

전이함수잡음모형에 의한 공주지점의 용존산소 예측

류 병 로 · 조 정 석 · 한 양 수
대전산업대학교 환경공학과 · 대구대학교 토목공학과
(1998년 11월 10일 접수)

Forecasting of Dissolved Oxygen at Kongju Station using a Transfer Function Noise Model

Byong-Ro Ryu, Chung-Seok Cho, and Yang-Su Han

Dept. of Environmental Engineering, Taejon National University of Technology, Taejon 305-320, Korea

Dept. of Civil Engineering, Taegu University, Taegu 705-714, Korea

(Manuscript received 10 November, 1998)

The transfer function was introduced to establish the prediction method for the DO concentration at the intaking point of Kongju Water Works System. In the most cases we analyze a single time series without explicitly using information contained in the related time series. In many forecasting situations, other events will systematically influence the series to be forecasted(the dependent variables), and therefore, there is need to go beyond a univariate forecasting model. Thus, we must build a forecasting model that incorporates more than one time series and introduces explicitly the dynamic characteristics of the system. Such a model is called a multiple time series model or transfer function model.

The purpose of this study is to develop the stochastic stream water quality model for the intaking station of Kongju city waterworks in Keum river system.

The performance of the multiplicative ARIMA model and the transfer function noise model were examined through comparisons between the historical and generated monthly dissolved oxygen series. The result reveal that the transfer function noise model lead to the improved accuracy.

Key words : transfer function, water quality model, forecasting, multiplicative ARIMA

1. 서 론

환경기초시설의 꾸준한 건설과 환경보전에 대한 인식의 확산으로 4대강 분류하천의 수질은 악화되고는 있으나 그 변동폭이 크지 않다. 수질 및 수자원의 효율적 운영이나 계획, 설계 등을 위해서는 장기간의 월수질 및 수문자료에 대한 정확한 분석이 필요하다. 그러나 한정된 기간의 짧은 수질기록을 갖는 유역에서는 시스템의 거동예측이나 시스템 조작기준의 설정 등을 정확하게 할 수 없으므로 가용한 짧은 수질기록의 통계학적 특성을 유지시켜 장기간의 수질자료를 얻을 수 있는 추계학적 모의발생방법이 요구된다.¹⁾

확정론적 모형이 복잡한 수질변수간의 관계를 해석하여 여러수질 변수를 동시에 해석할 수 있으며 어떠한 사업에 의한 영향 해석에 유용한 반면, 시계열 모형은 자연현상에 의존하는 변동특성을 주로 해석하는데 유용하다. 대하천 및 호수와 같이 비교적 일시적 영향이 적고 장기적 변동추이를 갖는 변수, 용존산소 또는 수온과 같이 자연적인 특성에 의존성이 강한 요소들을 해석하기

에 적합하며, 상수 취수지점과 같이 장기간의 연속 수질 측정자료를 갖는 지점에서 상류의 오염원이나 지천의 다양한 수질변수 등 많은 자료를 사용하지 않고 수질변수만을 사용하여 미래 변동특성을 파악할 수 있다는 장점이 있다.

하천수질의 모의발생방법에는 일반적으로 수질자료계열이 지속성을 갖는지의 여부에 따라 각기 다른 방법이 이용되는데, 수질자료계열이 지속성을 갖지 않는 경우에 주로 이용되는 방법에는 수질자료계열의 적정 확률분포를 산정하고 난수의 발생에 의해 유량자료를 모의발생시키는 Monte Carlo방법²⁾ 등이 있으며, 자료계열이 지속성을 가질 경우에는 수질변량의 모의발생을 위해 ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) 모형³⁾이나 FGN(Fractional Gaussian Noise)모형 등이 이용되며, 월수질과 같이 다계절성을 갖는 시계열의 모의를 위해서는 Thomas-Fiering모형이나 seasonal ARIMA모형⁴⁾이 이용되는데, 이러한 모형들은 단변량(univariate) 모형에 속한다고 하겠다.⁵⁾

대부분 시계열모형은 단일변수에 대한 그 자신의 관측값으로 이루어진 시계열을 모형화하여 분석하였다. 그러나, 본 논문에서는 한 변수가 그 자신의 관측값 뿐만 아니라, 이 변수에 영향을 미치는 관측값 즉 두 개의 변수에 의하여 이루어진 두 개의 시계열을 결합한 전이함수모형^{6,7)}에 대하여 고찰하고자 한다.

동일한 시간 간격에서 얻은 입력변수(input variable : X_t)와 출력변수(output variable : Y_t)의 관측값의 쌍(X_t, Y_t)으로부터 Y_t 를 예측하면 한 변수 Y_t 만 가지고, 분석할 때 보다 표준오차(standard error)를 줄일 수 있을 것으로 기대되므로 (X_t, Y_t)에 의하여 더 합리적인 예측을 하고자 하는데 본 연구의 목적이 있다.

2. 분석자료 및 연구방향

하천 상류에서는 거의 포화에 가까운 용존산소가 함유되고 있으나 하수나 공장 폐수등의 오염, 유기 부패성 물질 및 기타 환원물질에 의해 소비된다. 따라서 용존산소는 유기물질의 오염정도를 지시한다고 할 수 있다. 또 어패류나 하천의 자정작용에 관계하는 호기성 미생물들은 물속에 녹아 있는 산소로 호흡하고 있으므로 용존산소가 소비된다. 심하게 오염된 물은 산소의 소비가 심하며 용존산소가 감소되어 어패류는 사멸하게 된다. 용존산소가 부족하면 혐기성 분해가 일어나 부패하게 된다. 물속의 산소용해도는 온도에 의한 영향은 Clausius-Clapeyron식에 의해 나타낼 수 있으며 산소 용해도는 수온이 상승함에 따라 줄어든다. 따라서 본 연구에서는 공주시의 취수지점인 유역을 하나의 폐쇄된 시스템으로 보고 월 용존산소를 시스템의 출력치, 그리고 월수온을 입력치로 간주하였으며, 본 연구에서 월 용존산소의 예측을 위해 선택된 수질자료는 금강 수계상 공주시점의 월 용존산소(DO)와 수온자료이다.

일반적으로 월 용존산소자료의 취득은 일평균 용존산소자료를 월별로 집계하여 얻는 것이 원칙이나 본 연구에서는 금강수계의 공주시점에서 14년간 관측된 Fig. 1의 월평균 용존산소 자료를 “한국환경연감 1985~1988”으로부터 환경부에서 발행한 것을 취득하여 사용하였다. 이와 같이 선택된 월 용존산소자료는 1985년 부터 1996년 까지 12년간은 모형의 모수를 산정하는데 사용하였고 1997년 1월부터 1998년 5월 까지는 모형의 예측치와 비교하였다.

공주시점의 수온과 용존산소의 상관계수 R은 -0.7로 나타났으며 각 자료계열은 비교적 비정상분산과 강한 계절성을 보이고 있다. 따라서 본 연구의 방향은 월 용존산소와 월 수온계열에 대한 경향적, 주기적 특성을 파악하고, 이에 적합한 단변량 시계열모형을 유도하였다. 또한 월 수온 자료에 대해서도 동일한 방법의 모형을 분석하고 이들 모형과 함께 교차 상관 분석방법을 이용하여 월 수온을 독립변수, 월 용존산소량을 종속변수로 하는 전이함수 잡음모형을 유도하였다.

그리고 이와 같이 분석된 모형에 대하여 관측된 수온과 용존산소 자료를 근거한 예측방법을 연구하고, 그 결과치를 단변량 시계열 모형의 결과치와 비교 검토하였다.

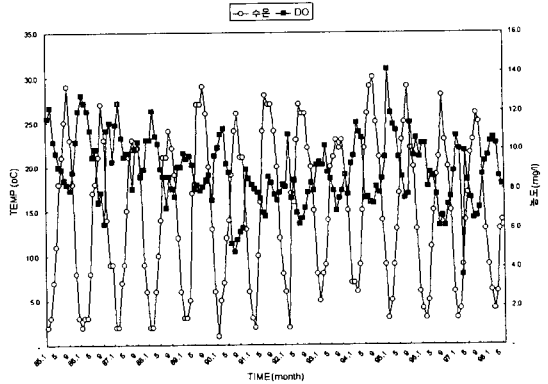


Fig. 1. Time series data of monthly DO and water temperature.

3. 분석이론

3.1. 단변량 시계열 모형

대부분 시계열 모형의 분석은 Box-Jenkins방법으로 분석하며, 전이함수 모형도 Box-Jenkins방법에 기초를 두고 있다. 이 방법은 첫째 단계에서 잠정적으로 식별된 모형을 사용해서 둘째 단계에서 모수를 추정한다. 이렇게 식별, 추정된 결과가 셋째 단계에서 부적합하다고 판단되면 다시 첫째 단계로 되돌아가서 모형을 수정한 후 다시 추정과 검정을 거쳐 부적합성이 발견되지 않을 때까지 반복하는 것이다.⁸⁾ 시계열모형의 형태가 이론적으로나 경험적으로 파악되지 않았을 경우에는 일반적으로 자료의 통계치를 추론하여 이들로부터 모형의 판별 및 매개변수의 추정절차를 거치게 되는데, 이러한 절차는 우선 시계열의 정상화가 이루어져야 가능하다. 일반적으로 어떤 시계열 (Y_t)는 다음과 같이 3개 변동성분의 합으로 나타낼 수 있다.

$$Y_t = T_t + S_t + Z_t \tag{1}$$

여기서 T_t 와 S_t 는 각각 경향성분과 계절성분을 나타내며, Z_t 는 불규칙적인 변동성분으로서 기대값 $E[Z_t] = 0$ 인 정상시계열을 의미한다.

식(1)의 시계열 (Y_t)는 경향성분 및 계절성분이 차분연산자(difference operator : $\nabla=1-B$)에 의하여 다음과 같은 성질을 가질 때 이들 성분을 제거할 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla^d T_t &= (1-B)^d T_t = 0 \\ \nabla^D S_t &= (1-B^w)^D S_t = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 d와 D는 각각 경향성분 및 계절성분의 차분차수이고, w는 계절주기, B는 후향연산자(backward-shift operator : $BnY_t = Y_{t-n}$)를 나타낸다. 따라서 식(2)의 성질을 갖는 시계열 (Y_t)는 다음과 같이 정상시계열 (Z_t)로 쉽게 바꿀 수 있다.

$$\nabla^d \nabla^D Y_t = Z_t \tag{3}$$

식(3)의 정상시계열 (Z_t)는 일반적으로 AR(AutoRegressive) 모형, MA(Moving Average)모형 또는 이들의 합성모형으로서 식(4)와 같이 쓸 수 있는 ARMA모형으로 표현

가능하다.

$$\phi(B)Z_t = \theta(B)a_t \quad (4)$$

여기서,
$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B^1 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B^1 - \dots - \theta_q B^q$$

식(4)에서 $\{a_t\}$ 계열은 평균 $E[a_t]=0$, 분산 $V(a_t)=\sigma_a^2$, 공분산 $Cov(a_t, a_{t-k})=0$ 인 확률분포로부터 발생하는 무상관 확률변수인 백색잡음이며, p와 q는 각각 $\phi(B)$ 및 $\theta(B)$ 의 차수이다. Box와 Jenkins³⁾는 이러한 모형들이 계열상관분석에 의해서 판별되어지고 추정되어 질 수 있음을 보였다. 즉, $\{Z_t\}$ 의 확률과정은 임의의 시차 k에 의해서만 좌우되는 자기공분산 γ_k 또는 이의 무차원량인 자기상관함수(autocorrelation function : ACF) ρ_k 및 편자기상관함수(partial autocorrelation function : PACF) ϕ_{kk} 에 의해서 특성화되어지고, 매개변수의 추정은 비선형 최소자승법을 이용한다.

$$\gamma_{kk} = E[Z_t \cdot Z_{t-k}], k=0, +1, +2, \dots \quad (5)$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (6)$$

한편, 식(1)의 원시계열 $\{Y_t\}$ 가 계절성분을 갖지 않고 경향성분만 갖는 경우에는 식(7)과 같이 ARIMA(p,d,q) 모형으로, 그리고 경향성분과 계절성분을 모두 갖는 경우에는 식(8)과 같이 승법 ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)w 모형으로 일반화 할 수 있다.

$$\phi(B)\nabla^d Y_t = \theta(B)a_t \quad (7)$$

$$\phi(B)\Theta(B^w)\nabla^d \nabla_w^D Y_t = \theta(B)\Theta(B^w)a_t \quad (8)$$

여기서

$$\Phi(B^w) = 1 - \phi_1 B^w - \dots - \phi_p B^{pw}$$

$$\Theta(B^w) = 1 - \theta_1 B^w - \dots - \theta_q B^{qw}$$

3.2. 전이함수 잡음모형

어떤 동적 시스템에 입력치 계열 $\{X_t\}$ 가 가해졌을 경우, 시스템의 반응으로써 t시점의 출력치 $\{Y_t\}$ 는 이산시간에 대하여 입력치 계열의 많은 과거 값들과 다음과 같은 선형관계로 나타낼 수 있다.

$$Y_t = v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots$$

$$= (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots) X_t \quad (9)$$

$$= v(B) X_t$$

여기서 $v_0, v_1, v_2 \dots$ 를 충격반응함수, $v(B)$ 를 전이함수라고 한다 식(9)의 특성은 무수히 많은 충격반응함수 $v_0, v_1, v_2 \dots$ 로 이루어진 전이함수에 의해서 결정되나, 동적 선형시스템에서 입력치계열 $\{X_t\}$ 의 지체된 영향이 충격반응함수에 중첩되어 출력치계열 $\{Y_t\}$ 에 작용한다는 점을 고려하면 식(9)는 다음과 같이 동등한 관계식으로 표현될 수 있다.

$$\delta(B) Y_t = \omega(B) X_t + \epsilon_t \quad (10)$$

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B^1 - \dots - \delta_r B^r$$

$$\omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B^1 - \dots - \omega_s B^s$$

여기서 b = 주어진 충격에 대한 시스템의 지체시간 ϵ_t = 여러 가지 원인에 의한 추계학적 잡음

또한, 이 시스템에 서로 독립적인 n개의 입력치 계열 $\{X_{i,t}; i=1,2,\dots,n\}$ 이 동시에 작용하여 출력치 계열 $\{Y_t\}$ 를 만드는 경우에는 식(10)을 다음과 같이 확장하여 쓸 수 있다.

$$Y_t = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} X_{i,t} + \epsilon_t \quad (11)$$

전이함수 모형인 식(11)에 대한 $\delta_i(B)$ 및 $\omega_i(B)$ 의 차수와, 지체시간 b_i , 매개변수 등의 결정은 각각의 입력치계열과 출력치계열에 대한 식(9)와 (10)사이의 $v_i(B) = \delta_i^{-1}(B) \cdot \omega_i(B) B^{b_i}$ 의 관계로부터 구할 수 있으며, $v_{i,0}, v_{i,1}, v_{i,2}, \dots$ 는 식(12)와 같이 각 입력치계열 $\{X_{i,t}\}$ 로부터 발생될 수 있는 사전백색화된 계열 $\{a_{i,t}\}$ 와 이에 대응되는 계열 $\{\beta_{i,t}\}$ 사이의 교차상관함수(crosscorrelation function; CCF)로부터 식(14)와 같이 구해진다.

$$a_{i,t} = \phi_i^{-1} \phi_i^{-1} \theta_i(B) \theta_i(B^w) X_{i,t} \quad (12)$$

$$\beta_{i,t} = \phi_i^{-1} \phi_i^{-1} \theta_i(B) \theta_i(B^w) Y_t \quad (13)$$

$$v_{i,k} = \frac{\sigma_{\beta_i}}{\sigma_{a_i}} \rho_{a_i \beta_i}(k), k=0, +1, +2, \dots \quad (14)$$

여기서 $\{a_{i,t}\}$ 는 독립적으로 동일하게 분포된 백색잡음계열이며, σ_{a_i} 와 σ_{β_i} , 및 $\rho_{a_i \beta_i}(k)$ 는 각각 $\{a_{i,t}\}$ 와 $\{\beta_{i,t}\}$ 의 표준편차 및 교차상관함수이다.

한편, 식(11)의 잡음계열 $\{\epsilon_t\}$ 에 대한 모형은 식(4)와 같이 ARMA(p,q) 모형으로 모형화 할 수 있으며, 이를 식(11)에 결합시켜 나타낸 전이함수 잡음모형은 다음과 같이 된다.^{8,9)}

$$Y_t = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} X_{i,t} + \frac{\theta(B)\Theta(B)}{\phi(B)\Phi(B^w)} a_t \quad (15)$$

3.3. 예측이론

단변량 시계열모형 또는 다중 입출력모형을 이용하여 관측이전의 값을 추정하는 계열자료의 확장방법에는 후향추정을 들 수 있다. 즉, 식(4)의 ARMA(1,1)모형에 대한 후향모형은 시계열모형에 포함된 매개변수들의 추정오차가 시계열 추정에 크게 영향을 미치지 않는다는 조건하에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$e_t = \theta_1 e_{t-1} + Z_t - \phi_1 Z_{t-1} \quad (16)$$

여기서 추정 확률오차 e_t 는 분산 $V(e_t) = \sigma^2$ 인 백색잡음으로서 t+1시점의 확률오차인 e_{t+1} 과 시계열 관측값 Z_t 및 Z_{t-1} 의 영향을 받는다는 의미를 가지고 있어 다음과 같이 식(17)이 성립한다고 할 수 있다.

$$E[e_t | Z] = 0, t < 0 \quad (17)$$

단, $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_m)$

따라서 계열자료의 확장을 위한 후향모형의 이용절차는 먼저 m 개의 시계열 관측값으로부터 확률오차의 기대값인 $E[e_m | Z]$ 을 0으로 가정하여 역으로 $e_{m-1}, e_{m-2}, \dots, e_1$ 의 조건부 기대값을 다음과 같이 계산 후,

$$\begin{aligned} E[e_{m-1} | Z] &= \theta_1 E[e_m | Z] + Z_{m-1} - \phi_1 Z_m \\ E[e_{m-2} | Z] &= \theta_1 E[e_{m-1} | Z] + Z_{m-2} - \phi_1 Z_{m-1} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (18)$$

$$E[e_1 | Z] = \theta_1 E[e_2 | Z] + Z_1 - \phi_1 Z_2$$

이 결과와 식(16)을 이용하여 $Z_t (t \leq 0)$ 의 조건부 기대값 $E[Z_t | Z]$ 를 식(19)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[Z_0 | Z] &= -\theta_1 E[e_1 | Z] + \phi_1 Z_1 \\ (\because E[e_0 | Z] &= 0) \end{aligned} \quad (19)$$

또한, 관측된 시계열값으로부터 미래 l 시점의 값을 예측하기 위한 방법은 l 시점의 시계열값 Z_{t+l} 과 이의 예측치 $\hat{Z}(l)$ 사이에 평균제곱오차 ($E[Z_{t+l} - \hat{Z}(l)]^2$)를 최소로 하는 최소평균제곱오차법이 이용된다. 이는 미래 계열 Z_{t+l} 의 조건부 기대값이 예측치 $\hat{Z}(l)$ 과 같아짐을 의미하며, 식(4)와 같은 ARMA(p,q)모형의 경우 다음과

같이 계산된다.

$$\begin{aligned} E[Z_{t+l}] &= \hat{Z}(l) = \phi_1 E[Z_{t+l-1}] + \phi_2 E[Z_{t+l-2}] + \dots + \\ &\phi_p E[Z_{t+l-p}] + E[a_{t+l}] - \theta_1 E[a_{t+l-1}] \\ &\dots - \theta_q E[a_{t+l-q}] \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 시계열 및 확률오차의 조건부 기대값은 각각 다음과 같이 된다.

$$E[Z_{t+j}] = \begin{cases} Z_{t+j}, & j < 0 \\ \hat{Z}(j), & j > 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$E[a_{t+j}] = \begin{cases} Z_{t+j} - \hat{Z}_{t+j-1}(l), & j < 0 \\ 0, & j > 0 \end{cases}$$

한편, 식(15)와 같은 전이함수 잡음모형모형을 이용하여 미래의 시계열을 예측하는 경우에는 식(15)를 식(20)과 같이 전개시키면 다음식과 같이 된다.⁸⁾

$$\begin{aligned} \delta^*(B)Y_t &= \omega_1^*(B)X_{1,t-b_1} + \dots + \\ &\omega_n^*(B)X_{n,t-b_n} + \theta^*(B)\theta^*(B^w)a_t \end{aligned} \quad (22)$$

4. 모형의 분석 및 적용

4.1. 모형의 분석

Fig. 1에서와 같이 비정상분포를 갖는 시계열의 해석을 위해서는 먼저 정상화가 필요하며, 이를 위한 방법으

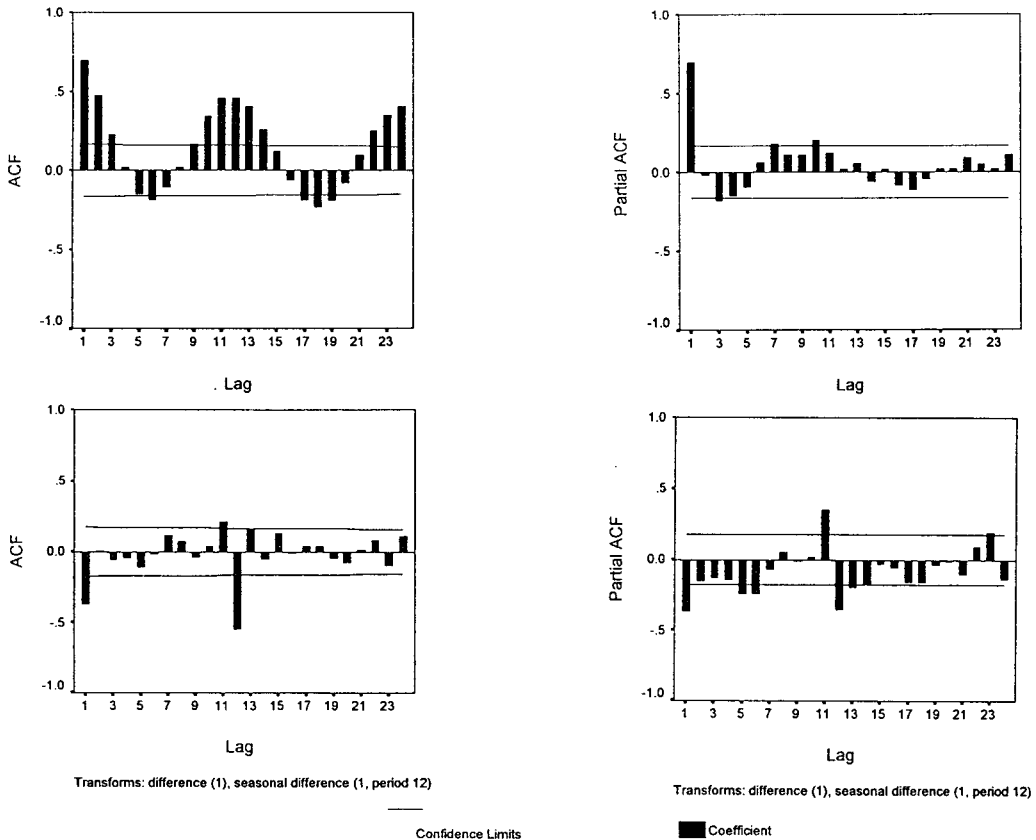


Fig. 2. Estimated ACF and PACF by seasonal and nonseasonal differences in Kongju station.

로는 일반적으로 대수변환법이나 계차변환을 이용하고 있다. 따라서 본 연구에서도 월 수질계열 $\{Y_t\}$ 의 정상화를 위하여 계차변환을 실시하였다.

승법 ARIMA모형과 전이함수 잡음모형 구축에 가장 일반적으로 사용되는 방법은 Box와 Jenkins에 의해 제안된 모형구축절차는 다음과 같다.

1단계는 표본에 의한 모형식별통계량 자기상관도(ACF), 편자기상관도(PACF)를 이용하여 잠정적인 모형을 선택한다. 2단계는 선택된 모형의 모수를 추정한다. 3단계는 모형선택의 적합성을 진단하여 부적합한 경우에는, 1단계로 돌아가서 모형을 수정하여 모수추정과 모형진단 과정을 만족하는 모형이 선택될 때까지 반복한다.¹⁰⁾

수질계열에 대하여 적절한 시계열모형을 분석하기 위해서 자기상관도(ACF) 및 편자기상관도(PACF) 구한 결과, 이 계열은 지속성이 강하고 주기 $w=12$ 의 뚜렷한 계절성을 갖는 비정상계열임을 알 수 있었다. 따라서 이 계열의 경향성분과 계절성분을 제거하여 식(3)과 같은 정상시계열로 바꾸고자 경향성분 및 계절성분에 대한 차분을 차례로 실시하여 Fig. 2와 같은 ACF 및 PACF를 구하였다. 이로부터 월 수질계열은 경향성분 및 계절성분의 차분차수를 각각 $d=1$ 및 $D=1$ 로 할 때 정상시계열로 바꿀 수 있음을 알 수 있다. 또한 이러한 계열을 모의하기 위한 시계열모형은 ACF 및 PACF를 이용하는 Box와 Jenkins의 모형판별방법으로부터 승법ARIMA(2,1,1)(1,1,1)12모형으로 판별되었고, 이 모형의 추정은 최우도법으로부터 식(23)과 같이 구하였다.

$$(1 - 0.2678B - 0.0484B^2)(1 + 0.1263B^{12})(1 - B)(1 - B^{12})Y_t = (1 - 0.8395B)(1 - 0.9789B^{12})a_t \quad (23)$$

전이함수모형의 입력치가 되는 월 수온계열 $\{X_t\}$ 대하여 월 용존산소 시계열모형의 분석방법과 동일한 방법으로 분석한 결과 승법 ARIMA(0,1,2)(2,1,1)12 모형이 유도되었다.

$$(1 + 0.4272B^{12} - 0.5728B^{24})(1 - B)(1 - B^{12})X_t = (1 - 0.2202B - 0.1238B^2)(1 + 0.2195B^{12} - 0.7754B^{24})\alpha_{xt} \quad (24)$$

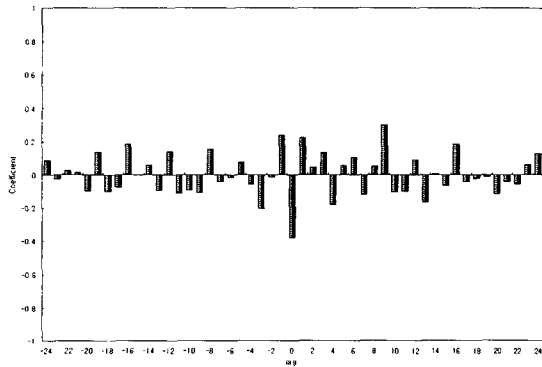


Fig. 3. Cross correlation coefficient between $\{X_t\}$ and $\{Y_t\}$.

본 연구에서는 전이함수 잡음모형을 유도하기 위하여 먼저 식(24)에 월용존산소자료를 적용하여 백색잡음계열 $\{\alpha_{xt}\}$ 를 구하고, 이에 대응하는 계열 $\{\beta_{xt, yt}\}$ 를 월용존산소 자료로부터 구하였다. 이로부터 $\{\alpha_{xt}\}$ 및 $\{\beta_{xt, yt}\}$ 의 CCF를 구한 결과는 Fig. 3과 같다.

그리고 전이함수의 지체 b 는 0로 선정하였다. 식(14) 및 잡음계열 $\{\epsilon_t\}$ 의 시계열분석으로부터 구한 전이함수 잡음모형은 다음과 같이 유도되었다.

$$Y_t = -0.0051921 + \frac{(-0.1602 + 0.00022014B^1 + 0.14769B^2 + 0.045888B^3)}{(1 + 0.074334B^1 - 0.68632B^2)} X_{t-0} + \frac{(1 - 0.82772B^{12})}{(1 + 0.40793B^1 + 0.2165B^2)(1 + 0.12397B^{12} - 0.25684B^{24})} a_t \quad (25)$$

4.2. 수질예측

앞에서 분석된 식(23)의 단변량 시계열 모형과 식(25)의 전이함수 잡음모형으로부터 월용존산소계열을 예측하기 위한 방법은 다음과 같다.

먼저, 월 용존산소계열의 단변량 시계열 모형을 이용하여 관측이전의 계열값을 추정하는 경우에는 식(23)을 전개하여 예측한다.

미래값을 예측하기 위해서는 식(23)에 식(20)과 같은

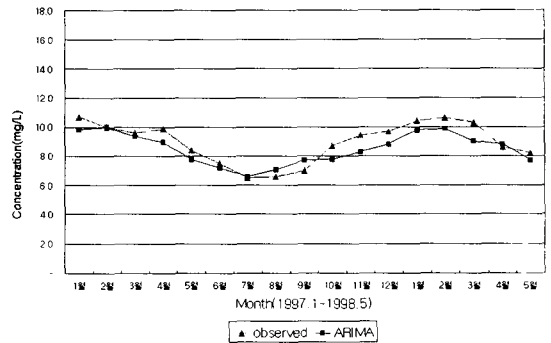


Fig. 4. Comparison between observed and estimated by multiplicative ARIMA(2,1,1)(1,1,1)12 model.

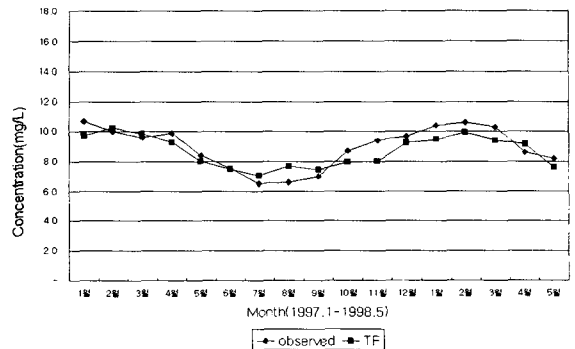


Fig. 5. Comparison between observed and estimated by transfer function noise model.

방법을 적용하고 예측기간 $l=1$ 에 대하여 1997년 1월부터 1998년 5월까지의 예측 결과를 Fig. 4에 나타내었다.

다음으로 전이함수 잡음모형의 경우에는 식(25)를 사용하여 예측하여 Fig. 5에 나타내었다.

Fig. 4와 Fig. 5에 나타낸 장래 예측치는 관측값에 비교적 잘 일치하며 용존산소 DO를 예측하고 경향을 파악하는 데는 매우 좋은 모델로 사료된다. 그리고 관측치, 단변량 시계열 모형, 다변량 시계열 모형에 의한 예측치의 평균은 각각 8.9, 8.7, 8.5를 보여주고, 실측값과 단변량 시계열 모형과 실측값과 다변량 시계열 모형에 대한 각각에 대한 표준편차는 1.255, 1.232로 나타나므로 두 모델은 예측의 신빙성이 인정되며 단변량 시계열 모형보다 다변량 시계열 모형의 평균값이 더 근사하고 표준편차가 더 작은 것으로 나타났다.

5. 결 론

본 연구에서는 공주지점의 월 용존산소와 월 수온자료를 사용하여 승법 ARIMA모형과 전이함수 잡음모형을 적용하여 월 용존산소의 장기수질예측 모형을 구성하였으며 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- 1) 월 용존산소계열은 이월효과가 강한 지속성과 12개월의 주기성을 갖고 있음을 확인하였다.
- 2) 월 수온계열은 승법 ARIMA (0,1,2)(2,1,2)12 형태의 모형을 유도하였다.
- 3) 유역시스템에서 월 용존산소와 월 수온을 입력치로 하고 월 용존산소를 출력치로 하여 분석한 전이함수 잡음 모형을 설정하였다.
- 4) 단변량 시계열 모형인 승법 ARIMA(2,1,1)(1,1,1)12 형태의 모형과 전이함수 잡음모형을 공주지점의 월수질 용존산소의 모의 예측에 적합한지 판단하기 위하여 실측치와 예측치를 비교해 본 결과 높은 일치도를 보였으며 전이함수 잡음모형이 단변량 시계열 모형보다 관측치의 평균과 더 근사하고 실측값에 대한 표준편차가 더 작은 것으로 나타났으며 본 모형은 공주지점의 장기 용존산소 예측에 유용할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- 1) 윤용남, 서병하, 1979, Bivariate Analysis에 의한 월유량의 모의발생에 관한 연구, 한국수문학회지, 12권 2호, 63-69.
- 2) 윤용남, 이안태, 1985, 하천유량의 모의발생을 위한 Monte Carlo방법과 Autoregressive방법의 비교, 한국수문학회지, 18권 4호, 335-345.
- 3) Box, G. E. P. and G. M. Jenkins, 1976, Time series analysis-forecasting and control, revised edtion, Holden Day.
- 4) 윤용남, 전시영, 1985, ARMA(1, 1) 다계절모형에 의한 하천유량의 모의발생, 한국수문학회지, 19권 1호, 75-83.
- 5) Fiering, M. B. and B. J. Jackson, 1971, Synthetic streamflows, Water Resources Monograph Series, Vol. 1, AGU, Washington, D. C., 98-99.
- 6) 이상열, 1991, Transfer function model에 의한 안동댐 지점의 유출량 산정에 관한 연구, 경희대학교 대학원 석사학위논문.
- 7) 신호중, 1984, 경기종합 지수의 전이함수 모형 선정에 관한 연구, 동국대학교 대학원 석사학위논문.
- 8) 박상우, 전병호, 1995, 월유출량계열의 확장과 예측을 위한 추계학적 다중입출력모형, 한국수문학회지, 28(1), 81-90.
- 9) 최기현, 이종협, 1994, SAS/ETS를 이용한 시계열 분석과 그 응용, 자유아카데미.
- 10) Box, G. E. P. and D. A. Pierce, 1970, Distribution of residual autocorrelations in autoregressive intergrated moving average time series models, Jour. Amer. Stat. Assoc., 64.