대한수학교육학회지<학교수학> 제1권 제2호
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics, Vol.1, No.2, 401~415 September 1999

우리 나라 제 7 차 수학과 교육과정의 7-가 단계 내용 중 함수 부분에 관한 비판적 고찰

박 교 식 (인천교육대학교)

Ⅰ. 서 론

학교수학에서 함수의 본질을 무엇으로 보느냐에 따라 함수교육의 내용과 방향이 달라진다는 것은 자명하다. 학교수학에서 함수의 본질은 대체로 '종속(從屬)'과 '대응(對應)'의 어느 한 쪽으로 파악될 수 있다. 함수의 본질을 종속으로 파악하게 되면, 물리적, 사회적, 정신적, 그리고 수학적 세계에서 실제적으로 '변화하는 것'으로 지각되고, 상상되고, 가정되는 변수(變數)에 대해, 변수 사이의 종속 즉, 한 변수가 변화하는 것에 따라 다른 한 변수가 변화한다는 속성을 강조하게 된다. 반면, 함수의 본질을 대응으로 파악하게 되면, 변수 사이의 종속과 무관하게, 두 집합이 있어 한 집합의 각 원소에 상응하는 다른 한 집합의 원소가 항상 존재한다는 속성을 강조하게 된다(박교식, 1992, p.159-160). 사실상 함수는 본래 '한 변수의 다른 한 변수에의 종속'이라는 속성을 조직하는 수단으로 생겨났다. 그래서 한 때는 종속만으로 함수를 설명하는 것이 가능했다. 그러나, 함수 개념이 확장되면서 종속만으로는 함수를 설명할 수 없었고, 그에 따라, 확장된 함수 개념을 설명할 수 있는 '한 원소의 다른 한 원소에의 대응'이 대두된 것이다.

함수교육에서 학생들에게 종속과 대응 중 어느 것을 함수의 본질로 파악하게 할 것인가 하는 것이 쉽게 결정될 수 있는 문제는 결코 아니다. 종속을 함수의 본질로 파악하게 할 수도 있고, 또 대응을 함수의 본질로 파악하게 할 수도 있다. 우리 나라의 경우도, 제 2 차 수학과 교육과정까지는 종속을 함수의 본질로 파악하게 했다. 그러나, 이른바 '새수학'의 영향을 받은 제 3 차 수학과 교육과정 이후부터는 '대응'을 함수의 본질로 파악하게 했다. 그런데, 1997년 12월 30에 고시된 제 7 차 수학과 교육과정에서는 다시 '종속'을 함수의 본질로 파악하게 하고 있는 것으로 보인다.

이 논문의 목적은 우리 나라 제 7 차 수학과 교육과정의 7-가 단계 내용(이하, [7-가 단계])중 함수 부분을 비판적으로 고찰하기 위한 것이다. [7-가 단계]의 함수 부분은 다음과 같다(교육부, 1997, p.68).

1 함수와 그래프
① 정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.
② 함수의 개념을 이해한다.
③ 순서쌍과 좌표를 이해한다.
④ 함수의 그래프를 그릴 수 있다.

2 함수의 활용
① 함수를 실생활 문제에 활용할 수 있다.

<용어와 기호>
정비례, 반비례, 함수, 정의역, 공역, 함수값, 치역, 변수, 좌표, 순서쌍, x좌표, y좌표, 원점, 좌표축, x축, y축, 좌표평면, 제 1, 2, 3, 4사분면, 함수의 그래프, $y=f(x)$

<학습 지도상의 유의점>
① 생활 장면에서 변화하는 두 양을 조사하여 비례 관계를 이해하게 한다.
② 함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다.

[심화 과정]
① 실생활의 다양한 소재에서 함수 관계가 있는 것을 찾아보고 이를 식으로 나타낼 수 있다.

6차 수학과 교육과정(교육부, 1992b)의 중학교 1학년 내용(이하, [중학교 1학년])에서는 '두 집합의 원소 사이의 대응'을 통하여 함수 개념을 이해하게 하고 있다. 반면에, [7-가 단계]에서는 함수 개념의 도입에 '비례 관계'를 이용하게 하고 있다. 7차 교육과정에서 대응을 함수의 본질로 파악하게 하는 것을 완전히 포기한 것으로 보이지는 않는다. [10-나 단계]에서는 대응을 함수의 본질로 파악하게 하고 있는 것으로 보인다(교육부, 1997, p.93). 그러나, 적어도 [7-가 단계]에서 대응을 함수의 본질로 파악하게 하지 않는다는 것은 분명하다. 본

논문에서는, 위의 <학습 지도상의 유의점>에서, '함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다'는 진술에 주목하고자 한다. 그리고 그러한 진술의 의미를 해석해 보며, 그러한 해석에 따를 때, 위에서 인용된 내용의 일부는 함수를 비례 관계로 도입한다는 관점과 부합하지 않음을 주장하고자 한다.

Ⅱ. 〔7-가 단계〕의 함수 부분에 관한 몇 가지 비판적 고찰

여기서는 6차 교육과정의 [중학교 1학년]과는 다르게 7차 교육과정의 [7-가 단계]에서는 함수의 본질을 '종속'으로 파악하게 하고 있다는 가정 아래, [7-가 단계]의 함수 부분을 해석해 보며, 아울러 몇 가지 문제점을 비판적으로 고찰하고자 한다. 이를 위해 먼저, 용어 '대응'의 의미를 '종속'과 비교하여 명확히 하고 있다. 다음으로는, [7-가 단계]에서 주어진 기호 $y=f(x)$가 오기(誤記)가 아니라고 할 때의 의미를 찾고 있다. 또, '집합', '원소', '정의역', '공역', '치역' 등의 집합론적인 용어의 퇴출(退出)에 관해 논의하고 있다.

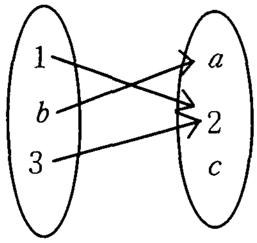
1. 대응의 문제

[7-가 단계]의 <학습 지도상의 유의점>에서 '함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다'고 진술하고 있다. 이러한 진술은 심정적으로는 함수의 본질을 '종속'으로 파악하게 한다는 것을 의미하는 것으로 보이지만, '비례 관계를 이용한다'는 것에 어떤 특별한 의미가 있는지도 모른다. 그러나, 아무튼 그것이 함수의 본질을 '대응'으로 파악하게 하지 않는다는 것을 말하고 있는 것은 분명해 보인다. 6차 교육과정에 따른 중학교 1학년 교과서에서는 함수를 대체로 다음과 같이 정의하고 있다(김연식, 김흥기, 1996, p.140).

> 일반으로 집합 X의 각 원소에 집합 Y의 원소가 하나씩만 대응될 때, 이 대응 f를 X에서 Y로의 함수라고 하고, 이것을 기호로 $f:X\to Y$와 같이 나타낸다. 이때, 집합 X를 함수 f의 정의역, 집합 Y를 함수 f의 공역이라고 한다.

이 정의에서는 '대응'이라는 용어가 사용되고 있다. 대응이란 대체로 '...가 ...에 대(對)하여 응(應)한다'는 뜻을 가진다. 대응을 영어로는 correspondence라고 한다. 이 역시 '...이 ...과 더불어 함께 반응한다'는 뜻을 가지고 있다. 그래서 대응이라는 용어 그 자체에만 주목해

보면, '어떤 것'이 있고, 그리고 '그것에 따라 응하는 또 다른 어떤 것'이 있음을 알 수 있다. 여기서 어떤 것은 독립적인 것이며, 또 다른 어떤 것은 종속적이라고 볼 수 있으므로, 결국 '대응'은 '종속'을 포함하고 있다고 할 수 있다. 그러나, 이때의 종속은 단지 하나의 값이 정해지면, 그에 응하는 또 다른 하나의 값이 '존재'한다는 의미일 뿐, 서론에서 보았던 '실제적으로 변화하는 것으로 지각되고, 상상되고, 가정되는 변수 사이의 종속'은 아니다. 이를테면, 다음의 그림을 보자. 위의 정의에 따르면, 이 그림은 집합 {1, b, 3}에서 집합 { a, 2, c}로의 하나의 함수를 나타내고 있다. 이 함수에서, 1에 대응하는 2가 존재한다. 또, b에 대응하는 a도 존재하고, 다시 3에 대응하는 2가 존재한다. 따라서, 2가 1에 종속되고, a가 b에 종속되고, 다시 2가 3에 종속된다고 말할 수는 있다. 그러나, 이 때의 종속은 앞에서 논의한 변수 사이의 종속은 아니라고 할 수 있다. 집합 {1, b, 3}과 {a, 2, c}이 각각 실제적인 변수가 취할 수 있는 값의 범위를 나타내는 것으로 보기 어려울 뿐만 아니라, 그 두 변수 사이에 어떤 실제적인 관련이 있는 것으로 보기도 어렵기 때문이다. 위의 정의에 따르면, 이 그림이 함수를 나타낸다고 강변(强辯)할 수는 있지만, 실제적이 아닌 다분히 '인위적'인 함수라 할 수 있다. 그리고 이것이 함수의 본질을 대응으로 파악하게 할 때에, 학생들에게 주어지는 함수의 전형적인 모습이다.



현재 함수의 본질을 대응으로 파악할 때의 '대응'이라는 용어는 단지 '원소 사이의 대응'을 의미하는 것으로 받아들여지고 있다. 그리고 또, 실제로는 '변수 사이의 종속'에 대비되는 용어로 간주되고 있다. 따라서, 함수의 본질을 대응으로 파악하지 않는 [7-가 단계]에서는 함수의 정의에 '대응'이라는 용어가 사용되지 않을 것으로 예상해 볼 수 있다. 서론에서 인용한 내용 중 <용어와 기호> 부분을, 6차 수학과 교육과정의 그 부분과 비교해 보면, 기호 f와 $f(x)$가 삭제된 것을 알 수 있다. '대응'이라는 용어가 사용되지 않을 것으로 가정해 볼 때, 대응을 나타내는 기호 f와 함수 f에서 x에 대응하는 원소 즉, x에서의 함수 f의 함수값을 나타내는 기호 $f(x)$가 삭제되는 것은 타당하다고 할 수 있다. 그런데 위의 정의를 예로 들면, 기호 f는 대응을 나타내는 동시에 함수를 나타내기도 한다. [7-가 단계]에서 대응을 나타내는 기호는 사용될 수 없지만, 함수를 나타내는 기호도 사용될 수 없는 것인가? 이것은 확실하지 않다. 대응이 아닌 순수하게 함수를 나타내는 기호라면, 그 사용을 금지할 이유가 없을 것이다. 그러나, 함수의 본질을 '종속'으로 파악하게 한다면, 두 변수를 나타내는 기호만으로 충분하며, 굳이 함수의 기호를 만들 필요가 없다. 그럼에도 불구하고

함수의 기호를 만든다면, 그 기호는 아마도 거의 사용되지 않을 것이다.

2. 기호 $y=f(x)$ 의 문제

[중학교 1학년]과 [7-가 단계]의 <용어와 기호>를 비교해 보면, 기호 f와 $f(x)$는 삭제된 반면, $y=f(x)$는 삭제되지 않았음을 알 수 있다. 6차 교육과정에 따른 중학교 1학년 교과서에서는 대체로 함수 f에서 x에 대응하는 원소, 즉 x에서의 함수 f의 함수값 $f(x)$가 y라는 것을, 기호로 $y=f(x)$와 같이 나타내고 있다. 기호 f와 $f(x)$가 이미 도입되었으므로, 이에 근거해서 기호 $y=f(x)$를 도입하는 것은 자연스럽다. 그런데, [7-가 단계]에서는 기호 f와 $f(x)$가 사용되지 않는다. 이 경우, 기호 $y=f(x)$에 위와 같은 의미를 부여하기는 어렵다. 그렇다면, [7-가 단계]에서 이 기호는 어떤 의미로 사용되는 것인가? 기호 $y=f(x)$가 오기일 가능성도 있지만, 그렇지 않을 수도 있다. 여기서는 다음과 같은 이유로, 오기이기보다는 나름대로 의미를 가지고 있다고 보고 있다.

기호 $f(x)$를 함수 f에서 x에 대응하는 원소, 즉 x에서의 함수 f의 함수값으로 해석하는 대신, $f(x)$가 'x에 관한 식'을 나타낸다고 해석할 수도 있다. 이를테면,

$$2x+3 \text{ 또는 } \frac{3}{x}+5$$

와 같은 식을 일반적으로 $f(x)$로 나타낸다고 해석할 수 있다. 그런데, 실제로는 [7-가 단계]에서 기호 $f(x)$가 제시되고 있지 않으므로, $f(x)$가 이렇게 해석된다고 단언할 수는 없다. 그러나, 기호 $y=f(x)$에 어떤 의미를 주기 위해서, $f(x)$의 의미가 이와 같다고 생각해 볼 수 있다. [7-가 단계]에서 이 의미를 명확하게 제시하고 있는 것은 아니지만, 위의 해석을 바탕으로, 기호 $y=f(x)$의 의미를 구성해 볼 수는 있다.

흔히, y가 x의 함수로서 y가 x에 관한 식으로 나타내어질 때는, x와 y의 관계식 자체를 함수라고 하기도 한다. 이를테면, y가 x의 함수이고 x와 y의 관계식이 $y=2x$일 때, 이 식 자체를 함수라고 한다. 즉, 간단히 함수 $y=2x$라고 말하기도 한다. 그래서, x와 y의 관계식을 일반적으로 $y=f(x)$라고 하여, 다음과 같이 진술하는 것이 가능하다.

> y가 x의 함수로서 y가 x에 관한 식으로 나타내어질 때, x와 y의 관계식 $y=f(x)$ 자체를 함수라고 하기도 한다.

이러한 진술 속에는 명백히 $f(x)$가 x에 관한 식을 나타낸다고 하는 해석이 은닉되어 있다. 비록, [7-가 단계]에서 $f(x)$를 제시하고 있는 것도 아니고, 또 $y=f(x)$가 어떤 맥락에서 사용될 수 있는지도 말해주고 있지는 않다. 그러나, [7-가 단계]의 개발자들은 아마도 위에서와 같은 해석을 염두에 둔 것으로 보인다.

3. 집합과 원소의 문제

위에서 인용한 6차 교육과정에 따른 중학교 1학년 교과서에서의 함수의 정의는 집합론적인 용어로 서술되어 있다. [중학교 1학년]의 함수 부분에서 찾을 수 있는 다음 문장(교육부, 1992b, p.49)에서 그 이유를 찾을 수 있을 것으로 보인다:

> 두 집합의 원소 사이의 대응을 통하여 함수의 개념을 이해하게 하고, 그 그래프를 좌표 평면에 나타낼 수 있게 한다.

즉, 두 집합의 원소 사이의 대응을 통하여 함수의 개념을 이해하게 하여야 하므로, '집합'과 '원소'라는 용어가 등장하는 것은 당연하고, 따라서 함수의 정의 전체를 집합론적인 용어를 사용해서 서술하는 것도 당연하다고 할 수 있다. 그런데, 만약, 두 집합의 원소 사이의 대응을 통하여 함수의 개념을 이해하게 하지 않는다고 할 때도 용어 '집합'과 '원소'가 등장해야 하는가? 또, 함수의 정의 전체를 집합론적인 용어로 서술해야 하는가? 함수의 본질을 종속으로 파악하게 한다고 해도, '집합'과 '원소'를 등장시키는 것과, 함수의 정의 전체를 집합론적인 용어로 서술하는 것이 전혀 불가능해 보이지는 않는다. 그러나, 정작 그렇게 된다면, 함수의 정의 자체는 매우 기형적인 모습을 할 가능성이 크다. 서론에서 이미 논의했듯이 함수의 본질을 종속으로 파악한다는 것은 대체로 집합론적인 접근을 포기한다는 것을 의미한다고 보아야 한다. [7-가 단계]에서는 이에 대한 아무런 언급도 찾을 수 없지만, [7-가 단계]가 의도하는 것이 '종속'이라고 볼 때, 그것은 사실상 집합론적인 접근을 배제하는 것으로 보아야 할 것이다. 따라서 이렇게 보면, [7-가 단계]에서는 함수의 정의가 집합론적인 용어로 서술되지는 않을 것이라고 예상할 수 있다. 즉, '집합', '원소'라는 용어와 집합을 나타내는 기호 X, Y도 사용되지 않을 것이다. 또, 집합 X에서 Y로 가는 함수를 나타내는 기호 $f: X \to Y$도 사용되지 않을 것이다.

4. 정의역, 공역, 치역의 문제

대응을 이용하여 함수를 정의할 때는 먼저 두 집합이 주어진다. 그 각각의 집합을 X, Y 라 할 때, X에서 Y로의 함수가 있다고 가정해 보자. 이때, 집합 X를 이 함수의 정의역(定義域), 집합 Y를 이 함수의 공역(共域)이라고 한다. 이와 같이 대응 관계를 이용하여 함수를 정의하면, 나름대로 두 집합 X, Y를 지칭하는 적절한 이름이 필요한 것으로 보인다.

그런데, 대응이 아닌 '비례 관계'를 이용하여 함수를 정의할 때는 어떤가? 비례 관계를 이용한다는 것을, 심정적으로는 변수 사이의 종속을 이용한다는 것으로 받아들이면, 함수를 대체로 다음과 같이 정의할 수 있을 것이다.

> 두 양 x, y가 있을 때, x의 값이 하나씩 변하면, y의 값도 그에 따라 하나씩 변하는 관계가 있으면, y는 x의 함수라고 한다.

이 정의에서 x, y는 여러 가지 값을 취할 수 있다는 것 즉, x, y는 변수라는 것이 가정되고 있다. 이러한 정의에서는 대응을 이용하여 함수를 정의하는 것과는 다르게, 두 집합이 주어지지 않는다. 그러나, 이 정의 아래에서도 변수 x가 취할 수 있는 값의 범위를 생각하지 않을 수 없다. 변수 x가 취할 수 있는 값의 범위를 특별히 규정하지 않아도 되는 경우도 있으나, 대체로 변수 x가 취할 수 있는 값의 범위를 규정해야 한다. 여기서, 변수 x가 취할 수 있는, 그러나 나름대로 규정된 값의 범위가 바로 정의역이다. 정의역이라는 용어 대신 'x의 변역(變域)'이라는 용어가 사용될 수도 있다. '변역'이란 '변할 수 있는 구역'을 의미하므로, x의 변역이라고 하면 x가 취할 수 있는 구역이라는 뜻이 될 것이다. 그런데, 정의역이라는 것도, 결국은 '변수 x가 정의되는 구역'을 의미한다고 보면, 'x의 변역'과 '정의역'이라는 두 용어 중 어느 한 쪽이 더 나은지 쉽게 판단할 수는 없다.

한편, 함수의 본질을 '종속'으로 파악하게 하는 경우, 변수 y의 값은 변수 x의 값에 따라 결정된다. 따라서, x의 변역이 정해지면, y의 변역도 결정된다. x의 변역에 관계없이 y의 변역을 미리 정해 놓는 것이 전혀 불가능한 것은 아니다. y를 독립 변수처럼 취급하게 되면, 그렇게 할 수 있다. 그러나, 함수의 본질을 종속으로 파악하게 하는 경우는, 변수 x에 종속되는 변수 y를 생각하는 것이 정상적이다. 따라서, x의 값과 무관한 y의 값은 없다. 즉, y의 값은 처음부터 x의 값에 따라 결정된다. 다시 말해, 변수 y를 독립 변수로 취급하는 것이 아니다. 따라서, x의 변역에 관계없이 y의 변역을 미리 정해 놓는 것은 정

상적이 아니라고 할 수 있다. 함수의 본질을 대응으로 파악하게 하는 경우에는, x의 변역에 관계없이 y의 변역을 미리 정해 놓게 된다. 즉, 처음에는 변수 x, y를 모두 독립 변수로 생각한다. 그 후에 x의 변역에서 y의 변역으로 가는 함수를 생각하게 된다. 이때 비로소 x의 변역은 정의역이 되고, y의 변역은 공역이 된다. 위에서의 논의는, 즉, 함수의 본질을 종속으로 파악하게 하는 경우에는 공역에 해당하는 것을 정의할 필요가 없다는 것을 말해 준다.

함수의 본질을 대응으로 파악하여 공역을 정의하는 경우, x의 값에 따라 결정되는 y의 값이 있고, 또, 그런 값 전체를 생각할 수 있다. 이것을 특히 치역(値域)이라고 한다. 따라서, 치역은 공역의 부분집합이 된다. 그러나, 함수의 본질을 종속으로 파악하게 하는 경우, x의 변역에 따라 결정된 y의 변역이 바로 치역이다. 다시 말해, 함수의 본질을 종속으로 파악하게 하는 경우에는 정의역과 치역만이 필요하다. 용어 '공역'의 경우는 필요하지 않다. 그럼에도 불구하고 [7-가 단계]의 <용어와 기호>에는 '공역'이라는 용어가 '정의역', '치역'과 함께 제시되고 있다. 이 용어의 제시 자체가 오류(誤謬)일 가능성을 완전히 배제할 수는 없다. 그러나, 오류가 아니라면, 어떤 의미를 가지고 있을 것이다. 그래서, 만약, 어떤 의미를 가지고 있다고 가정할 때, 이를테면, 일반적으로 정의역, 공역, 치역을 다음과 같이 정의하는 것이 불가능하지는 않을 것이다.

> y가 x의 함수일 때, 변수 x, y가 취할 수 있는 값의 범위를 각각 이 함수의 정의역, 공역이라고 한다. 특히, x의 값에 따라 변수 y가 취할 수 있는 값의 범위를 이 함수의 치역이라고 한다.

그러나, 이러한 정의에서는 사실상 변수 y가 취할 수 있는 값의 범위가 처음부터 주어진다는 가정하고 있다. 이런 점에서 볼 때, 이 정의의 바탕에는 함수의 본질을 대응으로 파악한다는 관점이 깔려 있는 것이다. 이렇게 될 경우, [7-가 단계]에서 표방하고 있다고 보여지는 관점, 함수의 본질을 종속으로 파악하게 하고 있는 관점이 아니라는 점에서, 모순이 된다고 할 수 있을 것이다.

Ⅲ. 비례 관계를 이용한 함수의 도입

[7-가 단계]에서 '함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다'고 할 때, 그것이 함수의 본

질을 종속으로 파악한다는 것을 의미하는지 어떤지는 분명하지 않다. 지금까지의 논의는 심정적인 차원에서 그러한 것을 의미한다는 가정 아래 이루어져 왔다. 심정적으로는 그렇게 보이지만, 사실상 단언할 수는 없다. 여기서는 '비례 관계를 이용한다'는 것이 결국은 함수의 본질을 종속으로 파악하게 한다는 것을 의미한다는 것을 주장하고자 한다.

[7-가 단계]에서의 진술 이외에, 교육부에서 교과서를 집필하고자 하는 사람들에게 제공한 자료인 「제 7 차 교육과정에 의거한 제 2종 교과용 도서 집필 상의 유의점(중학교)」 에도 "'함수의 개념'은 비례 관계를 이용하여 도입하고, 곧 바로 변화 관계(변수 개념)로 전개해 나가도록 한다(교육부, 1999a, p.31)"는 진술이 있다. 이러한 진술에 따르면, 외형상 '비례 관계'와 '변화 관계'는 전혀 다른 것으로 보인다. 그리고 '변화 관계'는 '변수 개념'과 관련이 있는 것으로 보인다. 변화 관계라는 것을 '한 변수의 변화와 다른 한 변수의 변화 사이의 관계'라고 이해한다면, 확실히 변화 관계와 변수 개념은 서로 관련이 있다고 볼 수 있다. 그런데, 과연 비례 관계와 변화 관계는 전혀 다른 것인가? 앞서 비례 관계는 심정적으로 종속과 관련이 있다고 했다. 만약, 비례 관계와 변화 관계가 전혀 다른 것이라고 하면, 변화 관계는 종속과 관련이 없는 것 아닌가? 그런데, 앞에서 역시 변화 관계라는 것을 한 변수의 변화와 다른 한 변수의 변화 사이의 관계라고 이해할 수 있다고 했다. 이것은 실제적으로는 한 변수의 변화에 따라 다른 한 변수가 변화하는 관계를 의미한다. 즉, 변화 관계 역시 종속과 관련이 있음을 의미한다. 그렇다면, 함수의 개념은 비례 관계를 이용하여 도입하고, 곧 바로 변화 관계(변수 개념)로 전개해 나가도록 한다는 진술의 의미는 무엇인가? 본 논문에서는 이러한 진술에 다소 진술 상의 오류 또는 오해가 있는 것으로 본다. 다시 말해, 이러한 진술을 할 때 마음속에 가지고 있던 그 생각과 진술된 글이 나타내는 것 사이에는 다소 괴리가 있는 것으로 보인다.

함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다고 할 때, 또는 '함수의 개념'은 비례 관계를 이용하여 도입하고, 곧 바로 변화 관계(변수 개념)로 전개해 나가도록 한다고 할 때의 '비례 관계'가 '정비례 관계와 반비례 관계'를 의미한다는 것은 분명하다. 그래서, [7-가 단계]에서 의도하고 있는 것은 정비례와 반비례를 도입한 후에, 그것을 바탕으로 함수를 도입하는 것이라 할 수 있다. 비록 7차 교육과정(교육부, 1997, p.84)에서는 "단계별 내용의 제시 순서가 반드시 교수・학습의 순서를 의미하는 것은 아니므로, 학습 자료의 개발이나 교수・학습 계획의 수립 시에는 내용의 특성과 난이도를 고려하여 내용 및 순서를 재구성할 수 있다."고 진술하고 있다. 그러나, [7-가 단계]에서 함수를 도입한 후에 정비례와 반비례를 도입하는 것은 결코 가능해 보이지 않는다. 서론에서 인용한 '[1] 함수와 그래프'의 ①과 ②의 내용도 그것을 뒷받침하는 것으로 보인다. 또, [7-가 단계]에서의 정비례와 반비례 부분은 6차 교육

과정에서의 [초등학교 6학년]의 그 부분이 이동된 것이라는 점도, 그것을 뒷받침한다.

6차 교육과정의 [중학교 1학년]에서는, 함수를 대응 관계를 이용하여 정의한 후에, 정비례와 반비례를 함수의 한 예로 이용하고 있다. [중학교 1학년]에서는 정비례와 반비례에 관해 전혀 언급하고 있지 않다(교육부, 1992a). 그러나 6차 교육과정을 해설한 「교육과정 해설서」에서는 '함수값의 변화'를 해설하는 부분에서 다음과 같이 진술하고 있다(교육부, 1994, p.109):

> • 정비례와 반비례 관계를 이해하게 한다.
> 정비례와 반비례, 비례상수의 뜻을 이해하게 하고, 정비례와 반비례의 관계를 식으로 나타낼 수 있게 한다. 정비례와 반비례를 통하여 함수값의 변화를 이해하게 한다.

바로 이러한 진술 때문에, 6차 교육과정에 따른 대부분의 중학교 1학년 수학 교과서에서는 정비례와 반비례를 함수값의 변화를 이해하기 위한 소재로 사용하고 있다. 이런 점에서, 6차 교육과정(실제로는 그것을 해설한 「교육과정 해설서」)에서는, 함수를 대응 관계를 이용하여 정의한 후에, 정비례와 반비례를 함수의 한 예로 이용하고 있다고 볼 수 있을 것이다.

그런데, [7-가 단계]에서는 함수를 대응 관계를 이용하여 정의한 후에 정비례와 반비례를 함수의 한 예로 이용하는 것을 요구하지 않는 것으로 보인다. 대신 정비례와 반비례를 함수 개념 도입에 처음부터 이용할 것을 요구하고 있다. 7차 교육과정을 해설한 「교육과정 해설서」에 다음과 같이 그와 같은 요구가 명확하게 제시되어 있다(교육부, 1999c, p.59):

> 비례 관계를 이용하여 변화하는 두 양의 관계로서 함수의 개념을 이해하게 한다. 구체적인 실생활의 예를 통하여 함수를 이해하도록 하는 것이 바람직하다.

그러나, 정비례와 반비례를 함수 개념 도입에 구체적으로 어떻게 이용할 수 있는지는 분명하지 않다. [7-가 단계] 자체와 그것을 해설한 「교육과정 해설서」에는 그와 관련된 구체적 사례를 전혀 제공하고 있지 않다. 따라서, 이제 정비례와 반비례를 함수 개념 도입에 이용한다는 것의 의미를 나름대로 정립하지 않으면 안 된다.

함수 개념을 도입하기 위해서는 함수의 정의가 필요하다. 그래서, '함수 개념 도입은 비례 관계를 이용한다'는 것이 바로 함수를 정의할 때 비례 관계를 이용한다는 것을 의미하는 것이라고 생각해 볼 수 있다. 비례 관계를 이용하여 함수를 정의하는 것이 불가능하지는 않

다. 이를테면, 다음과 같이 정의할 수 있을 것이다.

두 변수 x, y사이에 y가 x에 정비례 또는 반비례하면, y를 x의 함수라고 한다.

이 정의는 함수의 외연(外延)을 두 변수 x, y사이에 y가 x에 정비례 또는 반비례 관계가 있는 것으로 규정하고 있다. 그러나 그러한 외연을 관통하는 내포(內包)를 규정하고 있지는 못하다. 하지만, [중학교 1학년]에서는 이 정의가 나름대로 작용할 수도 있다. 6차 교육과정에 따른 교과서에서 $y=ax$꼴의 함수와 $y=\frac{a}{x}$꼴의 함수만이 취급되고 있는 것을 감안하면, 7차 교육과정에 따른 교과서에서도 역시 그 두 가지 함수만이 취급될 것으로 예측되기 때문이다. 그러나 이런 식의 정의로는 [7-가 단계]의 함수와 [8-가 단계]의 일차함수가 서로 별개의 것이 되고 만다. 위에서 제시한 함수의 정의에는 그 둘을 관통하는 내포가 존재하지 않기 때문이다. 결과적으로 이러한 입장은 배제될 수밖에 없다.

두 번째로 비례 관계가 있는 어떤 특정한 예를 통해 함수를 정의하는 것을 생각해 볼 수 있다. 이런 경우는 정비례와 반비례를 정식으로 도입하는 것이 아니다. 그렇기 때문에 정비례, 반비례라는 용어도 사용될 필요가 없다. 그러나, 이러한 입장은 서론에서 인용한 내용 중 '정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.'는 것을 감안하면, 역시 배제될 수밖에 없다.

이 두 가지를 배제하면, 정비례와 반비례를 도입한 후에, 정비례 및 반비례를 관통하고 있는 그 무엇을 이용해서 함수를 도입한 후에, 정비례와 반비례를 함수의 예로 소개하는 것이 남는다. 함수의 정의에서 '대응 관계'가 아닌, '정비례 및 반비례를 관통하고 있는 그 무엇'을 이용한다는 점에서 6차 교육과정과 다르다고 할 수 있다. 6차 교육과정에 따른 중학교 1학년 수학 교과서에서 정비례와 반비례의 정의는 이를테면, 대체로 다음과 같이 나타나고 있다(김호우, 박교식, 신준국, 정은실, 1999, p.142, p.144):

<정비례의 정의> 일반적으로 두 변수 x, y 사이에 0이 아닌 어떤 수 a가 있어 $y=ax$라는 관계가 있으면, y는 x에 정비례한다 또는 비례한다고 하며, 이때 a는 비례 상수이다.

<반비례의 정의> 일반적으로 두 변수 x, y 사이에 0이 아닌 어떤 수 a가 있어 $y=\frac{a}{x}$라는 관계가 있으면, y는 x에 반비례한다고 하며, 이때 a는 비례 상수이다.

6차 교육과정에서는 정비례와 반비례가 [초등학교 6학년]에서 이미 도입된다. 초등학교 6학년 교과서(교육부, 1999, p.18, p.125)에서는 정비례와 반비례를 각각 다음과 같이 정의하고 있다.

<정비례의 정의> 대응하여 변하는 두 양 x, y에서 한 쪽의 양 x가 2배, 3배, 4배, ...로 변함에 따라 다른 쪽의 양 y도 2배, 3배, 4배, ...로 되는 관계가 있으면, y는 x에 정비례한다 또는 y는 x에 비례한다고 한다.

<반비례의 정의> 대응하여 변하는 두 양 x, y에서 한 쪽의 양 x가 2배, 3배, 4배, ...가 됨에 따라 다른 쪽의 양 y는 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, ...가 되는 관계가 있으면, y는 x에 반비례한다고 한다.

[중학교 1학년]과 [초등학교 6학년]에서의 정비례와 반비례의 정의에는 외형적으로 다소 차이가 있다. 그러나, 이 두 정의는 본질적으로 독립변수 x가 변할 때, 그에 따른 종속변수 y의 변하는 모습에 초점을 맞추고 있다. 정비례의 경우는 독립변수에 따른 종속변수의 변화의 모습이 식 $y=ax$으로 또는, 문장 'x가 2배, 3배, 4배, ...로 변함에 따라 y도 2배, 3배, 4배, ...로 변한다'로 표현된다. 반비례의 경우는, 식 $y=\frac{a}{x}$ 또는 문장 'x가 2배, 3배, 4배, ...가 됨에 따라 y는 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, ..로 변한다'로 표현된다. 이런 점에서, '함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다'는 것은 바로 두 변수 x, y 사이에 x가 독립변수이고, y가 종속변수가 되는 관계를 이용한다는 것으로 정리할 수 있다. 다시 말해, '정비례 및 반비례를 관통하고 있는 그 무엇'은 바로 '종속'이라 할 수 있다. 이렇게 보면, [7-가 단계]와 「제 7 차 교육과정에 의거한 제 2종 교과용 도서 집필 상의 유의점(중학교)」에서 '함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용한다'는 것의 의미는 결국 함수의 속성을 종속으로 파악하게 한다는 것을 의미하는 것이라 할 수 있을 것이다.

Ⅳ. 요약 및 결론

이 논문에서는 제 7 차 수학과 교육과정의 7-가 단계 내용 중 함수 부분 특히, '함수 개

념의 도입은 비례 관계를 이용한다'는 것에 초점을 맞추고 있다. 먼저, 이러한 진술이, 심정적으로는 함수의 본질을 종속으로 파악한다는 것을 의미한다는 가정 아래, 그 의미를 함수의 본질을 대응으로 파악하게 한다는 것과 대비해서, [7-가 단계]의 함수 부분을 해석해 보고 있다. 동시에 몇 가지 문제점을 비판적으로 고찰하고 있다. 그리고 최종적으로 비례 관계의 이용은 결국 함수의 본질을 종속으로 파악하게 한다는 것을 의미한다는 것으로 해석하고 있다.

이 논문에서는, [7-가 단계]의 함수 부분이 표방하고 있는 것이 함수의 본질을 대응으로 파악하게 하는 것이 아니므로, 7-가 단계용 교과서에서도 '대응'이라는 용어는 사용되지 않을 것으로 예측하고 있다. 또, [7-가 단계]의 <용어와 기호>에서, 기호 f와 $f(x)$가 삭제된 것은 당연하다고 보고 있다. 한편, 기호 $y=f(x)$는 삭제되지 않았는데, 이 기호는 y가 x의 함수이고, y가 x에 관한 식으로 나타내어질 때, 일반적으로 $y=f(x)$라고 나타낼 수 있는 x와 y의 관계식 그 자체를 함수라고 하기 위해 도입한 것으로 보고 있다. 그러나, $f(x)$가 x에 관한 식을 나타낸다고 하는 것을 은닉해 가면서까지, $y=f(x)$를 사용하기보다는, 구체적인 예를 들어, 이를테면, '함수 $y=2x$'라고 하는 것만으로 충분하다. 따라서, 기호 $y=f(x)$는 x와 y의 관계식 그 자체를 함수라고 하기 위해 도입한 것이라는 해석이 가능함에도 불구하고, 여기서는 [7-가 단계용] 교과서에서, 위와 같은 진술이 반드시 필요하지는 않다는 것을 한 가지 결론으로 제시하고자 한다. 다시 말해, [7-가 단계]의 <용어와 기호>에 제시된 기호 $y=f(x)$가 오기일 가능성을 배제할 수 없는 것이다.

또, '집합', '원소' 등의 용어도 사용되지 않을 것으로 보고 있다. 정의역과 치역이라는 용어는 사용될 수는 있을 것으로 보고 있다. 그러나, 공역이라는 용어는 사용될 수 없는 것으로 보고 있다. 여기서는, [7-가 단계]의 <용어와 기호>에 제시된 공역이라는 용어는 함수의 본질을 종속으로 파악하게 한다는 것을 심층적으로 검토하지 않은데서 온 오기로 보인다는 것도 한 가지 결론으로 제시하고자 한다. 그리고 아울러, 정의역, 치역이라는 용어 대신에 각각 x의 변역, y의 변역이라는 용어를 사용할 것을 또한 결론으로 제시하고자 한다. [7-가 단계]의 <용어와 기호>에 '변역'이라는 용어가 제시되고 있지 않으나, '변역'이란 '변하는 또는 변할 수 있는 구(영)역'을 의미한다는 점에서, 변수가 취할 수 있는 값의 범위를 나타내는 적절한 용어로 보인다.

[7-가 단계]의 <용어와 기호>에 '변수'라는 용어는 제시되지만, 독립 변수, 종속 변수라는 용어는 제시되지 않고 있다. 그러나, 함수의 본질을 종속으로 파악하게 하기 위해서는 어느 변수가 독립적으로 변화하는 것인지, 동시에 어느 변수가 종속적으로 변화하는 것인지를 구

별하는 것이 선행된다. 변수 x가 독립변수, 변수 y가 종속변수라는 것이 관행적으로 가정되고 있기는 하지만, 학생들이 그러한 관행적 구분을 쉽게 할 수 있는 것인지는 분명하지 않다. 따라서, 그러한 구분을 분명하게 할 수 있도록 독립변수와 종속변수라는 용어를 사용할 것을 역시 결론으로 제시하고자 한다.

참 고 문 헌

교육부(1992a). 제 6 차 국민학교 교육과정.

교육부(1992b). 제 6차 중학교 교육과정.

교육부(1994). 제 6 차 중학교 수학과 교육과정 해설.

교육부(1997). 제 7 차 수학과 교육과정.

교육부(1999a). 제 7 차 교육과정에 의거한 제 2 종 교과용 도서 집필 상의 유의점(중학교).

교육부(1999b). 수학 6-1.

교육부(1999c). 제 7 차 중학교 수학과 교육과정 해설.

구광조, 황선욱(1999). 중학교 수학 1. 서울: 지학사

김연식, 김흥기(1996). 중학교 수학 1. 서울: 동아출판사.

김응태, 박승안, 오연장, 신현용(1999). 중학교 수학 1. 서울: 한샘출판(주).

김호우, 박교식, 신준국, 정은실(1999). 중학교 수학 1. 서울: (주)지학사.

박교식(1992). 함수 개념 지도의 교수 현상학적 접근. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

박두일, 신동선, 강영환(1999). 중학교 수학 1. 서울: (주)교학사.

박배훈, 정창현(1999). 중학교 수학 1. 서울: (주)교학사.

오병승(1999). 중학교 수학 1. 서울: 바른교육사.

최용준, 이현구(1999). 중학교 수학 1. 서울: (주)천재교육.

A Critical Contemplation on the Contents of Function in 7-first Stage of the 7th Mathematics Curriculum in Korea

Park, Kyosik (Inchon Nat'l Univ. of Educ.)

In this paper, 'relations of proportion are used in the introduction of function concept' in 7-first stage of 7th mathematics curriculum is focused. Under the assumption that above statement means dependence-centered view in the teaching of function, the contents of function in 7-first stage is interpreted. Some issues are critically contemplated. And, finally, statement of using relations of proportion in the introduction of function concept is interpreted as dependence-centered view in the teaching of function. Conclusions are as follows: (1) symbol $y=f(x)$ is not inevitable. (2) Term 'codomain' must not be used. (3) Term 'range of x' and 'range of y' must be used. (4) Term 'independent variable' and 'dependent variable' must be used.