

다양한 부호율로 평처리된 터보 부호의 성능 비교

정회원 권이경*, 송홍엽*

Performance Comparison of Turbo Codes at Various Puncturing Rates

Lee Kyung Kwon*, Hong-Yeop Song* *Regular Members*

요약

본 논문에서는 다양한 부호율의 터보 부호를 생성하기 위하여 평처리의 개념을 이용한다. 첫째, 부호율이 1/3일 때의 부호화기를 기준으로 서로 다른 평처리 형태를 이용하여 부호율이 1/2인 터보 부호를 생성하고 그 성능을 비교, 분석함으로써 평처리 형태 선택시 기준을 정한다. 둘째, 각각의 부호율에서 최적의 성능을 갖는 평처리 형태를 가지고 부호율이 1/3에서 2/3사이의 13가지 부호율의 부호에 대한 성능을 제시한다. 결론적으로 부호율의 변화에 따라 $P_b=10^{-4}$ 을 얻기 위해서 필요한 신호 대 잡음비의 변화를 제시한다.

ABSTRACT

In this paper, the concept of puncturing is introduced to turbo code in order to implement various code as code rate varies. First, several different puncturing matrices are applied into rate 1/3 encoder in order to produce various rate 1/2 turbo codes. By analyzing and comparing these results, we can show which puncturing pattern should be selected in order to maintain good performance. Second, we select some appropriate puncturing patterns which provide the best performance of turbo codes of various rates from 1/3 to 2/3 among all the possible candidates. Finally, we provide the change of required E_b/N_0 at $P_b=10^{-4}$ as code rate varies.

1. 서론

통신이 발달하고 이동통신이 보편화 될수록 통신 과정에서 발생하는 에러를 최소화하고자 하는 요구가 커지고 있다. 이러한 요구를 만족시키기 위하여 채널 부호를 연구하는 연구자들은 샤논의 한계에 접근하는 성능을 갖는 부호를 찾으려고 노력하여 왔다. 이를 위하여 여러 가지 복잡한 규칙에 따라 생성할 수 있는 성능이 좋은 부호들을 제시하여 왔으나 문제는 이들 부호들을 효과적으로 복호할 수 있는 복잡도가 낮은 복호화기를 찾기가 힘들다는 사실이었다. 이런 면에 있어서 최근 Berrou 등에 의해 제시된 터보 부호(turbo code)는 비교적 간단한 복호 알고리즘을 가지면서도 18번의 반복 복호시에

0.7dB라는 낮은 신호 대 잡음비에서 $P_b=10^{-5}$ 라는 획기적인 성능을 보임으로써 많은 연구가들의 관심을 불러 일으켰다^{[1][2]}.

터보 부호는 기본적으로 길쌈 부호(Convolutional Code)를 변형한 형태로써 부호화 방법으로 병렬 연결을 이용한다. 이것은 두 개 이상의 구성 부호화기(Component Code)에 같은 시퀀스의 서로 다른 배열을 적용하는 것이다. 즉 원래 연구되어 오던 직렬 연결 부호가 전송하고자 하는 시퀀스에 하나의 부호를 적용하여 부호화한 다음 이 부호화된 시퀀스에 다른 부호를 적용하여 다시 부호화하는 이중 부호화의 과정이었다던 것에 비해 새로 제안된 터보 부호는 같은 시퀀스를 배열만 바꿔서 서로 다른 부호화기에 적용하는 방법이다^[3]. 다음으로 터보 부호

* 연세대학교 전자공학과 부호이론 연구실(hysong@yonsei.ac.kr)

논문번호 : 98544-1217, 접수일자 : 1998년 12월 17일

※본 연구는 한국 과학재단 특정기초연구(97-0100-0501-3)지원사업에 의한 결과입니다.

에서는 복호화 방법으로 소프트 출력 반복 복호 (Soft Output Iterative Decoding) 방법을 이용한다. 지금까지 길쌈 부호에서 일반적으로 사용되어 온 비터비 알고리즘은 시퀀스 오류를 최소화하는 데에는 최적의 방법이었지만 비트 단위의 정보를 발생시킬 수는 없었다. 터보 부호 복호의 기본 개념이 복호화기간에 각 비트에 대한 정보를 교환하여 이를 다음 복호에 이용함으로써 성능을 향상시키는 것이기 때문에 터보 부호의 복호화 과정에서는 소프트 출력을 얻는 것이 필요하다. 이를 위하여 터보 부호의 제안자들이 사용한 알고리즘은 1974년 Bahl 등이 제시한 알고리즘을 변형한 것으로 MAP (Maximum A Posteriori) 알고리즘이라 불린다^[4]. 이상으로부터 터보 부호는 연결 부호와 소프트 출력 반복 복호 알고리즘의 개념을 적절히 결합한 새로운 부호화 기법임을 알 수 있다.

현재 통신 환경은 음성 위주의 서비스에서 데이터 위주의 서비스로 변화하고 있다. 데이터 통신에서는 ATM이나 ADSL과 같이 가변율을 지원하는 망이 사용된다. 이 가변율을 지원하기 위해서는 다양한 부호율을 갖는 채널 부호가 필요한데 지금까지 터보 부호에 대한 연구는 주로 부호율이 1/n인 형태의 부호에 대해서만 이루어져 왔다. 본 논문에서는 부호율이 1/n인 형태뿐만 아니라 부호율이 m/n인 형태의 다양한 부호에 대해 관심을 가지고 그 성능을 비교, 제시하고자 한다. 이를 위하여 먼저 2절에서 터보 부호의 부호화기와 복호화기의 이론적 배경에 대해 살펴본다. 다음으로 3절에서는 m/n 형태의 부호율을 갖는 터보 부호를 만드는 방법으로 평처링의 개념을 도입하여 본다. 2절과 3절의 이론을 바탕으로 먼저 터보 부호의 부호율을 1/3에서 1/2로 만드는 방법으로써 터보 부호의 원 제안자들이 제시한 방법 외에도 다양한 평처리 형태를 이용하여 평처링을 한 후 그 결과를 분석함으로써 평처링을 이용해 다른 부호율을 가진 부호를 생성할 때 평처리 형태의 선택에 있어 원칙을 세울 수 있도록 하였다. 그리고 이 결과를 바탕으로 다양한 응용 시스템과 환경에서 상황에 맞는 부호율을 선택할 수 있도록 터보 부호 부호율을 1/3부터 1/2을 거쳐 2/3까지 증가시키면서 각각의 부호의 성능을 제시하였다. 마지막으로 5절에서는 4절까지의 결과를 정리하고 앞으로의 연구 방향을 제시한다.

II. 터보 부호화기의 이론적 배경

1. 터보 부호화기

터보 부호의 부호화기는 일반적으로 그림1과 같이 길쌈 부호화기 두 개와 이 두 개의 부호화기를 연결하는 인터리버로 이루어져 있다. 입력 시퀀스 d_k 는 첫 번째 구성 부호화기(Component Coder) Enc1을 통해서 부호화하지 않은 출력 X_k 와 부호화된 출력 Y_{1k} 를 발생시킨다. 같은 입력 시퀀스 d_k 는 인터리버를 통과한 후 두 번째 구성 부호화기 Enc2를 통과하여 부호화된 출력 Y_{2k} 를 발생시키게 된다. 이 때 두 개의 구성 부호화기인 Enc1과 Enc2가 같을 필요는 없다. 이러한 터보 부호의 부호화 방법은 지금까지 많이 적용되어 온 직렬 연결 부호처럼 한 부호화기를 통과한 시퀀스에 다른 부호화기를 적용한다기 보다는 두 개의 부호화기가 비복 배열은 다르지만 같은 입력 시퀀스의 집합에 적용된다는 점 때문에 이를 병렬 연결 부호(Parallel Concatenated Code)라고 부른다.

2. 터보 복호화기

터보 부호에서는 복호화 방법으로 각각의 비트에 대하여 정보를 발생시킬 수 있도록 MAP(Maximum A Posteriori) 알고리즘을 이용한다^{[5][6]}. 또한 복호의

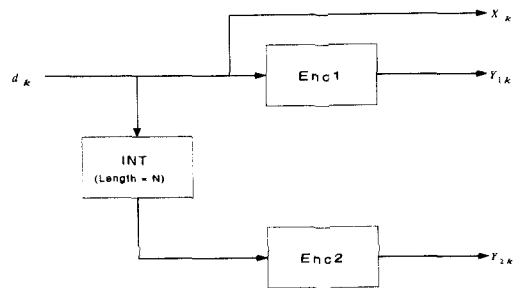


그림 1. 기본적인 터보 부호화기

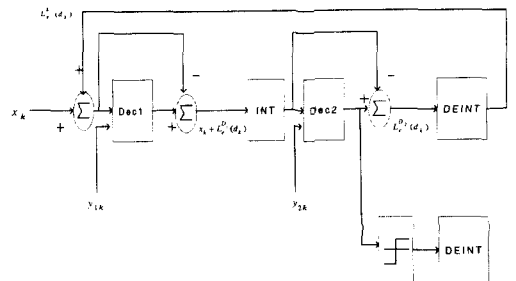


그림 2. 반복 복호 알고리즘을 적용한 터보 복호화기

성능을 향상시키기 위하여 반복 복호를 이용한다.

그림 2는 반복 복호를 적용한 기본적인 터보 부호의 복호화기를 나타내고 있다. 그림에서 볼 수 있는 것과 같이 각각의 MAP복호화기는 정보 비트와 잉여 비트, 부가 비트(extrinsic bit)를 입력으로 받아 들어서 각 비트에 대한 로그 상관 함수(Log Likelihood Ratio)를 출력으로 발생시킨다. 이 LLR을 구성하고 있는 부가 정보는 다음 복호화기단의 사전 정보(Priori Information)가 되어 복호의 신뢰도를 향상시키게 된다.

III. 평처링을 적용한 터보 부호

터보 부호에 평처링의 개념을 도입하여 여러 가지 부호율을 생성하는 경우를 생각해 보자. 터보 부호의 경우에는 구성 부호화기로 RSC길쌈 부호화기를 적용하기 때문에 평처링 할 비트를 선택함에 있어서 두 가지 경우를 생각할 수 있다. 첫 번째는 길쌈 부호의 경우와 같이 발생된 시퀀스 중 잉여 비트만을 지우는 방법이다. 두 번째는 메시지 비트인 X_k 와 잉여 비트를 모두 평처링의 대상에 넣는 방법이다. 터보 부호의 복호 알고리즘 특성상 잉여 비트만 평처링 하는 경우가 더 성능이 좋으리라고 예상되지만 여기서는 두 가지의 경우를 다 생각해 보기로 한다.

본 논문에서는 다양한 형태의 평처링을 생각해 보고 그 각각의 평처링 형태에 의한 결과를 분석, 비교함으로써 앞으로 터보 부호의 평처링 형태의 선택에 대한 안목을 가질 수 있도록 하였다. 실험을 위하여 가정한 시스템은 그림 3과 같다. 그림 3에서는 부호율 1/3과 1/2인 부호를 발생시키는 부호화기의 구조를 나타내고 있다.

평처링 형태는 평처링 주기가 8인 경우에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & P_{15} & P_{16} & P_{17} & P_{18} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & P_{25} & P_{26} & P_{27} & P_{28} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & P_{35} & P_{36} & P_{37} & P_{38} \end{bmatrix}$$

터보 부호의 평처링 형태를 선택할 때 메시지 비트(systematic bit)의 평처링 여부, 각 구성 부호화기의 출력에 대한 평처링 비율, 평처링되는 비트들의 위치 선택등에 중점을 두어 평처링을 행하겠다. 그리고 복호시에는 각 수신기에서 평처링된 위치에 0을 대입하는 것으로 한다.

IV. 모의실험과 결과

본 장에서는 다양한 평처링 형태를 적용하여 발생시킨 부호들의 성능을 비교해 보고 가장 좋은 성능을 갖는 평처링 형태를 이용하여 부호율이 1/3에서 2/3사이의 13가지 부호율의 터보 부호를 생성하고 그 성능을 제시한다. 실험 환경으로는 가장 기본적인 통신 환경을 가정하였다. 채널 모델은 AWGN으로 설정하였고 변복조 방법으로는 BPSK를 가정하였다. 또 각 부호화기의 생성 다항식은 피드백다항식은 G_0 , 잉여 비트 생성 다항식은 G_1 으로 나타내고 기호를 간단화하기 위해서 팔진수 형태로 표시하였다.

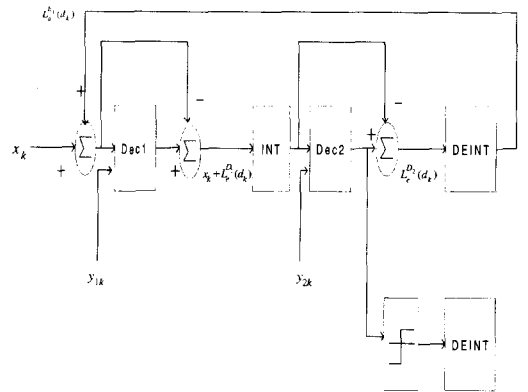


그림 3. 다양한 부호율을 발생시키는 터보 부호의 부호화기 구조

표 1. 평처링을 위하여 사용할 부호화기

구속장의 길이(K)	4
생성 다항식	$G_0 = (15)_8, G_1 = (17)_8$
반복 회수	3번, 6번, 9번
인터리버 종류	랜덤 인터리버
인터리버 길이(N)	1024

1. 평처링 형태에 따른 성능 비교

터보 부호의 제안자들은 부호율이 1/3인 원래의 부호화기를 1/2의 부호율을 가지도록 만들기 위해서 평처링을 사용하였다. 이들은 평처링의 방법으로 두 개의 잉여 비트를 교대로 하나씩 지우는 방법을 이용하였다. 본 절에서는 부호율을 1/2로 만드는 방법으로 원저자들이 제안한 방법 이외에도 여러 가지 방법을 이용하여 실험을 해 보고 그 결과를 고찰해

본다.

표 2. 부호율이 1/3인 부호화기를 부호율이 1/2로 만들기 위한 평처리 행렬과 그 경우의 성능

이름	평처리 행렬	P_b at $E_b/N_0 = 2.0dB$
P1	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10101010 \\ 01010101 \end{bmatrix}$	1.08×10^{-4}
P2	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 11001100 \\ 00110011 \end{bmatrix}$	1.24×10^{-4}
P3	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 11110000 \\ 00001111 \end{bmatrix}$	1.52×10^{-4}
P4	$\begin{bmatrix} 10101010 \\ 11111111 \\ 01010101 \end{bmatrix}$	1.09×10^{-2}
P5	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 00000000 \\ 11111111 \end{bmatrix}$	1.30×10^{-2}
P6	$\begin{bmatrix} 00000000 \\ 11111111 \\ 11111111 \end{bmatrix}$	4.12×10^{-1}

표 2는 각 경우에 사용되는 평처리 행렬을 나타낸다. 여기서 1은 그 위치의 정보를 전송함을 의미하고 0은 전송하지 않는 것을 의미한다. P1이 원저자들이 제시한 부호율 1/3에서 1/2로의 평처리 형태이다¹¹⁾. 6가지의 서로 다른 평처리 형태를 이용하여 발생시킨 터보 부호의 성능을 비교하기 위하여 표 2를 분석하여 보면 다음과 같은 결과를 알 수 있다. 첫째, 평처리 형태를 선택할 때는 메시지 비트의 평처리는 하지 않는 것이 좋다. P4와 P6에서 알 수 있듯이 메시지 비트를 평처리하게 되면 MAP 복호 알고리즘의 적용상에서 심각한 성능의 저하를 가져오게 되기 때문이다. 예로 P1과 P4는 행렬의 첫째 행과 둘째 행만을 바꾼 형태이지만 P4의 경우에는 메시지 비트를 평처리했기 때문에 P1에 비해 약 100배 정도 성능이 떨어짐을 알 수 있다. 둘째, 평처리 할 비트들을 두 개의 구성 부호화기의 출력에서 같은 수만큼 선택하는 것이 좋다. 또 이렇게 선택할 때 메시지 비트마다 하나의 검사 비트를 갖도록 선택하는 것이 가장 좋은 결과를 낸다.

2. 여러 가지 부호율에서의 성능

본 절에서는 앞 절에서 제시한 원칙을 가지고 선택한 평처리 행렬을 이용하여 터보 부호의 부호율

을 1/3에서 2/3까지 증가시켜 보면서 각각의 부호율에서 $P_b = 10^{-4}$ 을 만족시키는 E_b/N_0 를 구해 보도록 한다. 여기서는 각 부호율에 따라 성능의 수렴 속도가 다를 수 있다는 점을 고려하여 반복 회수를 3번, 6번, 9번의 세 가지 경우에 대하여 생각해 보기로 한다.

표 3. 부호율 r=1/3부터 r=2/3까지의 부호율을 만들기 위한 평처리 행렬

부호율	평처리 행렬	부호율	평처리 행렬
1/3	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 11111111 \\ 11111111 \end{bmatrix}$	8/17	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10101010 \\ 01010111 \end{bmatrix}$
8/23	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 11111110 \\ 11111111 \end{bmatrix}$	1/2	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10101010 \\ 01010101 \end{bmatrix}$
8/22	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 11111110 \\ 11101111 \end{bmatrix}$	8/15	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10101010 \\ 01010100 \end{bmatrix}$
8/21	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10111111 \\ 11101110 \end{bmatrix}$	8/14	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10101000 \\ 01000101 \end{bmatrix}$
8/20	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 01110111 \\ 11011101 \end{bmatrix}$	8/13	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10001000 \\ 00100101 \end{bmatrix}$
8/19	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10101011 \\ 11111100 \end{bmatrix}$	2/3	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10001000 \\ 00100001 \end{bmatrix}$
8/18	$\begin{bmatrix} 11111111 \\ 10101011 \\ 11010110 \end{bmatrix}$		

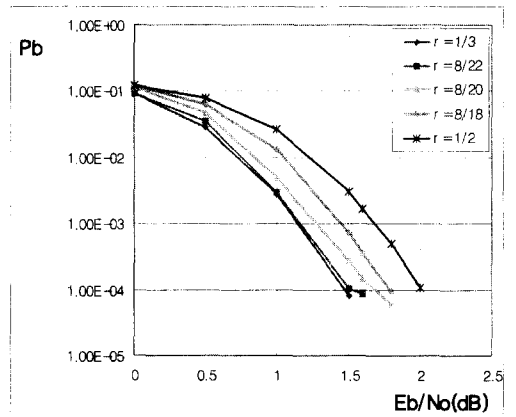


그림 4. 부호율에 따른 성능 변화(r=1/3에서 r=1/2사이, 반복회수 3번)

그림 4는 표 3에서 r = 1/3일 때와 r = 1/2일 때를 기준으로 5가지의 부호의 성능을 나타낸 것이다.

그림 4와 표 3으로부터 예상했던 대로 부호율이 증가할수록 성능이 감소함을 알 수 있다. 그 결과 부호율이 1/3일 때에는 부호율이 1/2일 때보다 약 0.4 - 0.5dB의 부호 이득을 가짐을 알 수 있다.

표 4. 부호율과 반복회수에 따른 Eb/No at Pb=10-4

부호율	반복 3번	반복 6번	반복 9번
1/3	1.48	1.15	1.0
8/23	1.50	1.2	1.0
8/22	1.50	1.1	1.0
8/21	1.60	1.42	1.2
8/20	1.70	1.57	1.3
8/19	1.80	1.4	1.3
8/18	1.85	1.63	1.4
8/17	2.0	1.48	1.3
1/2	2.0	1.5	1.4
8/15	2.2	2.05	1.85
8/14	2.5	2.15	2.0
8/13	2.6	2.4	2.3
2/3	2.85	2.65	2.60

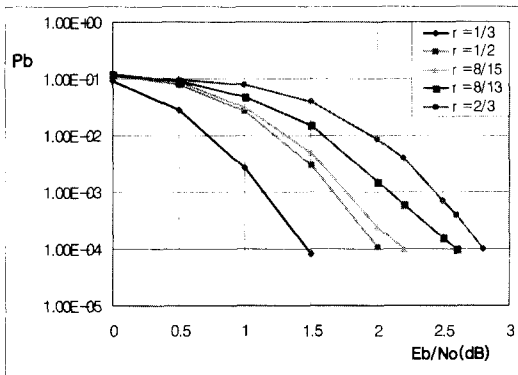


그림 5. 부호율에 따른 성능 변화($r = 1/2$ 에서 $r = 2/3$ 사이, 반복회수 3번)

그림 5는 부호율이 1/3과 1/2일 때를 기준으로 부호율을 $r = 2/3$ 이 될 때까지 증가시킨 다양한 부호율을 갖는 부호들의 성능 곡선이다. 부호율이 1/2인 부호와 2/3인 부호 사이에는 반복 회수가 3번일 때 0.6dB정도의 성능 차이가 있음을 알 수 있다. 그 이유는 부호율이 1/2보다 높아지게 되면 평처링 과정에서 어쩔 수 없이 잉여 비트를 갖지 않는 정보 비트를 발생시키게 되기 때문이다. 이런 경우에는 메시지 비트에만 의존하여 복호화를 해야 하기

때문에 비록 전체 시퀀스에 의한 성능 향상은 있다고 하더라도 기대하는 만큼의 성능을 낮은 신호 대 잡음비에서 얻기 힘들게 된다. 그러므로 낮은 신호 대 잡음비를 요구하는 시스템의 경우에는 부호율이 1/2보다 낮은 부호를 사용하는 것이 바람직하다.

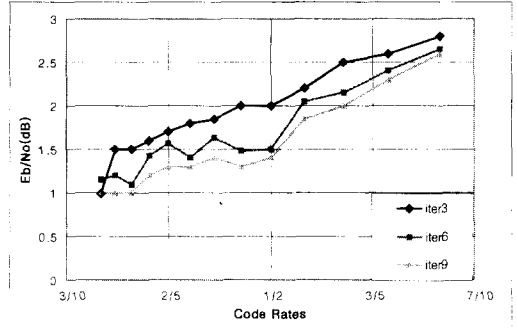


그림 6. 부호율의 증가에 따라 요구되는 Eb/No의 변화

그림 6은 반복 회수가 3번, 6번, 9번일 때 부호율의 증가에 따라 요구되는 Eb/No를 나타내고 있다.

V. 결론

본 논문에서는 터보 부호에 평처링의 개념을 도입해 보고 또 같은 부호율이라도 평처링 형태에 따라 성능이 다를 수도 있다는 사실을 감안하여 부호율이 1/2인 경우에는 6가지의 방법을 이용하여 평처링을 하고 그 결과를 분석해 보았다. 결과를 보면 터보 부호를 평처링 할 때는 되도록이면 메시지 비트의 평처링은 피하는 것이 좋으며 정보들을 각 구성 부호화기에서 비슷한 비율로 평처링했을 때 가장 좋은 성능을 나타냄을 알 수 있었다. 또 이 결과를 가지고 부호율이 1/3인 부호화기와 복호화기 구조에서 다양한 평처링 행렬을 이용하여 13가지 경우의 부호율에 대한 성능을 제시하고 이를 고찰해 보았다.

현재 터보 부호는 IMT-2000의 표준안 중의 하나로 제안되고 있는데 이를 위해서는 보다 간단하면서 시간 지연이 적은 복호화 방법과 하드웨어 설계 및 구조 해석에 대한 더 많은 연구가 이루어져야겠다.

참 고 문 헌

[1] C. Berrou, A.Glavieux, and P. Thitimajshima, Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes, in *Proc. ICC93*, pp.1064-1070.

[2] C. Berrou, A.Glavieux, and P. Thitimajshima, Near optimum error correcting : coding and decoding: Turbo-Codes, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 10, pp. 1261-1271, Oct 1996.

[3] G. D. Forney, Jr., *Concatenated Codes*, Cambridge, MA: MIT. Press, 1966.

[4] L. R. Bahl *et al.* , Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate, *IEEE Trans. Info. Theory*, vol. IT-20, Mar. 1974, pp. 248-87.

[5] S. A. Barbulescu, "Iterative decoding of turbo codes and other concatenated codes," *Ph.D. Dissertation*, Uni. of South Australia, Feb. 1996.

[6] S. S. Pietrobon and S. A. Barbulescu, "A simplification of the modified Bahl decoding algorithm for systematic convolutional codes," *ISITA94*, pp. 1073-1077, Nov. 1994.

[7] A. J. Viterbi and J. K. Omura, *Principles of digital communication and coding*, New York, MacGraw-Hill, 1979.

권 이 경(Lee Kyung Kwon)

정회원



1997년 2월: 연세대학교 전자공학과 졸업(학사)

1999년 2월: 연세대학교 전자공학과 졸업(석사)

1998년 12월~1999년 5월: 한솔PCS 연구원

<주관심 분야> 이동통신, 디지털 신호처리, 통신용 회로설계

송 홍 엽(Hong-Yeop Song)

정회원



1984년 2월: 연세대학교 전자공학과 졸업(학사)

1986년 5월: USC 전자공학과 졸업(석사)

1991년 12월: USC 전자공학과 졸업(박사)

1992년~1993년: Post Doc, USC 전자공학과

1994년~1995년: Qualcomm Inc., 선임연구원

1995년 9월~현재: 연세대학교 전자공학과 교수

Email: hysong@yonsei.ac.kr

<주관심 분야> Error Correcting Codes, PN Sequences, CDMA, Spread Spectrum Communication