

## 경사제 피복재의 안정성에 대한 신뢰성 해석 Reliability Analysis of Stability of Armor Units on Rubble-Mound Breakwaters

이 철 응\*  
Cheol-Eung Lee\*

**요 旨** : 경사제 피복재의 안정성에 대한 신뢰성 해석을 수행하였다. 특히, 본 연구에서 신뢰함수에 대한 확률 밀도함수가 수학적으로 유도되었다. 유도된 확률밀도함수의 적용성을 검증하기 위하여 Monte-Carlo 해석방법과 모멘트법인 FMA 방법과 AFDA 방법도 같이 수행하였으며, 그 결과들을 정성적, 정량적으로 비교하여 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다. 또한 경사제의 피복재에 대한 파괴확률 산정시 신뢰함수에 포함된 각각의 변수들이 확률적으로 독립이다 라고 가정할 수 있다는 사실이 확인되었다. 이는 각각의 확률변수가 정규분포를 따르지 않는다는 조건에서도 본 연구에서 사용된 해석방법이 확장될 수 있다는 것을 의미한다.

**핵심용어** : 경사제, 신뢰성 해석, 모멘트법, 확률밀도함수, Monte-Carlo 방법

**Abstract** □ A probability density function of reliability function is derived in this paper, by which the stability of armor units on the rubble-mound breakwater can be studied on the probabilistic approach. To obtain the distribution, each random variable of the reliability function is assumed to follow Gaussian distribution. The distribution function of reliability function is in agreement with the histogram simulated by the Monte-Carlo method. In addition, the failure probability of armor units on the rubble-mound breakwater evaluated by the derived probability density function is shown to have the same order of magnitude as those calculated by FMA and AFDA of moment method. In particular, it is important to note that random variables of the reliability function may be considered to be statistically independent in the reliability analysis of armor units on the rubble-mound breakwater. Therefore, the present approach may be straightforwardly applicable to all of the cases that any random variables in the reliability function are controlled by other distribution functions as well as normal distribution.

**Keywords** : rubble-mound breakwater, reliability analysis, moment method, probability density function, Monte-Carlo method

### 1. 서 론

항만 개발에서 가장 중요한 문제는 외해에서 내습하는 파랑 에너지를 효과적으로 차단하여 계획된 정온한 수역을 확보하는 것이다. 이와 같은 목적으로 현재 경사제를 포함한 여러 가지 형식의 방파제가 설계, 건설되고 있다. 특히 우리 나라에서 가장 많이 적용되고 있는 경사제는 각기 다른 재질과 크기를 갖는 여러 층으로 구성되며, 파랑과 직접적으로 만나는 피복층의 피복재에 의하여 단면의 안정성이 확보되는 특성을 갖는다. 따

라서 파랑에 의하여 발생하는 외력에 저항할 수 있는 피복재의 중량을 올바르게 산정하는 것이 경사제의 전체적인 안정성을 확보하는 문제와 직결된다. 이와 더불어 건설될 구조물의 중요 정도에 따라 어느 정도의 피해를 감수할 것인지에 대한 검토가 설계 단계에서 고려될 수 있다. 즉, 초기 건설비용과 유지 및 피해 발생시 보수하는 비용의 경제적 상관성을 고려하여 설계할 경우, 임의의 파랑조건과 피복재의 특성에 따른 파괴정도에 대한 정량적인 산정이 필요하다.

현재 경사제를 설계하는데 일반적으로 사용되고 있는

\*강원대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Kangwon National University, Chunchon 200-701, Korea)

방법이 결정론적인 해석방법이다. 결정론적인 방법은 실험자료를 근거로 제시된 경험식을 이용하는 방법으로, 가장 많이 사용되고 있는 Hudson의 경험식(SPM, 1984)을 포함하여, 무수히 많은 식들이 규칙파에서 얻어진 실험자료를 근간으로 제시되었다(Bruun, 1985). 그 외 불규칙파랑 실험에서 얻어진 자료를 근거로 제시된 Van der Meer(1987)의 식을 비롯하여, 기존의 규칙파에 대한 기존 경험식들의 관계를 통계적으로 해석하여 그 적용 범위를 확대시킨 Koev(1992)의 제안식들이 있다. 특히 Van der Meer(1987)는 경험식에 쇠파계수(surf similarity parameter)와 입사파의 수(number of incident waves)를 도입하여 쇠파형태에 따른 특성 뿐만 아니라 입사파랑의 이력에 따른 영향을 고려할 수 있게 하였다. 이와 같은 결정론적인 해석 방법은 사용에 간편성이 있으나, 또한 적용에 대한 제약성과 해석의 한계성을 가지고 있다. 즉, 대부분의 경험식에는 실험에서 정량화하기 어려운 변수들의 영향을 고려하기 위하여, 임의로 정의된 안정계수 등과 같은 상수들이 내포되어 있다. 특히, 제한적인 실험 조건과 피복재의 종류에 따라 제시된 이와 같은 상수들의 정량적인 수치에 의하여 구조물의 안정성이 민감하게 의존하게 된다. 또한 경험식 속에 포함된 다른 변수들, 파고 및 주기에 대한 대표치의 선정과 그 변화에 따른 위험성 및 안정성에 대한 영향 정도가 정량적으로 산정될 수 없다. 즉, 결정론적인 해석방법에서는 임의로 선택된 설계파를 가지고 구조물의 안정성과 불안정성에 대한 평가만이 가능하다. Vidal *et al.* (1995)은 피복재의 안정성에 대한 파고의 영향을 해석하여 기존의 대표파 개념의 적용에 따른 문제점을 언급하였다. 무엇보다 현재까지도 각기 다른 경험식들이 제시되고 있다는 사실은 기존의 경험식들이 적용에 대한 일반성을 갖지 못한다는 것을 의미한다. 이와 같은 결정론적인 해석방법이 갖는 제약성 및 한계성을 체계적으로 해결할 수 있는 대안은 확률론적인 해석방법이다. 이 (1999), Wang and Peene(1990), Yamamoto *et al.*(1988), Mizumura *et al.*(1988) 그리고 Van der Meer(1988) 등이 피복재의 안정성에 대한 해석을 확률론적인 방법으로 수행하였다. 비록 확률론적 해석방법이 실제 적용에 있어 약간 복잡하기는 하나, 결정론적인 방법에서는 해석하기 어려운 여러 가지 문제를 해결할 수 있기 때문에 외국의 여러 나라에서는 방파제 설계에 확률론적인 개념에 근거한 신뢰성 해석이 이용되고 있다(CIRIA/CUR, 1991). 신뢰성 해석을 수행하면 어떤 방파제의 기

능 수행능력이 확률적으로 해석될 수 있어, 안전여유(safety margin)와 안전계수(safety factor) 개념을 설계에 도입할 수 있다. 따라서 우리나라에서도 이에 대한 연구를 수행하여 경제적인 방파제 설계와 기존에 건설된 방파제의 유지 및 관리에 대한 체계적인 대비가 필요하다.

본 연구의 목적은 확률론적인 개념을 도입하여 방파제의 안정성과 관련된 신뢰성을 해석하는 것이다. 이를 위하여 먼저 방파제의 안정성에 영향을 주는 변수들을 사용하여 임의의 조건에서 올바르게 제반 기능을 수행하는지에 대한 능력을 판단하는 지표인 신뢰함수(reliability function)를 수립하였다. 또한 관련 변수들의 결합 확률밀도함수와 여러 확률적 개념을 이용하여 신뢰함수의 확률분포함수가 유도되었다. 본 연구에서 유도된 신뢰함수의 확률밀도함수가 올바른 거동특성을 갖는지에 대한 검증을 위하여 Monte-Carlo 방법과 모멘트법의 FMA(First-order Mean-value Approach)방법과 AFDA(Approximate Full Distribution Approach)방법도 각기 수행하여 각각의 결과들이 비교되었다. 마지막으로 유도된 신뢰함수의 분포특성과 피해율의 함수로 계산된 경사제 피복재의 빈도별 파괴확률이 해석되었다.

## 2. 경사제 피복재에 대한 신뢰함수의 정의 및 수립

신뢰함수란 어떤 구조물이 있을 때 해당 구조물이 임의의 조건에서 제반 기능을 올바르게 수행하는지에 대한 능력을 판단하기 위하여 확률론적으로 정의된 함수이다. 방파제와 같은 해양 구조물인 경우에는 임의의 파랑에 의하여 발생하는 외력에 의하여 가해지는 하중과 방파제의 구조적인 특성에 의하여 형성되는 저항의 차이를 신뢰함수라고 정의할 수 있다. 하중이 저항 보다 크게 되면 방파제는 최초 설계시 의도하였던 제반 기능들을 정상적으로 수행하지 못하고 파괴된다고 생각하는 개념이다. 따라서 방파제 설계에 신뢰성 개념을 도입하는 문제는 저항이 하중보다 작게 되는 확률을 구하는 문제로 귀결된다. 이를 위해서는 하중함수(loading function)와 저항함수(resistance function)가 먼저 올바르게 수립되어야 하고, 또한 두 함수사이의 상관성이 고려되어야 한다. 그러나 하중함수와 저항함수가 제반 현상과 관련된 또 다른 많은 변수들에 의존하기 때문에 문제가 복잡해지고, 해석에 어려움이 따르게 된다. 현재까지 신뢰성

해석에서 일반적으로 적용되는 기본 개념은 하중함수와 저항함수를 구성하는 확률변수들의 통계적 특성이 임의의 확률분포함수에 의하여 나타내어질 수 있다고 생각하는 것이다. 즉, 각각의 확률변수들의 상관관계를 고려하여 하중함수와 저항함수를 정의한 후, 두 함수의 결합확률밀도함수를 이용하는 것이다. 따라서 임의로 선택되고 고정된 설계파를 사용하는 결정론적인 해석과는 다르게 신뢰성 해석에서는 관련 변수들의 통계적 특성들이 확률적 개념에 의하여 해석될 수 있다.

한편 대상 문제와 관련된 많은 변수들의 통계적 특성을 어떻게 고려하느냐에 따라 신뢰성의 해석방법이 다르게 구분된다. 먼저 생각할 수 있는 방법이 관련 변수들이 주어진 확률밀도함수를 따른다는 가정하에 임의로 발생시킨 많은 양의 자료를 해석하는 Monte-Carlo 방법이다. 여러 분야에서 많이 사용되고 있는 이 방법은 계산기에서 임의로 발생시킨 자료를 이용한다는 점을 제외하고는 수리모형실험에서 얻어진 자료를 해석하는 방법과 동일한 것이다. 또 다른 해석방법은 변수들의 확률밀도함수를 직접적으로 이용하지 않고도, 각 변수들의 불확실성을 고려할 수 있는 모멘트법이다. 모멘트법은 다시 각 변수의 평균값들을 이용하느냐, 파괴영역과 안전영역의 한계면(limit-state envelope)에 해당하는 설계점(design point)의 값들을 이용하느냐에 따라 구분된다. 일반적으로 전자를 FMA법 그리고 후자를 AFDA법이라 한다. 물론 신뢰함수가 수학적 선형이나 비선형이나에 따라, 관련 변수들이 확률적으로 독립적이나 의존적이거나에 따라 해석의 복잡 정도가 다르게 된다. 마지막 해석방법은 저항함수와 하중함수에 대한 확률밀도함수를 이용하여 수학적으로 신뢰함수의 확률분포 특성을 구하는 방법이다. 본 연구에서는 마지막 방법을 이용하여 신뢰함수의 확률분포함수를 유도하였다. 유도된 확률밀도함수의 적용성을 검증하기 위하여 앞에서 언급된 Monte-Carlo 방법과 모멘트법도 함께 해석하여 각각의 결과들이 비교되었다.

이상에서 신뢰함수에 대한 정의와 해석방법들이 언급되었다. 따라서 이하에서는 경사제의 피복재에 대한 해석에 대하여 서술하겠다. 서론에서 언급된 바와 같이 경사제의 피복재에 대한 안정성을 해석하기 위하여 제시된 많은 경험식들 중에서 불규칙파랑을 대상으로 제시된 Van der Meer(1987)의 경험식이 가장 많은 관련 변수들을 고려할 수 있는 경험식이다. 따라서 본 연구에서는 이 식을 이용하여 주어진 확률적 특성을 가지고

신뢰성 해석을 수행하였다. Van der Meer(1987)에 의하여 제안된 경험식을 이용하면 다음 식 (1)과 같이 신뢰함수,  $Z$ 를 정의할 수 있다.

$$Z(R, L) = R(P, \alpha, S_d, D) - L(N_w, H, T) \quad (1)$$

식 (1)의 우변에 있는 첫 항은 저항함수이며, 두 번째 항은 하중함수이다. 권파형 쇄파(plunging breaker)인 경우에, 저항함수는 피복재의 특성 길이 및 비중 그리고 경사제의 구조적 특성과 관련된 변수들의 함수로 다음 식 (2a)와 같이 정의되며, 외력과 관련된 변수인, 입사파의 수 및 파고 그리고 주기의 함수가 되는 하중함수는 다음 식 (2b)로 정의될 수 있다.

$$R(P, \alpha, S_d, D) = c_1 \left( \frac{g}{2\pi} \right)^{-1/4} P^{0.18} \sqrt{\cot \alpha} \Delta S_d^{0.2} D \quad (2a)$$

$$L(N_w, H, T) = N_w^{0.1} H_s^{0.75} T_c^{0.5} \quad (2b)$$

여기서  $P$ 는 피복층의 공극 정도를 나타내는 공극계수이고,  $\alpha$ 는 경사제 체체의 경사,  $\Delta = \gamma_s / \gamma_w - 1$ ,  $S_d$ 는 피해율,  $D$ 는 피복재의 특성길이,  $N_w$ 는 입사파의 이력을 나타내기 위하여 정의된 입사파의 수,  $H_s$ 는 유의파고,  $T_c$ 는 평균주기이며,  $g$ 는 중력가속도,  $\gamma_s$ ,  $\gamma_w$ 는 각각 피복재와 해수의 단위중량을 의미한다. 따라서 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 신뢰함수를 구할 수 있다. 이미 앞에서 언급된 바와 같이 저항함수와 하중함수의 확률적인 분포특성을 구하기 위해서는 관련된 확률변수들의 분포특성을 미리 알아야 한다. 그러나 상관성을 갖는 여러 개의 확률변수로 이루어진 함수의 분포함수를 구하는 것은 현실적으로 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 식 (2a)에서 체체의 경사,  $\alpha$ 와 공극계수,  $P$ 가, 그리고 식 (2b)에서는 입사파의 수,  $N_w$ 가 결정론적인 방법에 의하여 결정되고 가정하였다. 따라서 식 (2a)에서는 확률변수가 피해율과 피복재의 특성 길이가 되며, 식 (2b)에서는 파고와 주기가 확률변수가 된다. 이와 같은 가정들은 모멘트법을 이용하여 해석한 기존의 연구자들에 의하여도 도입된 바 있다(CIRIA/CUR, 1991). 비록 Van der Meer (1988)는 신뢰함수에 포함된 모든 변수를 확률변수로 고려하여 모멘트법의 AFDA방법을 이용하여 해석하였지만, 그에 따른 결과의 차이는 크지 않은 것으로 확인되었다. 이는 각각의 변수들이 확률적으로 독립이다 라는 가정을 사용하였기 때문이다. 또한 본 연구의 목적이 신뢰함수의 확률밀도함수를 수학적으로 유도하여 그 적용성을 확인하는 것이기 때문에, 임의의 상관관계를 갖는

두 확률변수의 결합확률밀도함수를 얻기 위해서 각각의 확률변수가 정규분포를 따른다고 가정하였다. 만약 Van der Meer(1988)와 CIRIA/CUR(1991)에서 가정한 바와 같이 변수들이 확률적으로 독립이다 라고 가정하면 정규분포가 아닌 임의의 분포함수를 사용할 수 있다. 현재까지 정규분포를 따르지 않는 변수들 사이에 상관관계를 고려하여 신뢰성을 해석할 수 있는 방법은 모멘트법의 AFDA방법이다. 그러나 이 방법에서도 각각의 확률변수들 사이의 상관관계가 가정되든지, 아니면 관련 자료로부터 미리 구하여 입력자료로 주어져야만 한다. 즉, 상관계수와 관련된 고유치와 고유벡터를 구하여 그에 따른 영향들을 해석하는 방법이다(Ang and Tang, 1984).

### 3. 신뢰함수에 대한 확률분포함수의 유도

신뢰함수와 저항함수 그리고 하중함수에 대한 비선형 관계식이 Van der Meer(1987)의 경험식을 근거로 식 (1)과 식 (2)에 정의되었다. 따라서 전 장에서 언급된 바와 같이 식 (2a)의 저항함수를 구성하고 있는 확률변수인 피해율  $S_d$ 와 피복재의 특성길이  $D$ 가 각각  $N(\mu_{S_d}, \sigma_{S_d})$ 와  $N(\mu_D, \sigma_D)$ 를 따른다고 가정하면 두 확률변수의 결합확률밀도함수는 다음 식 (3)과 같이 정의된다(Ochi, 1990).

$$\hat{f}(S_d, D) = \frac{1}{2\pi\sigma_{S_d}\sigma_D\sqrt{1-\rho_r}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_r^2)}\left[\frac{(S_d-\mu_{S_d})^2}{\sigma_{S_d}^2} - 2\rho_r \frac{(S_d-\mu_{S_d})(D-\mu_D)}{\sigma_{S_d}\sigma_D} + \frac{(D-\mu_D)^2}{\sigma_D^2}\right]\right\}, -\infty < S_d, D < \infty \quad (3)$$

여기서  $\rho_r$ 은 두 확률변수의 분산과 공분산에 의하여 정의되는 상관계수이다. 식 (3)에서 볼 수 있듯이 결합확률밀도함수가 적용되는 구간이 관련 확률변수의 물리적 특성을 만족하지 못하고 있다. 즉, 피해율과 피복재의 특성길이는 항상 영보다 크기 때문이다. 따라서 식 (3)은 다음 식 (4)에 의하여 적용 구간이 수정된 절단확률밀도함수(truncated probability density function)로 변형되어야 한다.

$$f(S_d, D) = \frac{\hat{f}(S_d, D)}{\int_0^\infty \int_0^\infty \hat{f}(S_d, D) dS_d dD}, \quad 0 \leq S_d, D < \infty \quad (4)$$

이때 식 (2a)의 관계식을 이용하여 확률변수,  $D$ 를 저항함수,  $R$ 의 함수로 변환한 다음,  $S_d$ 로 적분하게 되면 저항함수의 확률밀도함수를 다음 식 (5)와 같이 구할 수

있다.

$$f_r(R) = \frac{1}{a} \int_0^\infty \frac{1}{S_d^{0.2}} f\left(S_d, \frac{R}{aS_d}\right) dS_d, \quad 0 \leq R < \infty \quad (5)$$

여기서  $a=c_1(g/2\pi)^{1/4} P^{0.18} \sqrt{\cot\alpha\Delta}$ 이다. 한편 식 (5)를 유도하기 위하여 사용되었던 동일한 과정을 거치게 되면 하중함수에 대한 확률밀도함수도 쉽게 얻을 수 있다. 즉, 하중함수에 포함된 두 확률변수,  $H_s$ 와  $T$ 가 각각  $N(\mu_H, \sigma_H)$ 와  $N(\mu_T, \sigma_T)$ 를 따르고 두 확률변수의 상관계수를  $\rho_s$ 라고 가정하면, 하중함수,  $L$ 에 대한 확률밀도함수를 다음 식 (6)과 같이 유도할 수 있다.

$$f(L) = \frac{2L}{b^2} \int_0^\infty \frac{1}{H_s^{1.5}} f\left(H_s, \frac{L^2}{b^2 H_s}\right) dH_s, \quad 0 \leq L < \infty \quad (6)$$

여기서  $b=N_w^{0.1}$ 이다. 따라서 신뢰성 해석에서 일반적으로 적용되고 있는 개념, 즉, 식 (5)의 저항함수와 식 (6)의 하중함수가 확률적으로 독립이다 라고 가정하면 두 함수의 결합확률밀도함수를 다음 식 (7)과 같이 정의할 수 있다.

$$f(R, L) = f_r(R) \cdot f_l(L), \quad 0 \leq R, L < \infty \quad (7)$$

마지막으로 식 (1)을 이용하여 식 (7)을 변환하게 되면, 신뢰함수에 대한 확률밀도함수를 다음 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

$$f(Z) = \int_0^\infty f_l(L) \cdot f_r(L+Z) dL, \quad -\infty < Z < \infty \quad (8)$$

본 연구에서 유도한 식 (8)은 수학적으로 비선형인 저항함수와 하중함수로 부터 구해진, 적분 형태로 표현된 신뢰함수의 확률밀도함수이다. 따라서 식 (8)을 해석하기 위해서는 임의의 적분기법을 도입하여 수치적으로 계산되어야 한다.

### 4. 확률분포함수의 적용성 검증 및 해석

경사제 피복재의 안정성에 영향을 줄 수 있는 주요 확률변수들이 정규분포를 따르고, 변수들 사이에 임의의 상관관계가 존재한다는 가정하에, 식 (8)과 같이 적분 형태로 표시된 신뢰함수의 확률분포함수가 유도되었다. 따라서 본 장에서는 유도된 신뢰함수의 확률밀도함수가 올바르게 적용될 수 있는지에 대하여 검토하고자 한다. 이 미 서론에서 언급된 바와 같이 신뢰성 해석에 많이 사용되고 있는 해석방법들, Monte-Carlo 해석방법과 모멘

트법의 FMA와 AFDA 해석방법도 동일한 조건에 대하여 각각 수행하여 본 연구에서 유도된 확률밀도함수의 결과와 정량적, 정성적으로 비교하였다. Monte-Carlo 해석방법은 확률밀도함수의 거동특성을 정량적으로 비교하기 위하여 수행되었으며, 관련 변수의 난수(random number)들은 Box and Muller 알고리즘을 사용하여 발생시켰다. 또한 관련 변수들의 확률분포함수를 직접적으로 사용하지 않는 모멘트법들은 본 연구에서 유도된 확률밀도함수에 의하여 계산될 경사제 피복재의 파괴확률에 대한 예측 능력의 정도를 비교하기 위하여 수행되었다. 모멘트법의 AFDA 방법을 이용하여 임의의 주어진 조건에 대해 경사제 피복재의 파괴확률을 계산하는 해석절차가 부록에 제시되었다.

본 연구에서 유도된 신뢰함수에 대한 확률밀도함수의 실제 적용성을 검증하기 위하여 사용된 계산 조건은 CIRIA/CUR(1991)에 제시된 자료이다. 관련 확률변수들의 평균과 표준편차를 Table 1에 제시하였다. 먼저 본 연구에서 유도된 식 (8)에 의하여 계산된 신뢰함수의 분포특성이 Monte-Carlo 해석방법에 의하여 계산된 결과와 함께 Fig. 1에 제시되었다. Monte-Carlo 해석방법을 수행하기 위하여 네 개의 확률변수에 대하여 각각 20개씩, 총 160,000개의 난수가 생성되었으며, 생성된 확률변수들의 평균과 표준편차를 다시 계산하여 입력자료와 비교 확인하였다. 또한 식 (8)을 계산할 때 필요한 저항함수와 하중함수에 포함된 상관계수는 임의로 생성된 자료에서 얻어진 값을 사용하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 식 (8)을 이용하여 계산된 신뢰함수의 분포형태가 Monte-Carlo 해석방법에 의하여 얻어진 히스토그램과 매우 잘 일치하고 있다. 그러나 Monte-Carlo 해석방법에서는 신뢰함수가 영보다 작게되는 영역이 잘 나타나지 않고 있는데, 이는 난수발생숫자가 작아서 생기는 현상이라고 판단된다. 이미 신뢰함수의 정의에서 언급되었듯이 신뢰함수가 영보다 작다는 것은 해당 구조물이 설계에서 의도하였던 원래의 그 기능을 수행하지 못한다는 것을 의미하기 때문에 공학적으로 매우 중요한 의미를 갖게 된다. 즉, 설계에서는 신뢰함수가 영보다 작게되는 면적, 파괴확률을 필요로 하기 때문이다. 따

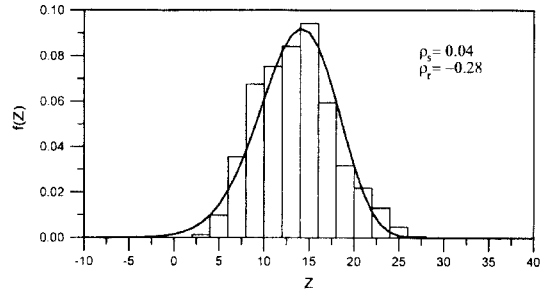


Fig. 1. Comparison of the probability density function of reliability function derived in this paper with histogram simulated by Monte-Carlo method.

라서 파괴확률에 대한 정량적인 결과를 비교하기 위하여 현재 다른 분야에서 일반적으로 사용되고 있는 모멘트법의 FMA 방법과 AFDA 방법으로 주어진 조건에 대한 파괴확률을 계산하였다. 이상의 두 가지 방법을 포함하여 모멘트법에서는 변수들의 확률밀도함수를 직접적으로 이용하지 않고 다음 식 (9)에 정의된 신뢰지수(reliability index)를 이용한다.

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} \tag{9}$$

여기서  $\mu_z$ 와  $\sigma_z$ 는 각각 신뢰함수의 평균과 표준편차이다. 모멘트법에 의한 신뢰성 해석에서 식 (9)의 신뢰지수,  $\beta$ 는  $\mu_z$ 에서  $Z=0$ 이 되는 점까지의 거리를 의미하기 때문에 신뢰함수의 확률밀도함수가 정규분포를 따른다는 가정하에 파괴확률을 구할 수 있다. 모멘트법에 의하여 계산된 신뢰함수의 평균과 표준편차 그리고 파괴확률의 결과가 본 연구에서 유도된 식 (8)을 이용하여 계산된 결과와 함께 Table 2에 비교되었다. 이때 모멘트법의 결과와 동일한 조건에서 비교하기 위하여 식 (8)을 이용하여 계산할 때 저항함수와 하중함수에 포함된 상관계수들의 값을 영으로 사용하였다. 표에서 볼 수 있듯이 세 개의 결과가 잘 일치하고 있다. 따라서 본 연구에서 얻어진 식 (8)의 신뢰함수에 대한 확률밀도함수는 올바르게 유도되었다고 판단된다. 이하에서는 식 (8)을 이용하여 경사제의 피복재와 관련하여 적용될 수 있는 해석결과에 대하여 설명하겠다.

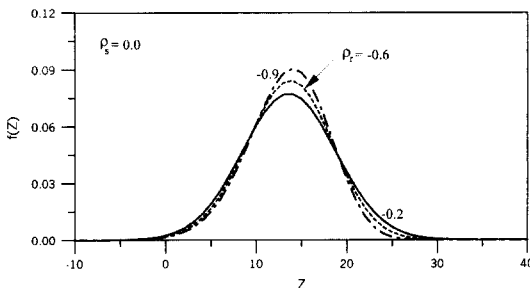
Table 1. Mean and standard deviation of variables used in reliability analysis.

Variable, $X_i$	$S_i$	$D$ (m)	$H$ , (m)	$T$ ,(s)	$\cot \alpha$	$P$	$N_w$	$\Delta$	$c_1$
Mean, $\mu_{x_i}$	10	1.0	3.0	6	4	0.5	1000	1.6	6.2
Standard Deviation, $\sigma_{x_i}$	2	0.2	0.5	1	0	0	0	0	0

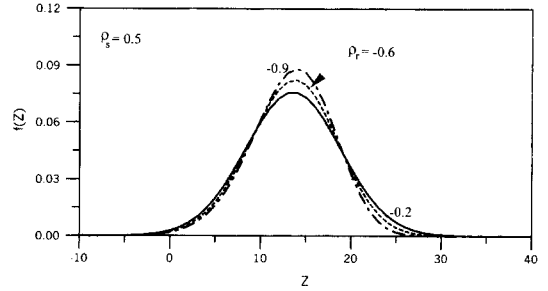
**Table 2.** Comparison of failure probabilities of armor unit on the rubble-mound breakwater evaluated by several methods.

	Monte-Carlo Method	FMA Method	AFDA Method	Present Method
$P_f[Z < 0]$	0.0	$5.1 \times 10^{-3}$	$4.7 \times 10^{-3}$	$5.2 \times 10^{-3}$

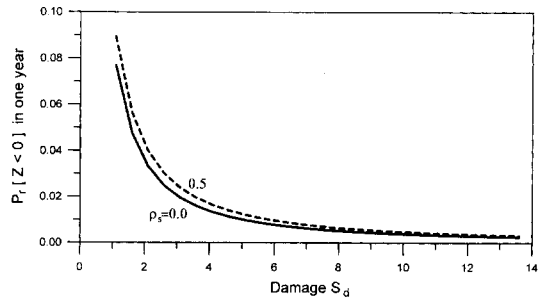
먼저 신뢰함수 속에 포함된 변수들 사이의 상관관계에 따른 특성을 살펴보았다. 모멘트법에서 상관관계를 고려할 수 있는 방법은 AFDA법이다. 그러나 이미 전장에서 언급되었듯이 확률변수들 사이에 존재할 수 있는 상관관계를 고려할 때 AFDA법으로 파괴확률을 계산하는 과정은 대단히 복잡하게 된다. 즉, 부록에 설명된 과정 이외에도 가정된 상관계수를 이용하여 고유치와 고유벡터를 구하는 과정이 필요하게 된다(Ang and Tang, 1984). 그러나 본 연구에서 유도된 식 (8)을 이용하게 되면 그와 같은 과정이 필요 없게 된다. Fig. 2는 파괴와 주기의 상관계수,  $\rho_s=0.0$ 일 때 피복재의 특성길이와 피해율의 상관계수,  $\rho_r$ 을 변화시켜 계산한 결과이다. 이때 동일한 외력조건하에서 피복재의 특성길이가 커지면 피복재의 중량이 커지게 되고 피해율은 감소하게 된다. 따라서 두 확률변수의 상관계수는 음의 값을 갖는다고 생각하였다. 그림에서 보면 상관계수의 값이 커짐에 따라 신뢰함수에 대한 확률밀도함수가 평균치로 집중되면서 첨두값(mode)이 커지는 경향을 보이고 있다. 특히 중요한 결과는 상관계수가 변함에 따라 신뢰함수가 영보다 작게 되는 부분의 면적, 즉 파괴확률의 값이 거의 동일하게 나타난다는 것이다. 이는 경사제에 피복된 피복재에 대한 신뢰성 해석에서 각각의 확률변수들은 확률적으로 독립이다 라고 가정하여도 된다는 것을 의미한다. Fig. 3에 제시한  $\rho_s=0.5$ 에 대한 결과에서도 동일한 분포특성



**Fig. 2.** Probability density functions of reliability function with respect to the variation of  $\rho_r$  for  $\rho_s=0.0$ .



**Fig. 3.** Probability density functions of reliability function with respect to the variation of  $\rho_r$  for  $\rho_s=0.5$ .



**Fig. 4.** Failure probability of the armor unit on the rubble-mound breakwater in one year as a function of damage level for  $\rho_s=0.0$  and  $\rho_r=0.5$ .

을 나타내고 있다. 다음에는 주어진 조건에 대하여 빈도별 피해확률을 피해율의 함수로 계산하였다. Van der Meer(1988)는 모멘트법의 AFDA방법을 사용하여 동일한 계산 예를 제시한 바 있다. Van der Meer(1988)의 결과도 신뢰성 해석에 대한 적용 예를 제시한 것이기 때문에 직접적인 비교는 수행하지 않았다. 먼저 Table 1에 주어진 조건들이 일년 동안에 발생하는 통계적 자료들이라고 가정하게 되면, 일년 동안에 발생할 파괴확률을 피해율의 함수로 계산할 수 있다. Fig. 4에 일년 동안에 발생할 경사제 피복재의 파괴확률이 피해율의 함수로 제시되었다. 상관계수의 변화에 따른 파괴확률의 차이가 거의 나타나지 않고 있음을 쉽게 알 수 있다. 또한 동일한 조건에 대한 20년, 50년 그리고 100년 빈도에 해당하는 파괴확률을 다음 식 (10)으로 부터 계산하여 피해율의 함수로 Fig. 5에 제시하였다.

$$Pr[Z < 0; Nyr] = 1 - \{1 - Pr[Z < 0; 1yr]\}^N \quad (10)$$

전체적인 경향이 Van der Meer(1988)에 의하여 제시된 결과와 잘 일치하고 있다. 따라서 본 연구에서 유도된 식 (8)은 모멘트법과 함께 경사제의 피복재에 대한 신

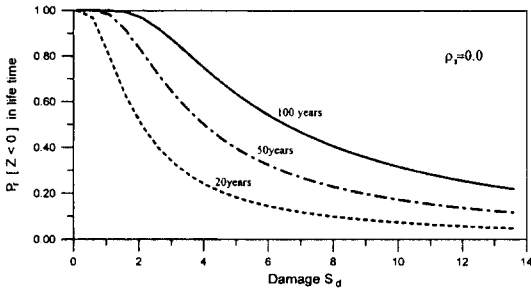


Fig. 5. Failure probability of the armor unit on the rubble-mound breakwater in life time as a function of damage level for  $\rho_r=0.0$ .

뢰성 해석에 이용될 수 있다고 판단된다. 특히 Fig. 2 와 Fig. 3의 결과에 의하면 경사제에 대한 신뢰성 해석에서는 신뢰함수에 포함된 각각의 확률변수들 사이의 확률적인 상관성이 파괴확률을 구하는데 영향을 거의 주지 않기 때문에, 각각의 확률변수들을 임의의 확률분포로 정의하여 사용할 수 있다. 즉, 관측자료에 의하여 임의의 확률변수가 정규분포가 아닌 다른 확률분포를 따른다고 가정될 경우에도 본 연구의 해석방법이 적용될 수 있다. 예로 Van der Meer(1988)는 유의파고분포가 Weibull 분포의 한 형태인 지수분포를 따른다는 가정하에 모멘트법의 AFDA방법으로 경사제 피복재의 신뢰성을 해석하였다. 물론 신뢰함수는 정규분포를 따른다는 가정하에 신뢰지수를 임의의 피해율의 함수로 계산하여 파괴확률을 구하였다. 그러므로 본 연구에서 얻어진 식 (8) 뿐만 아니라 식 (8)을 유도하기 위하여 도입된 과정이나 결과들은 경사제의 안정성과 관련된 신뢰성 해석에 매우 유용하게 이용될 수 있다.

### 5. 결 론

경사제의 피복재에 대한 안정성을 확률이론에 근거한 신뢰성 개념으로 해석하였다. 특히, 본 연구에서는 관련 확률변수들이 임의의 상관계수를 가지며 정규분포를 따른다는 가정하에 신뢰함수에 대한 확률밀도함수를 수학적으로 유도하였다. 유도된 확률밀도함수의 적용성을 검증하기 위하여 동일한 조건에 대하여 Monte-Carlo 해석방법과 두 개의 모멘트법인 FMA법과 AFDA법으로 신뢰성 해석을 수행하여 그 결과들을 정성적, 정량적으로 비교하여, 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다. 경사제 피복재의 안정성과 관련된 파괴확률 산정시 신뢰함수에 포함된 각각의 확률변수들이 확률적으로 독립이다

라고 가정할 수 있다는 사실이 확인되었다. 이는 각각의 확률변수가 정규분포를 따르지 않는다는 조건에서도 식 (8)을 유도하기 위하여 사용된 본 연구의 해석방법이 확장될 수 있다는 것을 의미한다. 따라서 그 적용성이 일반화될 수 있으며, 또한 결과의 정도를 높일 수 있다고 판단된다.

### 부록: 모멘트법의 AFDA방법에 의한 파괴확률의 계산과정

모멘트법중에서 AFDA법은 각각의 변수에 대한 확률 밀도함수를 직접적으로 사용하지 않고도 변수들의 불확실성을 고려하면서 파괴확률을 비교적 정확하게 예측할 수 있는 방법으로 알려져 있다. 제 2장에 서술된 바와 같이 AFDA방법의 핵심은 파괴영역과 안전영역의 한계면(limit-state envelope)에 해당하는 설계점(design point)을 어떻게 구하느냐 하는 것이다. Ang and Tang(1984)에 의하여 설명된 바와 같이 변수들이 확률적으로 독립이다 라는 가정하에 설계점을 찾아가는 방법은 다음의 여섯 단계를 거치게 된다.

(1) 주어진 각각의 확률변수들의 평균이 설계점의 값,  $X_i^*$ 라는 가정하에 표준편차와 함께 다음 식 (11)을 이용하여 각각의 확률변수를 정규화시킨다.

$$X_i^* = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \tag{11}$$

(2) 신뢰함수를 각각의 확률변수로 미분한 후, 다음 식 (12)를 이용하여  $X_i^*$ 값을 가지고  $\alpha_{X_i}^*$ 를 계산한다.

$$\alpha_{X_i}^* = \frac{(\partial Z / \partial X_i)}{\sqrt{\sum_i (\partial Z / \partial X_i)^2}} \tag{12}$$

(3) 다음 식 (13)을 이용하여 신뢰지수의 함수로 표현되는 새로운 설계점의 값,  $X_i^*$ 의 관계식을 수립한다.

$$X_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_{X_i}^* \sigma_{X_i} \beta \tag{13}$$

(4) 식 (13)의 관계식을 다음 식 (14)에 대입하여 신뢰지수,  $\beta$ 를 구한다.

$$Z(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) = 0 \tag{14}$$

(5) 단계 4)에서 구해진  $\beta$ 를 단계 3)의 식 (13)에 대입하여  $X_i^*$ 를 다시 계산한다.

(6) 단계 2)로 돌아가서 동일한 과정을 수행하면 새

**Table 3.** Summary in each iteration calculated by AFDA of moment method.

Iteration No.	Variable, $X_i$	Assumed Design Point, $X_i^*$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial X_i}\right)_*$	$\alpha_{x_i}^*$	Reliability Index, $\beta$	Updated Design Point, $X_i^*$
1	$S_d$	10	0.993	0.186	2.615	9.027
	$D$ (m)	1	4.965	0.931		0.514
	$H$ (m)	3	-1.392	-0.261		3.343
	$T$ (s)	6	-0.929	-0.174		6.455
2	$S_d$	9.027	0.554	0.107	2.598	9.444
	$D$ (m)	0.514	4.864	0.938		0.512
	$H$ (m)	3.343	-1.405	-0.271		3.353
	$T$ (s)	6.455	-0.971	-0.187		0.486
3	$S_d$	9.444	0.531	0.102	2.601	9.469
	$D$ (m)	0.512	4.909	0.939		0.511
	$H$ (m)	3.353	-1.408	-0.269		3.351
	$T$ (s)	6.486	-0.971	-0.186		6.484
4	$S_d$	9.469	0.531	0.101	2.602	9.474
	$D$ (m)	0.511	4.912	0.940		0.511
	$H$ (m)	3.351	-1.408	-0.269		3.351
	$T$ (s)	6.484	-0.971	-0.186		0.484
5	$S_d$	9.474	0.531	0.101	2.602	9.474
	$D$ (m)	0.511	4.912	0.940		0.511
	$H$ (m)	3.351	-1.408	-0.269		3.351
	$T$ (s)	6.484	-0.971	-0.186		6.484

로운 신뢰지수,  $\beta$ 를 계산할 수 있다. 이때 계산된 신뢰지수,  $\beta_{i+1}$ 과 전 단계의 신뢰지수,  $\beta_i$ 를 비교하여,  $\beta_{i+1} = \beta_i$ 가 만족할 때까지 반복적으로 계산을 수행한다.

이상에 서술된 계산과정을 따라서 Table 1에 주어진 자료를 이용하여 계산된 적용 예가 Table 3에 제시되었다.

### 참고문헌

- 이철용, 1999. 경사제 피복재의 안정성과 피해율에 대한 확률론적 해석, 대한토목학회논문집(심사중).
- Ang, A.H-S. and Tang, W.H., 1984. *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, John Wiley & Sons, New York, NY.
- Bruun, P., 1985. *Design and Construction of Mounds for Breakwaters and Coastal Protection*, Elsevier, New York, NY.
- CIRIA/CUR, 1991. Manual on the use of rock in coastal and shore engineering, *Center for Civil Engrg. Research and Codes Rep. 154*, Special Publication 83, Construction Industry Research and Information Association, UK.
- Mizumura, K., Yamamoto, M., Endo, T. and Shiraishi, N., 1988. Reliability analysis of rubble-mound breakwater, *Proc. 21st Coastal Engrg. Conf.*, ASCE, pp. 2053-2062.
- Koev, K.N., 1992. Statistical analysis of formulas for breakwater armor layer design, *J. Wtrway, Port, Coast. and Oc. Engrg.*, ASCE, **118**(2), pp. 213-219.
- Ochi, M.K., 1990. *Applied Probability and Stochastic Processes in Engineering and Physical Sciences*, John Wiley & Sons, New York, NY.
- Shore Protection Manual*, 1984. 4th Ed., U.S. Army Corps of Engrs., Coast. Engrg. Res. Ctr., Washington, D.C.
- Van der Meer, J.W., 1987. Stability of breakwater armour layers-Design formulae, *Coast. Engrg.*, **11**, pp. 219-239.
- Van der Meer, J.W., 1988. Deterministic and probabilistic design of breakwater armor layers, *J. Wtrway, Port, Coast. and Oc. Engrg.*, ASCE, **114**(1), pp. 66-80.
- Vidal, C.V., Losada, M.A. and Mansard, E.P.D., 1995. Suitable wave-height parameter for characterizing breakwater stability, *J. Wtrway, Port, Coast. and Oc. Engrg.*, ASCE, **121**(2), pp. 88-97.
- Wang, H. and Peene, S.J., 1990. A probabilistic model of rubble mound armor stability, *Coast. Engrg.*, **14**, pp. 307-331.
- Yamamoto, M., Mizumura, K., Endo, T. and Shiraishi, N., 1988. Reliability based design of rubble-mound break-water, *Proc. 21st Coastal Engrg. Conf.*, ASCE, pp. 2063-2074.

Received August 9, 1999

Accepted October 13, 1999