응용통계연구 제 **12**권 *2*호, *1999*년, *pp. 405–414*

양쪽중단된 지수분포의 모수와 신뢰도에 대한 계층적 베이즈추정

조장식[1] 강상길[2]

요 약

양쪽중단(doubly censored)된 지수분포에서 모수와 신뢰도함수를 계층적 베이지안 (hierarchical Bayesian)방법을 이용하여 추정하였다. 베이즈 계산은 깁스표본기법 (Gibbs sampler)을 이용하고 또한 완전조건부 분포(full conditional distribution)의 정량화 상수를 모르는 경우에는 적합기각방법(adaptive rejection sampling)을 이용하였다. 그리고 실제자료을 이용하여 분석을 하였다.

1. 서론

지수분포(exponential distribution)는 신뢰수명모형에서 중요한 분포중 하나이며, 많은 학자들이 지수분포의 통계적인 추론문제를 다루었다.

지수분포에 대한 베이지안 분석으로서는 Sinha와 Kale(1980), Martz와 Waller(1982)들이 기본적인 내용을 언급하였고, Bhattacharya(1967)는 모수 $1/\lambda$의 사전분포로서 역감마분포 (inverted gamma), 균등분포, 그리고 improper분포를 사용하여 모수와 신뢰도함수에 대한 베이즈 추정량을 구했다. Varde(1969)는 2 모수지수분포(two parameter exponential distribution)에 대하여 모수와 신뢰도함수에 대한 베이즈 추정량을 제안하였고, Sinha와 Guttman(1976)은 모수가 improper 사전분포를 가질 때 지수분포의 신뢰도함수에 대한 베이지안 분석을 하였다. Shalaby(1993)은 양쪽중단된 그리고 양쪽절단된 지수분포에서 모수와 신뢰도함수에 대하여 역감마 사전분포를 이용하여 베이지안 분석에 대한 연구를 하였다.

지수분포에 대한 계층적 베이지안 분석으로서는 Papadopoulos(1989)가 사전분포로서는 감마분포(gamma distribution) 를 사용하였고, 감마사전분포의 형상모수(shape parameter)는 알려져 있고, 척도모수(scale parameter)에 대한 초사전분포(hyperprior)로서 균등분포, 절단된지수분포(truncated exponential), improper 분포를 사용하여 모수와 신뢰도 함수를 추정하였다. 그의 연구에서는 계층적 베이지안 분석이 보편적인 베이즈분석, improper 사전분포를 이용한 베이즈분석에 의한 추정량들, 그리고 최소분산불편(minimum variance unbised) 추정량보다 RMSE(root mean square error)측면에서 좋은 결과를 준다는 것을 밝혔다.

한편, 최근 공학분야에서 영상자료의 처리를 목적으로 Geman과 Geman(1984)은 깁스표본기법을 제안하였다. 깁스표본기법은 반복적인 몬테칼로 (iterative Monte Carlo)기법으

1) (608-736) 부산광역시 남구 대연동 110-1, 경성대학교 통계정보학과, 조교수
2) (702-701) 대구광역시 북구 산격동 1370, 경북대학교 통계학과, 강사

로, Gelfand와 Smith(1990)가 베이지안 통계계산에 깁스표본법이 매우 유용하게 사용됨을 밝혔으며 특히, 다차원 적분에 매우 유용하다. 그러나 깁스표본기법을 적용하기 위해서는 완전 조건부분포가 난수(random number)발생이 가능한 분포여야 하므로 통계적 확률분포 함수가 아닌 경우에는 이용이 어려운 경우가 많다. 그러나 최근에는 이와 같은 문제에서 메트로폴리스 알고리즘(Metropolis algorithm), 적합기각방법 (adaptive rejection method) 등으로 많은 문제를 해결하고 있다.

본 논문에서는 지수분포모형에서 양쪽중단된 표본이 관측되는 경우, 척도모수의 사전분포로 감마분포를 이용하였고, 감마사전분포에 포함된 초모수(hyper parameter)들 에 대한 초사전 분포로서, 척도모수에 대한 사전분포는 감마분포를 사용하고, 대부분의 연구에서 고정시킨 형상모수 (shape parameter)에 대해서는 지수형태의 improper 사전분포를 이용한 계층적 베이즈모형(hierarchical Bayesian model)을 제시하고, 깁스표본기법을 이용하여 모수와 신뢰도함수에 대한 베이즈 추정량을 제안하고, 형상모수의 초사전분포에 대한 민감성을 연구하였다. 2절에서는 계층적베이즈모형과 깁스표본기법을 소개하고, 3절에서는 실제 자료들을 이용하여 모수와 신뢰도, 그리고 사후분포들을 추정하고, 또한 깁스표본기법의 수렴성과 민감성 분석을 하고, 4절에서는 본 논문에 대한 결론을 제시한다.

2. 계층적 베이즈 모형과 깁스표본기법

부품(item)의 수명이 지수모형을 따른다면, 척도모수 θ를 가지는 지수분포의 확률밀도함수는

$$f(x|\theta) = \theta \exp(-\theta x), \theta > 0 \tag{2.1}$$

로 주어진다. 그리고 신뢰도 함수는

$$R(t) = \exp(-\theta t) \tag{2.2}$$

이다. n개 부품의 수명 $X_1, X_2, \cdots, X_n$이 식 (2.1)로 부터 얻어진 확률표본(random sample)이라 하고, $x_{(1)} < x_{(2)} < \cdots < x_{(n)}$ 은 순서화된 관찰값이라 하자. 이 때 n_1개의 부품이 실험 시작직후 고장이 일어났으나 관측되지 못하였고, 마지막 n_2개의 부품이 실험이 종료될 때까지 고장이 없이 작동하여서 $n-n_1-n_2$개 부품의 고장시간이 $x_{(n_1+1)}, \cdots, x_{(n-n_2)}$로 알려진 상황을 생각해보자. 그러면 위의 자료로 부터 우도함수는 식 (2.3)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} f(\underline{x}|\theta) =& \frac{n!}{n_1! n_2!} \theta^{n-n_1-n_2} [1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)})]^{n_1} \\ & \times \exp[-\theta(\sum_{i=n_1+1}^{n-n_2} x_{(i)} + n_2 x_{(n-n_2)})]. \end{aligned} \tag{2.3}$$

여기서 $\underline{x} = (x_{(n_1+1)}, \cdots, x_{(n-n_2)})$ 이다. 위의 상황에서 얻어진 자료를 아래와 같은 일반적인 계층적 베이즈 모형을 사용하여 분석하고자 한다:

1.

$$
\begin{aligned}
f(\underline{x}|\theta) =& \frac{n!}{n_1!n_2!}\theta^{n-n_1-n_2}[1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)})]^{n_1} \\
& \times \exp[-\theta(\sum_{i=n_1+1}^{n-n_2} x_{(i)} + n_2 x_{(n-n_2)})], \theta > 0,
\end{aligned} \tag{2.4}
$$

2.

$$
f(\theta|\alpha_1,\beta_1) = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\theta^{\alpha_1-1}\exp(-\beta_1\theta), \alpha_1 > 0, \beta_1 > 0, \tag{2.5}
$$

3.

$$
f(\alpha_1) \propto \exp(-c\alpha_1), c > 0, \tag{2.6}
$$

$$
f(\beta_1) = \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)}\beta_1^{\alpha_2-1}\exp(-\beta_2\beta_1), \alpha_2 > 0, \beta_2 > 0. \tag{2.7}
$$

위 모형의 3에서 식 (2.6)과 같은 형태의 사전분포는 George, Makov 그리고 Smith(1993)에 의하여 미리 결정된 c의 형태로 연구되었지만 우리는 이를 좀더 일반화시킨 모형으로 확장하였다. 그리고 3 절의 자료분석을 행하는 과정에서 c의 여러가지 값들에 대한 민감성이 조사될 것이다.

깁스표본기법을 이용하기 위해서는 완전조건부분포(full conditional distribution)를 계산하는 것이 필요하다. 제안된 모형으로부터 θ, α_1 그리고 β_1의 결합사후분포(joint posterior distribution)는

$$
\begin{aligned}
f(\theta,\alpha_1,\beta_1|\underline{x}) &\propto f(\underline{x}|\theta)f(\theta|\alpha_1,\beta_1)f(\alpha_1)f(\beta_1) \\
&\propto \frac{\beta_1^{\alpha_1+\alpha_2-1}}{\Gamma(\alpha_1)}\theta^{n-n_1-n_2+\alpha_1-1}\exp(-\theta S-\beta_1\theta-\beta_2\beta_1-c\alpha_1) \\
&\quad \times[1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)})]^{n_1}
\end{aligned} \tag{2.8}
$$

로 주어진다. 여기서 $S = \sum_{i=n_1+1}^{n-n_2} x_{(i)} + n_2 x_{(n-n_2)}$ 이다. 식 (2.8)로 부터 완전조건부분포들은 아래와 같이 주어진다:

$$
f(\theta|\alpha_1,\beta_1,\underline{x}) \propto \theta^{n-n_1-n_2+\alpha_1-1}\exp(-\theta(S+\beta_1))[1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)})]^{n_1}, \tag{2.9}
$$

$$
f(\beta_1|\theta,\alpha_1,\underline{x}) \propto \beta_1^{\alpha_1+\alpha_2-1}\exp(-\beta_1(\theta+\beta_2)), \tag{2.10}
$$

그리고

$$
f(\alpha_1|\theta,\beta_1,\underline{x}) \propto \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\theta^{\alpha_1}\exp(-c\alpha_1). \tag{2.11}
$$

깁스 표본기법을 사용하기 위해서는 조건부분포 (2.9)-(2.11)로 부터 표본을 추출하는것이 가능하여야 한다. 조건부 분포 (2.10)은 감마분포의 형태이므로 일반적인 방법으로 표본추출이 가능하다. 그러나 (2.9)와 (2.11)로 부터 표본추출을 하기 위해서는 다른 방법들이 필요하다. 몇가지 방법들(메트로스폴리스 알고리즘, 적합기각방법, 등)이 있으나, 본 논문에서는 Gilks와 Wild(1992)의 적합기각방법을 사용하기로 한다.

적합기각방법은 기각후 표본분포 $g(x)$를 개선시킴으로서 기각방법(Ripley(1987))에서의 $f(x)$ (완전조건부분포)의 계산양을 줄이게 된다. 이러한 개선은 기각된점으로 부터의 $f(x)$에 관한 정보를 $g(x)$에 포함시킴으로서 이루어 진다. 기각방법의 알고리즘을 간단히 소개하면 아래와 같다.

1. 단계 : n과 S_n값을 준다;
2. 단계 : $g_n(x)$로 부터 표본, X을 추출한다;
3. 단계 : 균등분포로 부터 표본, U을 추출한다;
4. 단계 : $U > f(X)/\exp h_n(X)$ 이면
   (a) {기각 단계 : $S_{n+1} = S_n \bigcup \{X\}$라 두고 크기순으로 다시정리한다; n을 증가시키고 단계 1로 돌아간다; } 아니면
   (b) {채택단계 : $X_A = X$라 둔다 ;}
5. 단계 : X_A를 가지고 돌아간다.

여기서 $S_n = \{x_i : i = 0, \cdots, n+1\}$이고, $g_n(x)$는 표분분포이고, $h_n(x)$는 piecewise 선형함수이다. (집합 S_n, 표본분포 $g_n(x)$와 함수$h_n(x)$에 대한 자세한 내용은 Gilks와 Wild(1992)의 논문을 참조 바람.)

위의 방법을 사용하기 위해서는 $f(x)$의 분포가 log-concave함수이어야 한다. 아래의 lemma들은 (2.9)와 (2.11)의 분포가 log-concave 함수임을 보인 것이다.

LEMMA 2.1 $f(\theta|\alpha_1, \beta_1, \underline{x})$ 는 θ에 대하여 log-concave 함수이다.

증명:

$$f(\theta|\alpha_1, \beta_1, \underline{x}) \propto \theta^{n-n_1-n_2+\alpha_1-1} \times \exp(-\theta(S+\beta_1))(1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)}))^{n_1}$$

이므로

$$\log f(\theta|\alpha_1, \beta_1, \underline{x}) = k + (n-n_1-n_2+\alpha_1-1)\log\theta - \theta(S+\beta_1) + n_1\log(1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)}))$$

이다. 여기서 k는 θ와 관련되지 않은 상수이다. 그러므로

$$\frac{\partial \log f(\theta|\alpha_1, \beta_1, \underline{x})}{\partial\theta} = \frac{(n-n_1-n_2+\alpha_1-1)}{\theta} - (S+\beta_1) + \frac{n_1 x_{(n_1+1)}\exp(-\theta x_{(n_1+1)})}{1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)})}$$

따라서

$$\frac{\partial^2 \log f(\theta|\alpha_1,\beta_1,\underline{x})}{\partial\theta^2} = -\frac{(n-n_1-n_2+\alpha_1-1)}{\theta^2} - \frac{n_1 x^2_{(n_1+1)}\exp(-\theta x_{(n_1+1)})}{(1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)}))^2} < 0$$

□

LEMMA 2.2 $f(\alpha_1|\theta,\beta_1,\underline{x})$ 는 α_1 대하여 log-concave 함수이다.

증명:

$$f(\alpha_1|\theta,\beta_1,\underline{x}) \propto \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\theta^{\alpha_1}\exp(-c\alpha_1)$$

이므로

$$\log f(\alpha_1|\theta,\beta_1,\underline{x}) = k + \alpha_1\log\beta_1 + \alpha_1\log\theta - c\alpha_1 - \log\Gamma(\alpha_1)$$

이다. 여기서 k는 θ와 관련되지 않은 상수이다. 그러므로

$$\begin{aligned}\frac{\partial \log f(\alpha_1|\theta,\beta_1,\underline{x})}{\partial\alpha_1} &= \log\beta_1 + \log\theta - c - \frac{d}{d\alpha_1}\log(\frac{\Gamma(\alpha_1+1)}{\alpha_1}) \\ &= \log\beta_1 - \log\theta - c + \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\int_0^\infty \log z e^{-z} z^{\alpha_1} dz}{\int_0^\infty e^{-z} z^{\alpha_1} dz}.\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \log(\alpha_1|\lambda,\beta,b_1,\underline{x})}{\partial\alpha_1^2} &= -\frac{1}{a_1^2} - \left[\frac{\int_0^\infty(\log z)^2 e^{-z} z^{\alpha_1} dz}{\int_0^\infty e^{-z} z^{\alpha_1} dz} - \left(\frac{\int_0^\infty \log z e^{-z} z^{\alpha_1} dz}{\int_0^\infty e^{-z} z^{\alpha_1} dz}\right)^2\right] \\ &= -\frac{1}{\alpha_1^2} - Var(\log z) < 0.\end{aligned}$$

여기서 z는 Gamma$(1,\alpha_1+1)$을 따르는 확률변수이다. □

이제 모든 완전조건부 분포들로 부터 표본추출들이 가능하게 되었다.

깁스표본기법은 Tanner와 Wong(1987) 그리고 Gelfand와 Smith(1990)의 논문에 자세하게 소개 되어있다. 우리가 사용하고자하는 깁스표본기법은 Gelman과 Rubin(1992)이 제안한 방법으로, $m(>2)$의 병렬체인(parallel chain)을 수행하고, 각 체인의 수행은 과산포분포(overdispersed distribution)로 부터 추출된 초기값을 가지고 $2d$개의 반복을 수행 한다. 그리고 초기분포의 영향을 감소시키기 위하여 각 체인에서 처음 d개의 반복을 버리고, 그이후의 d개의 반복을 이용하여 깁스표본기법의 수렴성과 사후분포, 사후분포의 평균과 분산등 을 구하는데 사용한다. 깁스표본기법의 수렴성은 3장에서 자세하게 다루고자 한다.

θ에 대한 완전조건부분포가 명확한 형태가 아니므로, 깁스표본기법을 이용하여 'Rao - Blackwellized' 추정을 사용할수 없게된다. 그러나 Gelfand와 Smith(1990)는 깁스표본에 근거한 ' Smoothed Kernel Density ' 추정량을 제시하였다. 따라서 그들의 방법을 이용하여 주변사후확률분포를 추정한다. 또한 θ와 $R(t)$의 추정량들은 아래와 같이 각각 주어진다.

$$\hat{\theta} = \frac{1}{md}\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=d+1}^{2d}\theta_{kl}, \tag{2.12}$$

$$\hat{R}(t) = \frac{1}{md}\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=d+1}^{2d}\exp(-\theta_{kl}t), \tag{2.13}$$

여기서 k는 체인, l은 반목을 나타내고 그리고 θ_{kl}은 k번째 체인의 l번째 반복에 의한 깁스 표본이다.

3. 예제

이절에서는 아래에 주어진 자료를 통하여 2절에서 제안된 계층적 베이즈 모형하에서 베이즈 추정량을 구하고자 한다. 이 자료는 Sinha와 Kale(1980)의 30개의 백열전구(light bulb)의 수명자료이다. 작은 순서대로 4개의 자료가 고장이 일어났지만 관측되지 못했고, 큰 순서대로 6개의 자료가 중단되었다. 그리고 20개 자료의 수명(시간)만이 관측되었다. 그 자료들은 다음과 같다:

110, 122, 214, 232, 238, 371, 393, 426, 445, 472, 503, 526, 581, 627, 697, 798, 805, 909, 976, 1001

위의 자료를 이용하여, 계층적 베이지안 분석을 하기 위해서는 아래와 같은 주변사후분포 (marginal posterior distribution)가 필요하다:

$$f(\theta|\alpha_1,\beta_1,\underline{x}) \propto \theta^{n-n_1-n_2+\alpha_1-1}\exp(-\theta(S+\beta_1))[1-\exp(-\theta x_{(n_1+1)})]^{n_1}, \tag{3.1}$$

$$f(\beta_1|\theta,\alpha_1,\underline{x}) \propto \beta_1^{\alpha_1+\alpha_2-1}\exp(-\beta_1(\theta+\beta_2)), \tag{3.2}$$

$$f(\alpha_1|\theta,\beta_1,\underline{x}) \propto \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\theta^{\alpha_1}\exp(-c\alpha_1). \tag{3.3}$$

위의 분석에서 β_1의 사전분포는 확산(diffuse)화 시키기 위해 $\alpha_2 = 0.1 \times 10^{-6}$, $\beta_2 = 0.1 \times 10^{-6}$를 사용하였다.

깁스표본기법의 수행과 수렴성의 조사는 Gelman과 Rubin(1992)의 방법을 이용하였으며, 5개의 병렬체인과, 각 체인에서 2000번의 반복을 통하여 깁스표본을 생성하여 처음 1000개의 표본을 버리고 마지막 1000개의 표본을 사용하여 베이즈 추정량을 계산하였다. 관심있는 모수 θ의 수렴성을 조사하기위하여, 먼저 $B/1000$을 1000개의 표본들에 기초한 5개의 병렬연쇄에서 g번째 연쇄의 평균($\theta_g, g = 1,\cdots,5$)들 간의 분산이라 두자. 즉, $B/1000 = \sum_{g=1}^{5}(\theta_g - \overline{\theta})^2/(5-1)$. 여기서 $\overline{\theta} = \sum_{g=1}^{5}\theta_g/5$는 5개의 평균에 대한 표본평균이

표 3.1: c값에 따른 θ의 추정값과 표준편차 : 백열전구자료

c	0.01	0.1	1.0	10.0	100.0
$\hat{\theta}$	0.001081	0.001084	0.001084	0.001096	0.001096
$\hat{SD}(\theta)$	0.000098	0.000100	0.000097	0.000100	0.000100

다. 그리고 5개의 병렬연쇄내에서의 g번째 연쇄의 표본들에 대한 분산(S_g^2)의 평균을 W라 두자. 즉 $W = \sum_{g=1}^{5} S_g^2/5$. 그러면

$$\hat{V} = \frac{1000-1}{1000}W + \frac{1}{1000}B + \frac{1}{5\times 1000}B$$

이 되고, $\hat{R} = \hat{V}/W$의 값을 계산한다. Gelman과 Rubin(1992)에 의하면 $\sqrt{\hat{R}}$의 값이 1 근처의 값이되면 깁스표본기법이 수렴되었다는것을 나타낸다.

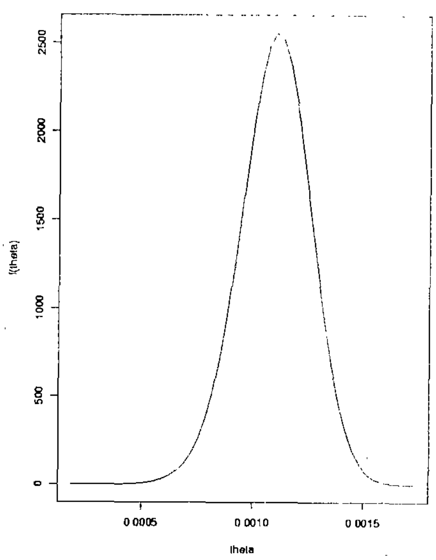

그림 3.1: θ의 추정된 사후분포 : 백열전구자료

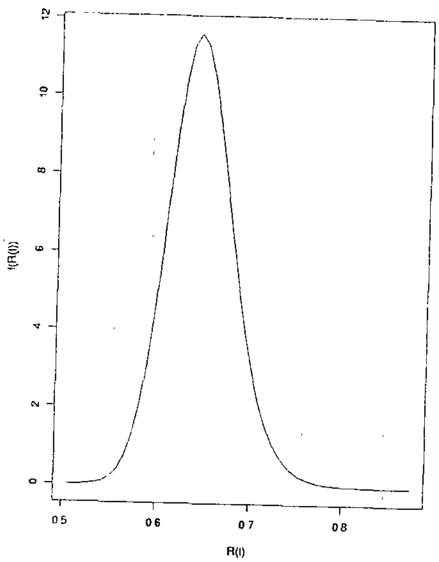

그림 3.2: $R(t)$의 추정된 사후분포 : 백열전구자료

표3.1의 조사로부터 계층적 베이즈절차가 c의 여러가지 값들의 선택에서도 거의 같은 추정치, $\hat{\theta}$를 계산하므로 c의 선택에는 크게 민감하지 않다는것을 알 수 있다. 따라서 $c = 100$의 값을 사용하였을때 θ의 추정치는 0.001096이고, 시간(mission time) $t = 400$에서 $R(t)$의 추정치는 0.6455이고 90% 신뢰구간(credible interval)은 $[0.6095, 0.6929]$이다. 그림 3.1은 θ의

림 3.1은 θ의 추정된 사후분포이고, 그림 3.2는 시간 $t = 400$에서의 $R(t)$의 추정된 사후분포를 나타낸다.

4. 결론

지금까지 지수모형에서 제안된 대부분의 계층적 베이지안 분석에서는 사전분포의 형상모수가 알려졌다는 가정을 사용한 분석이 대부분이었다. 그러나 이 논문에서 제시된 모형은 사전분포의 형상모수에 대한 초사전분포를 고려한 완전한 계층적 모형이다. 특히, 형상모수의 초사전분포를 지수 형태의 improper사전분포로 둔 연구에서 c의 값의 변화에 따라 베이즈 추정량들이 거의 민감하지 않다는 것을 알 수있다. 그러므로 제안된 모형이 지수모형 뿐만 아니라 다른 신뢰수명 모형의 연구에서도 유용하리라고 기대된다.

또한 깁스표본기법이 가지고 있는 장점은 missing 자료와 절단된자료들에서 베이지안 해석이 용이 하다는 것이다. 그러므로 여기서 절단된 자료들을 random variates으로 보고 깁스표본기법 을 이용하고, 제안된 방법의 추정치들을 서로 비교하여 두 방법중 어느 것이 나은지를 보는것 또한 관심의 대상이 될 수 있다. 이때 최근에 모형선택과 가설검정을 위하여 많이 연구되어진 Bayes factor를 사용할 수도 있다.

참고문헌

[1] Bhattacharya, S. K.(1967) Bayesian Approach to Life Testing and Reliability Estimation, Journal of American Statistical Association, 62, 48-62.

[2] Gelfand, A. E. and Smith, A. F. M.(1990) Sampling Based Approaches to Calculating Marginal Densities, Journal of American Statistical Association, 85, 398-409.

[3] Gelman, A. E. and Rubin,D.(1992) Inference from Iterative Simulation(with discussion), Statistical Science, 7, 457-511.

[4] Geman, S. and Geman, D.(1984) Stochastic Relaxation, Gibbs Distribution, and the Bayesian Restoration of Images, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6, 721-741.

[5] George, E. I., Makov, U. E. and Smith, A. F. M.(1993) Conjugate Likelihood Distributions, Scandinavian Journal of Statistics, 20, 147-156.

[6] Gilks, W. R. and Wild, P.(1992) Adaptive Rejection Sampling for Gibbs Sampling, Applied Statistics, 41, 337-348.

[7] Martz, H. F. and Waller, R. A.(1982) Bayesian Reliability Analysis, John Wiley & Sons, Inc.

[8] Papadopoulos, A. S.(1989) A Hierarchical Approach to the Study of the Expopnential Failure Model, Communication in Statistics-Therory and Methods, 4375-4392.

[9] Shalaby, O. A.(1993) Bayesian Inference in Truncated and Censored Expopnential Distribution and Reliability Estimation, Communication in Statistics-Theory and Methods, 57-79.

[10] Sinha, S. K. and Guttman, I.(1976) Bayesian Inferences about the Reliability Function for the Expopnential Distribution, Communication in Statistics-Therory and Methods, 471-479.

[11] Sinha, S. K. and Kale, B. K.(1980) Life Testing and Reliability Estimation , John Wiley & Sons, Inc.

[12] Tanner, M. and Wong, W.(1987) The Calculation of Posterior Distributions by Data Augmentation (with Discussion), Journal of American Statistical Association, 82, 528-550.

[13] Varde, S. D.(1969) Life Testing and Reliability Estimation for the Two Parameter Exponential Distribution, Jorual of American Statistical Association, 64, 621-631.

[1998년 2월 접수, 1999년 4월 최종수정]

Hierarchical Bayes Estimation of Parameter and Reliability Function in Doubly Censored Exponential Distribution

Jang Sik Cho[1)] Sang Gil Kang[2)]

ABSTRACT

In this paper, we consider a hierarchical Bayes estimation of the parameter and the reliability function based on doubly censored samples from exponential failure model. Bayes calculations are implemented by means of the Gibbs sampler and when full conditional distribution does not exist, we used the adaptive rejection sampling. Numerical study using real data is provided.

1) Department of Statistical Information Science, Kyungsung University, Pusan, Korea
2) Department of Statistics, Kyungpook National University, Daegu, Korea