응용통계연구 제 12권 1호, 1999년, pp. 97-107

프로파일 분석에서의 다변량 검정법 비교연구*

박진경[1) 박태성[2)

요 약

프로파일 분석은 반복측정 자료를 분석하는 데 있어서 널리 사용되는 다변량 분석모형이다. 프로파일 분석에서는 처리 그룹간의 비교와 반응 프로파일의 평행성 검정을 위해서 4 가지 검정통계량이 널리 사용되고 있다. 이들 검정통계량은 Wilks의 통계량(Λ), Pillai's Trace 통계량(V), Hotelling-Lawley Trace 통계량 (U), Roy's Maximum Root 통계량 (Θ) 이다. 그 동안 이들 통계량들을 비교하기 위한 여러 연구가 있었지만 주로 일반적인 다변량 분산분석 모형에 근거한 비교였다. 본 논문에서는 자료가 반복측정 자료이고 우리의 관심이 프로파일 분석에 있을 때에 이 4가지 통계량의 비교에 초점을 맞추었다.

1. 서론

반복측정 자료는 한 개체로부터 다른 시점이나 다른 실험조건에서 반복적으로 관측되어 얻어진 자료이다. 같은 개체로부터 얻어진 반복 측정된 자료는 서로 상관되어 있으므로 이러한 상관관계를 고려해주는 다변량 방법이 필요하다.

프로파일(profile) 모형은 반복측정 자료를 분석하는 데 있어서 널리 사용되는 대표적인 다변량 모형이다. 프로파일 모형은 고전적인 다변량 분산분석(MANOVA) 모형의 한 형태이다. MANOVA 모형에서는 처리의 효과를 검정하기 위하여 4가지 검정통계량이 널리 사용되고 있다. 이들 검정통계량은 Wilks의 통계량 (Λ), Pillai's Trace 통계량 (V), Hotelling-Lawley Trace 통계량 (U), Roy's Maximum Root 통계량 (Θ)등이다. 그 동안 이들 4가지 검정통계량을 비교하기 위한 많은 연구결과가 발표가 되었지만 모두 다 일반적인 MANOVA 모형에 대한 것이었다(Mikhail, 1965; Pillai and Jayachandran, 1967; Lee, 1971; Roy, Gnanadesikan, and Srivastava, 1971; Schatzoff, 1966; Olson, 1974).

본 논문에서는 프로파일 모형을 근거로 반복측정 자료의 분석에 알맞은 모형과 가설을 설정하여 이 네 가지 검정통계량을 비교해 보고자 한다. 프로파일 분석에서는 처리 그룹간의 비교이외에도 시점의 효과 및 반응 프로파일의 평행성 검정에 관심이 있다. 먼저 이 네 가지 통계량들의 특징을 알아보고 모의실험을 통해서 검정크기(size)와 검정력을 비교하였다.

2절에서는 반복측정 자료를 설명하는 모형을 정의하고 관심 있는 가설을 소개하였다. 3절에서는 이 모형을 기초로 검정통계량들을 정리해보았다. 4절에서는 실제 신장(腎臟) 이

* 본 연구는 1996년도 한국과학 재단 연구비 지원에 의한 결과임 (과제번호 : 96-0701-01-01-3)
1) (449-791) 경기도 용인시 모현면, 한국외국어대학교 자연과학대학 통계학과, 대학원
2) (449-791) 경기도 용인시 모현면, 한국외국어대학교 자연과학대학 통계학과, 부교수

식 사례 자료의 분석을 통해서 네 가지 검정통계량들의 차이를 지적해 보았고, 5절에서는 소표본 모의실험을 통하여 네 가지 통계량의 검정력을 비교해 보았다. 마지막 절에서는 통계량들을 비교분석한 결과를 정리해 보았다.

2. 모형

시점 t에서의 반복측정 자료가 p개의 그룹에 속한 개체들(subjects)로부터 얻어졌다고 가정하자. n_h는 그룹 h에서의 개체의 수이고 y_{hij}를 그룹h에서 i번째 개체로부터 j번째 얻어진 관측값을 나타낸다고 하자. 이때 $h = 1, \cdots, p$, $i = 1, \cdots, n_h$ 이고 $n = \sum_{h=1}^{p} n_h$이다. i번째 개체의 반응변수 벡터를 $y_{hi} = (y_{hi1}, \cdots, y_{hit})'$라 하면 모형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{hij} = \mu_{hj} + e_{hij} \tag{2.1}$$

여기서 $\mu_h = (\mu_{h1}, \cdots, \mu_{ht})'$는 평균벡터이고 오차항 벡터 $e_{hi} = (e_{hi1}, \cdots, e_{hit})'$는 평균이 $\mathbf{0}$이고 공분산행렬이 Σ인 정규분포를 따른다고 가정하자. 이 모형은 행렬과 벡터를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y = XB + E \tag{2.2}$$

여기서 Y는 y_{hij}로 이루어진 종속변수 행렬이고 X는 0과 1로 구성된 그룹을 나타내는 계획행렬(design matrix)이며 E는 e_{hij}로 이루어진 오차행렬이다.

반복측정 자료를 분석하는 데 있어 자주 사용되는 대표적인 가설은 처리 그룹간의 차이를 비교하는 것과 각 그룹의 프로파일이 평행한지를 알아보는 것이다. 그룹간의 차이를 비교하는 가설은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_{01} : \begin{pmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \vdots \\ \mu_{1t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \vdots \\ \mu_{2t} \end{pmatrix} = \cdots = \begin{pmatrix} \mu_{p1} \\ \mu_{p2} \\ \vdots \\ \mu_{pt} \end{pmatrix}.$$

이 가설을 편의상 '그룹'가설이라고 부르자. p개 그룹의 프로파일이 평행하다는 의미는 시점과 그룹의 교호작용이 없음을 의미하며 가설은 아래와 같다.

$$H_{02} : \begin{pmatrix} \mu_{11} - \mu_{12} \\ \mu_{12} - \mu_{13} \\ \vdots \\ \mu_{1,t-1} - \mu_{1t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{21} - \mu_{22} \\ \mu_{22} - \mu_{23} \\ \vdots \\ \mu_{2,t-1} - \mu_{2t} \end{pmatrix} = \cdots = \begin{pmatrix} \mu_{p1} - \mu_{p2} \\ \mu_{p2} - \mu_{p3} \\ \vdots \\ \mu_{p,t-1} - \mu_{pt} \end{pmatrix}.$$

이 가설을 앞으로 '평행성'가설이라고 부르자. 3절에서는 이 모형을 기초로 위의 두 가설을 검정하기 위한 검정통계량들을 소개하겠다.

그룹가설은 일반적인 MANOVA모형에서도 많이 사용되는 가설이다. 그러나 MANOVA 모형과는 달리 반복측정 자료에서는 시간이 지남에 따라 평균값들이 선형적으로 증가하는 성장곡선(growth curve)의 경우처럼 평균벡터 $\mu_h = (\mu_{h1}, \cdots, \mu_{ht})'$ 가 특별한 형태를 갖는 경우가 많다. 또한 평행성가설은 일반적인 MANOVA 모형에서는 별로 사용되지 않는 형태의 가설이다. 그러나 반복측정 자료에서는 반응 프로파일이 평행한지를 검정하는 것은 중요한 의미를 갖는다.

3. 다변량 검정통계량

반복측정 자료를 분석하기 위해 사용할 수 있는 다변량 검정통계량들은 앞에서 소개한바와 같이 Wilk의 통계량 Λ, Pillai's Trace 통계량 V, Hotelling-Lawley Trace 통계량 U, Roy's Maximum Root 통계량 Θ가 있다.

프로파일 분석을 위한 그룹가설과 평행성가설은 적당한 A와 C에 대하여 $H_0 : ABC = 0$과 같이 나타낼 수 있다. 이 때, A는 "시점내(within times)"를 표시하는$a \times p$ 행렬로 그 계수(rank)는 $a(a \leq p)$이고 C는 "시점간(between times)"을 표시하는 $t \times c$행렬로 계수는 $c(c \leq t \leq (n-p))$이다. 마지막 0은 0으로 이루어진 $a \times c$행렬을 나타낸다.

Q_h를 가설에 대한 제곱합 곱행렬(sum of square product matrix)이고 Q_e를 잔차에 대한 제곱합 곱행렬이라 하면 Q_h와 Q_e는 다음과 같이 정의된다.

$$Q_h = (A\hat{B}C - D)'[A(X'X)^{-1}A']^{-}1(A\hat{B}C - D), \tag{3.1}$$

$$Q_e = C'(Y'Y - \hat{B}'(X'X)\hat{B})C. \tag{3.2}$$

Wilk의 통계량 Λ는 우도비 통계량의 형태로 다음과 같이 정의된다.

$$\Lambda = \frac{|Q_e|}{|Q_h + Q_e|} = \prod_{i=1}^{\min(a,b)} \frac{1}{1+\lambda_i}$$

이 때, λ_i는 특성방정식 $|Q_h - \lambda Q_e| = 0$의 근이다. Pillai's Trace 통계량 V는

$$V = trace[Q_h(Q_h + Q_e)^{-1}] = \sum \theta_i$$

로 정의되며, 이 때 θ_i 는 특성방정식 $|Q_h - \theta(Q_h + Q_e)| = 0$의 근이다. 여기서 θ_i와 λ_i의 관계는 $\theta_i = \lambda_i/(1+\lambda_i)$이다. Hotelling-Lawley Trace 통계량 U는

$$U = trace[Q_h Q_e^{-1}] = \sum \lambda_i$$

과 같이 정의된다. Roy's Maximum Root 통계량 Θ는

$$\Theta = \frac{\lambda_1}{1+\lambda_1}$$

이며, 이 때 λ_1은 특성방정식 $|Q_h - \lambda Q_e| = 0$의 근 중 가장 큰 근을 의미하고, Θ는 특성방정식 $|Q_h - \theta(Q_h + Q_e)| = 0$의 가장 큰 근을 나타낸다.

그 동안 통계량 Λ, V, U의 근사적인 분포를 기초로 하여 이들 통계량에 대한 비교 이론 연구들이 진행되었다(Mikhail, 1965; Pillai and Jayachandran, 1967; Lee, 1971). 모집단에 대해 각 통계량을 구하기 위한 특성방정식의 근(characteristic root)이 비슷한 경우에, 검정력이 큰 것은 $V > \Lambda > U$의 순서로 나타나고, 근이 다른 경우의 검정력 크기 순서는 $U > \Lambda > V$가 된다. 따라서 이론적으로는 Wilk의 통계량 Λ를 사용하는 것이 좋다.

또한 경험적 검정력을 근거로 이들 네 가지 통계량을 비교한 여러 가지의 논문들이 소개된 바 있다. Ito(1962)는 대립가설 하에서 대표본에 의한 통계량 Λ와 U의 검정력은 별 차이가 없음을 보였다. Pillai and Jayachandran(1967)에서는 네 가지의 통계량을 비교하였는데, 모집단에 대한 특성방정식의 근이 아주 다른 경우에는 통계량 U의 검정력이 가장 크고 특성방정식의 근이 같은 경우에는 통계량 V의 검정력이 가장 크게 나타났다. 이 두 가지 경우에서 검정력의 크기가 가장 적은 것은 Θ이다. Roy, Gnanadesikan, and Srivastava(1971)에서 특성방정식의 근이 같은 경우, 검정력 크기의 순서는 V가 가장 크고 Λ, U순으로 나타났다. 마지막으로 Schatzoff(1966), Olson(1974))의 모의실험 연구에서는 대립가설이 일차원인 경우에는 Θ의 검정력이 가장 크게 나타났고, 0이 아닌 특성방정식의 근이 여러 개 있는 경우에는 Θ의 검정력이 열등하게 나타났다.

이 네 개의 통계량들은 정규성 가정에 대해 로버스트한 성질이 있다. 즉, 자료가 정규분포를 따르지 않더라도 이들의 극한분포(limit distribution)는 정규분포를 따르게 된다. 좀 더 구체적으로 Olson(1974)은 Λ, U, V는 정규성 가정에 대하여 아주 로버스트하지만 Θ는 로버스트한 성질이 아주 약하게 나타나는 것을 보였다.

이들 비교 연구 논문들은 일반적인 다변량 분산분석 모형의 틀에서 실시한 비교 연구이었다. 5절에서는 특별히 반복측정 자료분석에 널리 사용되는 프로파일 모형을 근거로 그룹가설과 평행성가설에 초점을 맞추어 이들 통계량들의 검정력을 비교해보았다. 다음 절에 있는 실제 사례는 이들 통계량들의 검정결과가 서로 차이가 있음을 보여 준다.

4. 예제

1988년 이후 신장 이식 수술을 받은 환자 중 최소 18개월 이상 이식신(利殖腎) 기능이 유지된 여성 환자들의 자료를 분석하였다 (Sung, 1996). 일반적으로 신장이식 수술후의 신기능은 혈청 크레아티닌의 변화를 통해서 측정할 수 있다. 신장이식 후의 이식신의 평균 수명은 7년 정도로 알려져 있다. 일반적으로 신(腎) 기능의 감소와 혈청 크레아티닌의 역수값간에 선형관계가 있기 때문에 크레아티닌 측정값을 근거로 신 기능 감소 정도를 예측할 수 있다. 매 환자들마다 반복 측정된 구간이 틀리므로 6개월 단위로 구분하여 크레아티닌 측정값의 평균값을 계산하여 앞에서 소개한 프로파일 분석을 실시하였다. 편의상 여기서는 6개월, 12개월, 18개월, 24개월에 걸쳐 모든 관측값을 갖고 있는 21명의 환자들만을 대상으로 분석하였다. 신 기능은 신장 이식을 받은 환자의 나이에 따라 크게 영향을 받을 것으로 기대되므로 환자의 나이를 30대 이하, 30대, 40대 이상으로 구분한 후에 분석을 하도록 하자. 따라서 이 자료는 3개의 그룹에서 4번 반복 측정되어 얻어진 자료라고 할 수 있다.

y_{hij}를 그룹 h(1=30대 이하, 2=30대, 3=40대 이상)의 i번째 개체로부터 시점 $j(j =$

$1, \cdots, 4)$에서 관찰된 자료라 하자. $\mu_1 = (\mu_{11}, \mu_{12}, \mu_{13}, \mu_{14})'$, $\mu_2 = (\mu_{21}, \mu_{22}, \mu_{23}, \mu_{24})'$,$\mu_3 = (\mu_{31}, \mu_{32}, \mu_{33}, \mu_{34})'$ 라 하면 관심 있는 두 가지 가설은 다음과 같다.

$$H_{01}: \begin{pmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \mu_{13} \\ \mu_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \mu_{23} \\ \mu_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{31} \\ \mu_{32} \\ \mu_{33} \\ \mu_{34} \end{pmatrix},$$

$$H_{02}: \begin{pmatrix} \mu_{11} - \mu_{12} \\ \mu_{12} - \mu_{13} \\ \mu_{13} - \mu_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{21} - \mu_{22} \\ \mu_{22} - \mu_{23} \\ \mu_{23} - \mu_{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{31} - \mu_{32} \\ \mu_{32} - \mu_{33} \\ \mu_{33} - \mu_{34} \end{pmatrix}.$$

H_{01}은 환자의 나이에 상관없이 크레아티닌의 평균값이 각 시점에서 같다는 그룹효과를 의미하고, H_{02}는 시간이 흐름에 따른 크레아티닌의 역수값의 증가속도가 같다는 의미로 그룹과 시점간의 교호작용이 없음을 의미한다. 즉 평행성가설이 된다. 아래의 표는 위의 자료에 대한 네 가지 통계량들의 결과를 보여주고 있다.

표 4.1: 다변량 검정결과

그룹효과				평행성			
Wilks' Λ	Pillai's Trace	Hotelling-Lawley Trace	Roy's Maximum Root	Wilks' Λ	Pillai's Trace	Hotelling-Lawley Trace	Roy's Maximum Root
0.1319	0.1736	0.1053	0.0194	0.0829	0.1020	0.0706	0.0154

표 4.1에서 나타나듯이 네 가지 다변량 검정통계량 중에서 Wilks의 통계량 Λ, Pillai's Trace 통계량 V, Hotelling-Lawley Trace 통계량 U 등 3개는 유의수준 0.05와 0.1에서 유의한 그룹효과를 보여주지 않는 반면에 Roy's Maximum Root 통계량 Θ의 검정통계량은 유의한 결과를 보여준다. 또한 평행성 가설에 대해서도 3개의 통계량, Λ, V, U는 유의수준 0.05에서 평행성이 성립한다는 것을 보여주지만 통계량 Θ는 평행성이 성립하지 않는다는 것을 보여준다. 프로파일 분석에 대해 Λ, V, U 통계량들은 Θ통계량과 상반된 결과를 나타내는데, 이는 5절 모의실험 결과에서도 나타나듯이, Θ통계량은 다른 통계량에 비해 검정크기가 보존이 안되고 다른 통계량에 비해 기각되는 경향이 많기 때문인 것으로 생각된다. 여기서 유의수준을 0.1로 잡으면 Pillai's Trace 통계량만이 유의하지 않은 결과를 보여 준다. 따라서 프로파일 분석에서도 어떤 검정통계량을 사용하는지에 따라 검정결과가 상당히 다르게 나타나는 것을 알 수 있다. 5절에서는 보다 체계적인 비교연구를 위하여 세 개의 그룹에 대하여 네 개의 시점을 갖는 모의자료를 생성하여 모의실험을 통해 그룹효과와 평행효과에 대한 검정결과를 비교해보았다. 이를 위해 귀무가설 하에서는 크기(size)를 계산해보고 대립가설 하에서의 검정력(power)을 비교해 보았다.

5. 모의실험

이 절에서는 모의자료를 생성하여 검정통계량들의 검정력을 경험적으로 계산하고자 한다. 자료를 생성하기 위한 모형을 아래와 같이 설정해보자.

$$\mu_{hj} = \beta_0 + \beta_{h1} \times t_j (h = 1, 2, 3,\ j = 1, 2, 3, 4).$$

이 모형은 반응값이 시간이 증가함에 따라 선형적으로 증가하고 있음을 가정하고 있다. 여기서 β들간에는 다음의 관계가 있다.

$$\beta_{11} = \beta_1 + \delta, \tag{5.1}$$
$$\beta_{21} = \beta_1 + 2\delta, \tag{5.2}$$
$$\beta_{31} = \beta_1 + 3\delta. \tag{5.3}$$

여기서 $\beta_0 = 1.0$이고 $\beta_1 = 0.5$로 설정하였다. δ의 값은 $\delta = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3$으로 설정하였다. $\delta = 0$인 경우는 세 그룹간에 차이가 없고 평행효과(교호효과)도 없음을 의미하는 귀무가설이 된다. δ의 값이 양수인 경우는 대립가설에 해당된다. δ의 값을 변화시켜가면서 귀무가설에 대한 검정크기와 대립가설에 대한 검정력을 계산하였다. 생성된 자료의 수는 각 그룹의 수가 각각 15인 경우와 25인 경우로 구분하였다. 따라서 총 자료의 수는 각각 45개인 경우와 75개인 경우가 있다. 이러한 방법으로 자료를 1,000번 생성시켜 검정력을 비교하여 보았다. 모의 실험의 결과는 표 5.1에서부터 표 5.4까지 정리되어 있다.

표 5.1과 표 5.2는 반복측정 자료를 생성할 때에 상관행렬이 AR(1)인 경우로 상관계수를 나타내는 모수 ρ가 0.3일 때와 0.7일 때에 대한 결과를 나타내고 있다. Wilks의 Λ, Pillai's Trace V, Hotelling-Lawley Trace U의 검정크기는 자료의 수에 따라 큰 차이를 보이지 않고, 그룹효과와 평행성 가설에 대하여 대체적으로 보존이 되는 것을 살펴볼 수 있다. 하지만 Roy's Maximum Root 통계량 Θ는 어느 경우에도 검정크기가 보존되지 않는다.

자료의 수가 증가할수록 각 통계량에 대한 검정력이 좋아진다. 검정크기가 보존이 되는 세 가지 통계량에 대하여, 검정력은 Hotelling-Lawley Trace U, Wilk의 Λ, Pillai's Trace V의 순서대로 좋게 나왔다. 즉, $U > \Lambda > V$의 순서가 된다.

표 5.3과 표 5.4는 반복측정 자료를 생성할 때에 상관행렬이 CS인 경우로 상관계수를 나타내는 모수 ρ가 0.3일 때와 0.7일 때에 대한 결과를 나타내고 있다. 이 때에도 역시 Roy's Maximum Root 통계량 Θ는 모든 경우에 대해 검정크기가 보존되지 않았다. 세가지 통계량 Wilk의 Λ, Pillai's Trace V, Hotelling-Lawley Trace U의 검정크기는 자료의 수가 작은 경우에는 ρ에 따라 차이를 보이고 있으나, 자료의 수가 큰 경우에는 대체적으로 보존되는 것을 살펴볼 수 있다.

자료의 수가 클수록 각 통계량에 대한 검정력이 좋아지는 것을 확인할 수 있다. 검정크기가 보존이 되는 세 가지 통계량에 대하여, 검정력은 Hotelling-Lawley Trace U, Wilks의 Λ, Pillai's Trace V의 순서대로 좋게 나왔다. 이 결과는 AR(1)의 경우와 동일한 결과이다.

표 5.1: 모의실험결과
공분산 행렬이 AR(1)이고 $\rho = 0.3$일 때

		그룹효과(df=12)				평행효과(df=9)			
		Wilks' Λ	Pillai's Trace	Hotelling-Lawley Trace	Roy's Maximum Root	Wilks' Λ	Pillai's Trace	Hotelling-Lawley Trace	Roy's Maximum Root
n	δ								
45	0	0.050	0.044	0.053	0.165	0.039	0.037	0.039	0.152
	0.05	0.058	0.052	0.060	0.193	0.042	0.040	0.044	0.183
	0.10	0.088	0.087	0.092	0.256	0.063	0.061	0.065	0.165
	0.15	0.154	0.140	0.167	0.367	0.062	0.060	0.072	0.195
	0.20	0.283	0.270	0.287	0.523	0.106	0.100	0.109	0.261
	0.25	0.431	0.411	0.444	0.681	0.132	0.118	0.136	0.302
	0.30	0.585	0.576	0.605	0.814	0.150	0.141	0.158	0.335
75	0	0.071	0.069	0.072	0.161	0.055	0.052	0.056	0.140
	0.05	0.076	0.074	0.078	0.215	0.066	0.064	0.062	0.182
	0.10	0.128	0.122	0.134	0.312	0.058	0.057	0.060	0.211
	0.15	0.268	0.264	0.274	0.509	0.087	0.082	0.089	0.245
	0.20	0.504	0.490	0.523	0.739	0.137	0.129	0.143	0.305
	0.25	0.712	0.704	0.719	0.873	0.202	0.202	0.206	0.425
	0.30	0.900	0.894	0.902	0.979	0.244	0.242	0.259	0.492

표 5.2: 모의실험결과
공분산 행렬이 AR(1)이고 $\rho = 0.7$일 때

		그룹효과(df=12)				평행효과(df=9)			
		Wilks' Λ	Pillai's Trace	Hotelling-Lawley Trace	Roy's Maximum Root	Wilks' Λ	Pillai's Trace	Hotelling-Lawley Trace	Roy's Maximum Root
n	δ								
45	0	0.046	0.044	0.050	0.140	0.048	0.049	0.050	0.149
	0.05	0.077	0.069	0.075	0.222	0.057	0.051	0.061	0.164
	0.10	0.128	0.124	0.136	0.297	0.053	0.049	0.065	0.185
	0.15	0.242	0.222	0.251	0.479	0.079	0.077	0.085	0.230
	0.20	0.403	0.382	0.431	0.658	0.114	0.106	0.123	0.260
	0.25	0.600	0.571	0.622	0.805	0.144	0.140	0.160	0.316
	0.30	0.824	0.800	0.840	0.940	0.195	0.179	0.202	0.412
75	0	0.073	0.065	0.071	0.177	0.051	0.049	0.056	0.179
	0.05	0.080	0.076	0.081	0.219	0.057	0.057	0.059	0.177
	0.10	0.160	0.154	0.166	0.391	0.067	0.067	0.069	0.189
	0.15	0.391	0.375	0.401	0.633	0.079	0.079	0.083	0.255
	0.20	0.680	0.663	0.686	0.882	0.149	0.147	0.148	0.313
	0.25	0.887	0.875	0.892	0.976	0.210	0.203	0.218	0.429
	0.30	0.968	0.967	0.974	0.994	0.299	0.302	0.306	0.550

표 5.3: 모의실험결과
공분산 행렬이 CS이고 $\rho = 0.3$일 때

		그룹효과(df=12)				평행효과(df=9)			
		Wilks'	Pillai's	Hotelling-	Roy's	Wilks'	Pillai's	Hotelling-	Roy's
		Λ	Trace	Lawley	Maximum	Λ	Trace	Lawley	Maximum
n	δ			Trace	Root			Trace	Root
45	0	0.050	0.049	0.044	0.174	0.054	0.049	0.057	0.135
	0.05	0.056	0.054	0.068	0.196	0.055	0.053	0.057	0.175
	0.10	0.089	0.082	0.100	0.285	0.043	0.040	0.050	0.174
	0.15	0.177	0.162	0.184	0.430	0.076	0.070	0.078	0.216
	0.20	0.312	0.294	0.322	0.598	0.099	0.094	0.101	0.271
	0.25	0.520	0.498	0.529	0.741	0.150	0.147	0.156	0.355
	0.30	0.689	0.660	0.703	0.885	0.185	0.176	0.201	0.428
75	0	0.042	0.040	0.038	0.161	0.042	0.038	0.042	0.139
	0.05	0.067	0.067	0.067	0.204	0.050	0.048	0.050	0.186
	0.10	0.141	0.134	0.146	0.342	0.076	0.077	0.082	0.198
	0.15	0.335	0.325	0.344	0.588	0.118	0.112	0.122	0.271
	0.20	0.591	0.583	0.601	0.798	0.151	0.149	0.162	0.360
	0.25	0.805	0.792	0.817	0.938	0.229	0.221	0.239	0.474
	0.30	0.963	0.959	0.964	0.992	0.378	0.367	0.390	0.618

표 5.4: 모의실험결과
공분산 행렬이 CS이고 $\rho = 0.7$일 때

		그룹효과(df=12)				평행효과(df=9)			
		Wilks'	Pillai's	Hotelling-	Roy's	Wilks'	Pillai's	Hotelling-	Roy's
		Λ	Trace	Lawley	Maximum	Λ	Trace	Lawley	Maximum
n	δ			Trace	Root			Trace	Root
45	0	0.077	0.077	0.077	0.200	0.069	0.069	0.069	0.199
	0.05	0.087	0.082	0.093	0.238	0.067	0.066	0.071	0.156
	0.10	0.229	0.217	0.234	0.435	0.060	0.056	0.063	0.164
	0.15	0.473	0.445	0.497	0.729	0.072	0.068	0.076	0.207
	0.20	0.785	0.739	0.800	0.935	0.114	0.108	0.122	0.282
	0.25	0.946	0.935	0.954	0.988	0.140	0.128	0.142	0.321
	0.30	0.993	0.987	0.993	0.998	0.226	0.213	0.237	0.441
75	0	0.055	0.055	0.055	0.157	0.056	0.054	0.054	0.139
	0.05	0.136	0.127	0.143	0.278	0.060	0.062	0.061	0.182
	0.10	0.378	0.363	0.390	0.627	0.071	0.067	0.071	0.205
	0.15	0.779	0.760	0.785	0.918	0.122	0.120	0.128	0.285
	0.20	0.974	0.974	0.978	0.996	0.176	0.170	0.184	0.363
	0.25	0.998	0.998	0.998	0.998	0.266	0.253	0.273	0.499
	0.30	1.000	1.000	1.000	1.000	0.417	0.406	0.425	0.632

6. 결론

지금까지 반복측정 자료의 분석을 위한 프로파일 분석에서 널리 사용되는 Wilks의 통계량 Λ, Pillai's Trace 통계량 V, Hotelling-Lawley Trace 통계량 U, Roy's Maximum Root 통계량들을 비교해 보았다. 모의실험 결과 Roy's Maximum Root 통계량 Θ에 대해서는 검정크기가 보존되지 않았고 다른 세 가지 통계량에 대해서는 검정크기가 보존되었다. 일반적으로 자료의 수가 커질수록 검정력이 증가하였다. 검정크기를 보존하는 세 가지 통계량 중에서는 Hotelling-Lawley Trace 통계량 U가 가장 높은 검정력을 갖는 것으로 나타났다. 그러나 이 결과는 본 연구에서 설정한 모의실험 조건에서만 성립되는 결과이므로 모든 경우에 대해 동일하게 성립하지는 않을 것으로 생각된다. 이미 여러 연구를 통해서 일반적인 MANOVA 모형에 대한 분석에서는 Wilks의 통계량 Λ나 Hotelling-Lawley Trace 통계량 U가 추천되었다. 따라서, 본 연구결과로부터 반복측정된 자료를 분석할 때에는 이 두 통계량 중에서 Hotelling-Lawley Trace 통계량을 이용하는 것이 바람직하다고 생각된다.

참고문헌

[1] Ito, K. (1962). A comparison of the powers of two multivariate analysis of variance tests. *Biometrika* 49, 455-462.

[2] Lee, Y. S. (1971). Asymptotic formulae for the distribution of a multivariate test statistic: power comparisons of certain multivariate tests. *Biometrika* 58, 647-651.

[3] Mikhail, N. N. (1965). A comparison of tests of the Wilks-Lawley hypothesis in multivariate analysis. *Biometrika* 52, 149-156.

[4] Olson, C. L. (1974). Comparative robustness of six tests in multivariate analysis of variance. *Journal of the American Statistical Association* 69, 894-908.

[5] Pillai, K. C. S. and Jayachandran, K. (1967). Power comparisons of tests of two multivariate hypotheses based on four criteria. *Biometrika* 54, 195-210.

[6] Roy, S. N., Gnanadesikan, R., and Srivastava, J. N. (1971). *Analysis and Design of Certain Quantitative Multiresponse Experiments.* Oxford: Pergamon Press.

[7] Schatzoff, M. (1966). Exact distributions of Wilks's likelihood-ratio criterion. *Biometrika* 53, 347-358.

[8] Sung, K. H. (1996). *Study on the Factors Affecting the Chronic Renal Allograft Dysfunction.* Unpublished Ph. D. Thesis. Post-graduate School of Medicine, Hanyang University, Korea.

[1998년 4월 접수, 1998년 8월 최종수정]

A Study on Multivariate Tests in the Profile Analysis

Park, J.-K.[1] Park, T.[2]

Abstract

Profile Models are widely used to analyze repeated measures data. In profile analyses, four statistics are commonly used to test group differences and parallelism of response profiles. They are Wilk's Λ, Pillai's Trace V, Hotelling-Lawley Trace U, and Roy's Maximum Root Θ. Though there have several comparative studies for these tests, they have focused mainly on general multivariate analysis of variance models. In this paper, we focus on comparing these four statistics based on the profile models where the main interest lies in the analysis of repeated measures data.

1) Graduate, Department of Statistics, Hankuk University of Foreign Studies
2) Associate Professor, Department of Statistics, Hankuk University of Foreign Studies