

■ 論 文 ■

### 통합교통망 수단선택-통행배정모형 개발에 관한 연구

Development of an Integrated network model for Mode Choice and Trip Assignment

**김 현 명**

((주)도화종합기술공사)

**임 용 택**

(서울특별시 교통관리실 교통개선팀장)

**이 승 재**

(서울시립대학교 교통공학과 조교수)

#### 목 차

- I. 서론
- II. 수단선택/통행배정 결합모형의 한계
- III. 평형통행배정기법을 이용한 통합모형개발
  - 1. 통합모형의 통행비용함수
  - 2. 통합교통망 최단경로탐색
  - 3. 모형의 구축
- 4. 계산 알고리즘
- IV. 통합모형과 결합모형의 비교
  - 1. 평가가로망
  - 2. 분석결과
- V. 결론 및 향후연구  
참고문헌

#### 요 약

전통적인 교통계획 과정에서 이용되어 온 수요모형들은 대부분 수단선택과 통행배정을 나누어 실시하는 모형이 주를 이루어 왔다. 그러나 교통수단이 다양해짐에 따라 실제 통행자들은 통행 도중 환승을 통해 수단을 전환하는 경우가 발생하게 되며 이 경우 수단선택 과정과 통행배정 과정을 하나로 통합하여 분석할 필요가 있다. 따라서 기종점간 수단 분담율은 기점과 종점에서의 그 값이 다르지만 수단선택과 통행배정이 분리되어 있는 기존 모형을 적용할 경우, 출발과 도착시의 수단 분담율이 동일하게 나타나는 비현실적인 결과를 도출하게 된다. 이러한 문제는 통행수단을 통행의 기본단위로 보고, 수단통행량을 추정하기 때문에 그 수단을 이용하는 통행자들의 행태 대신 수단의 특성만이 모형화 되기 때문이다. 따라서 기존의 교통계획 과정에서는 수단분담 과정과 통행배정과정의 분리를 따라, 수단간 환승이 고려되지 않아 통행자들의 경로 구성과정을 정확히 표현하는데 어려움이 있었다. 또, 수단분담 모형으로 가장 많이 이용되는 로짓 모형의 경우 환승을 고려하면 비관련 대안간 독립성문제(IIA)가 발생하고, 환승경로 수요추정이 불가능해 사실상 통합 교통망과 같이 복수 수단이 운행하는 교통망은 분석하기 어렵게 된다. 본 연구에서는 이를 해결하기 위하여 사람통행(Person Trip)을 기반으로 하는 수단분담-통행배정 통합모형을 개발하고 기존의 결합모형과 그 결과를 비교하였다.

## 1. 서론

전통적인 교통계획과정중 수학적 모형에 의한 수요 분석과정은 대부분 수단선택과 통행배정과정의 분리되어 순차적으로 시행된다. 그러나 실제 통행자의 행태를 기준으로 보면, 통행자는 목적지에 도달하는 수단을 먼저 선택하는 것이 아니라 목적지까지 도달 가능한 경로들 중 가장 비용이 낮은 경로를 인지하고 통행수단(Mode)을 선택할 가능성이 크다. 따라서, 통행배정 과정에서 고려되는 최단경로 탐색과정은 수단의 전체 또는 일부의 통행시간만을 인지하게 될 뿐이며 최단경로 선택 전에 미리 이용 수단을 고려할 가능성은 크지 않다.

특히 통행 수요의 수단 선택확률을 결정하는데 가장 흔히 쓰이는 로짓(Logit) 모형의 경우 독립적인 2개 이상의 수단에 대해 수단의 평균, 또는 최소 통행 시간을 이용해 각 수단별 선택확률을 결정한다. 그러나 실제 통행자들의 통행경로는 두 개 이상의 교통수단을 이용해 구성될 수도 있으므로 로짓 모형을 통해 계산된 수단 선택율은 과소 추정될 가능성이 있다. 따라서 로짓모형을 적용한 기존 수단선택 모형은 현실과 차이가 발생할 수 있으며 이러한 모형으로는 수단 특성이 다른 교통 시스템이 건설될 경우, 통행 패턴 변화를 정확히 예측할 수 없게 된다.

본 연구에서는 이러한 문제점들을 극복할 수 있는 수단선택-통행배정 통합모형을 개발하였다. 이때 통합모형(Integrated Model)이란 두 개 이상의 독립적 모형을 하나의 모형구조로 통합한 모형을 말하며 기존에 제시되었던 결합모형(Combined Model; Sheffi, 1985)과는 모형의 구조에 큰 차이가 있다. 본 연구에서는 기존에 이용되던 승용차 통행배정 모형과 대중교통 통행배정 모형을 이용해 복수의 수단에 목적 통행을 배정하는 방법을 개발하고 수학적으로 모형화하였는데 이때 고려된 대중교통 통행배정에 관한 연구들은 크게 나누어 전량배분기법(Chapleau, R. (1974), Chriqui, C. (1974), De Cea J. and J. E. Fernandez. (1989), Spiess, H. and M. Florian. (1989) 등 참고), 복수 경로를 이용한 로짓통행배정(De Cea J. and J. E. Fernandez, (1996) 참고), 평형 통행배정 모형(De Cea J. and J. E. Fernandez, (1996) 참고) 등이 있다.

본 연구에서는 환승을 고려하여 기종점간의 최단경로를 탐색하기 위해 LSPA(Link-based Shortest

Path Algorithm)을 개발하고 이를 이용해 수단 선택과 통행배정 문제를 통합하여 처리할 수 있는 모형을 개발하였다. 개발된 모형은 간단한 가상 교통망을 통해 검증하였으며 결합모형과의 비교를 통해 두 모형의 수단선택 분담율을 비교하였다.

다음 장에서는 기존 수단선택-통행배정 결합모형의 문제점 및 이를 극복할 수 있는 통합 배정모형의 기본개념을 설명하였다. 3장에서는 각 수단간 통행비용 함수와 통합 배정모형의 구성 및 해석 알고리즘에 관해 설명하였으며 4장에서는 구축된 통합 배정모형을 이용해 통행을 배정하고 평형을 검증하였다. 마지막으로 5장에서는 통합 배정모형의 의의와 적용 분야 및 향후 보완해야 할 사항들을 제시하였다.

## II. 수단선택/통행배정 결합모형의 한계

복수의 수단이 존재하는 교통망에서 통행을 배정하는 기법은 크게 결합모형에 의한 방법과 통합모형에 의한 방법으로 나눌 수 있다. 결합모형이란 통행배정 모형과 수단선택 모형의 개별 형태를 독립적으로 유지하면서 전체 교통망의 통행비용을 최소화하도록 목적함수를 구성하는 것이며, 통합모형은 수단선택과 통행배정 과정이 하나의 목적함수로 구성되어 수단 및 각 링크의 통행수요를 추정하는 모형을 의미한다.

결합모형의 성질을 이용해 승용차와 지하철 두 수단을 동시에 고려하는 교통망 평형(Network Equilibrium) 상태를 구하는 문제를 결합 수단선택·통행배정 모형 문제(Combined modal split/traffic assignment problem, Sheffi, 1985)라 한다.

수단선택-통행배정 결합모형의 기본접근법은 가상 링크와 잉여수요 개념을 이용하는 것이다. 이때 지하철은 가상링크로 표현되며 지하철의 서비스 수준은 지하철 이용객 수는 물론 도로의 승용차 수요와도 독립적이다. 이 가정은 지하철 링크의 용량은 수요를 감당할 수 있을 만큼 충분히 크며, 지하철 노선상에는 혼잡효과가 발생하지 않는다는 것을 의미한다. 기점  $r$  과 종점  $s$  간 지하철의 서비스수준은 상수로서  $i_{rs}$  라는 값을 갖는다.  $i_{rs}$  는 통행시간 단위이며,  $rs$  간 Transit flow는  $\hat{q}_{rs}$ 이다. 따라서 이 문제는 가상링크를 이용한 가변수요(Variable demand) 문제와 유사하다. 이러한 개념을 통해 Sheffi(1985)는 식

(1)과 같은 목적함수식을 제시하였다.

$$\min Z(V, \hat{q}) = \sum_p \int_0^{V_p} t_p(w)dw + \sum_{rs} \hat{q}_{rs} \hat{t}_{rs} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_k f_k^{rs} + \hat{q}_{rs} = \bar{q}_{rs} \quad \forall r, s \quad (2)$$

$$f_k^{rs}, \hat{q}_{rs} \geq 0 \quad \forall k, r, s \quad (3)$$

여기서  $\hat{q} = (\dots, \hat{q}_{rs}, \dots)$  이고  $\hat{t}_{rs}$ 는 기종점  $rs$  간의 지하철 통행비용이다.

식(1)의 경우 지하철의 경로 통행비용이 지하철 통행수요에 비탄력적이라고 가정하였으므로 두 번째 항은 적분값과 같은 값을 갖는다. 이러한 개념은 가변 수요모형을 기본으로 하는 접근 방법으로서 Ortuzar J. de D. and Willumsen L. G.(1990) 역시 가변 수요 개념을 이용, 기종점간 통행시간에 의한 승용차 수요 함수의 역함수  $W_{rs}$ 를 지하철 경로 통행비용 함수로 가정하여 식(1)과 유사한 형태의 결합모형을 제시한 바 있다.

본 연구에서는 식(1)과 같이 지하철의 통행비용 함수가 수요에 비탄력적인 형태가 아니라, 수요에 따라 비용이 단조증가하는 형태로 구성하였다. 따라서, 이러한 형태의 결합모형은 식(4)와 같이 적분항을 갖는 형태가 된다.

$$\min Z(V, \hat{q}) = \sum_p \int_0^{V_p} t_p(w)dw + \sum_{rs} \int_0^{\hat{q}_{rs}} \hat{t}_{rs}(v)dv \quad (4)$$

식(1)의 결합모형은 두 수단의 기종점간 통행시간이 완전히 일치하는 사용자 평형해를 도출한다. 그밖에 Sheffi(1985)는 식(1)의 형태에 Logit Model을 추가해 통행자의 개인 수단 선호를 반영하는 모형을 제시하기도 하였다. 그러나 본 연구에서는 승용차 선호 행태를 고려하지 않기 때문에 Sheffi(1985)가 제시한 기타 결합모형들은 제시하지 않았다.

이상의 내용을 기초로 볼 때 기존에 개발된 결합모형들은 지하철과 같은 승용차 이외의 수단들은 단일 링크나 단순 경로만을 가정해 표현하였기 때문에 개략적 수단분담율을 구할 수는 있으나 환승 통행은 고려할 수 없다. 즉, Sheffi(1985)에 의하면 결합모형

의 경우 인 단위 통행(Person Trip)을 배정의 기초 자료로 고려하는데 이러한 모형에서 환승 통행이 고려되지 않는다는 것은 2가지 이상의 수단을 이용한 통행경로들은 고려되지 않는다는 것을 의미하므로 현실과 부합하지 않는다. 이러한 결과는 결합모형의 구조에 따른 것으로, 결합 모형을 이용할 경우 출발지에서 지하철을 이용할 수 없다면 목적지까지 지하철이라는 수단은 이용할 수 없다. 따라서 통합 교통망 분석을 위해서는 이러한 결합 모형의 한계를 극복할 수 있는 방법을 개발하여야 한다.

### III. 평형 통행배정기법을 이용한 통합 모형 개발

승용차와 지하철을 통합한 모형을 개발하기 위하여 본 연구에서는 교통망 내의 링크들이 통행수단의 특성을 나타내는 것으로 가정하고 이러한 경로를 이용하는 것이 수단의 이용과 같다고 가정하므로써 독립적인 수단선택 모형 없이 기종점간 출발 및 도착 수단통행량을 계산한다. 이 방법은 기존의 로짓 기반의 수단선택 모형과는 큰 차이를 갖는 접근법이다. 로짓 모형은 '비관련 대안간의 독립성(Independence of Irrelative Alternative)' 가정에 기초하기 때문에 두 수단간의 특성이 공유되는 환승이 포함된 경로에 대한 정확한 분담비율을 결정하기 어렵기 때문이다.

다음절에서는 본 연구의 통합모형에 사용되는 각 수단별 통행비용함수와 통합교통망의 최단경로 탐색법을 제시하고 변동부등식(Variational Inequality) 형태의 모형을 구축한 후, 계산알고리즘을 제시하였다.

#### 1. 통합모형의 통행비용함수

##### 1) 기호설명

- $V_p$  : 링크 p의 통행량(person/h) (=  $V_{inveh, p}$ )
- $V_{inveh, p}$  : 링크 p의 통행량. 지하철 링크의 교통량관계 표시를 위해  $V_p$  와 구분.  
(=  $V_{start, p} + V_{thr, p} + V_{tran, p}$ )
- $V_{wait, p}$  : 링크 p의 통행량 중 링크p가 경로의 첫 링크이거나 환승을 하기 때문에 링크 p의 기점노드에서 링크 p를 이용하기 위해 대기시간을 지불해야하는 통행량  
(=  $V_{start, p} + V_{tran, p} = V_{inveh, p} \cdot \delta_{wait, p}$ )

- $V_{start, p}$  : 링크 p의 통행량 중 통행경로 상에서 링크 p가 첫 링크인 통행량  
(  $V_{start, p} = V_{inveh, p} \cdot \delta_{start, p}$  )
- $V_{thr, p}$  : 링크 p의 통행량 중 링크p의 기점노드에서 환승비용이나 대기시간을 지불하지 않는 통과통행량  
(  $V_{thr, p} = V_{inveh, p} \cdot \delta_{thr, p}$  )
- $V_{tran, p}$  : 링크 p의 통행량 중 경로상에서 링크 p의 이전 링크에 이용한 수단과 링크 p의 수단이 다른 환승통행량  
(  $V_{tran, p} = V_{inveh, p} \cdot \delta_{tran, p}$  )
- $t_p$  : 링크 p의 통행비용(time unit)
- $t_{p, 0}$  : 도로링크 p를 자유속도(Free Flow Speed)로 주행할 경우의 통행시간
- $t_{inveh, p}$  : 링크 p를 이용하는데 소요되는 통행비용 중 링크 p를 운행하는 통행수단 내에서 소비되는 통행시간
- $t_{wait, p}$  : 링크 p를 이용하기 위해 기다리는데 소비되는 시간. 지하철이나 버스와 같은 대중교통수단을 이용하기 위해 대합실에서 소비되는 시간을 의미한다.
- $t_{tran, p}$  : 링크 p의 기점 노드에 도착할 때 이용했던 통행수단과 링크 p를 출발할 때 이용하는 통행수단이 다를 경우 부과되는 추가적인 통행비용으로 환승비용이라 함. 환승에 필요한 시간비용이나 금전비용을 모두 포함함
- $K_p$  : 링크 p의 용량. 일반적인 경우 (person /h) 단위를 가지지만, 승용차 링크의 경우 링크 통행량이 차량단위로 환산되면 (vehicle/h)단위의 값을 갖는다.
- $f_p$  : 링크p를 운행하는 지하철의 배차간격 (대/sec)
- $h_p$  : 지하철 노선의 평균 배차시간 (sec/대) (=  $1/f_p$ )
- $\phi_p$  : 지하철 링크 p의 혼잡도 계수.
- $\Phi_p$  : 지하철 링크 p의 도착차량 점유계수. 링크 p의 기점에 도착하는 지하철 차량의 공간점유율을 나타내는 계수

위의 기호 중  $\delta_{start, p}$ ,  $\delta_{thr, p}$ ,  $\delta_{wait, p}$ ,  $\delta_{tran, p}$ 는 링크의 전체통행량  $V_p$ 와 출발(  $V_{start, p}$  ), 통과(  $V_{thr, p}$  ), 대기(  $V_{wait, p}$  ), 환승(  $V_{tran, p}$  )통행량간의 관계를 나타내는 것으로 링크를 지나는 전체 통행경로들 중 특정 경로가 출발, 대기, 환승과정을 포함하면 1, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는다.

2) 도로망의 링크 통행비용 함수

거시적 통행배정 모형의 경우 승용차의 통행비용은 개별 차량에 대한 비용을 고려하는 대신 교통망의 개별 링크에 대한 평균 비용을 통해 표현된다. 기존에 도로의 평균 통행비용을 나타내는 식은 여러 가지가 있으나 본 연구에서는 통행배정 모형에서 일반적으로 널리 사용되는 BPR(Bureau of Public Road, 1964)식을 이용하였다. 이때 본 연구의 경우 통행인(person) 단위로 통행을 배정하기 때문에 인 단위의 통행량을 승용차 수로 환산해야 한다. 따라서 승용차의 평균 승차인원(1.4인/대)으로 링크의 총 통행인수를 나누어 링크의 승용차 대수를 계산하였다.

3) 용량제약을 고려한 지하철 통행비용함수

현재까지의 연구를 살펴보면, 지하철 통행비용함수는 링크의 통행비용을 링크 주행시간, 역내의 대기시간, 차량내 혼잡에 따른 비용항의 합으로 구성하고 이 비용을 링크 통행자 전체가 부담한다고 가정하였다. 대중교통 통행비용 함수중 가장 일반적으로 쓰이는 것은 J. De Cea and J.E. Fernandez(1993, 1996)가 제시한 식(5)과 같은 형태이다.

$$t_p = t_{inveh} + \left( \frac{\alpha}{f_p} \right) + \beta * \phi_p \left( \frac{V_{wait, p} + V_{thr, p}}{K_p} \right) \tag{5}$$

식(5)에서 첫 번째 항의  $t_{inveh, p}$ 는 재차 통행시간으로 버스의 경우 간단히 상수로 고려하거나 승용차의 통행시간을 그대로 쓸 수도 있고 복수수단 통행배정 모형을 통해 계산될 수 있다. 지하철의 경우 링크 길이를 속도로 나누어 사용하는 것이 타당하다. 두 번째 항에서 정산해야할 Parameter  $\alpha$  는 지하철이 정해진 차두간격으로 도착할 때, 임의의 승객도착시  $\alpha=0.5$ 의 값을 적용하고, 지하철이 정해진 차두간

격을 지키지 못하고, 특히 exponential 도착분포시,  $\alpha=1.0$  의 값을 갖는다고 가정한다.(Chapleau, 1974; Dial, 1967; Clercq, 1972; Rapp et al., 1976; UMTA/FHWA, 1977; De Cea and J.E. Fernandez, 1993; 이성모 외, 1996; W.H.K. Lam et al., 1999)

J. De Cea and J.E. Fernandez(1993, 1996)가 제시한 비용함수의 세 번째 항 내  $\phi_p(V)$ 는 링크의 혼잡에 따른 비용 상승을 나타낸다.  $\beta$ 는 정산해야 할 Parameter이다. 이 세 번째 항의 경우 혼잡비용의 크기를 어떻게 가정하느냐에 따라 지수적인 단조증가 함수로 나타낼 수도 있으며 그 일반적인 형태는 식(6)과 같이 제시되었다.

$$\phi_p(V) = \left( \frac{V_{wait,p} + V_{thr,p}}{K_p} \right)^n \quad (6)$$

식(6)의 혼잡 비용식을 적용할 경우 대중교통 이용자들은  $n$ 의 값이 클수록 혼잡을 기피하게 되며, 따라서 차내 혼잡을 피할 수 있는 노선을 선택한다.

그러나 실제로는 역내의 대기시간은 해당 링크에서 지하철에 탑승한 이용자들만이 부담하는 비용이다. 따라서 본 연구에서는 링크 이용비용은 고정된 속도로 운행했을 때의 링크 주행시간으로만 정의하고 링크를 출발하기 전, 노드에서의 출발비용(대기시간)을 분리하여 링크 이용자 그룹에 따라 출발 비용항을 추가하였다. 또, 차내 혼잡도의 경우 시간 비용항으로 전환하려면 독립적인 모수(Parameter) 정산작업이 필요하기 때문에 비용함수 구성에서 고려하지 않았다. 따라서 이하 내용에서 언급되는 모든 비용은 통행관련 시간만을 고려하였다.

본 연구에서는 대중교통망인 지하철망 내에 단 1개의 노선만이 존재한다고 가정하였다. 링크  $p$ 의 차내 통행시간과 역내 대기시간은 다음과 같이 계산된다.

$$t_{inveh,p} = \frac{Link\ p\ Length}{Transit\ Ave.\ Speed} \quad (7)$$

$$t_{wait,p} = \left( \frac{h_p}{\alpha} \right) \cdot \left( 1 + \left( \frac{\phi_p}{\gamma} \right) + \beta \cdot \left( \left( \frac{V_{wait,p} + V_{thr,p}}{K_p} \right)^n \right) \right) \quad (8)$$

$\alpha, \beta, \gamma, n$  : 정산해야할 모수

식(7), (8)의 형태는 J. De Cea and J.E. Fernandez(1993, 1996)가 제시한 것과 거의 유사하나 유효 운행횟수( $f_{Eff}$ ) 대신 도착차량 점유계수( $\phi$ )를 사용한 것이 다르다고 할 수 있다. 두 계수는 사용되는 목적은 같으나 유효운행횟수가 통과 통행량을 변수로 갖는 비 선형 단조증가 비용함수를 통해 계산되는 반면, 도착차량 점유계수는 선형 단조증가 함수를 이용한다. 이는 도착하는 차량에 탑승중인 통행자수와 역에서 탑승을 위해 대기중인 보행자의 대기시간 증가크기간의 관계는 선형(Linear)이라 가정할 것이다. Parameter  $\gamma$ 는 2를 사용하였다.

따라서 도착하는 차량이 통과통행인들에 의해 이미 용량에 도달한 경우 역에서 대기중인 승객들은 평균 차두간격과 도착 분포에 따른 최소 대기시간  $h_p/\alpha$ 의 50%에 해당하는 대기시간을 추가로 부담하게 된다.

$$\phi_p = \frac{V_{thr,p}}{K_p} \quad (9)$$

식(8)의 세 번째 항은 역에서 차량이 도착했을 때 차량에 승차하기 위한 비용을 나타낸 것이다. 따라서 이 비용에는 통과 통행량과 승차하려는 통행량을 동시에 고려하였다.

#### 4) 환승비용과 지하철 비용함수

본 연구에서는 수단을 이용할 때 지불하는 비용 외에 통행 중 수단을 변경할 때 지불하는 비용을 고려한다. 이를 환승 비용(Transfer Cost,  $t_{tran}$ )이라 하는데, 연구의 목적에 따라 여러 가지 방법으로 그 크기를 정의할 수 있다. 예를 들어 지하철 역 주변의 환승주차장 요금을 환승비용으로 가정한다거나 환승 수단 지점간의 거리를 반영할 수 있다. 현실적으로 승용차→지하철뿐만 아니라 지하철→승용차로의 환승도 일부 발생할 것으로 판단되나, 대부분 승용차에서 지하철로의 환승이 많을 것으로 예상됨에 따라 본 연구에서는 승용차→지하철로의 환승만을 분석대상으로 한정하였다. 분석의 편의상 환승비용은 환승에 소요되는 시간으로만 한정하고, 승용차에서 지하철로 수단을 변경할 때는 상수의 고정된 비용을 지불한다고 가정하였고 지하철에서 승용차로는 무한대의 환승비용을 지불한다고 가정하여 사실상 환승이 불가능하도록 하였다. 이상의 연구를 통해 구축된 비용함수는

식(10)과 같다.

$$t_p = t_{wait, p} + t_{inveh, p} + t_{tran, p} \quad (10)$$

만약 링크 p의 통행수단이 승용차라면,

$$t_{wait, p} = 0$$

$$t_{inveh, p} = t_{p,0} \cdot \left( 1 + \alpha_{auto} \cdot \left( \frac{V_{inveh, p}}{K_p} \right)^{\beta_{auto}} \right)$$

$t_{tran, p} = 0$ , 링크 p가 기점과 직접 연결된 링크.  
 $\infty$ , 링크 p이전 이용 수단이 지하철.  
 (단, 지하철→승용차로는 환승 불가능)

parameter :  $\alpha_{auto} = 0.15$ ,  $\beta_{auto} = 4$

만약 링크 p의 통행수단이 지하철이라면,

$$t_{wait, p} = \left( \frac{h_p}{\alpha_{transit}} \right) \cdot \left( 1 + \left( \frac{\Phi_p}{\gamma} \right) + \beta_{transit} \cdot \left( \frac{V_{wait, p} + V_{thr, p}}{K_p} \right) \right)$$

$$t_{inveh, p} = \frac{Link\ p\ Length}{Transit\ Ave.\ Speed}$$

$t_{tran, p} = 0$ , 링크 p가 기점과 직접 연결된 링크.  
 $C_a$ , 링크 p이전 이용수단이 승용차  
 $C_t$ , 링크 p이전 이용수단이 지하철

parameter :  $\alpha_{transit} = 2$ ,  $\beta_{transit} = 0.05$ ,  $n = 2$  이 때,  
 $C_a$  나  $C_t$  는 상수값으로 미리 주어진다.

각 그룹별 통행자들이 링크 p를 이용하기 위해 부담해야하는 통행비용들을 <표 1>에 제시하였다.

<표 1> 그룹별 통행량과 통행비용별 관계

	$t_{inveh, p}$	$t_{wait, p}$	$t_{tran, p}$
$V_{tran, p}$	○	○	○
$V_{wait, p}$	○	○	-
$V_{thr, p}$	○	-	-

위 표에서 설명을 생략한  $V_p (= V_{inveh, p})$ 는 링크의 전체 통행비용을 모두 부담하며,  $V_{start, p}$ 는  $V_{wait, p}$ 와 동일한 비용항들을 부담한다.

## 2. 통합교통망 최단경로탐색

통합모형이 적용되는 교통망은 망 내에서 복수의 통행수단이 운영되므로 특정 수단에서 다른 수단으로 환승할 경우 환승비용을 지불해야 하며, 이 경우 최단 경로 탐색시 Bellman의 최적원리(Bellman's principle of optimality)가 만족되지 않는다.

Bellman의 최적원리가 만족되지 않는 대표적인 경우는 회전금지가 존재하는 도로망이나 통합교통망의 경우이다. 통합교통망에서의 최적원리 위배현상은 이미 김현명 & 임용택(1999)의 연구에서 제시된 바 있으며, 이를 탐색영역 문제(Searching Area Problem)라 한다.

탐색영역 문제의 본질은 전통적인 노드 기반(Node-Based)의 경로탐색 알고리즘으로는 통합교통망의 최단경로를 찾을 수 없다는 것이다. 물론 기존의 여러 연구들을 통해 이러한 문제들을 극복할 수 있는 방법들이 개발된 바 있으나 대부분의 연구들이 교통망의 확장작업을 필요로 하거나(J. De Cea and J. E. Fernandez, 1989; Azevedo J. A. and Martins E. Q. V, 1991; Barra T. et al, 1993; Barra T. et al., 1993; Modesti P. and Sciomachen A., 1998) 확률적 방법(Tong C. O. and Richardson, A. J., 1984; Zhou G. and Gen M, 1999)을 이용한다는 점에서 알고리즘이 비효율적이거나 계산 비용이 대단히 컸다.

따라서 본 연구에서는 노드기반의 경로 탐색 알고리즘 대신 링크 기반의 경로 탐색 알고리즘(LSPA, Link-based Shortest Path Algorithm)을 개발하였다. 이 방법은 최초로 Potts & Oliver(1972)가 P-turn을 고려하기 위하여 그 개념을 제시하였으나, 이를 본 연구와 같이 통합교통망으로 발전시키지는 못했다. 본 연구의 링크기반 경로탐색 알고리즘은 각 링크의 종점에 대한 도착비용과 링크의 전 링크를 저장하여 경로를 탐색하기 때문에 교통망의 모든 연속 링크간의 회전비용, 또는 환승비용을 고려할 수 있다. 따라서 하나의 노드에 대해 하나의 전 노드와 최소 도착비용을 저장하는 전통적인 수형망 알고리즘이나 이를 개선한 덩굴망 알고리즘과 달리 하나의 노드에 대해 접근로 수만큼의 이전 링크와 도착비용이 저장되어 연속 회전 별점이나 환승비용 문제를 해결할 수 있다. 또, 그 동안 발표된 변형 알고리즘들에 비해

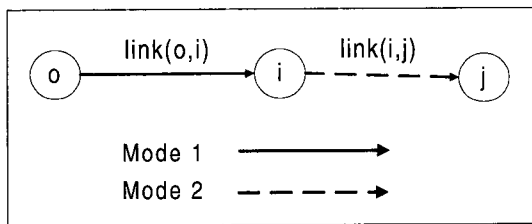
알고리즘의 구성이 단순해 쉽게 적용이 가능하고, 통합 교통망에서의 탐색영역문제도 해결 할 수 있는 장점이 있다. LSPA 알고리즘의 기본 개념은 아래와 같다.

〈그림 1〉과 같이 하나의 교통망이 연속된 세 노드  $o, i, j$ 와 각 노드를 잇는 링크로 구성되어 있으며,  $LC(i, j)$ 를 노드  $i$ 에서 노드  $j$ 까지의 링크통행시간이고,  $link(o, i)$ 를 노드  $o$ 에서 노드  $i$ 사이의 링크를 표현한다고 가정한다. 여기서,  $LEC(o, i)$ 는 기점(origin)에서  $link(o, i)$ 를 지나 노드  $i$ 까지의 최단경로비용으로 가정한다.

LSPA 알고리즘에서 교통망내의 통행수단은 각 링크가 표현하는 여러 링크 속성 중 하나로 기억된다.  $MCC[link(o, i), link(i, j)]$ 는 교통수단간 환승비용으로 하나의 수단(즉,  $link(o, i)$ )가 갖고 있는 교통수단)에서 또다른 수단(즉,  $link(i, j)$ )가 갖고 있는 교통수단)으로 노드  $i$ 에서 갈아타는 데 소요되는 비용이다. 따라서, 만약  $link(o, i)$ 의 교통수단 관련속성이  $link(i, j)$ 의 교통수단속성과 동일하다면,  $MCC[link(o, i), link(i, j)]$ 는 0이 되며, 그렇지 않은 경우, 환승비용을 갖게 된다.

이상에서 정의된 변수들을 가지고 교통수단간 환승을 고려한 최단경로 최적조건을 표현하면 다음과 같게 된다.

$$LEC(o, i) + MCC[link(o, i), link(i, j)] + LC(i, j) \leq LEC(i, j), \quad \forall o, i, j \in Nodeset$$



〈그림 1〉 환승을 고려한 LSPA기본개념

본 연구에서 최적경로 탐색이 링크기반으로 이루어짐에 따라 기존 알고리즘에서 전 노드(Preceding Node)를 기억하는 대신, 본 연구에서는 전 링크(Preceding Link, PL)를 기억하게 된다. 즉, 〈그림 1〉에서  $link(i, j)$ 의 전 링크는 다음과 같이 저장된다.

$$PL(i, j) = link(o, i)$$

본 연구에서 제시한 알고리즘은 기존 TRRL의 알고리즘과 차이가 있는 데, TRRL의 방법과 달리 링크를 노드로, 노드를 링크로 변환시킬 필요가 없다. 또한 교통망을 확장시키지 않고 교통수단간 환승행태를 손쉽게 고려할 수 있다는 장점이 있다.

### 3. 모형의 구축

본 연구에서 다루는 목적함수는 비용함수가 두 변수간에 비대칭(Asymmetric)한 영향을 반영하기 때문에 일반적인 평형모형에서 이용하는 Beckmann식의 형태로는 최적해 도출을 보장할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 식(11)과 같이 변동부등식(Variational Inequality)으로 목적함수를 구성하고 Gap Function을 이용해 최적해를 도출하였다. 이러한 식의 변환 예는 J. De Cea and J. E. Fernandez(1993, 1996)에서 처음 제시되어 사용자 최적 통행패턴의 도출을 확인하였으며, 이성모 외(1996)에서도 사용된 바 있다.

$$G(V) \equiv t(V_p^*)^T \cdot (V_p^* - V_p) \leq 0 \quad (11)$$

이때, 벡터(vector)  $t$ 를 구성하는 원소(Element)는  $\{t_{inveh, p}, t_{wait, p}, t_{tran, p}\}$ 이고, 벡터  $V_p$ 는  $\{V_{start, p}, V_{thr, p}, V_{tran, p}\}$ 로 구성되며  $V_p^*$ 는 평형상태의 링크 통행 벡터  $\{V_{start, p}^*, V_{thr, p}^*, V_{tran, p}^*\}$ 를 나타낸다. 위와 같은 목적함수를 Gap function이라 하며 Hearn(1982)은 Gap함수의 값이 0이 되면, 즉  $G(V) = 0$ , 링크에 배정된 통행량은 Wardrop의 균형해가 됨을 보였다. 따라서 Gap 함수를 이용하면 동일한 링크에서도 통행자의 경로구성에 따라 승차 및 통과통행의 비용이 달라지기 때문에 기중점간의 정확한 평형상태를 얻게 된다.

### 4. 계산 알고리즘

본 연구에서 제시한 목적함수 식(11)을 풀기 위해서 Gap Function을 이용하였다. Gap Function은 변동부등식(Variational Inequality)을 풀기 위해 가장

일반적으로 이용되는 목적함수로 Step 5에 그 형태를 제시하였다. 통합 배정모형을 풀기 위해 설계한 알고리즘은 아래와 같다.

STEP 1. 초기화

- 1) 초기값 설정 :  $V_p^0$   
반복수  $n=1$

STEP 2. 최단 경로를 탐색하고 통행수요 전량배분 (All-or-Nothing Assignment)

- 1) Link-based Shortest Path Algorithm을 이용해 최단경로 탐색
- 2)  $t_p = t_p(V_p^0)$ 에 기초해 All-or-Nothing 통행배정을 실시하여 링크 통행량 벡터  $V_p^n$  계산. 즉, 링크와 교통량간의 Incident Relationship에 의해,  $V_{start, p}^n, V_{thr, p}^n, V_{tran, p}^n$  계산

STEP 3. 통행비용 갱신

- 1)  $t_p^n = t_p(V_p^n)$  계산  
( $t_p^n$ 는  $t_{inveh, p}^n, t_{wait, p}^n, t_{tran, p}^n$ 를 나타냄)

STEP 4. 방향탐색

- 1)  $t_p^n$ 에 기초하여 All-or-Nothing 통행배정을 수행하여 가능 통행량( $y_p^n$ ) 계산
- 2) Incident Relationship에 의해,  $y_{start, p}^n, y_{thr, p}^n, y_{tran, p}^n$  계산

STEP 5. 이동크기 결정

- 1) Gap Function  $\min_{\alpha} G(V_p^n + \alpha_n(y_p^n - V_p^n))$ 를 풀어서 이동크기  $\alpha_n$  결정
- 2) 이때,  $G(V) = \max_p t(V_p^*)^T \cdot (V_p^* - V_p)$   
 $\forall p \in Link Set \ G(V) \approx 0$  일 때까지 계산.

STEP 6 새로운 링크통행량 계산

- 1)  $V_p^{n+1} = V_p^n + \alpha_n(y_p^n - V_p^n)$  계산
- 2) Incident Relationship에 의해,  $V_{start, p}^{n+1}, V_{thr, p}^{n+1}, V_{tran, p}^{n+1}$  계산

STEP 7 수렴성 검토

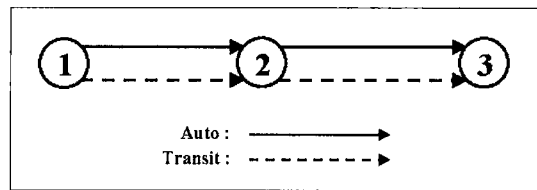
- 1)  $V_p^{n+1} \cong V_p^n$  이면 정지, 아니면  $n = n+1$ 이 되고 STEP2로 이동

IV. 통합모형과 결합모형의 비교

1. 평가가로망

본 연구에서 제시한 통합모형을 기존에 개발된 결합모형과 비교하기 위해 <그림 2>와 같은 교통망에 대해 통행배정을 실시하였다. 결합모형은 Sheffi(1985)가 제시한 목적함수 식에 본 연구에서 제시한 지하철 통행비용 함수식을 적용한 식(4)을 이용하였고, 통합모형의 경우 식(11)에서 제시한 Gap Function 형태의 목적함수를 이용하였다.

통행 분석을 위해 이용한 교통망의 입력자료는 <표 2>과 같다. 결과 분석을 위해 가정한 지하철의 평균 배차시간 h는 180(sec)이며, 지하철의 평균 운행속도는 <표 2>와 같이 34 km/h로 가정하였고, 비용함수의 경우,  $t_{wait, p}$ 내의 모수인  $\alpha_{transit}, \beta_{transit}, n$ 의 값은 각각 2, 0.05, 2로 가정하였다. 또, 승용차 1대 당 평균 재차인원은 1.4 (인/대:per/veh)로, 비용함수내 모수  $\alpha_{auto}, \beta_{auto}$ 의 값은 각각 0.15, 4로 가정하였다.



<그림 2> 예제 통합교통망

<표 2> 예제 통합교통망의 입력자료

링크 번호	기점	종점	링크길이 (km)	설계속도 (km/h)	용량	링크 형태
1	1	2	10	70	2,100 (veh/h)	승용차
2	1	2	10	34	20,000 (per/h)	지하철
3	2	3	10	50	1,000 (veh/h)	승용차
4	2	3	10	34	20,000 (per/h)	지하철



그밖에, 승용차에서 지하철로 환승할때 30(sec)의 환승 비용이 소요되는 것으로 가정하였고, 지하철에서 승용차로의 환승은 불가능하도록 하였다.

## 2. 분석결과

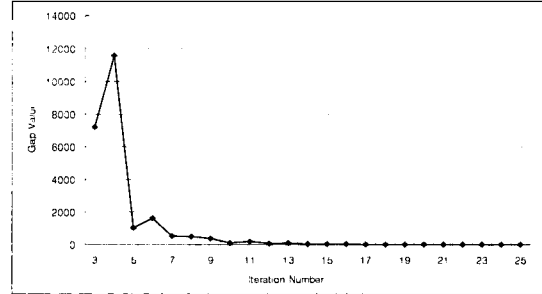
### 1) 모형의 검증

모형의 수렴성을 검증하기 위해 기종점쌍 1→3간의 통행수요를 20,000 person/h로 고정하고 Gap Function의 목적함수값 Gap Value가 0에 수렴하는지를 살펴보았다. <그림 3>에서 보는바와 같이 목적함수값은 빠른 속도로 사전설정 수렴기준치 0.0001에 수렴함을 확인할 수 있다. 즉, Wardrop의 균형해에 도달함을 알 수 있다. 이후 값들과의 차이가 너무 커서 <그림 3>에 표시하지는 않았지만 첫 번째, 두 번째 반복횟수의 목적함수 값은 4707495.7, 4687742.0 이었다.

두 번째로, 각 통행자 그룹의 경로간 평형여부를 확인하기 위해 본 교통망에서 발생 가능한 경로조합 3개의 총 경로비용을 비교하였다. 앞에서 언급한바와 같이 승용차에서 지하철로 환승하기 위해 지불해야할 비용은 30(sec)라고 가정하였다.

<표 3>에서 보는바와 같이 교통망 내 3개 통행 경로들은 정확히 사용자 평형을 이루었음을 알 수 있다.

계산에 고려된 비용에는 수단간 환승비용, 역내 대기시간등이 모두 포함되었기 때문에 본 연구에 개발한 통합모형은 경로간 사용자 평형(UE)을 달성함을 확인할 수 있다.



<그림 3> 목적함수값(Gap Value) 변화

### 2) 모형의 비교

<표 4>에서는 예제교통망에서 기종점쌍 1→3간의 통행수요가 5,000(person/h)에서 30,000(person/h)로 증가할 때 승용차의 기종점간 수단분담율의 변화 추이를 나타낸 것이다. 통합모형의 경우 통행 중 환승이 발생하므로, 기점을 출발할 때의 승용차 선택 통행비율과 종점에 도착할 때의 통행비율을 나누어 정리하였다.

<표 4>의 분석결과를 보면 결합모형에 의한 분석결과가 통합모형의 분석결과에 비해 승용차 통행분담율이 과소 추정되는 경향이 있음을 알 수 있다. 즉, 결합모형에 의해 얻어진 승용차의 통행분담율은 기점 출발시의 승용차 통행 분담율보다는 도착시의 승용차 통행 분담율에 가깝고 기종점간 통행수요가 증가할수록 이러한 경향이 강하게 나타난다는 사실 또한 확인할 수 있다.

<그림 4>를 보면 통합모형의 경우 승용차를 이용한 출발 통행량은 교통망의 혼잡이 증가함에 따라 지

<표 3> 통합교통망내 경로의 평형

이용수단	이용링크	경로 통행비용 구성	총경로비용
승용차	$t_{inveh,1} + t_{inveh,3}$	993.0+1217.0	2210.0(sec)
지하철	$t_{wait,2} + t_{inveh,2} + t_{inveh,4}$	92.7+1059.0+1059.0	2210.7(sec)
승용차 + 지하철(환승)	$t_{inveh,1} + t_{tran,4} + t_{wait,4} + t_{inveh,4}$	993.0+30.0+128.2+1059.0	2210.2(sec)

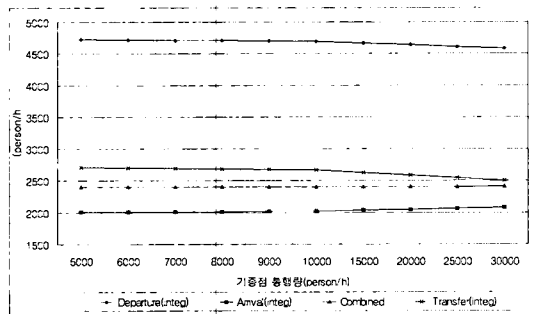
<표 4> Network 1에서의 통합 모형과 결합모형간의 승용차 분담율 변화 추이

			O-D 쌍 1→3의 통행수요 변화 (person/h)					
			5,000	10,000	15,000	20,000	25,000	30,000
승용차 선택 통행 비율(%)	통합모형	출발시	94.46	46.96	31.13	23.20	18.45	15.28
		도착시	40.22	20.24	13.58	10.25	8.26	6.93
	결합모형(Sheffi)	48.08	24.04	16.05	12.03	9.63	8.03	

속적으로 감소하는 반면, 승용차를 이용한 도착 통행량은 조금씩 증가한다. 그러나, 결합모형의 경우 수요의 증가와 관계없이 거의 일정한 승용차 통행량을 갖는데, 이는 통합모형의 경우 환승통행이 존재하기 때문에 기종점간 통행수요의 증가에 따라 역내 대기시간이 증가하여 환승통행량이 감소추세를 나타내는 반면 결합모형의 경우 환승통행을 고려할 수 없기 때문에 승용차 통행량은 일정한 값을 갖고, 그 크기는 통합모형에 의해 계산된 값보다 환승지점 이전에는 과소, 환승지점 이후에는 과다 추정된다. 통합모형의 출발 통행량의 변화 형태가 환승통행량의 변화 형태와 유사하다는 사실 역시 이러한 분석을 뒷받침해주고 있다.

또 다른 비교로서 환승비용과 승용차 출발통행량, 도착통행량, 환승통행량간의 관계를 살펴보기 위해 환승비용에 따른 각 수단의 통행량 변화를 <그림 5>에 나타내었다. 이때 기종점간 통행수요는 5,000(person/h)로 고정시킨 상태에서 환승역인 2번노드의 환승비용을 0(sec)부터 600(sec)까지 증가시켜 이에 따른 각 수단의 통행량 변화를 분석하였다. 이 경우 노드 2에서의 역내 대기시간은 노드 1의 지하철 탑승객 증가에 따라 노드 2에 도착하는 지하철 차량의 공간 점유율이 증가하여 약 91(sec)에서 96(sec)까지 증가하지만, 그 차이가 미미하므로 <그림 5>의 통행량 변화는 환승비용의 증가에 따른 영향만을 반영하고 있다고 볼 수 있다.

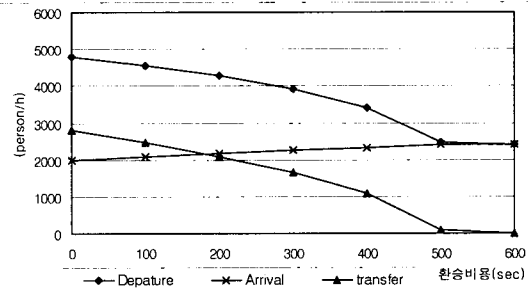
<그림 5>에서 나타난바와 같이 환승노드에서 환승비용이 증가하는 경우 가장 큰 영향을 받는 것은 기점 출발시의 승용차 통행량이다. 특히 기점 출발시의 승용차 통행량은 환승비용 증가에 따라 그 크기가 큰 폭으로 감소하고 있으며 그 형태는 환승통행량의 감소추세와 일치한다.



<그림 4> O-D 변화에 따른 승용차 통행수요 변화

환승통행량은 초기에는 일정한 감소폭을 보이다가 환승비용이 300(sec)을 넘어서면 그 감소추세가 증가하여 500(sec) 이상에서는 거의 0(person/h)을 나타내고 있다. 반면, 종점 도착시 승용차 통행량의 경우 환승비용의 증가에 따라 완만한 증가추세를 나타내고 있는데, 이러한 결과를 통해 환승에 따른 불편도가 높아질 경우 전체 통행수요의 증가 없이도 승용차를 이용해 종점까지 통행하는 통행자가 증가하리라는 사실을 예측할 수 있다. 이 경우 환승통행의 감소에 따라 전체 지하철 이용통행량 역시 감소할 것이다.

참고로 교통망의 총 통행시간을 비교하면 통행수요 5,000(person/h)에서 통합모형의 경우 3,948.5(person·h)였으나 결합모형의 경우 4,292.9(person·h)를 나타내 약 8.7%정도 결합모형이 분석한 값이었다. 이러한 결과는 결합모형의 경우 환승 경로를 고려하지 못함에 따라 교통망의 통행비용을 과다 추정할 수 있음을 보여주는 것이다. 결과적으로 결합모형은 환승경로를 고려하지 못해 교통망에서의 환승위치에 따라 각 수단의 통행량을 과소 또는 과다 추정하게되어 합리적인 수단 분담율 결정에 이용하기 어렵다는 사실을 알 수 있다.



<그림 5> 환승비용 증가에 따른 승용차 통행량 변화

### V. 결론 및 향후연구

현대 도시의 교통망은 다양한 수단의 상호작용을 통해 운영되는데 불구하고 이러한 상호작용 행태를 수학적 모형으로 구현한 연구는 거의 없었다. 본 연구에서는 교통망을 구성하는 다양한 교통수단들이 기점에서 출발한 통행수요를 종점까지 수송하는 과정을 수학적 모형으로 구현하고 그 결과를 분석하였다.

본 연구를 통해 얻은 결과는 다음과 같다.

첫째, 링크 기반의 최단경로 탐색기법을 개발하여 복잡한 통합 교통망에서 원형교통망의 확장 없이 환승비용을 고려해 최단경로를 찾을 수 있는 방법을 제시하였다.

둘째, 대중교통 수단에 있어 각 링크별로 통과통행자와 탑승통행의 비용함수를 구분함으로써 기종점간의 정확한 통행수요 및 통행시간 예측을 가능케 하였다. 또 기존의 연구에서는 불가능했던 기종점 간 출발 및 도착 수단 분담율을 계산할 수 있는 방법을 제시하였다.

셋째, 가로망에서의 환승비용 및 역내 대기시간등을 명확히 구분하여 각 기종점 별 경로의 사용자 평형조건을 제시하고 평형상태를 달성할 수 있는 목적함수를 구성하였으며 변동부등식을 통해 목적함수의 해법을 제시하였다.

그밖에 지하철 차량의 용량과 통과 승객수를 이용해 도착차량 점유계수를 추정함으로써 역에서의 대기 시간에 도착 차량의 점유율이 미치는 영향을 명확히 반영하였다.

본 연구에서 개발된 통합 배정모형은 도로에서의 혼잡세 부과문제나, 지하철 노선 계획, 수요관리전략의 수립, 지하철 환승 주차장 설치지점 선정 등과 같은 다양한 분야에 이용될 수 있을 것으로 판단된다. 또한 본 연구에서 제시한 링크기반 최단경로 탐색기법을 이용하면 동적 최단경로 문제도 보다 정확한 해석방법이 개발될 수 있을 것으로 기대한다.

**참고문헌**

1. 김익기, ATIS를 위한 수정형 덩굴망 최단경로 탐색 알고리즘의 개발, 대한교통학회지, 제16권 제2호, pp.157~167, 1998.
2. 김현명, 임용택, 유전 알고리즘을 이용한 전역탐색 최단경로 알고리즘개발, 대한교통학회지, 제17권 제2호, pp.163~178, 1999.
3. 이성모, 유경상, 전경수, 차량용량을 고려한 대중교통 통행배정모형구축에 관한 연구, 대한교통학회지, 제14권 제3호, pp.27~44, 1996.
4. 이승환, 최기주, 김원길, 도시부 ATIS 효율적 적용을 위한 탐색영역기법 및 양방향 링크탐색 알고리즘의 구현, 대한교통학회지, 제14권 제3호, pp. 45~59, 1996.

5. 임강원, 도시교통계획-이론과 모형, 서울대학교 출판부, 1992, pp.146~151.
6. 임영도, 이상부, 퍼지·신경망·유전진화, 도서출판 영과일, 1998.
7. 최기주, 장원재, 복합 교통망에서의 최적경로산정 모형개발, 대한교통학회지, 제16권 제4호, 1998.
8. Azevedo J. A. and Martins E. Q. V., An Algorithm for the Multiobjective Shortest Path Problem on Acyclic Networks, Investigacao Operacional, Vol. 11, pp.52~69, 1991.
9. Barra T. et al., Multidimensional Path Search and Assignment, 21st PTRC Summer Annual Conference, 1993.
10. Chapleau R., Reseaux de Transport en commun : Structure Informatique et affection. PhD. thesis, Department d'informatique et de Recherche Operationnelle, Universite de Monreal, Quebec, 1974.
11. Climaco J. C. N. and Martins E. Q. V., On the Determination of the Nondominated Path in a Multiobjective Network Problem, V Symposium uber Operation Research, 1980.
12. De Cea, J. and J. E. Fernandez, Transit Assignment to minimal Routes : An Efficient New Algorithm, Traffic Engng. Control, pp.492~494, 1989.
13. De Cea, J. and J. E. Fernandez, Transit Assignment for Congested Public Transport System : An Equilibrium Model, Trans. Sci. Vol. 27. No. 2. pp.133~147, 1993.
14. De Cea, J. and J. E. Fernandez, An Empirical Comparison of Equilibrium and Non-Equilibrium Transit Assignment Models, Traffic Engng. Control, pp.441~445, 1996.
15. Dial R. B., A Probabilistic Multipath Traffic Assignment Model which obviates Path Enumeration, Transpn. Res. 5, pp.83~111, 1967.
16. Ennio Cascetta, Agostino Nuzzolo, Francesco Russo, Antonino Vietta, A Modified Logit

- Route Choice Model Overcoming Path Overlapping Problems. Specification and Some Calibration Result for Interurban Networks, ISTTT, Pergamon, 1996.
17. Gen M. and Cheng R., Genetic Algorithms and Engineering Design, John Wiley & Son INC., 1997.
  18. H. Spiess and M. Florian, Optimal Strategies : A New Assignment Model for Transit Networks, *Transpn. Res. B. Vol. 23B. No. 2*, pp.83~102, 1989.
  19. Hearn, D.W. (1982) The gap function of a convex program, *Operations Researches, Let.1*, pp.67~71.
  20. Le Clercq F., A Public Transport Assignment Method. *Traffic Engng. Control*, pp.91~96, 1972.
  21. Modesti P. and Sciomachen A., A Utility Measure for Finding Multiobjective Shortest Paths in Urban Multimodal Transportation Networks, *European Journal of Operation Research*, 1998.
  22. Mogridge, M. J. H., Modal equilibrium in Congested Urban Networks, Submitted to *Transportation*, 1995.
  23. Ortuzar, D. and L. G. Willumsen, *Modelling Transport*, John Wiley & Sons, 1990.
  24. Potts. R.B., R.M. Oliver, Flows in transportation networks, Academic press, 1972.
  25. Rapp M. H., Mattenberger P., Piguet S. and Robert-Grandpierre A., Interactive Graphic System for Transit Route Optimization. *Transpn. Res. Rec 619*, 1976.
  26. Sheffi. Y., *Urban Transportation Networks*, Prentice-hall, Inc., 1985.
  27. Thomas, R., *Traffic Assignment Techniques*, Avebury Technical, 1991.
  28. Tong, C. O. and Richardson, A. J., A Computer Model for finding the time-dependent minimum path in transit systems with fixed schedules, *Journal of Advanced Transportation 18*, pp.145~161, 1984.
  29. UMTA/FHWA, *UTPS Reference Manual*. U.S. Department of Transportation, 1977.
  30. U.S. Bureau of Public Roads, *Traffic Assignment Manual*. U.S. Department of Commerce, Washington, D.C., 1964.
  31. W. H. K. Lam, Z. Y. Gao, K. S. Chan, H. Yang, A Stochastic User Equilibrium Assignment Model For Congested Transit Networks, *Transpn. Res. B. Vol. 33.*, pp 351~368, 1999.
  32. Zhou G. and Gen M., Genetic Algorithm Approach on Multi-Criteria Minimum Spanning Tree Problem, *European Journal of Operation Research*, 1999.