

조류력을 받는 해양케이블의 자유진동해석 Free Vibrations of Ocean Cables under Currents

김문영* · 김남일* · 윤종윤**

Moon-Young Kim*, Nam-Il Kim*, and Jong Yoon Yoon**

요 旨 : 다절점 케이블요소를 이용하여 조류하중을 받는 해양 케이블의 자유진동해석을 수행한다. 등매개 곡선 케이블요소(isoparametric cable element)의 접선강성행렬과 질량행렬을 유도하고, 이중중분법을 이용하여 지점 변위를 일으키고 자중, 부력, 그리고 조류력을 받는 케이블의 초기평형 상태를 결정한다. 초기의 정적평형상태를 기준으로 부가질량을 고려한 해양케이블의 자유진동해석을 수행한다. 수중케이블의 자유진동해석을 통하여 얻은 해석결과와 기존의 문헌의 결과를 비교, 검토함으로써 본 논문에서 제시한 이론 및 해석방법의 타당성을 입증한다.

핵심용어 : 해양 케이블, 기하학적 비선형, 등매개 케이블요소, 부가질량

Abstract □ A geometric non-linear finite element formulation of spatial ocean cable under currents is presented using multiple noded curved cable elements. Tangent stiffness and mass matrices for the isoparametric cable element are derived and the initial equilibrium state of ocean cable subjected to self-weights, buoyancy, and current as well as support motions is determined using the load incremental method. Free vibration analysis of ocean cables is performed based on the initial equilibrium configuration. Numerical examples are presented and discussed in order to demonstrate the feasibility of the present finite element method and investigate dynamic characteristics of ocean cables.

Keywords : ocean cable, geometric non-linearity, isoparametric cable element, added mass

1. 서 론

해양 케이블은 최근 들어 부유식 구조물과 인양 구조물, 계류 시설물 등의 해양구조물에 폭넓게 사용되고 있는 중요한 부재이다. 이러한 케이블은 탄성변형에 의한 장력변화와 대변위에 의한 형상변화를 일으켜 외력에 저항하므로 하중-변위관계에서 기하학적 비선형성을 수반하게된다. 또한 조류력에 의하여 케이블에 작용하는 동수력(hydrodynamic force)은 케이블과 유체의 상대속도와 상대가속도에 의하여 결정이 되는데 일반적으로 유체 속에서 작용하는 케이블의 가속도에 의하여 발생하는 관성력은 케이블의 고유진동수를 감소하는 효과를 발생시키며, 케이블과 유체사이의 상대속도에 의하여 발생

하는 점성효과는 케이블의 강성을 증가시키며 결과적으로 고유진동수를 증가시키게 된다. 따라서 해양케이블의 해석에 있어서 케이블에 작용하는 유체속도는 케이블의 정적 및 동적해석에 결정적으로 영향을 미칠 수 있는 중요한 변수이다.

Berteaux(1976)은 조류력을 받는 해양 케이블 구조에 대하여 조류력에 의한 유체-구조물간의 상호 작용을 고려하여 케이블에 대한 평형방정식을 세우고 수치적 방법에 의하여 비선형 대수방정식의 해를 얻었다. West *et al.*(1975)은 개별 케이블요소를 사용하여 수치적 방법으로 케이블 구조에 대하여 자유진동수 및 진동모우드를 구하였으며, Ramberg and Groffin(1975)은 Irvine and Caughey(1978)가 제안한 모델을 사용하여 팽팽한(taut)경

*성균관대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Sungkyunkwan University, Suwon Science Campus, Suwon 440-746, Korea)

**서울대학교 지구환경시스템공학부 (School of Civil, Urban and Geosystem Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

우와 느슨한(slack)한 경우에 대하여 해양케이블의 자유진동해석을 수행하여 구조물의 감쇠(structural damping)와 유체감쇠(fluid damping), 유체의 부가질량(fluid added mass)이 케이블구조에 미치는 영향을 조사하였다. Triantafyllou (1984)는 팽팽한 경사진 케이블에 대하여 선형 동적해석을 점근적 방법을 사용하여 유도하였으며 이 결과 대칭모우드와 역대칭모우드를 혼합한 복합모우드(hybrid mode)를 발견하고 이 모우드가 케이블의 동적 장력변화에 크게 영향을 미친다는 것을 알아내었다. 또한 Yoon and Leonard(1987)는 케이블의 비선형 형상을 Taylor 급수를 사용하여 선형화하고 조류력을 받는 경우의 자유진동에 관한 문제를 연구하였다. 김 등(1,2)은 탄성현수선 요소 및 등매개 케이블요소를 이용하여 3차원 케이블망의 초기평형상태를 결정하고, 정적 및 동적 비선형 유한요소해석을 수행하였다.

본 연구에서는 조류력을 받는 해양케이블의 기하학적 비선형 문제를 풀기 위하여, 다절점 곡선 케이블요소를 이용하여 자유진동해석을 수행한다. 등매개 곡선 케이블 요소에 대한 접선강성행렬 및 질량행렬을 유도한다. 하중증분법을 이용하여, 수중에서 케이블의 자중과 부력을 받고 지점변위를 일으키는 케이블구조의 초기평형상태를 결정한다. 이 후 조류력이 가해진 다음 케이블의 평형상태를 결정하고 이 상태를 기준으로 자유진동해석을 수행한다. 본 연구의 등매개 곡선 케이블요소를 이용한 해석결과와 기존의 문헌의 결과를 비교, 검토하므로써 본 논문에서 제시된 이론 및 방법의 타당성을 입증한다.

2. 등매개 케이블요소

본 장에서는 곡선 케이블 요소의 기하학적 비선형 해석법을 제시하기 위하여, 3차원 연속체의 증분운동방정식으로부터 케이블요소의 증분운동방정식을 유도한다. 이때 Lagrangian 보간다항식을 사용하여 케이블요소의 탄성 및 기하적인 강성행렬과 질량행렬을 산정한다. 가상일의 원리와 질량보존조건을 고려할 때, total Lagrangian formulation에 근거한 3차원 연속체의 증분운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^l \rho^{t+\Delta t} \dot{u}_i \delta u_i d^0 v + \int_0^l (C_{ijrs} e_{rs} \delta e_{ij} + S_{ij} \delta \eta_{ij}) d^0 v = {}^{t+\Delta t} R - \int_0^l S_{ij} \delta e_{ij} d^0 v \tag{1}$$

여기서 $2_e e_{ij} = {}_e u_{i,j} + {}_e u_{j,i}$ (2a)

$2_o \eta_{ij} = {}_o u_{k,i} {}_o u_{k,j}$ (2b)

식 (1)에서 윗첨자 ‘t’와 ‘t+Δt’는 각각 시간 t와 t+Δt 상태에서의 크기를 나타내며, 식 (2)와 이후의 식들에서 윗첨자가 표시되지 않는 물리량은 증분량을 의미한다. S_{ij} 는 2nd Piola-Kirchhoff stress, ${}_e e_{ij}$ 와 ${}_o \eta_{ij}$ 는 각각 증분 Green-Lagrange strain의 선형 및 비선형 항을 의미하며, ${}^{t+\Delta t} R$ 는 외적 가상일을 나타낸다.

Fig. 1은 케이블요소의 초기상태(initial state)와 현재 상태(current state)를 나타낸 것이다. 케이블요소의 임의 점에서 발생하는 변위, 변형도, 그리고 응력은 케이블 길이를 나타내는 ${}_o s$ 의 함수이다. 길이방향으로 비선형 변형도는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$${}^t_e \epsilon = \frac{d^o x_i d^t u_i}{d^o s d^o s} + \frac{1}{2} \frac{d^t u_i d^t u_i}{d^o s d^o s} \tag{3}$$

식 (3)을 이용하여 증분변형도는 다음과 같이 얻는다.

$${}_e \epsilon = {}^{t+\Delta t} {}_e \epsilon - {}^t_e \epsilon = {}_e e + {}_o \eta \tag{4}$$

여기서 ${}_e e = \frac{d^o x_i d^t u_i}{d^o s d^o s} + \frac{d^t u_i d^t u_i}{d^o s d^o s}$ (5a)

$${}_o \eta = \frac{1}{2} \frac{d^t u_i d^t u_i}{d^o s d^o s} \tag{5b}$$

Fig. 2는 2, 3, 4절점 등매개 케이블요소를 나타낸다. 요소내의 임의점의 위치좌표는 등매개 보간함수를 이용하여 식 (6)과 같이 절점좌표로 표현할 수 있다.

$${}^t x_i(r) = \sum_{k=1}^N h_k^i x_k^i, \quad i=1, 2, 3 \tag{6}$$

여기서 ${}^t r$ 는 시간 t에서의 요소절점좌표이며, $h_k(r)$ 는 등매개 보간함수(isoparametric interpolation function), r 과 N 은 각각 natural coordinate와 케이블요소의 절점수를

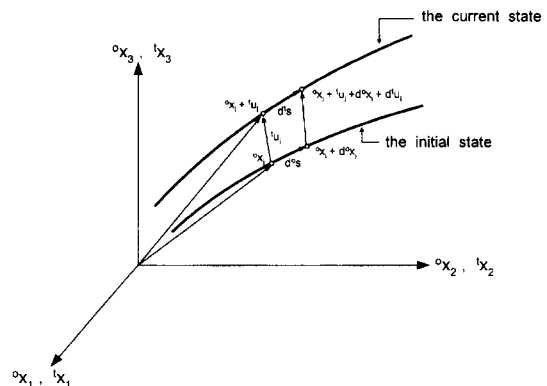


Fig. 1. The initial and current state of cable element.

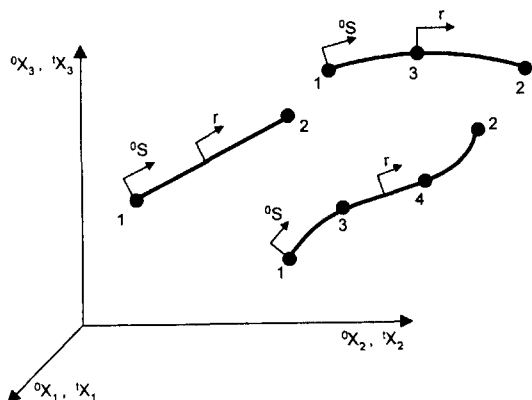


Fig. 2. Isoparametric cable element with 2, 3, 4 node.

나타낸다. 그리고 임의점의 증분변위에 대해서도 위치좌표와 마찬가지로 등매개 보간함수를 이용하여 식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i(r) = {}^{t+\Delta t}u_i - {}^t u_i = \sum_{k=1}^N h_k u_i^k \quad (7)$$

증분변위와 총변위성분을 보간함수행렬 H 와 절점변위 벡터 U_e , ${}^t U_e$ 의 행렬관계식으로 표현하면 다음과 같다.

$$U(r) = H \cdot U_e \quad (8)$$

$${}^t U(r) = H {}^t U_e$$

$$\text{여기서 } U^T(r) = \{u_1(r), u_2(r), u_3(r)\} \quad (9a)$$

$$U_e^T = \{u_1^1 u_2^1 u_3^1; u_1^2 u_2^2 u_3^2; \dots; u_1^N u_2^N u_3^N\} \quad (9b)$$

$$H = [h_1 I_3; h_2 I_3; \dots; h_N I_3] \quad (9c)$$

이고 오른쪽 윗첨자 T 는 전치행렬 또는 행벡터(low vector)를 나타낸다.

식 (8)과 식 (9)를 사용하여 변형도의 선형성분과 비선형성분을 절점변위벡터로 나타내면 다음과 같다.

$${}^o e = {}^o B_L \cdot U_e \quad (10)$$

$$\frac{du_i}{d^o s} = {}^o B_{NL} \cdot U_e \quad (11)$$

여기서 선형 변위-변형을 변환행렬 ${}^o B_L$ 와 비선형 변위-변형을 변환행렬 ${}^o B_{NL}$ 의 구체적인 결과식은 식 (12), (13)과 같다.

$${}^o B_L = ({}^o J^{-1})^2 \cdot ({}^o X^T H_r^T H_r + {}^t U_e^T H_r^T H_r) \quad (12)$$

$${}^o B_{NL} = {}^o J^{-1} \cdot H_r \quad (13)$$

여기서 ${}^o X^T = [{}^o x_1^1, {}^o x_2^1, {}^o x_3^1, \dots, {}^o x_1^{N_0}, {}^o x_2^{N_0}, {}^o x_3^{N_0}]$,

$${}^o J^{-1} = \frac{dr}{d^o s}$$

결과적으로 증분방정식 (1)은 다음과 같이 케이블요소의 행렬운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$M_e {}^{t+\Delta t} U_e + ({}^t K_L + {}^o K_{NL}) U_e = {}^{t+\Delta t} R_e - {}^t F_e \quad (14)$$

여기서 M_e , ${}^t K_L$, ${}^o K_{NL}$ 그리고 ${}^t F_e$ 는 각각 질량행렬, 선형 및 비선형강성행렬, 그리고 절점력벡터를 나타내며, 구체적인 계산식은 아래와 같다.

$$M_e = \int_{-1}^1 {}^o \rho^o A H^T H {}^o J dr \quad (15a)$$

$${}^t K_L = \int_{-1}^1 {}^t B_L^T (E^o A) {}^t B_L {}^o J dr \quad (15b)$$

$${}^o K_{NL} = \int_{-1}^1 {}^o B_{NL}^T ({}^o S^o A) {}^o B_{NL} {}^o J dr \quad (15c)$$

$${}^t F_e = \int_{-1}^1 {}^t B_L^T ({}^t S^o A) {}^o J dr \quad (15d)$$

식 (15d)에서 ${}^t S$ 는 식 (16)과 같이 ϵ 을 산정하여 후크의 법칙을 적용하여 얻을 수 있다.

$$\epsilon = ({}^o J^{-1})^2 ({}^o X^T H_r^T H_r + 0.5 {}^t U_e^T H_r^T H_r) {}^t U_e \quad (16)$$

이때 케이블 길이에 대한 적분은 가우스적분법을 사용한다. 또한 각 요소별 적분 차수는 2절점 등매개요소에서는 2점, 3절점 등매개요소에서는 3점, 그리고 4절점 등매개요소에서는 4점 가우스적분을 적용한다.

3. 조류력을 받는 해양케이블

조류력을 받는 수중케이블의 정적 비선형해석 및 자유진동해석을 수행하기 위하여, Morison 방정식을 생각한다. 일반적으로 수직 실린더에 단위길이 당 작용하는 유체의 작용력은 다음과 같이 표시된다.

$$F = C_I A_I \dot{v} + C_D A_D |v|v \quad (17)$$

여기서 C_I 와 C_D 는 각각 경험적인 관성계수(inertia coefficient), 항력계수(drag coefficient)이고, 유체의 Reynold수와 Keulegan-Carpenter수에 의해서 실험적으로 결정된다. 일반적으로 C_I 는 1.0~2.5 사이의 값, C_D 는 0.7~1.5 사이의 값을 각각 사용한다. v 와 \dot{v} 는 각각 유체의 가속도 및 속도를 나타낸다. 또한 $A_I = 0.25\pi\rho D^2$, $A_D = 0.5\rho D$ 이고 ρ 와 D 는 유체의 밀도, 실린더의 직경을 의미한다. 식 (17)의 첫 번째 항은 물입자의 가속도항을 포함하고 있으

며 관성력을 나타낸다. 두 번째 항은 구조물 상하류의 압력차가 발생하여 생기는 항력을 나타낸다. 항력항은 물 입자의 속도의 제곱에 비례하고 속도와 같은 방향으로 작용한다.

유체에 대한 구조물의 상대운동을 고려하면 식 (17)은 다음과 같이 수정할 수 있다.

$$F = C_A A_i \dot{v} + (C_l - 1) A_i \dot{V} + C_D A_D |V| V \quad (18)$$

여기서 $V (= v - \dot{u})$ 는 상대속도, \dot{u} 는 케이블의 속도, 그리고 $C_l - 1$ 은 부가질량계수를 나타낸다. 조류력을 받는 해양케이블의 정적 비선형해석을 수행하는 경우에 v 는 영이고 \dot{u} 및 \ddot{u} 도 영으로 가정할 수 있다. 이때 경사진 케이블의 법선 및 접선방향의 항력성분을 고려하면 Morison 방정식은 다음과 같이 벡터성분으로 나타낼 수 있다.

$${}^i F_i = C_D^N A_D |v|^M |v_i^N| + C_D^T A_D |v|^T |v_i^T| \quad (19)$$

여기서 C_D^N 과 C_D^T 는 각각 법선 및 접선방향의 항력계수를 나타낸다. 식 (19)의 오른쪽 두 항은 각각 점성항력의 법선 및 접선방향성분을 표시한다. 점성항력에 대응하는 등가절점하중 ${}^i R$ 을 산정하기 위하여, 아래와 같이 항력에 대한 가상 일을 생각한다.

$$\delta W_D = \int_0^L [C_D^N A_D |v|^M |v_i^N| + C_D^T A_D |v|^T |v_i^T|] \delta u_i^T ds = {}^i R \delta U \quad (20)$$

식 (20)으로부터 가우스 수치적분에 의하여 조류력에 대응하는 등가절점하중을 계산하는 구체적인 방법은 다음과 같다.

1) 변형된 상태에서 케이블 각 점의 위치를 나타내는 식 (6)으로부터 가우스 적분점에서의 단위접선벡터를 아래와 같이 산정한다.

$${}^i t_i = \frac{dx_i}{dr} \bigg/ \sqrt{\left(\frac{dx_i}{dr}\right)^2} \quad (21)$$

2) 케이블의 각 절점에서 조류속도벡터를 결정하고, 등매개 보간함수를 이용하여 가우스 점에서 속도성분(v_i)을 구한다.

3) 1)과 2)의 결과를 이용하여 가우스 점에서 접선 및 법선방향의 속도벡터성분을 산정한다.

$${}^i v_i^T = (v \cdot t) {}^i t_i, \quad {}^i v_i^N = v_i - {}^i v_i^T \quad (22)$$

4) 가우스 수치적분법을 이용하여 식 (20)을 산정함으로써, 점성항력에 대응하는 등가절점외력을 구한다.

수중케이블의 자유진동 및 동적 비선형해석이 이루어지기 위해서는, 먼저 자중, 부력 및 조류력에 의한 초기평형상태를 결정하여야 한다. 자중 및 지점이동 만을 고려한 케이블의 기하학적 비선형 해석법은 이전의 연구(Triantafyllou, 1987)를 참조할 수 있다. 추가적으로 조류의 영향을 고려하는 경우에 직접강도법에 의하여 수중 케이블요소에 대한 증분방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$${}^i K_T \cdot \Delta U = {}^{i+\Delta t} R - {}^i F \quad (23)$$

여기서 ${}^i K_T$ 는 선형 및 비선형강성행렬의 합으로 구성되는 점성강성행렬, ${}^{i+\Delta t} R$ 은 조류력을 포함하는 외력, 그리고 ${}^i F$ 는 구조물의 내력으로 인한 절점력벡터를 나타낸다.

조류력을 받는 해양케이블의 정적 평형상태에 도달하면 다음의 고유치 문제로부터 케이블의 고유진동수를 얻을 수 있다. 이때 고유치해석은 power method를 적용한다.

$$K_T \cdot U = \omega^2 M U \quad (24)$$

여기서 K_T 는 최종 평형상태에서 점성강도행렬이고, M 은 부가질량을 포함하는 케이블의 질량행렬이다. 요소의 부가질량을 산정하는 방법은 다음과 같다.

1) 식 (18)과 (19)를 고려하면 경사진 케이블요소에 대하여 부가질량에 대응하는 관성력 항은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$${}^i F_i = -(C_l - 1) A_i {}^i \ddot{u}_i^N = -(C_l - 1) A_i [{}^i \ddot{u}_i - {}^i \ddot{u}_i^T] \quad (25)$$

2) 가우스 점에서 단위접선벡터(t_i)와 케이블의 접선방향 가속도벡터를 산정한다.

$${}^i \ddot{u}_i^T = (\ddot{u} \cdot t) {}^i t_i \quad (26)$$

3) 식 (25)에 대응하는 부가질량행렬 M_i^* 을 산정하는 방법은 등가의 점성항력을 구하는 과정과 유사하며, 결과 식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$M_i^* = (C_l - 1) \int_0^L \rho A H^T (I_3 - T) H J dr \quad (27)$$

여기서 T 는 3×3 행렬이며 각 성분은 $T_{ij} = t_i t_j$ 로 산정한다.

4. 수치해석 예

케이블을 등매개 케이블요소로 모델링하고 하중증분법을 적용하여, 케이블의 자중과 부력 및 지점변위를 받

고 이후 조류력을 받는 해양케이블의 정적 평형상태를 찾는 해석과 초기평형을 기준으로 자유진동해석을 수행할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 본 장에서는 제시된 이론 및 방법의 타당성을 검증하기 위하여 자유진동해석 결과와 서로 다른 요소를 사용하여 얻어진 기존의 문헌의 결과와 비교, 검토를 행한다. 하중중분법을 적용할 때 자중과 부력 및 지점변위를 20단계로 분할하여 재하(在荷)시켰으며, 해양케이블 해석을 위한 초기형상은 각 부재를 무응력상태로 펼쳐서 직선으로 해서 바닥면상에서 연결하는 구조로 생각한다.

4.1 평면 케이블의 자유진동

본 예제는 West et al.(1975)이 이전에 연구한 공기중에서의 평면 케이블에 대한 자유진동해석 예제로서 Fig. 3과 같이 자중 $w(= 9.49 \text{ kN/m})$ 을 받는 평면케이블을 생각한다. 무응력상태에서 케이블의 총 길이는 868.38 m이며 자중과 지점 2의 이동량 $X = -14.94 \text{ m}$ 에 대응하는 하중조건을 고려한다. Fig. 3에서 A와 E는 각각 케이블의 단면적과 탄성계수를 나타낸다. 본 예제에 대하여 West et al.(1975)은 각 절점이 핀으로 연결된 유한한 수의 직선요소로 모델링 하였으며 케이블에 대한 비선형 운동방정식을 선형화하고 경계치 문제를 초기치 문제로 취급하여 자유진동해석을 수행하였다. Table 1은 2절점 등매개 케이블요소를 30개, 3절점 등매개 요소를 15개, 그리고 4절점 등매개 요소를 10개로 모델링한 경우에 대

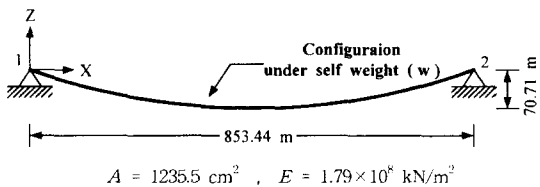


Fig. 3. Plane cable under self weight.

Table 1. Natural frequency of cable.

Mode	고유진동수 (rad/s)				
	West et al.	Yoon and Leonard	본 연구		
			2절점요소 30개	3절점요소 15개	4절점요소 10개
1	0.81	0.80	0.80	0.80	0.80
2	1.18	1.17	1.17	1.17	1.17
3	1.65	1.64	1.65	1.65	1.64
4	2.03	2.01	2.03	2.03	2.01
5	2.49	2.48	2.51	2.50	2.47

하여 고유진동수를 제시한 것이다. 표에서 볼 수 있듯이 본 연구에 의한 해석결과와 West et al.(1975)의 결과 및 Yoon and Leonard(1987)의 결과가 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

이전의 등매개 케이블요소에 대한 연구결과에서 알 수 있듯이 케이블구조는 순수한 탄성변형성분인 케이블의 신장과 기하학적 비선형효과인 케이블의 형상변화의 결합된 작용으로 외력에 저항을 하게 되는데 자중에 의한 변형 시 케이블의 순수한 탄성변형보다는 형상변화에 의하여 곡선형태의 평형상태를 찾기 때문에 여러 개의 등매개요소를 사용해야 한다.

4.2 부력을 받는 경사진 케이블의 자유진동

본 적용 예에서는 케이블의 자중과 부력 및 케이블의 단부에 총 자중의 합을 초과한 상당한 크기의 하중이 작용할 경우에 대하여 케이블이 정적 평형상태에 도달한 이후 자유진동해석을 수행한다. Fig. 4는 자중과 부력을 받고 있는 팽팽한 경사진 케이블의 형상을 보여주고 있으며 Table 2는 케이블의 제원을 보여주고 있다. Table 3에서는 이러한 팽팽한 경사진 케이블에 대하여 동적해석을 점근적 방법을 사용하여 유도한 Triantafyllou

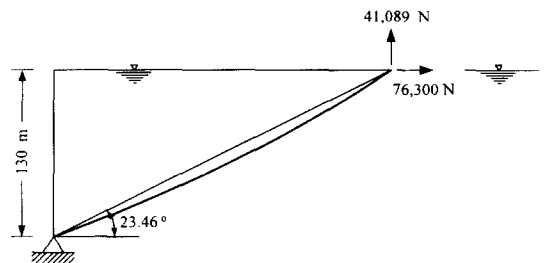


Fig. 4. Taut-inclined cable.

Table 2. Specification of cable.

케이블 : 초기길이 $L = 330 \text{ m}$
$A = 7.07 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
$E = 15 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
$m = 5.56 \text{ kg/m}$
수중에서의 단위 길이당 무게 $W = 47.6 \text{ N/m}$
부가 질량 계수 = 0.128
수심 = 130 m
물의 밀도 = 1,020 kg/m ³
케이블의 단부에서의 수평장력 = 76,300 N
케이블의 단부에서의 장력 = 86,660 N
케이블의 경사각 $\phi = 23.46^\circ$

(1984)와 처짐과 지간의 비가 1:8 보다 작은 경우에 대하여 경사진 케이블의 고유진동수를 단지 몇 개의 무차원 독립변수로 제한한 Irvine(1978)의 결과 및 케이블의 비선형 형상을 Taylor 급수를 사용하여 선형화한 Yoon and Leonard(1987), 그리고 탄성현수선 요소를 사용한 윤(1998)의 결과와 2절점 등매개 요소를 각각 15개, 30개 사용하고 5개, 15개의 3절점 등매개 요소, 그리고 3개, 5개로 모델링한 4절점 등매개 요소를 사용하여 계산된 결과와 비교한다.

Table 3에서 보듯이 본 예제는 Fig. 3의 예제와는 달리 케이블의 단부에 총 자중의 합을 초과한 상당한 크기의 하중이 작용하기 때문에 순수한 탄성변형성분인 케이블의 신장에 의하여 외력에 저항을 하게되므로, 적은

수의 등매개 케이블요소를 사용하여도 충분한 정확도로 기존의 연구 결과에 근접함을 알 수 있다.

4.3 조류력을 받는 경사진 케이블의 자유진동

본 예제에서는 수중에서의 조류력이 케이블의 동적 거동에 어느 정도 영향을 미치는가를 파악하고자 한다. 수중에서의 케이블의 자중과 부력 및 수평방향으로 깊이에 따라 균일한 조류력을 받을 경우에 대하여 케이블이 정적 평형상태에 도달한 이후 자유진동해석을 수행한다. 또한 조류의 속도 크기변화(1, 2, 3, 4, 5 m)와 케이블의 지점간 길이와 초기길이의 비(0.995, 0.950)의 변화에 따라 케이블의 동적 특성이 어떻게 변화하는지를 알아보도록 한다. Fig. 5는 자중과 부력 및 균일한 조류력을 받고 있는 경사진 케이블의 형상을 보여주고 있으며, 해석시 케이블의 제원은 수심, 수평거리, 부가질량계수, 그리고 항력계수 등을 제외하고 앞의 예제와 동일값을 사용하였다. 부가질량계수($C_I - 1$)는 1.0, 수직항력계수 C_D^N 및 접선 항력계수 C_D^T 는 각각 1.0, 0.005를 사용한다. Table 4는 조류력을 받는 경사진 해양 캐

Table 3. Natural frequency of taut-inclined cable.

비교	고유진동수 (rad/s)	Mode				
		1	2	3	4	5
Triantafyllou		2.15	2.21	3.38	4.37	5.48
Irvine		2.17	2.20	3.39	4.39	5.51
Yoon and Leonard		2.15	2.27	3.37	4.32	5.43
윤		2.16	2.33	3.38	4.32	5.41
본연구	2절점 15개	2.16	2.22	3.44	4.51	5.75
	2절점 30개	2.15	2.21	3.40	4.42	5.56
	3절점 5개	2.16	2.21	3.42	4.54	5.74
	3절점 15개	2.15	2.21	3.39	4.39	5.51
	4절점 3개	2.15	2.21	3.38	4.53	5.95
	4절점 5개	2.15	2.21	3.38	4.39	5.53

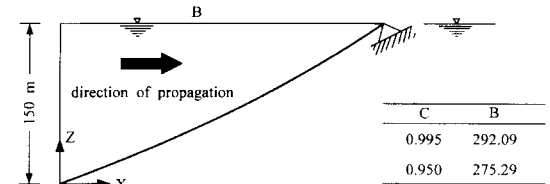


Fig. 5. Inclined cable under current load.

Table 4. Natural frequency of inclined cable under current load (rad/s).

C	조류속도 (m/s)	Mode			
		1	2	3	4
0.995	공기중	1.68 (1.68)	2.39 (2.39)	3.39 (3.39)	4.03 (4.02)
	0	1.48 (1.49)	2.11 (2.11)	2.99 (2.99)	3.59 (3.59)
	1	1.53 (1.54)	2.17 (2.19)	3.08 (3.10)	3.68 (3.69)
	2	1.65 (1.68)	2.33 (2.38)	3.32 (3.39)	3.90 (3.97)
	3	1.83 (1.90)	2.57 (2.66)	3.68 (3.82)	4.19 (4.28)
	4	2.04 (2.18)	2.86 (3.00)	4.11 (4.34)	4.46 (4.53)
	5	2.27 (2.44)	3.16 (3.35)	4.53 (4.78)	4.77 (4.92)
0.950	공기중	0.89 (0.89)	1.36 (1.36)	1.90 (1.89)	2.37 (2.34)
	0	0.78 (0.79)	1.20 (1.19)	1.67 (1.65)	2.09 (2.05)
	1	0.81 (0.82)	1.24 (1.24)	1.73 (1.73)	2.15 (2.14)
	2	0.89 (0.91)	1.34 (1.38)	1.88 (1.92)	2.34 (2.39)
	3	0.99 (1.04)	1.49 (1.58)	2.10 (2.20)	2.61 (2.73)
	4	1.10 (1.20)	1.67 (1.82)	2.36 (2.53)	2.94 (3.15)
	5	1.21 (1.38)	1.87 (2.09)	2.65 (2.91)	3.31 (3.62)

이블의 동특성을 파악하기 위하여, 10개의 4절점 등매개 케이블요소를 적용한 해석결과와 탄성현수선 요소를 사용한 팔호안의 윤(1998)의 결과를 함께 제시하였다.

위의 결과에서도 볼 수 있듯이 조류속도가 증가할수록 그리고 케이블의 현과 길이의 비가 증가할수록 케이블의 고유진동수는 증가함을 알 수 있다. 또한 본 연구에서 사용한 등매개 요소를 탄성현수선 요소와 비교할 때 조류속도가 증가하고 케이블의 지점간 길이와 초기길이의 비가 감소할수록 그리고 고차 모드에서 고유진동수 값이 차이를 나타내는 데 조류하중에 대하여 탄성현수선의 경우 수직항력과 접선항력을 부재와 부재사이의 연결점에서 계산하는 데 비하여 등매개 요소는 조류력을 받는 케이블의 곡선 형상을 보다 정확하게 표현하기 위하여 각 가우스 적분점에서의 수직성분과 접선성분을 계산하여 수직항력과 접선항력을 산정하게된다. 따라서 이러한 차이는 항력계산에서 발생하는 오차라고 판단되어 진다.

5. 결 론

본 연구에서는 2절점, 3절점, 그리고 4절점 등매개 케이블요소를 사용하여, 지점 변위를 일으키고 자중, 부력, 지점이동, 그리고 조류력을 받는 해양 케이블의 기하학적 비선형해석을 수행하여 초기평형 상태를 결정하였다. 이 상태를 기준으로 부가질량을 고려한 해양케이블의 자유진동해석을 수행하였다. 비선형 해석시 Newton-Raphson 반복법에 근거한 하중증분법을 적용하였으며, 고유치해석에서는 power method를 사용하였다. 이러한 해석을 통하여 얻은 결과를 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 2절점, 3절점, 그리고 4절점 등매개 케이블요소를 이용한 하중증분법에 의한 기하학적 비선형해석 결과는 자중 및 지점이동을 고려한 케이블의 초기평형상태에 충분한 정확도로 수렴하였다.

2) 자중 및 지점이동에 추가하여 부력 또는 조류력을 고려한 비선형해석을 수행하여 정적평형상태에 도달한 이후, 케이블의 장력증가에 따른 자유진동해석시 본 연구에 의한 결과가 다른 이론이나 방법을 사용하여 얻어진 문헌의 결과와 비교적 정확히 일치하였다.

3) 가우스 수치적분점에서 변형된 케이블의 곡선형상

을 정확히 고려한 집선 및 법선속도벡터를 산정함으로써, 조류에 의한 점성항력에 대응하는 등가 절점하중과 부가질량을 고려한 질량행렬을 실제와 가장 근접하게 구할 수 있었다고 판단된다.

감사의 글

이 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가 연구개발사업의 하나인 자연재해방재기술개발 사업으로 수행된 것이다.

참고문헌

- 김문영, 김남일, 안상섭, 1998. 3차원 케이블망의초기평형상태 결정 및 정적 비선형 유한요소 해석, 한국전산구조공학회논문집, 11(1): 179-190.
- 김문영, 김남일, 1998. 등매개 케이블요소를 이용한 케이블망의 정적 및 동적 비선형해석, 한국전산구조공학회논문집, 11(2): 305-316.
- 윤중윤, 1998. 동수력을 고려한 탄성현수선 케이블요소, 서울대학교 박사학위 논문.
- Berteaux, H.O., 1976. *Buoy Engineering*, John Wiley, New York.
- Irvine, H.M., 1978. Free vibrations of inclined cables, *J. Structural Division*, ASCE, 104, pp. 343-347.
- Ramberg, S.E. and Griffin, O.M., 1975. Free vibrations of taut natural vibrations of suspension cables, *J. Structural Division*, ASCE, 101, pp. 2266-2291.
- Triantafyllou, M.S., 1984. The dynamics of taut inclined cables, *Quart. J. Mechanics and Applied Math.*, 37, pp. 421-440.
- West, H.H., Geschwindner, L.F. and Suhsoski, J.E., 1975. Natural vibrations of suspension cables, *J. Structural Division*, ASCE, 101, pp. 2266-2291.
- Yoon, T.Y. and Leonard, J.W., 1987. Natural vibration of cables in a flowing fluid, *Univ. Res. Initiative Rep. No. OE-87-52*, Office of Naval Research.
- Irvin, H.M. and Caughey, T.K., 1974. The linear theory of free vibrations of a suspended cable, *Proc. Royal Soc. London, Series H*, 341, pp. 299-315.

Received May 26, 1999

Accepted January 6, 2000