大 韓 造 船 學 會 論 文 集
第 36 卷 第 1 號 1999年 2月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 36, No. 1, February 1999

몰수체 선형 운동방정식의 지역 구조 가식별성 조사

김찬기 *

Test for Local Structural Identifiability of Linear Equations of Motion for Submergibles

by

Chanki Kim*

요 약

본 연구에서는 비선형적으로 매개화된 선형 운동방정식 구조의 지역 가식별성을 조사하는 방법을 제시하고, 몰수체 운동방정식에 적용하여 지역 가식별성을 조사하였다. 이 방법은 정보 행렬의 rank로 가식별성을 결정하는 해석적 표현을 제시하며 안정한 동적계에만 적용될 수 있다. 결론적으로 몰수체 운동방정식 구조는 주어진 매개변수에 대해 Glover & Willems의 정의에 따른 지역 가식별성을 갖지 못하는 것으로 나타났다.

Abstract

In this paper, the issue of local structural identifiability of linear equations of motion with non-linear parametrizations is discussed. The test method is presented that provides analytical expressions for information matrices of which the rank determines identifiability. And this method is applied to investigate local structural identifiability of linear equations of motion for a submergible vehicle. As a result, it is showed that with given parameters, the linear equations of motion do not satisfy the definition of local identifiability according Glover & Willems.

접수일자 : 1998년 6월 8일, 재접수일자 : 1998년 12월 2일
* 정회원, 국방과학연구소

1. 서 론

몰수체의 선형 운동방정식은 제어기와 형상 설계의 기본 방정식으로 사용되는 중요한 설계요소이다. 특히, 고속의 세장형 몰수체의 경우에는 선형성이 좋으므로 선형 운동방정식으로도 충분히 정확하게 거동을 모사할 수 있다. 이와 같이 여러 가지 용도로 사용되는 선형 운동방정식은 식별 시험으로 최종적인 검증을 받게 되는데, 여러 가지 매개변수 식별 알고리즘들이 검증 기법으로 개발되어 있다.[1] 식별 시험을 수행하기 위해서는 먼저 최대한의 동적 정보를 추출해낼 수 있는 최적의 입력 신호를 설계하고, 가식별성(Identifiability)을 갖는 구조로 운동방정식이 정식화되었는지 조사해야 한다. 만일, 운동방정식이 가식별성을 갖지 못한다면 동일한 입출력에 상응하는 서로 다른 매개변수 집합이 여러 개 존재하여 동시 표류 현상(Simultaneous Drift Phenomenon)이 발생할 확률이 커진다. 따라서, 조종 계수 식별 절차를 수행하기 전에 운동방정식의 입출력과 조종 계수 사이의 일대일 관계를 조사할 필요가 있다.

지금까지 수행된 동적계 수학 모형에 대한 구조 가식별성 연구에 대해 살펴보자. Tse & Anton[2]은 통계학적 외란이 존재할 때 매개변수의 가식별성을 정의하고, 미지의 매개변수가 가식별성을 갖기 위한 조건을 제시한 바 있고, Tse[3]는 평균 정보 행렬에 대한 양정치(Positive Definite)가 지역 가식별성을 암시함을 보였다. 또한, Glover & Willems[4]는 전달 함수로부터 지역적으로, 전역적으로 식별 가능한 충분 조건을 정립하였으며, Dötsch & Hof[5]는 지역 가식별성을 조사하기 위한 무한 시간 및 유한 시간 정보 행렬의 rank 계산법을 제시한 바 있다. 그리고, Ljung & Glad[6]는 미분 대수학의 형태로 비선형 상태방정식의 가식별성을 조사하였다.

본 연구에서는 몰수체를 대상으로 물리적 의미를 갖는 조종 계수들이 비선형적으로 매개화된 시불변 선형 운동방정식 구조에 대한 지역 가식별성을 조사하였다. 제어공학에서 사용되고 있는 상태방정식은 선형적으로 매개화된 방정식들을 사용할 수 있으나, 몰수체 운동방정식은 부가 질량을 포함하는 관성 항을 갖고 있어 운동방정식을 상태방정식 형태로 표현할 때 매개변수의 비선형 결합이 존재한다. 따라서, 몰수체의 가식별성은 비선형적으로 매개화된 조종 계수에 대해 정식화되어 조사되어야 한다. 가식별성은 매개변수들의 전체 영역에 대한 전역 가식별성(Global Identifiability)과 특정한 매개변수 주위에서의 지역 가식별성(Local Identifiability)으로 구분될 수 있는데, 본 연구에서는 조종 계수 식별 알고리즘의 대부분이 지역 추정자이므로 지역 가식별성으로 그 연구 범위를 제한하였다. 다시 말해 전달 함수의 일대일 사상(injective map) 개념의 가식별성 정의를 도입하여 지역 가식별성을 조사를 정보 행렬 rank의 계산으로 정식화[5]하였고, 이것을 몰수체의 선형 운동방정식에 적용하였다.

2. 상태방정식에 대한 지역 가식별성의 정식화

n_η 개의 매개변수로 비선형적으로 매개화된 선형의 시불변 상태방정식에 대한 가식별성을 살펴보자. θ를 매개변수 벡터라고 하고, $A(\theta)$, $B(\theta)$, $C(\theta)$를 매개변수의 대수 함수로 구성된 행렬이라 하면, 선형계의 상태방정식과 출력방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\
y(t) &= C(\theta)x(t)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

여기서 x(t)와 u(t)는 n 차의 상태 변수 벡터와 입력 변수 벡터이고, y(t)는 출력 변수 벡터이다.

먼저 Glover & Willems[4]의 지역 가식별성 정의를 도입하자. 이들은 θ_0에서 식(1)이 지역 가식별성을 가지면 식(1)에는 θ_0 주위에 동일한 전달 함수를 갖는 서로 구분되는 매개변수들의 다른 집

합이 존재하지 않는다고 정의하였다. 또한, q 차의 실수 영역 상의 열린 집합 Ω 상에서 m 차의 실수 영역으로의 사상 f가 $k \geq 1$에 대하여 k 번 연속적으로 미분 가능하고, 미분 $\partial f(x)/\partial x$가 $\hat{x}$ 주위에서 일정한 rank를 가질 때 f가 $\hat{x}$에서 지역적으로 일대일 사상일 필요충분 조건은 $\mathrm{rank}(\partial f(x)/\partial x) = q$임을 보였다.

한편, Grewal & Glover[7]는 Glover & Willems [4]의 지역 가식별성 정의를 이용하여 n_q 차의 매개 변수 영역 상에서 다음과 같은 임의의 $m \geq 2n$ 차원의 실수 영역 상의 사상 Sm을 정의하고,

$$S_m(\theta) := [h(1,\theta)\ h(2,\theta)\ \cdots\ h(m,\theta)]^T \tag{2}$$

$\theta = \theta_0$에서 $\mathrm{rank}(\partial S_m/\partial\theta) = n_q$가 되면 동적계, 식(1)은 지역 구조 가식별성을 가짐을 보였다. 여기서 $h(k,\theta) = C(\theta)A^{k-1}(\theta)B(\theta)$ $(k=1,2,\cdots,m)$은 전달 함수의 처음 m 개의 Markov 매개변수이다. 따라서, 식(1)의 지역 구조 가식별성 해석은 $m \times n_q$ Jacobian 행렬의 rank를 평가하는 것이 된다.

$$\left.\frac{\partial S_m(\theta)}{\partial\theta}\right|_{\theta=\theta_0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(1)}{\partial\theta_1} & \frac{\partial h(1)}{\partial\theta_2} & \cdots & \frac{\partial h(1)}{\partial\theta_{n_q}} \\ \frac{\partial h(2)}{\partial\theta_1} & \frac{\partial h(2)}{\partial\theta_2} & \cdots & \frac{\partial h(2)}{\partial\theta_{n_q}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h(m)}{\partial\theta_1} & \frac{\partial h(m)}{\partial\theta_2} & \cdots & \frac{\partial h(m)}{\partial\theta_{n_q}} \end{bmatrix}_{\theta=\theta_0} \tag{3}$$

식(3) 행렬의 rank 시험은 다음 행렬의 rank 시험과 동일하다.

$$\left.\left[\frac{\partial S_m(\theta)}{\partial\theta}\right]^T \frac{\partial S_m(\theta)}{\partial\theta}\right|_{\theta=\theta_0} \tag{4}$$

따라서, 수학 모형, 식(1)의 지역 구조 가식별성은 식(4) 행렬의 rank 시험으로 결정될 수 있다. 한편, 전달 함수는 Markov 매개변수의 무한 급수 행렬로 표시될 수 있으므로, 식(4)의 (i, j) 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$\left.\left[\frac{\partial S_\infty(\theta)}{\partial\theta}\right]^T \frac{\partial S_\infty(\theta)}{\partial\theta}\right|_{ij} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial h(k)}{\partial\theta_i}\frac{\partial h(k)}{\partial\theta_j} \tag{5}$$

조종 계수 식별을 위한 입력 변수는 백색 잡음 형태가 최적임이 알려져 있다.[8] 따라서, 입력 u를 단위 분산과 영의 평균을 갖는 백색 잡음 공정으로 가정하고, 상태방정식이 안정하다고 가정하면 식(5)의 우변은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$E\left.\frac{\partial y(t)}{\partial\theta_i}\frac{\partial y(t)}{\partial\theta_j}\right|_{\theta=\theta_0} = \left.\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial h(k)}{\partial\theta_i}\frac{\partial h(k)}{\partial\theta_j}\right|_{\theta=\theta_0} \tag{6}$$

여기서 상태방정식의 안정성은 식(6)의 우변이 수렴된 값을 갖기 위해 필요한 조건이다.

식(1)을 모든 조종 계수 $\theta_i(i=1,\cdots q)$에 대해 미분하여 다음과 같은 보완된 상태방정식을 구성하자.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial\theta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial\theta_{n_q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\partial A}{\partial\theta_1} & A & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial A}{\partial\theta_{n_q}} & 0 & \cdots & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \frac{\partial x}{\partial\theta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial x}{\partial\theta_{n_q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ \frac{\partial B}{\partial\theta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial B}{\partial\theta_{n_q}} \end{bmatrix} u(t)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_{n_q}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial \theta_1} & C & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\partial C}{\partial \theta_2} & 0 & C & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial C}{\partial \theta_{n_q}} & 0 & 0 & \cdots & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \frac{\partial x}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial x}{\partial \theta_{n_q}} \end{bmatrix} \tag{7}$$

새로운 동적계인 식(7)에 대해 상태 공분산 P를 도입하면 식(6)으로부터 식(4)는 다음과 같이 정리된다. 즉, 안정된 동적계에 대해 다음이 성립하며,

$$\left[\frac{\partial S_\infty(\theta)}{\partial \theta}\right]^T \frac{\partial S_\infty(\theta)}{\partial \theta}\Bigg|_{\theta=\theta_0} = C_x P C_x^T \tag{8}$$

상태 공분산 P는 다음과 같은 Lyapunov 방정식을 만족한다.

$$A_x P + P A_x^T + B_x B_x^T = 0 \tag{9}$$

여기서 A_x, B_x와 C_x는 $\theta=\theta_0$에서의 상태 공간 표현 식(7) 내의 각각의 행렬들이다.

모형 구조의 지역 가식별성은 $\theta=\theta_0$에서 일종의 정보 행렬인 식(8) 행렬의 rank 시험으로 평가될 수 있으며, 식(9)의 Lyapunov 방정식은 $(n_q+1)n$의 차원을 갖는다.

3. 몰수체 선형 운동방정식의 지역 가식별성 조사

운동방정식의 외력 항에는 동유체력 성분, 추진력 성분, 정복원력 성분이 있다. 본 연구에서는 추진력 성분과 정복원력 성분의 매개변수들은 실제 변수들과 동일하다고 가정하고, 동유체력 성분과 Newton 법칙을 운동체 고정 좌표계에 적용할 때 나타나는 항들로 구성된 선형 운동방정식의 지역 가식별성을 조사하였다. 선형 운동방정식은 수평면 성분과 수직면 성분으로 분리되며, 수직면 성분은 다시 전후 동요 성분와 나머지 성분들로 분리될 수 있다. 따라서, 이에 대한 운동방정식들은 다음과 같이 표현된다.

$$D_i \dot{x}_i(t) = E_i x_i(t) + F_i u_i(t) \tag{10}$$

여기서 i는 수평면, 전후 동요, 기타 수직면 성분을 나타내는 H, S, V이고, D_i는 부가 질량을 포함하는 관성력 항을, E_i는 동유체역학적 감쇠력 항을, F_i는 제어력 항을 의미한다. 이 행렬들과 상태 변수, 입력 변수는 각 성분별로 다음과 같이 표시된다.[9]

$$\begin{aligned} x_S(t) &= [u] \\ x_H(t) &= [v\ p\ r]^T \\ x_V(t) &= [w\ q]^T \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} u_S(t) &= \mathbf{0} \\ u_H(t) &= [\delta_r\ \delta_p]^T \\ u_V(t) &= [\delta_e]^T \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} D_S &= [m - X_{\dot u}] \\ D_H &= \begin{bmatrix} m - Y_{\dot v} & -Y_{\dot p} & -Y_{\dot r} \\ -K_{\dot v} & I_x - K_{\dot p} & -K_{\dot r} \\ -N_{\dot v} & -N_{\dot p} & I_z - N_{\dot r} \end{bmatrix} \\ D_V &= \begin{bmatrix} m - Z_{\dot w} & -Z_{\dot q} \\ -M_{\dot w} & I_y - M_{\dot q} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} E_S &= [X_u] \\ E_H &= \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & Y_r \\ K_v & K_p & K_r \\ N_v & N_p & N_r \end{bmatrix} \\ E_V &= \begin{bmatrix} Z_w & Z_q \\ M_w & M_q \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} F_S &= \mathbf{0} \\ F_H &= \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} & 0 \\ K_{\delta_r} & K_{\delta_p} \\ N_{\delta_r} & 0 \end{bmatrix} \\ F_V &= \begin{bmatrix} Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{15}$$

여기서 δ_r, δ_e, δ_p는 각각 방향타각, 승강타각 및 횡동요 승강타각이고, m과 I_x, I_y, I_z는 몰수체 질량 및 질량 관성 모멘트를 의미하며, 0은 영의 행렬을 나타낸다. 또한, (1)식의 C 행렬은 항등 행렬로 놓을 수 있다.

앞장에서 제시한 지역 가식별성 시험 계산법을 (14)식의 몰수체 운동방정식에 적용시켜 보자. 이를 위해 4 m 길이의 몰수체에 대해 경험식[10]을 사용하여 도출한 Table 1 및 Table 2와 같은 조종 계수들을 사용하였다. 참고로 이 계수들은 무차원화된 값들이다.

Table 1 Maneuvering coefficients of vertical mode

Surge		Heave		Pitch	
$X_{\dot{u}}$	-0.030079	$Z_{\dot{w}}$	-1.816464	$M_{\dot{w}}$	0.001155
X_u	-0.295790	$Z_{\dot{q}}$	0.001155	$M_{\dot{q}}$	-0.149246
		Z_w	-2.338924	M_w	1.054759
		Z_q	-0.615153	M_q	-0.304027
		$Z_{\delta e}$	-0.139792	$M_{\delta e}$	-0.059742

Table 2 Maneuvering coefficients of horizontal mode

Sway		Roll		Yaw	
$Y_{\dot{v}}$	-1.816464	$K_{\dot{v}}$	-0.001689	$N_{\dot{v}}$	-0.001155
$Y_{\dot{p}}$	-0.001689	$K_{\dot{p}}$	-0.000068	$N_{\dot{p}}$	-0.000001
$Y_{\dot{r}}$	-0.001155	$K_{\dot{r}}$	-0.000001	$N_{\dot{r}}$	-0.149246
Y_v	-2.338924	K_v	-0.002175	N_v	-1.054759
Y_p	-0.001385	K_p	-0.003126	N_p	-0.000624
Y_r	0.615153	K_r	0.000572	N_r	-0.304027
$Y_{\delta r}$	0.134858	$K_{\delta r}$	0.000125	$N_{\delta r}$	-0.057634
		$K_{\delta p}$	-0.001603		

I를 항등 행렬이라 할 때, 전후동요에 대해 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} A(\theta) &= \left[\frac{X_u}{m - X_{\dot{u}}}\right] \\ B(\theta) &= \mathbf{0} \\ C(\theta) &= \mathbf{I} \end{aligned} \tag{16}$$

따라서, 식(7)의 A_x, B_x와 C_x들은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} A_x(\theta) &= \frac{1}{m - X_{\dot{u}}}\begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ -\frac{X_u}{m - X_{\dot{u}}} & X_u & 0 \\ 1 & 0 & X_u \end{bmatrix} \\ B_x(\theta) &= \mathbf{0}_{3\times1} \\ C_x(\theta) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{17}$$

식(17)을 식(9)의 Lyapunov 방정식에 대입하면 P는 영의 행렬임이 쉽게 증명된다. 즉, 몰수체 선형 운동방정식의 전후동요는 지역 가식별성을 갖지 못한다. 전후 동요 운동방정식에는 입력이 존재하지 않는데, 이것이 지역 가식별성을 갖지 못하는 이유가 된다. 임의의 입력 벡터 $B(\theta) = [\beta]$를 가정하면 $C_xPC_x^T$는 다음과 같이 정리되므로 전후 동요 운동도 지역 가식별성을 가질 수 있다.

$$C_xPC_x^T = \beta^2\begin{bmatrix} \frac{1}{4X_u(m - X_{\dot{u}})} & -\frac{(X_u+1)}{8X_u^2} & \frac{1}{4\beta X_u} \\ -\frac{(X_u+1)}{8X_u^2} & \frac{(m - X_{\dot{u}})}{4X_u^2} & -\frac{(m - X_{\dot{u}})}{4\beta X_u^2} \\ \frac{1}{4\beta X_u} & -\frac{(m - X_{\dot{u}})}{4\beta X_u^2} & \frac{(m - X_{\dot{u}})}{2\beta^2 X_u} \end{bmatrix} \tag{18}$$

따라서, 전후 동요 선형 운동방정식을 식별하기 위해서는 추진기 회전수에 대한 추력의 선형 방정식을 입력으로 하는 방법 등을 사용하는 것이 유리하다.

이제 수평면과 수직면에 대한 지역 가식별성을 수치적으로 조사해 보자. P_{ij}를 P 행렬을 구성하는 n×n의 행렬이라 하고, $A^{(i)}$는 i 번째 조종 계수에 대한 부분 미분을 의미하며 $A^{(0)}$는 영의 행렬을 나타낸다고 하면 다음이 성립한다.

$$T := \{T_{ij}\} = A_x P + P A_x^T = -B_x B_x^T$$

$$T_{ij} = AP_{ij} + P_{ij}A^T + A^{(i-1)}P_{1j} + P_{i1}[A^{(j-1)}]^T \quad (19)$$

식(19)에서 i=j=1에 대해 먼저 풀고, 첫 번째 행과 첫 번째 열을 푼 후, 순차적으로 나머지 요소들을 계산하면 $n(n_q+1)\times n(n_q+1)$ 차원 Lyapunov 방정식 문제가 $n\times n$ 차원 Lyapunov 방정식 문제로 된다. 본 연구에서는 식(19)으로부터 획득한 정보 행렬에 특이치 분리(Singular Value Decomposition)를 사용하여 수평면과 수직면에서 가식별성을 조사하였는데 그 결과는 Table 3과 같다.

Table 3 Singular values of the information matrices for equations of motion

Mode	Horizontal	Vertical
Singular Value	109457.0	4.122439
	91785.02	2.538794
	20464.92	1.993853
	8730.289	0.018260
	233.6472	
	5.261146	
	1.993602	
	0.020127	
	0.000196	
No. of Coef.	22	10
No. of rank	9	4

즉, 선형 운동방정식의 수평면 및 수직면 운동은 지역 가식별성을 갖지 못한다. 원인을 추정하기 위해 먼저 운동방정식을 상태방정식 형태로 변환하여 이에 대한 식(8)의 rank를 조사하면 Table 4와 같다.

이번에는 연성 항들을 소거한 상태방정식의 구조 가식별성을 조사해 보자. 이와 같은 시도는 Table 3과 Table 4에서 계수 수와 rank 수의 차이가 연성 항의 개수와 동일하다는 점에서 착안하였다.

연성 항들을 제외한 상태방정식은 지역 가식별성을 가짐을 알 수 있다. 특히, 이 때의 특이치가 연성된 상태방정식의 특이치와 유사한 값을 갖고 있는데, 이것은 연성 항들이 rank의 특이치 계산에 별 다른 영향을 미치지 못함을 의미하므로 연성 상태방정식이 지역 가식별성을 갖지 못하는 원인이 연성 항들때문이라고 할 수 있다.

Table 4 Singular values of the information matrices for coupled state equations

Mode	Horizontal	Vertical
Singular Value	16.27089	10.64740
	12.83238	1.159790
	1.516517	0.551823
	1.244984	0.000469
	1.065064	
	0.152244	
	0.058730	
	0.002369	
	0.000022	
No. of Coef.	15	6
No. of rank	9	4

Table 5 Singular values of the information matrices for decoupled state equations

Mode	Horizontal	Vertical
Singular Value	15.78312	11.00194
	12.75289	1.133021
	1.514944	0.511477
	1.234911	0.000393
	0.949604	
	0.124077	
	0.058206	
	0.002397	
	0.000024	
No. of Coef.	9	4
No. of rank	9	4

4. 결 론

본 연구에서는 비선형적으로 매개화된 시불변 선형 상태방정식의 구조에 대한 지역 가식별성을 조사하는 방법을 정식화하고, 이를 몰수체의 선형 운동방정식에 적용하였다.

본 연구에서는 몰수체 선형 운동방정식 구조의 지역 가식별성을 조사하여 사용된 조종 계수 및

방정식 구조는 Glover & Willems[4]의 정의에 따른 지역 가식별성을 갖지 못함을 보였다. 전후 동요의 경우에는 입력이 존재하지 않는 것이 지역 가식별성을 갖지 못하는 이유임을 밝혔고, 나머지 운동 형태들에서는 연성 항들에 의해 지역 가식별성을 갖지 못하는 것으로 판단하였다. 따라서, 해상 시험 자료로부터 선형 운동방정식 전체 조종 계수들을 동시에 식별하면 동시 표류 현상이 발생할 확률이 높다고 할 수 있다. 따라서, 구속 모형 시험으로부터 신뢰성 있게 얻을 수 있는 조종 계수들은 참 값이라고 가정하고 지역 가식별성을 갖도록 나머지 계수들을 선택하여 식별하는 것이 좋을 것이라고 판단된다. 전후 동요의 경우에는 추진기 회전수에 따른 추력을 작동점에서 선형화시켜 운동방정식에 입력으로 추가하는 방법 등을 사용하는 것이 지역 가식별성 측면에서 유리하다. 결론적으로 본 연구에서는 몰수체의 선형 운동방정식 구조가 Glover & Willems[4]의 정의에 따른 지역 가식별성을 갖지 못함을 증명하였을 뿐만 아니라, 계수 식별을 위해 몇 가지 선형 운동방정식 계수들만을 선택하는 경우에 그 구조가 가식별성을 갖는지 조사할 수 있는 기법을 제시하였다.

앞으로 이와 같이 지역 가식별성을 갖지 못하는 선형 운동방정식의 조종 계수를 신뢰성 있게 식별할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하며, 선형 운동방정식뿐만 아니라 비선형 운동방정식의 구조에 대한 지역 가식별성과 운동방정식의 전역 가식별성을 조사할 수 있는 방법에 대한 연구도 수행되어야 한다. 그리고, 운동방정식의 구조가 가식별성을 갖고 있다고 할지라도 입력 자료가 적절하지 못하면 식별 결과들이 편향될 수 있으므로 최대한의 동적 정보를 추출할 수 있는 최적의 입력 설계에 대한 연구도 수행되어야 한다.

참 고 문 헌

[1] 김찬기, "해상 실측 자료를 이용한 횡동요 조종 계수 식별", 대한조선학회 논문집, 제 35 권 2 호, 1998

[2] E. Tse & J. Anton, "On the Identifiability of Parameters", IEEE Trans. Automat. Control, AC-17, 1972

[3] E. Tse, "Information Matrix and Local Identifiability of Parameters", In Proc. Joint Automat. Control Conf., Columbus, OH, 1973

[4] K. Glover & J. C. Willems, "Parametrizations of Linear Dynamical Systems : Canonical Forms and Identifiability", IEEE Trans. Automat. Control, AC-19, 1974

[5] H. G. M. Dötsch & P. M. J. Van Den Hof, "Test for Local Structural Identifiability of High-order Non-linearly Parametrized State Space Models", Automatica, Vol. 32, No. 6, 1996

[6] L. Ljung & T. Glad, "On Global Identifiability for Arbitrary Model Parametrizations", Report LiTH -ISY-I-1308, Dept. of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden

[7] M. S. Grewal & K. Glover, "Identifiability of Linear Nonlinear Dynamical Systems", IEEE Trans. Automat. Control, Short Paper, 1976

[8] M. J. Levin, "Optimal Estimation of Impulse Response in the Presence of Noise", IRE Trans. Circuit Theory, CT-17, 1960

[9] 안창범 & 김찬기, "수중운동체의 운동방정식과 좌표계 II",, NWSD-519-971654, 국방과학연구소, 1997

[10] 김찬기 & 김진, "어뢰 선형 운동방정식 내의 안정성 계수 추정", NWSD-513-92701C, 국방과학연구소, 1992