

## 에너지 감쇠영역으로 인한 파랑변형 Wave Transformation Due to Energy Dissipation Region

윤 종 태\*  
Jong Tae Yoon\*

**요 旨** : 에너지 감쇠영역으로 인한 파의 변형을 모의하기 위하여 타원형 수치모형을 구성하였다. 해석방정식은 에너지 감쇠항이 추가된 타원형 환경사 방정식을 사용하였다. 개방경계조건에는 포물형 가정을 도입하였고 이를 위해 수치기법으로는 GCGM을 사용하였다. 원형감쇠역에 대한 수치실험을 통하여 감쇠역 전부에서의 반사파의 생성, 감쇠효과에 의한 파고감소 등을 확인할 수 있었고 해석해와 잘 일치하였다. 사각형 감쇠역에 대한 실험을 통하여 감쇠계수의 크기에 따른 파고분포의 변화를 살펴보았고 감쇠역 주변에서는 회절효과에 의한 파고의 증가가 매우 완만히 진행됨을 확인하였다. 이러한 수치실험을 통하여 에너지 감쇠구조 또한 반복기법을 사용한 타원형 수치모형으로 잘 모의할 수 있음을 확인하였다.

**핵심용어** : 타원형 수치 파랑모형, 개방경계조건, 일반공액경사법, 에너지 감쇠, 포물형 근사

**Abstract** □ To simulate the wave transformation by an energy dissipation region, a numerical model is suggested by discretizing the elliptic mild-slope equation. Generalized conjugate gradient method is used as solution algorithm to apply parabolic approximation to open boundary condition. To demonstrate the applicability of the numerical procedure suggested, the wave scattering by a circular damping region is examined. The feature of reflection in front of the damping region is captured clearly by the numerical solution. The effect of the size of dissipation coefficient is examined for a rectangular damping region. The recovery of wave height by diffraction occurs very slowly with distance behind the damping region.

**Keywords** : elliptic numerical wave model, open boundary condition, generalized conjugate gradient method, energy dissipation, parabolic approximation

### 1. 서 론

비교적 평탄한 형상의 심해파랑은 천해역으로 접어들어 해안선을 향해오면서 수심변화 및 심, 해안구조물 등에 의하여 복잡하고도 급격한 변형을 겪게 된다. 회절과 굴절, 그리고 반사 및 쇄파 등의 다양한 물리적 현상이 발생할 수 있는 복잡한 지형을 가진 해안에서의 정확한 파랑계산은 해안 구조물의 적정 설계 및 배치를 위한 기본조건이다. 이러한 파랑변형을 설명하고자 하는 수학적 모형이 꾸준히 개발되어 왔으며, Berkhoff (1972)에 의해 발표된 환경사방정식은 심해에서 천해역까지의 전 수심대에서 파랑의 선형분산성을 정확히 예측할 수 있는 모형이다. 이 방정식은 상당히 유용하여

다양한 공학적 문제의 해결에 이용되어 왔다.

파랑이 천해역으로 전파해 오면서 앞서 언급한 지형 변화에 의한 다양한 변형외에 에너지의 감쇠가 발생할 수 있다. 과도하게 성장한 파랑에너지의 최종적 소산과 정으로서의 백파 및 쇄파 외에도 국부적인 에너지 감쇠 요인을 만나면 에너지가 손실되고 파고가 작아진다. 모래바닥으로 된 해저면에 위치한 국부적인 점성토 구역이나 대규모의 해초 밀집지역, 말뚝 군(群) 혹은 수중 수목 등을 만나면 이러한 요인에 의해 파의 에너지가 감쇠될 뿐만 아니라 감쇠역 전면에서는 감작스러운 감쇠기구로 인한 반사파가 발생하고 후면부에서는 회절이 발생하여 파랑의 분포가 급격하게 달라진다. 다양한 요인들에 의한 에너지 감쇠효과에 대해서는 많은 연구가

있어왔지만(Liu, 1973) 이러한 에너지 감쇠영역을 대상 해석에 포함하는 파랑장에 대한 계산 예는 많지 않다. Dalrymple *et al.*(1984b)은 해저 수초군이 있을 때의 감쇠 구조 및 회절현상을 연구한 바 있지만, 수치모형에서 반사파를 무시하여 충분히 파의 산란을 고려하지는 못하였다. Liu *et al.*(1986)은 광역회절을 추가한 포물선형 모형을 이용하여 원형 감쇠역에 대한 파의 산란을 계산하였는데 감쇠역 전면부의 반사파를 잘 모사하였다.

완경사방정식은 그 유용성에도 불구하고 식이 비분리 타원형이기 때문에 계산의 효율성을 기하고자 할 때에는 포물선형이나 쌍곡선형 편미분 방정식으로 변환하여 사용해 왔는데, 그 장단점에 대해선 많은 연구가 되어 있다. 이러한 변환들이 부적합한 경우엔 원래의 타원형식을 사용해야 하는데 Gauss 소거법으로 만족스럽게 다룰 수 있는 영역은 약 10파장 이내이다. 반면에 반복기법을 사용하면 이같은 용량문제를 피할 수 있고 비사각형 영역에도 쉽게 적용할 수 있지만, 원래의 방정식이 일반적인 반복기법의 수렴조건을 만족하지 않는다. Panchang *et al.*(1991)은 차분화된 행렬방정식을 반복기법이 가능하게 변환시킨 후 PCGM(Preconditioned Conjugate Gradient Method)을 사용하여 해를 구한 바 있고 서(1994)는 타원형 수치모형에서 PCGM연산방식에 대한 비교연구를 행하였다. 윤(1998)은 해에서 나타나는 부적절한 진동을 줄이기 위해 개방 경계조건에 포물형 근사식을 도입하고 연산기법으로 GCGM(Generalized Conjugate Gradient Method)을 사용하였다.

이 기법은 원래의 완경사방정식의 물리적 구조를 모두 재현할 수 있고 파랑의 주 방향에 대한 제약이 없을 뿐만 아니라 대단히 불규칙한 지형에도 쉽게 적용할 수 있다(Panchang *et al.* 1991). 본 연구에서는 에너지 감쇠역으로 인한 파랑장의 변화를 타원형 완경사방정식을 사용하여 확인하여 보았다. 수치기법은 GCGM을 사용하였고 원형 감쇠역을 가진 경우의 해석해와 비교한 후 구형감쇠역에서의 파랑분포를 계산해 보았다.

## 2. 파랑변형 모형

### 2.1 지배방정식

완경사 해석에서 회절과 굴절을 고려한 미소진폭파의 전파는 다음 식으로 표시된다.

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \Phi) + \frac{C_g}{C} \sigma^2 \Phi = 0 \quad (1)$$

여기서  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ ,  $\Phi(x, y)$ 는 정상상태의 평균해 수면 상의 속도포텐셜,  $\sigma$ 는 각주파수,  $C(x, y)$ 는 파속,  $C_g(x, y)$ 는 군속도이다.  $k$ 를 파수,  $h$ 를 수심이라 할 때 분산방정식은  $\sigma^2 = gk \tanh kh$ 이다. 에너지 감쇠역에서는 감쇠효과를 고려해야 하므로  $i\sigma W\Phi$ 를 더해주면 식 (1)은 다음과 같이 표현된다(Booij, 1981).

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \Phi) + \left( \frac{C_g}{C} \sigma^2 + i\sigma W \right) \Phi = 0 \quad (2)$$

여기서  $W$ 는 에너지 감쇠계수이다. 식 (2)가 에너지 감쇠역에서의 완경사방정식이다. 수치기법 적용시의 편의를 위해 식 (2)를 Helmholtz 방정식의 형태로 변환하면 다음과 같다.

$$\nabla^2 \phi + K^2(x, y)\phi = 0 \quad (3)$$

여기서

$$\phi = \Phi(CC_g)^{0.5} \quad (4)$$

$$K^2 = k^2 + \frac{i\sigma W}{CC_g} - \frac{\nabla^2(CC_g)^{0.5}}{(CC_g)^{0.5}} \quad (5)$$

### 2.2 경계조건

식 (3)은 타원형 편미분 방정식이므로 해석영역의 전 경계에서 조건이 주어져야 한다. 경계에 수직한 방향으로 파가 입사할 경우 입사경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = iK(2\phi_1 - \phi) \quad (6)$$

여기서  $\phi_1$ 는 입사파이다. 다른 경계들은 지형적으로 안벽, 해안선, 혹은 외해가 될 것인데 이 경우엔 다음 경계조건을 사용할 수 있다(Tsay and Liu, 1983).

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \alpha iK\phi \quad (7)$$

여기서  $n$ 은 경계에 수직한 방향이고  $\alpha$ 는 반사율에 따른 계수이다. 식 (7)은  $\alpha=1$ 을 사용할 경우 개방경계조건이 되는데, 이 경우 경계와  $\theta$ 의 각도를 가지고 진행하는 산란파에 대해 파가 충분히 투과되지 못하고 다음과 같은 반사율을 가지게 된다(Behrendt, 1985).

$$R = \frac{\sin\theta - 1}{\sin\theta + 1} \quad (8)$$

이러한 제약을 줄이기 위해 Kirby(1989)는 다음과 같은 포물형 근사식을 사용한 경계조건을 제시하였다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = iK \left( \phi + \frac{1}{2K^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \quad (9)$$

### 3. 수치기법

Fig. 1의 격자점( $i, j$ )에서의 포텐셜을  $\phi_{i,j}$ 로 두고 식 (3)을 차분화하면( $\Delta x=\Delta y$ )

$$\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + [(K\Delta x)^2 - 4]\phi_{i,j} = 0 \quad (10)$$

대상해역 전 격자점에 위와 같은 차분식을 적용하면 다음과 같은 연립방정식이 구성된다.

$$[A]\{\phi\} = \{f\} \quad (11)$$

여기서  $[A]$ 는 계수행렬,  $\{\phi\}$ 는 미지벡터, 그리고  $\{f\}$ 는 경계조건의 차분화로 부터 생기는 계수벡터이다. Panchang *et al.*(1991)은 식 (11)을 풀기 위해 PCGM 연산기법을 사용하였는데 이 기법의 경우 계수의 사전조정(preconditioning)에서  $K=0$ 을 사용하는 과정이 있어 식 (9)의 경계조건을 적용할 수 없다. 그러므로 본 연구에 선 PCGM 대신 GCGM을 연산기법으로 사용하였다. 일반적인 CG기법이  $f(x)=xAx/2-fx$ 를 최소화 하는데 비해 GCGM은  $f(x)=|r|^2/2=|Ax-f|^2/2$ 를 최소화하므로 계수행렬이 대칭이기만 하면 적용가능하다(Li, 1992). PCGM보다 반복횟수는 2배 이상 늘어나지만 필요한 기억용량이 적고 횟수당 연산량이 적어 총 연산시간은 2배를 넘지 않는다. GCGM의 계산과정은 다음과 같다.

1. 초기치  $\phi_0$ 를 선택한다
2.  $\{p_0\} = \{r_0\} = \{f\} - [A]\{\phi_0\}$
3.  $\{u_i\} = [A]\{p_i\}$
4.  $\alpha_i = \frac{\{r_i\}^T [A] \{r_i\}}{\{u_i\}^T \{u_i\}}$
5.  $\{\phi_{i+1}\} = \{\phi_i\} + \alpha_i \{p_i\}$

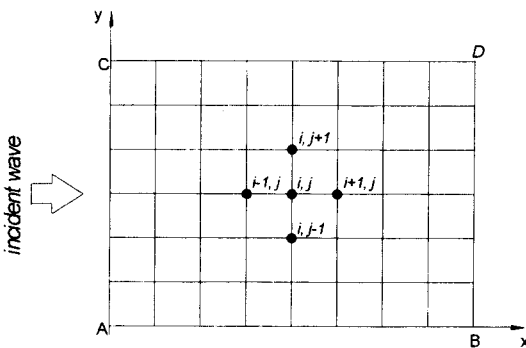


Fig. 1. Model grid.

6.  $\frac{\sum |\nabla^2 \phi + K^2 \phi|^2}{\sum |\phi|^2} < \epsilon$ , (convergence check)
7.  $\{r_{i+1}\} = \{r_i\} - \alpha_i \{u_i\}$
8.  $\beta_i = \frac{\{r_{i+1}\}^T [A] \{r_{i+1}\}}{\{r_i\}^T [A] \{r_i\}}$
9.  $\{p_{i+1}\} = \{r_{i+1}\} + \beta_i \{p_i\}$
10.  $i=i+1$ 로 두고 step 3으로 간다.

여기서  $\{p\}$ 는 추적방향벡터(search direction vector),  $\{r\}$ 은 오차벡터(residual vector) 그리고  $\alpha, \beta$ 는 복소수이다. 이처럼 GCGM은 Gauss변환이 불필요하고 사전조정(preconditioning)과정이 없으므로 연산구조가 PCGM보다 단순하고 아울러 전산화가 용이하다는 장점이 있다.

### 4. 수치실험 및 검토

#### 4.1 원형 감쇠역에 대한 실험

앞서 기술한 수치기법의 적용성을 검토하기 위해 원형 감쇠역으로 인한 파의 산란을 계산해 보았다. 반경  $a$ 인 원형감쇠역에  $y$ 축의 양의 방향으로 파가 입사하는 경우이다(Fig. 2). 계산결과는 Dalrymple *et al.*(1984a)이 구한 해석해와 비교하였다. 계산조건은 파수  $k=0.0264 \text{ m}^{-1}$ , 감쇠역의 반경  $a=476 \text{ m}$ , 수심  $h=15.24 \text{ m}$ , 각주 파수  $\sigma=0.3142 \text{ s}^{-1}$ , 감쇠계수  $W=0.05 \text{ s}^{-1}$ 이다.  $\Delta x=\Delta y=11.9 \text{ m}$ 를 사용하였고 계산결과는  $\theta=0 \rightarrow \pi$ ,  $\theta=-\pi/2 \rightarrow \pi/2$ , 그리고  $\theta=-\pi/4 \rightarrow 3\pi/4$  선을 따라 나타내었다(Figs. 3

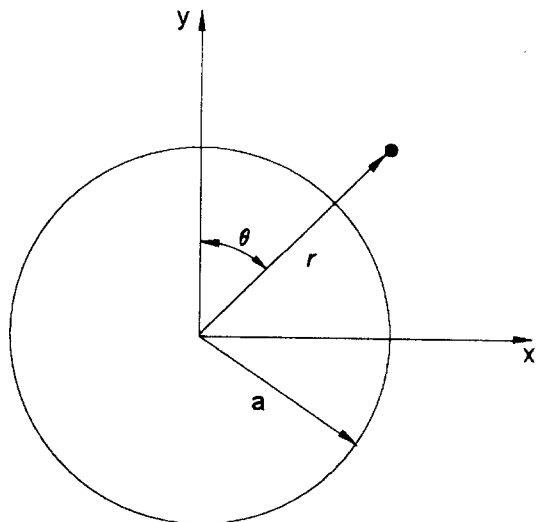


Fig. 2. Definition sketch and coordinates.

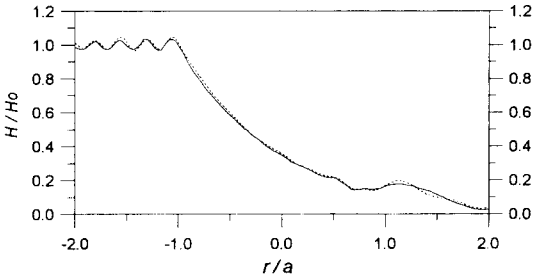


Fig. 3. Wave amplitude distribution along radial line where  $\theta=0 \rightarrow \pi$  (—analytic solution; .....numerical result).

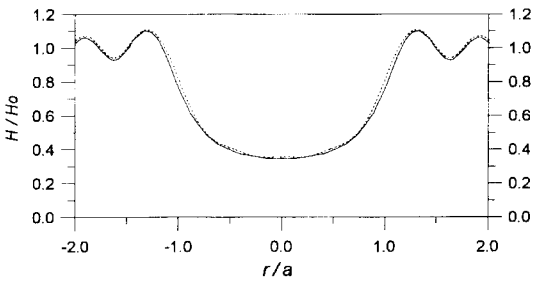


Fig. 4. Wave amplitude distribution along radial line where  $\theta=-\pi/2 \rightarrow \pi/2$  (—analytic solution; .....numerical result).

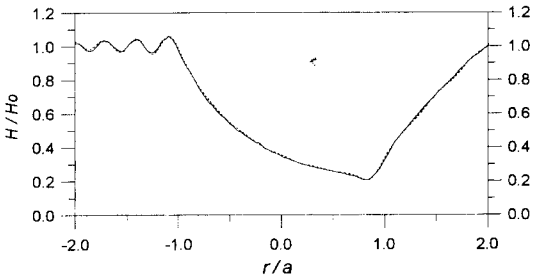


Fig. 5. Wave amplitude distribution along radial line where  $\theta=-\pi/4 \rightarrow 3\pi/4$  (—analytic solution; .....numerical result).

~5). 전반적인 계산결과는 차분오차를 고려할 때 대단히 잘 일치하고 있다. Fig. 3의 경우, 감쇠역 전면부에서 갑작스런 에너지의 감쇠로 인한 반사파의 생성을 뚜렷이 확인할 수 있고, 특히 감쇠역 내부에서는 계산결과가 매우 잘 일치하고 있다. 감쇠역 전면의 반사파에서 경미한 진폭오차가 생기고 하류부에서 약간의 부적절한 반사파가 보이지만 그 크기는 무시할 정도이다. Figs. 4~5도 해석해와 매우 양호한 일치를 보여준다. 감쇠역 전면부에서 다양한 방향으로 반사파가 형성되고 하류부에선 회절현상이 수반되는 복잡한 산란과정을 본 타원

형 수치모형으로 잘 모사할 수 있음을 확인하였다.

#### 4.2 구형감쇠역에 대한 실험

감쇠역 후면부의 회절효과를 확인하고 감쇠계수의 크기에 따른 변화양태를 비교하기 위해 Fig. 6과 같은 대상해역을 설정하였다. 감쇠계수  $W$ 는 0.025, 0.05, 0.2를 사용하였고, 파랑 조건은 파고 6.1 m, 주기 20 s에 수심 15.24 m,  $\Delta x = \Delta y = 7.5$  m를 사용하였다. 계산 결과는 투과계수로 표시하였고 등고선 간격은 0.2이다(Figs. 7~9).  $W=0.2$ 의 경우 수중말뚝군 혹은 수중수목의 강한

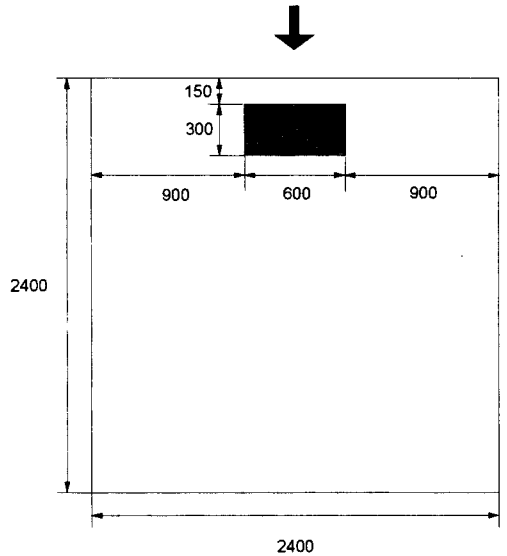


Fig. 6. Experimental setup.

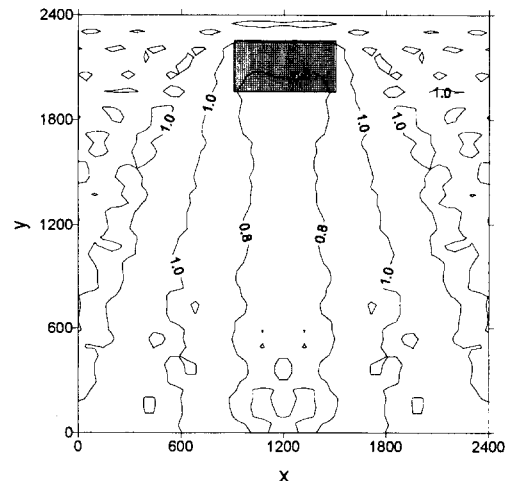


Fig. 7. Contours of transmission coefficient relative to incident wave amplitude ( $W=0.025$ ).

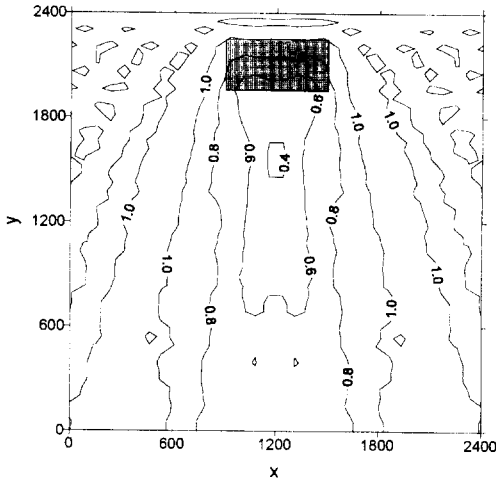


Fig. 8. Contours of transmission coefficient relative to incident wave amplitude ( $W=0.05$ ).

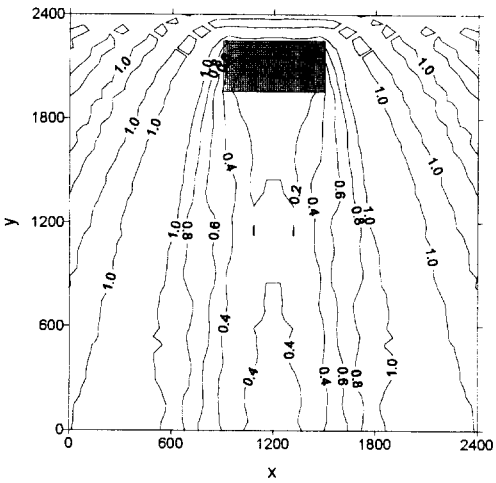


Fig. 9. Contours of transmission coefficient relative to incident wave amplitude ( $W=0.2$ ).

감쇠에 해당한다(Dalrymple *et al.*, 1984b). 감쇠계수의 크기에 따른 파고분포의 변화는 감쇠역 후면부에서 현저히 나타나고 감쇠역으로부터의 거리에 따라 회절효과에 의한 파고의 복원이 매우 완만히 진행됨을 볼 수 있다. Fig. 10은 해역의 중앙에서 파의 진행방향 거리에 따른 파고의 변화를 나타낸 것이다. 감쇠역 전면에서 반사파가 형성되고 감쇠역(150~450 m)을 지나서도 파고의 감소가 지속되다가 약 800 m 정도에서부터 회절되어 오는 파로 인하여 파고가 완만히 증가하는 것을 확인할 수 있다. Fig. 11은 30°의 각도로 입사할 경우의 파고분포로서, 에너지감쇠역으로 인한 경사 입사파의 파랑

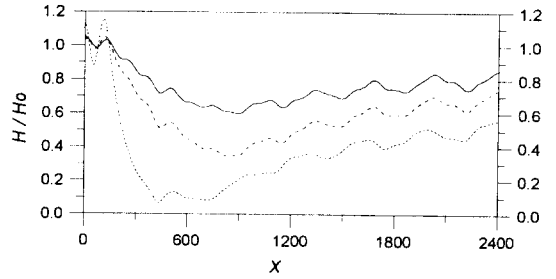


Fig. 10. Wave amplitude distributions along center line (.....: 0.2, -----: 0.05, .....: 0.025).

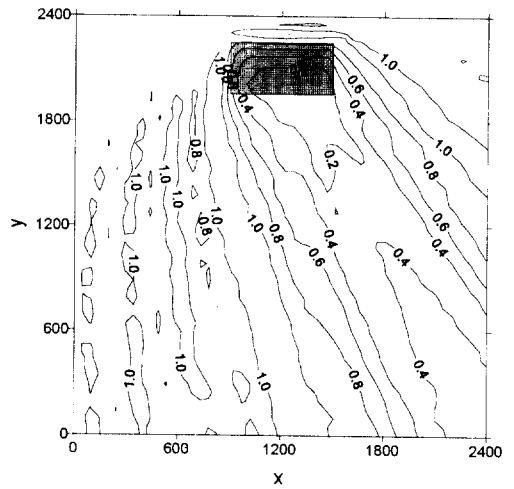


Fig. 11. Contours of transmission coefficient relative to obliquely incident wave amplitude ( $W=0.2$ ).

장 변화 또한 양호하게 모사할 수 있었다.

### 5. 결 론

에너지 감쇠역을 포함한 해역에 대하여 타원형 완경사 방정식을 사용하여 해를 구하여 보았다. 개방경계에 포물형 근사식을 사용하였고 이를 위해 수치기법은 GCGM을 사용하였다. 원형감쇠역에 대한 수치실험을 통하여 감쇠역 전면부에서의 반사파의 생성, 감쇠효과에 의한 파고 감소 등을 확인할 수 있었고, 해석해와 비교한 결과 매우 양호한 일치를 보여주었다. 감쇠역 전면의 반사파에서 약간의 진폭오차가 있었고 후면부에서도 약간의 부적절한 반사파가 형성되었지만 그 크기는 미소하였다. 구형감쇠역에 대한 실험을 통하여 감쇠계수의 크기에 따른 파고분포의 변화를 살펴보고 감쇠역 후면에서는 회절효과에 의한 파고의 증가가 매우 완만히 진행됨을 확인하였다. 이러한 수치실험을 통하여 에너지 감

쇠구조 또한 반복기법을 사용한 타원형 수치모형으로 잘 모의할 수 있음을 확인하였다.

## 사 사

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(981-1204-011-1) 지원으로 수행되었습니다. 재단의 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌

- 서승남, 1994. 환경사 과량식에 대한 PCGM 연산방식 비교, 한국해양·해양공학회지, **6**(2): 186-195.
- 윤종태, 1998. GCGM을 이용한 타원형 수치모형, 한국해양·해양공학회지, **10**(2): 93-99.
- Behrendt, L., 1985. A finite element model for water wave diffraction including boundary absorption and bottom friction, ISVA, *series paper 37*, Tech. Univ. of Denmark, Lingby.
- Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction/diffraction, *Proc. 13th Int. Conf. on Coastal Engrg.*, ASCE, pp. 471-490.
- Booij, N., 1981. Gravity waves on water of variable depth with non-uniform current, *Rep. No. 81-1*, Dept. of Civil Engrg., Delft, The Netherlands.
- Dalrymple, R.A., Hwang, P.A. and Liu, P.L.-F., 1984a. Water waves and circular damping regions, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, **110**(2), pp. 273-276.
- Dalrymple, R.A., Kirby, J.T. and Hwang, P.A., 1984b. Wave diffraction due to areas of energy dissipation, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, **110**(1), pp. 67-79.
- Kirby, J.T., 1989. A note on parabolic radiation boundary condition for elliptic wave calculations, *Coastal Engrg.*, **13**, pp. 211-218.
- Li, B., 1994. Generalized conjugate gradient model for the mild slope equation, *Coastal Engrg.*, **23**, pp. 215-225.
- Liu, P.L.-F., 1973. Damping of water waves over porous bed, *J. Hyd. Div.*, ASCE, **99**(HY12), pp. 2263-2271.
- Liu, P.L.-F., Yoon, S.B. and Dalrymple, R.A., 1986. Wave reflection from energy dissipation region, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg.*, **112**(6), pp. 632-645.
- Panchang, V.G., Pearce, B.R., Wei, G. and Cushman-Roison, B., 1991. Solution of the mild-slope wave problem by iteration, *Applied Ocean Res.*, **13**(4), pp. 187-199.
- Tsay, T. K. and Liu, P.L.-F., 1983. A finite element model for wave refraction and diffraction, *Applied Ocean Res.*, **5**(1), pp. 30-37.

---

Received April 30, 1999

Accepted July 12, 1999