

大韓造船學會論文集  
 第36卷第2號 1999年5月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 36, No. 2, May 1999

## 유한체적법에 의한 자유수면 유동해석에서 Level-Set 기법에 대한 연구

박일룡\*, 전호환\*\*

A Study on the Level-Set Scheme for the Analysis of  
 the Free Surface Flow by a Finite Volume Method

Il-Ryong Park\* and Ho-Hwan Chun\*\*

### 요약

이류체(two fluids)의 경계면인 자유수면 유동해석을 위해서 2차원 비압축성, 이류체 Navier-Stokes방정식을 유한체적법(Finite Volume Method)으로 이산화 하고 level-set기법을 적용하였다. Level-set기법의 수치적 특성과 문제에 대한 적용성을 간략히 살펴보고 평가하기 위하여 수조 내에서 주기적으로 진동하는 미소 표면파와 댐붕괴(dam break)문제에 적용하였다. 수치계산 결과에서는 해의 수렴성을 개선하기 위한 방법을 소개하였다.

### Abstract

A Finite Volume Method for the two-dimensional incompressible, two-fluids Navier-Stokes equation and level-set scheme are used to analyse the interface of two fluids, free-surface flow. The numerical characteristics and the applicability of level-set scheme are briefly investigated and appraised by solving oscillating small surface wave in a water tank and dam break problems. In the numerical results, a method for improving the convergence of the solution is presented.

### 1. 서론

일반적으로 자유수면 등과 같이 이류체(two fluid)의 경계면을 다루는 기법은 크게 물리 좌표계가 경계면의 유체와 함께 움직이는 Lagrangian

개념을 이용한 방법과 고정좌표계 상에서 이류체 경계면을 간접적으로 추적하는 Eulerian방법으로 나눌 수 있다. Lagrangian개념을 사용한 방법에는 일반적으로 격자계를 이류체 경계면과 함께 이동시키는 방법이 있다. 이 방법은 경계면이 계산격

발 표 : 1998년도 대한조선학회 추계연구발표회 ('98. 11. 14.)

접수일자 : 1999년 1월 22일, 재접수일자 : 1999년 4월 20일

\*학생회원, 부산대학교 조선해양공학과 대학원

\*\*정회원, 부산대학교 조선해양공학과 (기계기술연구소)

자 상에서 직접 표현되기 때문에 경계조건을 정확하게 적용할 수 있으며, 비교적 경계면의 변형이 적게 일어나는 문제에서 정확한 해를 구할 수 있다. 그러나 이류체 경계면의 변형이 큰 문제에서는 격자의 비틀림 정도가 심하기 때문에 수치계산이 어렵게 된다. 이러한 경우는 격자계를 새롭게 생성하는 방법을 사용할 수 있으나, 쇄파(breaking wave)등의 문제에는 적용하기에는 적합하지 않다. Lagrangian 개념을 이용한 또 다른 대표적인 계열인 MAC(Marker And Cell)[1]법은 복잡한 이류체 경계문제 해석에 매우 좋은 적용성을 가지고 있다. 그러나 MAC법은 계산과정에서 많은 메모리를 차지하고 3차원문제로 확장할 때 이러한 메모리문제와 함께 프로그램작성이 복잡한 특징이 있다.

Eulerian방법은 쇄파나 서로 다른 유체가 혼합되고 경계면이 분리되는 복잡하고 변화가 큰 문제에 적합하다. 그러나 이류체 경계면의 정확한 위치결정을 위해서는 별도의 계산과정이나 기법이 요구되며, 일반적으로 경계면이 격자점과 일치하지 않으므로 Lagrangian방법과는 달리 이류체 경계면에서의 동역학적 경계조건(dynamic boundary condition)을 정확히 만족시키는 것이 어렵다. 그러므로 문제에 따라 적합한 방법을 선택하거나, 두 방법을 혼용하여 사용할 수 있다[2]. Eulerian 방법에서 대표적인 수치기법으로서 VOF(Volume Of Fluid)[3]법이 있으며, 여기에 최근 Level-set[2, 4, 5, 6, 7]법이 소개되고 있다.

Level-set법은 화상처리(image processing), 최적화 문제, 이류체 경계면의 변화해석 등 응용수학, 화학, 유체역학, 제어이론 등의 다양한 분야에서 사용되고 있다. 자유수면 등과 같은 이류체 경계면 해석에서 level-set법은 유동장에 정의된 매끄럽고, 연속적인 level-set함수를 도입하여 복잡한 이류체 경계면 형상을 정의할 수 있는 방법이다. 그러나 현재까지 문헌에서 소개되고 있는 level-set개념을 이용한 구체적인 수치계산법에서는 이류체 경계면을 통한 수치확산에서 생기는 오차발생이 우려되며, 실제로 복잡한 이류체 경계면을 높은 정도로 모사할 수 있는 능력과 적용성에 있어서 수치기법의 특성과 계산조건의 변화가 해

에 미치는 영향에 대한 이해가 필요하다. 또한 level-set법을 이용한 수치기법에는 아직 수정되고 보완되어야 할 점이나 새로운 분야에 응용할 수 있는 가능성이 많으므로 자유수면해석 등에서 level-set법을 이용한 새로운 기법개발에 대한 연구를 할 여지가 많다.

본 논문에서는 이류체 경계가 되는 자유수면을 포함하는 유동해석에 level-set개념을 사용한 기존의 수치기법을 도입하고 이 방법의 수치적인 특성과 응용성에 대한 타당성을 조사하였다. 수치계산에서는 level-set기법에 대한 기존의 수치계산방식을 따르면서 일반좌표계(generalized coordinate system)에 대한 문제로 확장하여 이산화 하였다. 기존의 방법들에서 유동장해석은 주로 유한차분법을 사용하였으나, 본 방법에서는 임의의 형상의 유동장의 자유수면 유동해석을 염두에 두고, 검사체적 내에서 보존법칙을 만족시키는 일반좌표계에 대한 유한체적법으로 지배방정식을 이산화 하였다. 시간에 대해서는 암시적(implicit)방법을 사용하였다. 수치계산결과에서는 수조 내에서 주기적으로 진동하는 미소 표면파와 댐붕괴와 같이 자유수면의 변형이 비교적 큰 문제에 적용하여, 격자와 계산시간간격의 영향을 살펴보았다. 또한 경계면을 통한 물리량의 불연속성을 해결하기 위해 도입한 이류체 경계면 두께(interface thickness)의 영향을 조사하고, 해의 수렴성을 개선하기 위한 방법을 소개하였다.

## 2. 문제의 정식화

### 2.1. 이류체 Navier-Stokes 방정식

공기와 물과 같이 두 영역으로 나누어진 유동장에 대한 지배방정식은 다음 식과 같이 이류체에 대한 2차원 연속방정식과 표면장력을 무시한 비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 가정할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u} &= - \frac{\nabla p}{\rho} \\ &\quad + \frac{\nabla \cdot \mu \nabla \mathbf{u}}{\rho} + \mathbf{g} \end{aligned} \right], \quad \mathbf{x} \in \text{the water or air} \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 는 유속벡터이고,  $p(\mathbf{x}, t)$ 는 압력,  $\rho$ 는 밀도,  $\mu$ 는 동점성 계수,  $\mathbf{g}$ 는 중력가속도,  $\mathbf{x}$ 는 직교좌표계성분  $(x_1, x_2)$ 을 나타낸다.

## 2.2 Level-Set 기법

자유수면은 밀도의 차이가 큰 이류체 경계면으로서, 두 유체영역을 모두 계산영역으로 취급하는 level-set기법을 도입하여 자유수면의 형상변화를 해석할 수 있다.

### Level-Set Function

이류체에 대한 유동장은 level-set 함수  $\phi(\mathbf{x}, t)$  개념으로 다음과 같이 세 영역으로 구분될 수 있다[4].

$$\phi(\mathbf{x}, t) \begin{cases} < 0, & \mathbf{x} \in \text{the air} \\ = 0, & \mathbf{x} \in \text{free surface} \\ > 0, & \mathbf{x} \in \text{the water} \end{cases} \quad (2)$$

특별히  $\phi(\mathbf{x}, t) = 0$  는 'Zero-Level-Set'이라고 하며 이러한 Zero-Level-Set을 추적함으로서 자유수면의 변형과 위치를 알 수 있다. 매시간  $\phi(\mathbf{x}, t)$ 의 움직임은 다음의 식으로 결정될 수 있다.

$$\phi_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\phi = 0 \quad (3)$$

물과 공기의 두 영역의 유동장은 정의된 level-set함수에 의해서 하나의 유동장으로 해석할 수 있으며, level-set 값에 따라 밀도와 동점성 계수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho(\phi) &= \rho_a + (\rho_w - \rho_a)H(\phi) \\ \mu(\phi) &= \mu_a + (\mu_w - \mu_a)H(\phi) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $H(\phi)$ 는 Heaviside 함수로서  $H(\phi > 0) = 1$ ,  $H(\phi < 0) = 0$ ,  $H(\phi = 0) = 0.5$ 이다.

Level-Set 개념을 도입하여 문제를 해석할 경우 다음의 2가지 어려움이 발생한다.

i) 식(4)의 밀도와 점성 같은 물리량이 이류체 경계면을 통해서 불연속적으로 변한다.

ii) 임의의 유동장에서  $\phi(\mathbf{x}, t)$  함수의 형태를 정확히 알 수 없다.

### 이류체 경계면 두께(interface thickness)

첫 번째 어려움은 이류체 경계면이 물리량이 연속적으로 변하는 일정한 고정된 두께를 가지는 것으로 가정하면 수치계산과정에서 없앨 수 있다[5, 6]. 그리고 식(4)에서 사용된 Heaviside 함수를 다음과 같이 이류체 경계면 두께 내에서 연속성을 갖는 함수의 형태로 다시 나타낼 수 있다.

$$H_\epsilon = \begin{cases} 0, & \text{if } \phi < -\epsilon \\ 0.5[1 + \phi/\epsilon + \sin(\pi\phi/\epsilon)/\pi], & \text{if } |\phi| \leq \epsilon \\ 1, & \text{if } \phi > \epsilon \end{cases} \quad (5)$$

여기서,  $\epsilon$ 은 이류체 경계면의 두께를 나타내고, 이 값은 보통 격자계의 간격( $\Delta h$ )을 사용하여  $\epsilon = \alpha \Delta h$ ,  $\alpha > 1$ 로서 수치계산에서 사용되는 격자의 조밀도로 결정된다.

Fig.1은 이 같은 이류체 경계면 두께를 도입하여 밀도 등의 물리량의 불연속적 변화를 없앤 경계면을 통한 밀도변화 예를 보여준다.

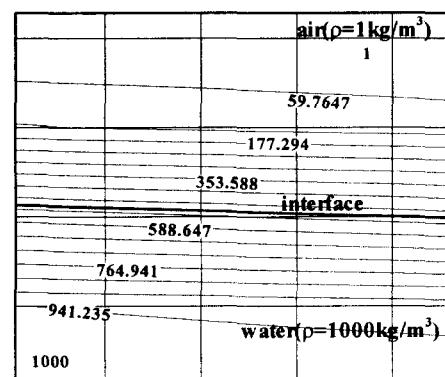


Fig.1 Change of density through the interface thickness

수치계산의 결과에서는 이러한 이류체 경계면

두께를 도입함으로써 발생하는 문제점을 언급하였다.

### 거리-함수(Distance-Function)

Level-set 개념을 도입하여 문제를 해석할 경우 생기는 두 번째의 어려움은 level-set 함수를 식(2)에 정의된 성질을 가지도록 이류체 경계면에 대해서 거리-함수(distance function)로 나타내면 해결될 수 있다. 그러나 계산시간이 경과한 후에도 계속하여 거리-함수로 계속 유지시키기 위해서는 다음의 비선형 쌍곡선방정식(nonlinear hyperbolic equation)을 도입할 필요가 있다[5, 6].

$$\left. \begin{aligned} d(\mathbf{x}, 0) &= \phi(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial d}{\partial t} + \text{sign}_\epsilon[\phi(\mathbf{x})] \frac{\nabla d}{|\nabla d|} \cdot \nabla d &= \text{sign}_\epsilon[\phi(\mathbf{x})] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\text{sign}_\epsilon[\phi] = 2(H_\epsilon(\phi) - 0.5) \quad (7)$$

여기서  $d$ 는 거리-함수를 나타낸다.

이류체 경계면의 두께를 수치계산과정 동안 일정하게 유지시키려면, 최소한  $|\mathbf{x}| \leq \epsilon$  내에서 level-set 함수  $\phi(\mathbf{x}, t)$ 가 거리-함수로 유지되어야 밀도나 점성계수로 정의된 이류체 경계면 일정 두께 내에서 식(5)의 Heaviside 함수를 사용하여 일정하게 변화시킬 수 있다. 이러한 관점에서 식(7)은 level-set 함수가 최소한  $|\phi| \leq \epsilon$ 에서,  $|\nabla \phi| = 1$ 이 되도록 식(3)에서 계산된 값을 다시 계산해주는 역할을 한다. 식(7)에서의 시간은 지배 방정식에서 사용되는 시간과는 다르며, level-set 함수가 이류체 경계면 두께 내에서 거리함수를 유지할 때까지 진행되는 시간이다. 일반적으로 이 시간에 대한 시간간격은 격자간격에 대해 나타내고 본 계산에서는  $\Delta t = \Delta h/10$ 을 사용하여 5~6번 반복 계산하였다.

### 3. 수치계산

### 지배방정식 이산화

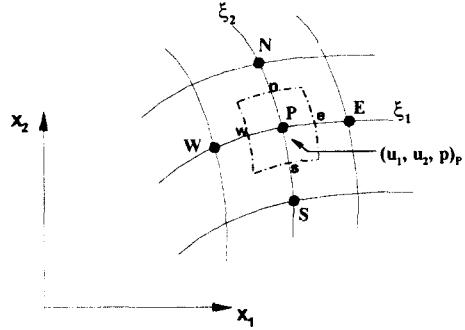


Fig.2 Control volume in a non-staggered grid

본 방법을 임의 유동장 해석에 적용할 것을 고려하여 지배방정식을 다음과 같이 일반화된 좌표계( $\xi_1, \xi_2$ )로 변환하였다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (J\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial \xi_i} (\rho U_i \phi - \frac{\Gamma}{J} (g_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_j})) \\ = JS_\phi \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

여기서  $J$ : jacobian,  $\phi = (u_1, u_2)$ ,  $\Gamma$ : 확산계수,  $S_\phi$ : 생성항을 나타내며 텐서(tensor)로 표시한 항은 각각 다음과 같다.

$$g_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_m} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_m} \quad (9)$$

$$U_i = u_i \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \quad (10)$$

일반좌표계로 변환된 지배방정식 식(8)은 Fig.2와 같이 비교차격자(non-staggered grid)계 상에서 정의된 제어체적을 바탕으로 하는 유한체적법을 이용하여 이산화하였다. 대류항의 계산은 hybrid기법을 사용하였으며, 시간적분에 대한 이산화는 암시적인 방법인 Crank-Nicolson법을 도입하였다. 속도-압력 연성을 위해서는 SIMPLE 알고리즘[9]을 사용하였으며, 이산화된 연립방정식은 SIP[10]법을 이용하여 계산하였다.

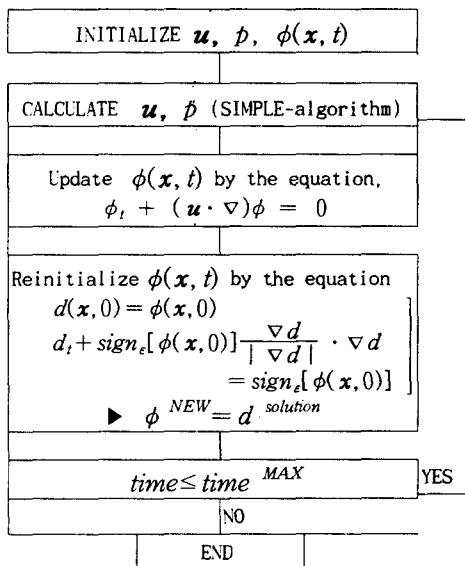
### Level-set 기법 이산화

식(6)에서 시간항에 대해서는 2차정도의

Runge-Kutta법을 사용하였고, 대류항에 대해서는 2차정도의 ENO(Essentially Non-oscillatory)법[8]을 사용하여 이산화한 후 유한차분법으로 계산하였다.

### 계산 알고리즘

아래의 도표는 수치계산 흐름도를 보여주고 있다.



### 4. 계산결과 및 토론

#### 주기적으로 진동하는 미소표면파

수치계산은 Fig.3과 같이 깊이가 파의 높이에 비해 충분히 깊은 수조 내에서 주기적으로 진동하는 미소표면파에 대해 적용하여 수치해석기법의 특성을 조사하였다. 여기서  $B/D=1.0$ 이고 파진폭  $a/D=0.01$ 이다. 유체는 비점성을 가정하고 바닥과 벽은 미끄럼 경계조건을 사용하였다.

Fig.4는 이류체 경계면의 두께를 변화시켜 가면서 파의 계산정도를 해석해와 비교하였다.  $\epsilon = \Delta h$ 는 다소 오차가 있으며,  $\epsilon = 2\Delta h$  이상에서는 비슷한 결과를 보이고 있다. 그러나 두께가

너무 커지는 것도 해에 오류를 불러올 것으로 예상된다. 기존 논문들이 보통  $\epsilon = 2\Delta h$ 로 하였는데 이 값이 비교적 적절한 것으로 많은 수치적 실험에서 확인되었다.

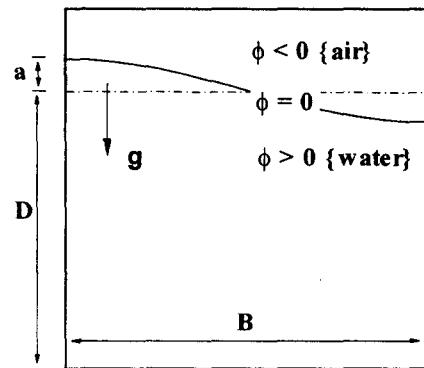


Fig.3 Definition sketch of a small amplitude sloshing

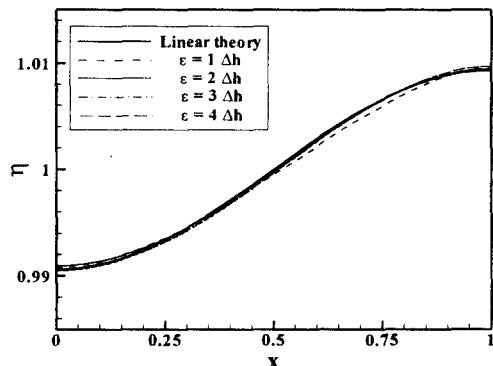


Fig.4 Effects of various interface thicknesses

Fig.5는 이류체 경계면 두께  $\epsilon = 2\Delta h$ ,  $50 \times 60$ CVs(CV ; 제어격자수)와 시간간격  $\Delta t = 0.0005s$ ,  $0.00025s$ ,  $0.0001s$ 에서 수조의 오른쪽과 왼쪽 벽에 서 계산된 파와 선형해[11]를 비교하였다. 각각의 시간간격에 대한 결과에서 시간이 증가하면서 수치화산오차가 발생하는 것을 볼 수 있으며, 보다 적은 시간간격으로 계산해야 좀더 정확한 결과를 얻을 수 있음을 예측할 수 있다.

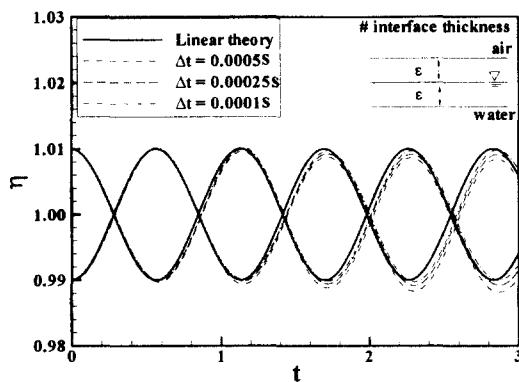


Fig.5 Effects of various time steps on the solution

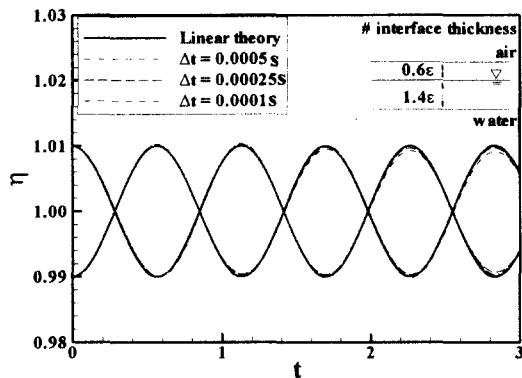


Fig.6 Effects of various time steps on the solution with the alternative distribution of the interface thickness

Fig.6은 본 연구에서 수치실험결과로 제시하는 결과로서 이류체 경계면의 두께를 Fig.5와 같이 일정하게 공기 측과 물 측으로 동일한 두께로 설정하지 않고, 공기층으로  $0.6\epsilon$ , 물 영역으로  $1.4\epsilon$  으로 분포함으로써 각각의 시간간격에 대해 수렴성이 개선된 계산결과를 얻을 수 있었다. 이러한 원인은 이류체 경계면의 두께를 Fig.5와 같이 분포하면 Fig.1에서 보듯이 공기영역으로 높은 밀도 층이 부과되는 효과가 있어 계산에 오차를 일으킨다고 생각된다. 계산격자를 더욱 증가시키고 시간 간격을 더 줄여나가면 이러한 오차는 다소 줄일

수 있다고 본다. 그러나 비록 본 연구에서 이류체 경계면 두께의 분포를 달리하여 조금 개선된 결과를 보였으나, level-set 개념을 이용한 기존의 수치 기법이 자유수면이 가지고 있는 불연속성을 없애고 이류체 경계면 두께를 도입한 것이기 때문에 더욱 복잡한 이류체 경계면 문제에서는 해의 정확성에 많은 문제점을 줄 것으로 생각된다.

Fig.7은 Fig.6의 결과를 바탕으로 시간간격  $\Delta t = 0.0001s$ 로 하고 계산격자를  $26 \times 30$ ,  $50 \times 60$ ,  $70 \times 100$ CVs로 계산한 결과를 해석해와 비교하였다. 격자수가  $26 \times 30$ CVs 경우는 시간이 경과하면서 오차를 보이고 있다.

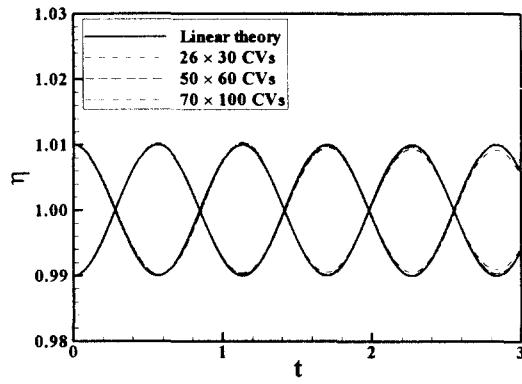


Fig.7 Effects of control volume numbers on the solution

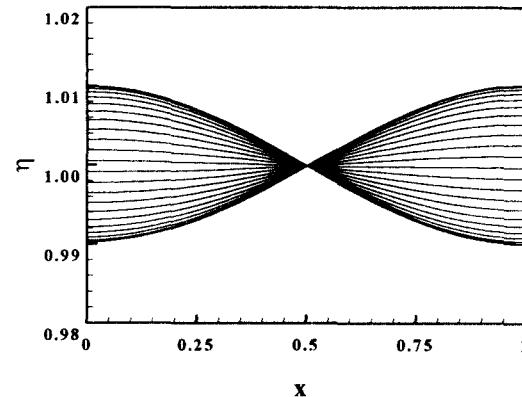


Fig.8 Time history of the wave elevation ( $t=0 \sim 0.56$ sec)

Fig.8은  $50 \times 60$ CVs와 시간간격  $\Delta t=0.0005$ s에서  $t=0.0 \sim 0.56$ s의 수조에서 파형변화를 보이고 있다

### 댐붕괴(Dam-break)

Fig.9는 댐붕괴 문제를 설명한 그림이다. 초기 물이 채워진 높이는  $D=1m$ 이고 폭은  $B=0.5m$ 이다. 계산영역은  $1.2m \times 1.6m$ 이다. 계산에서 사용된 밀도와 점성은 물에서  $\rho=1000kg/m^3$ ,  $\mu=10^{-3}Pa \cdot s$ , 공기에서  $\rho=1kg/m^3$ ,  $\mu=10^{-6}Pa \cdot s$ 이다.

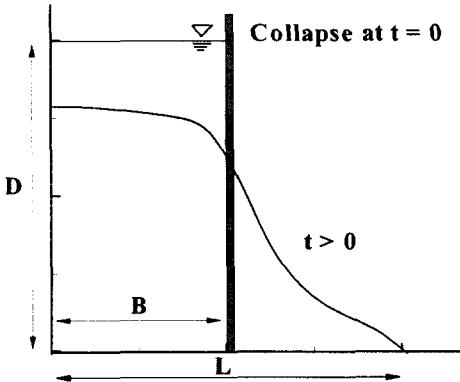


Fig.9 Definition sketch of the dam break problem

Fig.10은 시간간격  $\Delta t=0.0025$ s에서  $36 \times 16$ ,  $66 \times 40$ ,  $100 \times 70$ CVs의 격자수가 계산결과에 미치는 영향을 Fig.7에서 설명되었듯이 댐의 폭에 대해 물이 흘러간 거리  $L$ 의 비  $L/B$ 에 대해 실험결과 [13]와 비교한 그림이다. 비교적 적은 격자수를 포함해서 세 경우 모두 실험과 비슷한 결과를 보이고 있다.

Fig.11은 계산격자는  $66 \times 40$ CVs로 고정하고 시간간격을  $\Delta t=0.005s$ ,  $0.0025s$ ,  $0.001s$ ,  $0.0005s$ 로 변화시키면서 계산하였다. 그림에서는 모든 경우 서로 비슷한 결과를 보이고 있다.

앞의 미소표면파에 대한 문제와는 달리 댐붕괴 문제는 자유수면의 변형이 유동장의 크기에 비해 비교적 큰 경우이기 때문에 서로의 차이는 크게 부각되어 나타나 보이지 않는 것으로 생각된다.

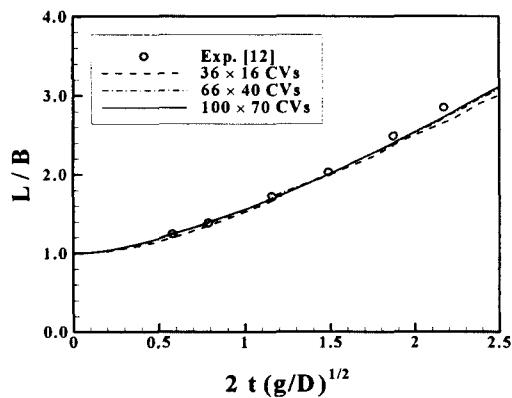


Fig.10 Effects of control volume numbers on the solution compared with experimental results

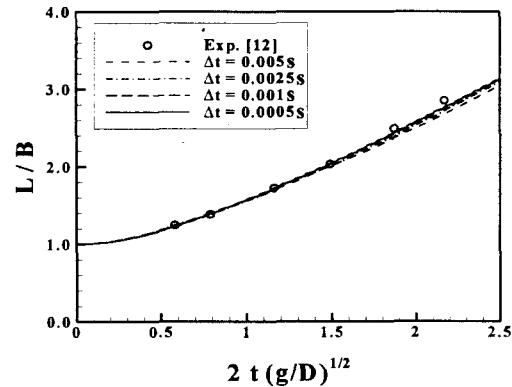
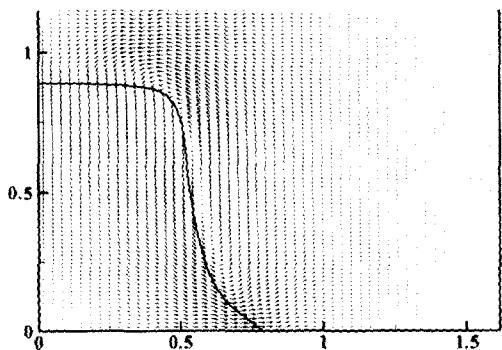


Fig.11 Effects of various time steps on the solution compared with experimental results

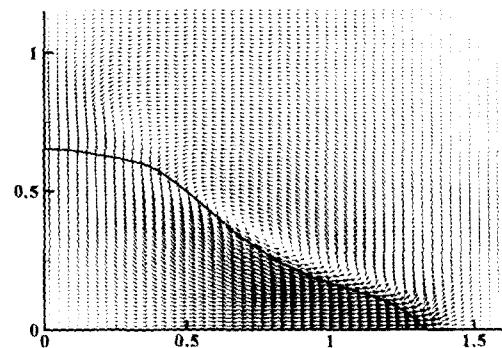
Fig.12는 무차원 시간  $2t(g/D)^{1/2} = 1.0335$ ,  $2.0985$ 에서 자유수면의 변형과 물과 공기영역에서의 속도벡터를 각각 보여주고 있다.

Fig.13은 유동장의 바닥에 그림과 같은 장애물이 설치되어 있을 경우, 댐붕괴 후 자유수면의 변형의 모습과 유동장의 속도벡터를 보여주고 있다. 두 그림에서는 물이 장애물에 부딪힌 후 오른쪽 벽면에 도달하여 부딪히기 직전의 모습을 볼 수 있다.

Fig.14는 Fig.13에서 계산한 결과에서 level-set 함수와 압력분포를 각각 보여주고 있다. level-set

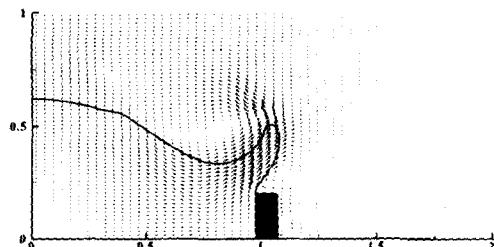


$$a) 2t(g/D)^{1/2} = 1.0335$$

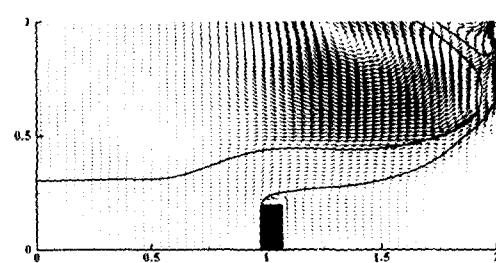


$$b) 2t(g/D)^{1/2} = 2.0985$$

Fig.12 Free surface deformations & velocity vectors at three time instants

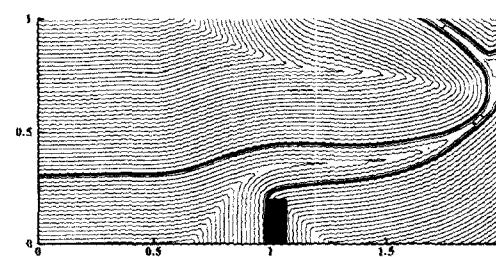


$$a) 2t(g/D)^{1/2} = 1.879$$

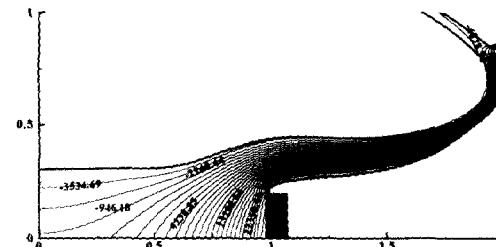


$$a) 2t(g/D)^{1/2} = 3.758$$

Fig.13 Free surface deformations & velocity vectors of the collapsing water flow over an obstacle



a) level-set function



b) pressure contours

Fig.14 Level-set function & pressure contours of the collapsing water flow over an obstacle

함수의 분포의 경우는 식(6)을 시간간격  $\Delta t = \Delta h/10$ 을 사용하여 5~6번 반복하여 얻은 해의 결과이다. 적은 수의 반복계산이지만 이류체 경계면 근방  $|\phi| \leq \epsilon$ 을 중심으로 level-set함수가 일정한 두께를 가지면서 거리의 함수로 유지하고 있음을 볼 수 있다.

Fig.13과 같이 장애물이 있는 문제는 자유수면의 변형이 상당히 복잡한 경우이다. Fig.13의 두 번째 그림에서 물이 장애물에 부딪힌 후 오른쪽 벽으로 도달되면서 그림 상단부분으로 물줄기가 길게 드리워져 있어서 다소 비현실적인 해의 거동을 보이는 것 같다. 본 논문에서는 계산결과를 통해 문제의 해석 가능성만을 보였으나, 차후 복잡한 이류체 경계면 해석에 있어 다른 방법들과 비교하고 문제의 해상도를 엄밀히 평가해 보아야 할 것으로 본다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 유한체적법과 level-set기법으로 자유수면 문제를 해석하는 수치코드를 작성하고, 주기적으로 진동하는 미소표면파와 댐붕괴 문제에 적용하여 수치적 특성과 효용성에 대해 조사하였다. 단편적인 계산결과들이지만, level-set개념을 이용한 기존의 수치기법에 있어서 격자, 시간간격, 이류체 경계면 두께 등의 기본적인 계산조건들이 해에 미치는 영향과 이 방법의 주요한 성질을 간략히 판단할 수 있었다. 미소표면파문제에서 해의 수렴성을 향상시키기 위하여 이류체 경계면의 두께를 일정하게 분포하지 않고 다르게 하는 방안을 제안하였다.

미소표면파에 대한 결과들을 비교해 볼 때 level-set법은 다른 Eulerian방법과 마찬가지로 비교적 정확한 해를 얻기 위해 Sung et al.[13], Hodges et al.[14] 등의 이동 격자법보다 많은 격자수와 작은 시간간격을 요구하였다. 그러나 프로그램 작성의 관점에서는 level-set기법은 다른 방법들보다 비교적 간단하여 기존의 수치코드에 쉽게 접목시킬 수 있는 장점이 있다. 또한 문제의 종류에 따라 정도가 다르겠지만, 복잡한 이류체 경계면 문제에 비교적 효과적으로 적용할 수 있는 가능성을 가지고 있음을 알 수 있었다.

Level-set개념을 이용한 수치기법에서 식(6)을 사용하여 유동장에서 level-set함수를 재구성할 때 경계면의 위치가 약간 변화될 수 있다. 이것으로 인하여 앞선 계산에서 얻어진 유체가 차지하는 정

확한 면적 또는 체적(3차원의 경우)의 양이 변할 수 있다. 보존성 문제를 해결하기 위해 개선된 계산단계가 기존의 다른 논문[5,6]에서 최근 제시되고 있으나, 본 연구과정의 수치계산결과에서는 특별히 개선된 결과를 보이지 않아 나타내지는 않았다. 이러한 보존성 문제는 차후 다시 다루어야 할 것 같다.

그러나 무엇보다 level-set개념을 이용한 기존의 수치기법은 자유수면에 대한 동역학적 경계조건을 이류체 경계면이 두께를 갖는 것으로 간접적으로 만족시키고 있다. 이것은 자유수면과 같이 불연속성이 큰 이류체 경계면의 물리적인 불연속성을 무시하는 것으로 비현실적인 해의 거동을 줄 수 있다. 그러므로 기존방법을 개선하기 위해 새로운 기법을 개발하거나 이동 격자법 등 다른 방법과 접목하는 등의 연구가 필요하다고 본다.

## 참 고 문 헌

- [1] Harlow, F.H., and Welch, J.E., "Numerical Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface," *Phys. Fluids*, Vol.8, pp.2182-2189, 1965
- [2] Zhang, H., Zheng, LL., and Prasad, V., "A Curvilinear Level Set Formulation for Highly Deformable Free Surface Problems with Application to Solidification," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol.34, No.1, 1998
- [3] Hirt, C., and Nichols, B., "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *Journal of Computational Physics*, Vol.39, pp.201-225, 1981.
- [4] Osher, S., and Sethian, J.A., "Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed : Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations," *Journal of Computational Physics*, Vol.79, pp.12-49, 1988
- [5] Sussman, M., Fatemi, E., Smereka, P., and Osher, S., "An Improved Level Set Method for Incompressible Two-Phase Flows," *Computers and Fluids*, Vol.27, No.5-6, pp.663-680, 1997

- [6] Sussman, M., and Fatemi, E., "An Efficient, Interface Preserving Level Set Redistancing Algorithm and its Application to Interfacial Incompressible Fluid Flow," SIAM J. Sci. Stat. Computation to appear web site "www.math.ucdavis.edu/~sussman/"
- [7] Kang, K.J., "Numerical Computation of Free Surface Waves based on Zero-Level-Set Method," Proc. of the Annual Autumn Meeting SNAK, Seoul, 7-8, Nov. 1996, pp.237-240 (in Korean)
- [8] Harten, A., and Engquist, B., Osher, S., and Chakravarthy, S., "Uniformly High-Order Accurate Essentially Nonoscillatory Schemes, III," Journal of Computational Physics, Vol.71, pp.231-303, 1987
- [9] Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, 1980
- [10] Stone, H.L., 'Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations," SIAM J. Numer. Anal., Vol.5, pp.530-558, 1968
- [11] Wiegel, RL., Oceanographical Engineering. Prentice-Hall, Inc., 1964
- [12] Ramaswamy, B. and Kawahara, M., "Lagrangian Finite Element Analysis Applied to Viscous Free Surface Fluid Flow," Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol.7, pp.935-984, 1987
- [13] Sung J.Y., Choi H.G. and Yoo J.Y., "Kinetic Energy Conservation Algorithm in Moving Grid System Using Segregated Finite Element Formulation," Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers(B), Vol.21, No.11, pp.1538-1551, 1997 (in Korean)
- [14] Hedges, B., Street, R., and Zang, Y., "A Method for Simulation of Viscous, Nonlinear, Free-Surface Flows," Twentieth Symposium on NAVAL HYDRODYNAMICS, pp.791-809, Washington, D.C., 1996