영역’을 구성하였다. 그리고, 인지적 행동 영역으로 계산, 이해, 추론, 문제해결, 의사소통의 5개 영역을 두었는데, 이는 선행 연구를 토대로 지금까지 우리 나라 수학 교과에서 주로 사용되어 왔던 ‘계산’(또는 지식), ‘이해’, ‘문제해결’의 3개 영역, 대학수학능력시험<sup>5)</sup>, 미국 수학 교사 협의회(NCTM), 미국의 국가수준 교육 향상 평가(NAEP), 수학·과학 성취도 국제 비교 연구(TIMSS), 미국의 오레곤 주, 뉴질랜드에서 강조하여 다루고 있는 ‘의사소통’과 ‘추론’ 영역을 적극 반영하여 구성한 것이다.

<표 6> 수학과 평가틀(안)

| 행동영역 \ 내용영역 | 계산 | 이해 | 추론 | 문제 해결 | 의사 소통 |
|-------------|----|----|----|-------|-------|
| 수와 연산       |    |    |    |       |       |
| 도형          |    |    |    |       |       |
| 측정          |    |    |    |       |       |
| 확률과 통계      |    |    |    |       |       |
| 문자와 식       |    |    |    |       |       |
| 규칙성과 함수     |    |    |    |       |       |

3) 본 고에서는 평가틀의 행동 영역과 내용 영역에 관하여 집중적으로 다루고, 그 밖의 성취기준, 평가 문항 유형, 그리고 행동 또는 내용 영역 등의 각 요소별 문항 출제 비율 등에 관한 내용은 생략하였음.

4) 참고로, 이 평가틀은 한국교육과정평가원에서 1999년에 국가수준 수학과 교육성취도 평가를 위한 예비 검사에서 사용한 것임(본검사는 2000년에 실시됨). ‘국가 수준 교육성취도 평가’는 우리 나라 교육의 질을 체계적이고 과학적으로 관리한다는 차원에서 초·중·고 학교 교육의 성과로서 학생의 교육 성취도가 어느 수준에 있는지를 점검하고 이에 대한 정보를 구축하는 작업임.

이 표에서 계산, 이해, 추론, 문제해결, 의사소통의 행동 영역에 관해 좀더 자세히 살펴 보면 다음과 같다(NCTM, 1989; 강완 외, 1998).

### 계산

현재의 정보화 시대에서 복잡한 계산은 계산기나 컴퓨터에 의해 손쉽게 해결될 수 있지만, 학교 수학에서의 계산 능력은 모든 수학적 지식 및 경험에의 기초가 되므로 결코 소홀히 다루어져서는 안 된다. 계산은 문제해결 활동이나 기하, 확률, 측정, 기타 모든 수학 분야에서 해당 수학 내용 및 내용간의 연계성을 이해하고 경험하는데 반드시 갖추어야 할 선행적 지식 능력에 해당된다. 특히, 초등 과정에서의 단순한 계산은 점차 학교급이 올라감에 따라 학생들로 하여금 특별한 상황에 맞는 기호 체계를 선택하거나, 아이디어, 문제의 해답, 기호적 절차를 가지는 특별한 상황까지도 포함한다. 결과적으로, 계산 능력의 평가는 계산 훈련 자체가 목표로 지도되는 것을 지양하고 문제 해결의 도구로서, 표상의 수단으로서 대수적 방법을 강조하고 개념적 이해를 강화할 수 있도록 이루어져야 할 것이다.

### 이해

개념은 수학적 지식의 본질에 해당하는 것으로, 어떤 개념이나 그 개념의 의미 또는 해석을 제대로 이해할 때 비로소 수학을 의미 있게 구성하였다고 볼 수 있다. 바꾸어 말하면, 수학을 의미 있게 행하기 위해서는 개념적 이해가 무엇보다 중요하므로, 수학적 지식의 평가는 반드시 수학적 개념을 이해하고 있는지를 조사해야 한다. 수학적 지식의 이해는 단순히 정의를 떠올리거나 평범한 예제를 인식하는 것

이상의 것으로 광범위하고 다양한 능력을 포함해야 하므로, 평가 역시 그러한 개념적 이해의 측면을 강조하여 진행되어야 한다. 한 마디로, 이해 능력의 평가는 주어진 문제 상황에서 적절한 개념과 부적절한 개념의 속성을 구별하여 적용할 줄 아는 능력, 개념을 다양하게 표현하는 능력, 그리고 그들의 다양한 의미를 인식하는 능력 등에 초점을 맞추어야 한다.

### 추론

추론은 수학을 행하는 데 있어서 기본적으로 요구되는 능력이다. 학생들은 당연히 그들이 이미 알고 있거나 다루어 본 적이 있는 예들을 근거로 가설을 세우며, 참인 것으로 알고 있는 것을 근거로 논증해 나아간다. 그리고, 학생들은 일반적으로 직관적이고 비형식적인 추론 능력을 갖추고 있으므로, 추론 능력에 대한 평가는 이러한 과정을 수반하는 상황에서 이루어져야 한다.

### 문제해결

문제해결 평가는 여러 가지 상황에서 문제를 해결하는 학생들의 능력과 태도, 자신감 등에 대한 향상 정도를 체계적이고 지속적으로 실시하여야 한다. 이때, 평가는 문제해결의 모든 측면에서 학생들의 수행 능력을 측정해야 한다. 즉, 학생들이 문제해결 전략과 기법을 사용하고 결과를 해석하고 증명할 수 있는 능력, 그리고 경우에 따라 질문하고 정보를 사용하고 가설을 설정하는 능력 등에 대한 증거를 확보하여야 한다. 결과적으로, 이러한 문제해결 과정 및 결과 모두를 반영하는 평가를 통하여 학생들에게 피드백함으로써 그들을 좋은 문제해결자로 발전시킬 수 있을 것이다.

3) 대수능의 평가들에서는 행동 영역으로 계산, 이해, 추론, 문제해결(내적, 외적)을 두고 있음.

### 의사소통

최근 들어 학교 수학에서 학생들이 탐구하고, 토의하고, 묘사하고, 설명함으로써 수학적 지식을 발달시키는 데 능동적으로 참여하는 상황을 요구하는데, 이러한 사회적 과정을 집약한 것이 바로 의사소통이다. 학생들은 이야기하고, 쓰고, 말하고, 듣고, 읽는 과정을 통해 아이디어가 토의되고, 발견된 사실이 공유되고, 가설이 확인되고 지식이 획득된다. 의사소통의 행위는 사고를 명확히 하고, 학생들로 하여금 수학을 행하는 데 참여하게 한다. 수학적으로 의사소통할 수 있는 능력의 평가는 수학적 개념과 과정에 대한 의미와, 수학적으로 표현된 아이디어에 대해 이야기하고, 이해하며, 평가하는 데 있어서의 능숙함 모두에 초점을 맞추어야 한다. 특히, 수학에서의 의사소통에 대한 평가는 학생들의 수학적 아이디어와 관계성을 이해하고 표현하기 위한 어휘, 기호 체계, 구조 등을 사용할 수 있는지의 여부를 가늠할 수

있어야 한다.

위에서 제시한 내용을 토대로, 수학과 평가들에서의 인지적 행동 영역을 간략하게 정리하면 다음 <표 7>과 같다.

## V. 끝맺는 말

지금까지 논의한 평가들에 관한 선행 연구와 본 고에서 제안한 수학과 평가들(안)을 토대로 평가들을 개발하는데 있어서 고려해야 할 제한 사항을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 일반적으로 평가의 목적은 우수 학생을 선발하려는 것이 아니고 우리 나라 학생들의 교육 성취 정도(수준)가 얼마나 되는지, 그리고 각각의 수준에 도달한 학생들이 얼마나 되는지를 파악하는 데에 있으므로 평가들이 우리 나라 학생들의 성취 수준을 골고루 측정해 낼 수 있도록 세워져야 한다. 그러므로 가장

<표 7> 수학과 평가들에서의 인지적 행동 영역의 정의

| 행 동 영역 | 정의   |
|--------|--|
| 계산     | 여러 가지 계산법 나아가 문제해결에 이르기 위한 명확한 절차, 즉 알고리즘을 능숙하게 구사할 수 있는 능력에 관한 것.   |
| 이해     | 기본적인 수학적 개념, 원리, 법칙 및 그 관련성을 이해하여 의미 충실한 개념적 사고를 형성할 수 있는 능력에 관한 것.  |
| 추론     | 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납과 유추, 추측에 의해 수학적 법칙과 문제의 해법을 발견할 수 있는 능력, 또는 조건명제의 증명, 삼단논법에 의한 연역적 추론, 반례에 의한 증명, 간접증명법, 모순법, 동치인 명제의 증명, 수학적 귀납법 등을 이용한 증명을 읽고 이해할 수 있으며, 이러한 방법을 사용하여 수학적 명제를 증명할 수 있는 능력에 관한 것. |
| 문제 해결  | ① 수학의 여러 가지 내용 사이의 개념, 원리, 법칙 등의 관련성이 요구되는 수학 내적인 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것.<br>② 수학과 일상 생활 및 타교과 내용과의 관련성의 파악이 요구되는 통합교과적인(수학 외적) 소재의 응용 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것.   |
| 의사 소통  | 계산, 개념, 추론, 또는 문제해결 영역에 관한 문제를 해결하는 상황에서 주어진 문제 상황과 관련된 수학적 내용을 토대로 수학적 용어, 기호, 문장 등을 이용하여 그 해결 과정의 근거 및 이유를 표현할 수 있는 능력에 관한 것.  |

기초가 되는 수준에서부터 우수한 학생까지의 성취 정도가 잘 드러날 수 있도록 다양한 수준의 문항이 구성되어야 한다.

두 번째, 가능하면 평가 요소를 적어도 내용 영역과 행동 영역으로 이원화하도록 한다. 특히 행동 영역을 설정하여 소홀하기 쉬운 '지식의 활용 또는 적용' 능력에 의미 있는 비중을 두도록 한다. 동시에 폭넓은 수준의 학업 성취의 정도를 파악할 수 있도록 행동 영역을 가장 기초적인 지식이나 단순 계산에서부터 보다 복잡한 사고를 요구하는 탐구나 문제해결 능력까지 평가의 대상으로 삼아 또한 학생들이 어느 영역에 더 높은 성취를 보이는지 파악할 수 있도록 한다. 한 마디로, 학교 수학에서의 평가는 수학 교과가 추구하는 교육 목표를 포괄적으로 포섭할 수 있도록 행동 영역의 요소를 구성하고 각각에 대한 적절한 비중을 두어야 할 것이다.

세 번째, 평가틀의 구성에 있어서 시대적 요구가 강한 행동 영역을 의도적으로 평가틀에 포함시키도록 한다. 예컨대, 의사소통 능력과 같이 시대적으로 강력히 요구되고 있으면서도 실제로 학교 현장에서는 소홀히 다루어지는 능력을 평가틀에 과감히 도입함으로써 학교 교육 과정 운영에 있어서 선도적 역할을 기대해 볼 수 있다.

끝으로, 평가틀의 핵심 사항은 가급적 모든 학교급, 즉 초·중·고에 공통으로 적용될 수 있도록 하여야 할 것이다. 특히, 행동 영역의 설정에 있어서 각 학교급에서 강조되는 비중이 다르더라도 행동 영역 그 자체는 세 학교급에 공통적인 것이 바람직 할 것이다. 예컨대, 문제해결과 같은 특정 행동 요소(능력)가 초등학교 급보다는 고등학교급에서 더 강조될 수는 있지만 모든 학교급에 공통적인 행동 영역으로 설정되어야 할 것이다.

## 참고 문헌

- 강완, 백석운 (1998). 초등수학교육론. 동명사.
- 교육부 (1997). 수학과 교육과정. 교육부.
- 김명숙 외 8인 (1999). 국가수준 교육성취도 평가 연구 II : 사회·수학 영역 예비 문항 개발 및 현장 적용 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 99-9-1.
- 김성숙 외 6인 (1998). 1998년도 초·중·고 학업 성취도 평가 연구. 한국교육과정평가원.
- 임 형, 박경미, 신동희, 부재울, 박정 (1998). 교육 성취도 국제비교 연구: OECD/PISA. 한국교육과정평가원.
- 신성균, 황혜정, 김수진, 성금순 (1992). 교육의 본질 추구를 위한 수학 교육 평가 체제 연구 (III) - 수학과 평가 도구 개발 -. 한국교육개발원 연구자료 RM 92-5-2.
- 허경철, 김수환, 박경미 외 6인 (1995). 고등학교 국어, 중학교 수학 교육과정 상세화 및 평가기준 개발 연구. 한국교육개발원 연구보고 RR 95-23.
- National Center for Educational Statistics (1997). NAEP 1996 Mathematics Report Card for the Nation and the States.
- NCTM (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA.
- NCTM (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, VA.
- NCTM (1995). Assessment Standards for School Mathematics. Reston, VA.
- NCTM (1998). Principles and Standards for School Mathematics/Discussion Draft. Reston, VA.
- Oregon Department of Education (1998). Content Standards for Mathematics. Salem, Oregon: Office of Assessment.

## A study on assessment framework in Mathematics Education

Hwang, Hye Jeong · Choi, Seung-hyun (Korea Institute of Curriculum & Evaluation)

This study is to develop a mathematics assessment framework based on the mathematics assessment framework and content strands suggested by KEDI, NCTM, NAEP, TIMSS, Oregon State, New Zealand. According to the literature review, there has been more emphasis that students themselves 'communicate' what they 'understood' and how they 'thought' during the situation of 'solving problems'. As a result, communication ability is considered one of the most important factors in assessment situation, which always accompany the abilities of understanding, thinking, problem-solving, etc. In conclusion, the framework related to mathematical knowledge consists of content and behavior domains. The content domain is categorized into 6 content areas of the 7th mathematics curriculum, and the behavior domain is divided into computation, understanding, inference, problem-solving, and communication.