

투하석재의 이동 Transport of Settling Stones

유동훈* · 신우중호**

Dong Hoon Yoo* and Jung Ho Sonu**

요 旨 : 정수 또는 유수중 투하 석재의 이동거리를 산정하기 위한 간편한 방법을 도출하기 위하여 간단하면서도 어느 정도 정밀성을 갖고 있는 항력계수 산정식을 도입하였다. 도입된 항력계수 산정식은 매끈한 구형체인 경우 정밀식의 해와 거의 유사한 산정치를 제공하고 있음을 확인하였으며, 투하 석재의 형상이나 조면의 상태에 따라 경험계수의 조정으로 흐름상태를 반영할 수 있었다. 정수중의 침강속도 또는 낙하거리를 산정하기 위한 이론식을 유도하였으며, 항력계수의 조정으로 관측결과와 일치하는 산정결과를 얻을 수 있었다. 유수중의 이동거리 산정을 위하여 2차 상미분방정식을 유도하였고, 이의 해를 Runge-Kutta 법으로 구하는 수치모형을 개발하였다. 또한 여러 조건에 대한 산정치를 구하여 비교하였다.

핵심용어 : 투하석재, 이동거리, 항력계수, 표면조도, 형상, 이론식, Runge-Kutta 방법

Abstract □ In order to develop a convenient method for the estimation of transport distance of settling stones in quiescent water or flowing water, introduced was the simple but relatively accurate equation of drag coefficient. The equation of drag coefficient introduced was confirmed to give relatively accurate evaluation for the drag force of smooth-surface sphere, and the effects of surface roughness and shape can be considered by adjusting empirical parameters. A theoretical equation has been developed for the settling velocity or settling distance of smooth-surface sphere in quiescent fluid, and the computation results have been obtained by adjusting the empirical parameter for the settling distance of stone in quiescent water. The 2nd order ordinary differential equation has been developed for the case of settling stones in flowing fluid, and a numerical model has been developed by using Runge-Kutta method for its solution. A number of cases have been tested by adjusting the empirical parameter.

Keywords : settling stones, transport distance, drag coefficient, surface roughness, shape, theoretical equation, Runge-Kutta method

1. 서 론

정수 및 유수중 석재를 투하하는 경우는 다음과 같다. 방조제 바닥보호 석재를 설치하는 경우, 심해에서 점고식 축조방식에 의하여 제체를 축조하는 경우, 그리고 해상성도를 위하여 방조제 내측에 별도로 사석체를 쌓는 경우 등이다. 방조제 설치 지점의 수심이 깊어질수록 석재의 투하량이 증대되므로 심해 방조제축조에 있어 유수중 석재투하 공법은 축조재료의 유실을 최소화하고 계획된 방조제 기초 부분의 단면을 정확히 형성하는데 있어서 상당히 중요하다. 방조제 축조시 양단면에서 증가하는 전단응력과

흐름의 운동력에 대항하기 위하여 큰 석재를 투하하고 중심부에는 작은 돌을 쌓도록 계획한다. 방조제 체질공사가 진행되어 개방구간이 축소될수록 조류속이 증대하며 이에 따라 축조석재의 이동궤도는 더 멀어지므로 이에 관한 시험분석은 석재의 유실방지를 위하여 중요한 과제이다.

정지 유체속에서 낙하하는 물체의 침강속도는 유체의 고유 성질인 밀도와 점성계수, 입자의 밀도와 크기, 중력으로 부터 기인하는 입자의 가속도 등에 의해서 결정되고 낙하시 입자의 가속도에 의한 힘, 항력과 부력이 중력과 평형을 이루며 초기의 큰 가속도에 의하여 점차 침강속도가 커지고 가속도가 0에 이를 때 최종 침강속도인 종말속도

*아주대학교 환경 도시공학부 토목설계공학과 (Department of Civil Engineering, Ajou University, Suwon 442-749, Korea)

**서울대학교 (Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

에 다다른다. 이와같이 침강속도는 점차적으로 증가하기 때문에 투하석재의 이동거리 산정시 침강속도와 종말속도의 정확한 산정이 중요한 요인이 된다.

본 연구에서는 입자의 크기에 관계없이 정수중 투하석재의 시간에 따른 낙하거리와 유수중 단일 입자로 투하되는 석재의 이동거리를 산정하는 상미분방정식의 해를 Runge-Kutta 법으로 구할 수 있는 산정식을 개발하였다. 정수중 석재의 낙하거리는 크기와 모양 그리고 비중 및 유체 점성 등의 영향을 받으며 침강속도가 중요한 변수가 된다. 이에 따라 종말속도와 침강속도의 양해법 산정식을 개발하였으며 형상에 따라 항력계수의 경험계수를 조정하여 산정 결과를 제시하였다. 유수중 투하물체의 이동거리는 투하시 유수의 영향에 의한 석재의 수평방향 이동과 동시에 입자의 가속도에 의한 힘, 항력과 부력이 중력과 평형을 이루며 낙하하는 수직방향의 이동을 동시에 고려하여야 하므로 수치적으로 두 번 적분해야 하나 무차원수인 상대밀도 후루드수(relative densimetric Froude number) F 와 F 에 대한 Reynolds수 R 의 비인 N 의 도입으로 한 번의 적분으로 바로 구할 수 있는 산정식을 개발하였다.

2. 종말속도와 침강속도

정수중 구형체의 이동거리는 낙하하는 물체의 침강속도에 따라 결정되므로 침강속도 또는 종말속도의 정확한 산정이 중요하다. 따라서 수식 개발에 편리하면서도 비교적 정확한 항력계수 산정식을 도입하여 구형체의 종말속도와 침강속도의 양해법산정식을 개발하였고 이를 기존의 다른 식들과 비교하여 검증하였다.

2.1 종말속도

침강체 주위에 흐르는 수류의 난류정도는 입경레이놀즈수로 판별하며, 입경레이놀즈수가 0.6 이하일 때 층류조건이 되고 이 때만 침강속도를 이론에 기초한 양해법식으로 산정할 수 있다. 입경레이놀즈수가 0.6 이상이 되면 흐름은 난류로 변이하게 되며 항력계수가 특이한 분포형태를 갖게되고 더 이상 이론전개로 양해법 산정식 개발이 곤란하게 된다.

Stokes flow(층류), Allen flow(완난류), Newton flow(전난류) 등으로 나뉘어지는 흐름 특징별로 항력계수의 분포형태가 달라지는데, 각 구간별로 항력계수를 양해법으로 산정할 수 있는 수식이 개발되었다. Stokes flow와 Allen flow의 수리조건에서는 이미 양해법 산정식이 제시되어 있

으므로 각 조건에 따라 적합한 항력계수 산정식을 평형조건식에 도입하여 종말속도 산정식을 산출할 수 있다. 이때 산출된 종말속도 산정식에는 양변에 모두 종말속도가 포함되어 있으므로, 우변에 포함된 종말속도를 상쇄시키기 위하여 레이놀즈수(Reynolds number) 대 후루드수(Froude number)의 비를 도입하고 종말속도를 산정하기 위한 근사식을 이러한 조합무차원수의 함수로 구한다.

구형체의 침강속도 또는 종말속도 산정에 있어 중요한 인자는 마찰저항과 형상항력 등에 의한 항력인데 유체 속에서 물체에 작용하는 항력은 다음과 같은 식으로 산정한다.

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D A w^2 \quad (1)$$

여기서 F_D 는 항력, ρ 는 유체의 밀도, C_D 는 항력계수, A 는 투사단면적, w 는 유체 또는 움직이는 물체의 속도이다. 구형체의 경우 항력계수는 입경레이놀즈수의 함수이다. 항력계수에 대한 여러 가지 식이 있지만 그 중 단일식으로 표현되고 전구간에서 사용가능한 식은 다음과 같다.

$$C_D = \alpha + \frac{\beta}{R} \quad (2)$$

여기서 입경레이놀즈수 $R = w\phi/\nu$, ϕ 는 구형체의 입경, $\beta = 24\alpha$ 이고, 매끈한 구형체인 경우 Dallavalle(1943)는 $\alpha = 0.4$ 를 제시하였으며, 다음에 유도된 종말속도 산정식(6)에 $\alpha = 2.0$ 을 대입하면 Rubey식이 구해진다. 토사의 형상과 면의 조도에 따라 주로 경험계수 α 가 변이하는 것으로 판단된다. Fig. 1에 $\alpha = 0.4$ 또는 $\alpha = 2.0$ 으로 산정된 항력계수의 분포가 실험자료와 거의 일치하는 유(1995)의 정밀식 산정결과와 비교되어 있다. Dallavalle의 수치 $\alpha = 0.4$ 를 도입하였을 때 $R < 10$ 과 $1000 < R < 100000$ 의 범위에서 관측된 매끈한 구형체의 항력계수와 비교적 정확히 일치하는 산정결과를 보이나 $10 < R < 1000$ 의 범위에서는 과소 산

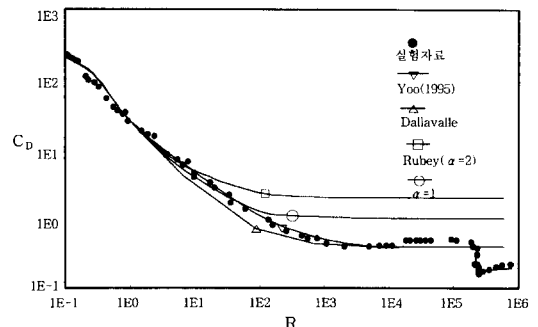


Fig. 1. Distribution of drag coefficient.

정하고 있다. 반면에 Rubey의 수치 $\alpha=2.0$ 을 대입하면 $20 < R$ 일 때 관측된 매끈한 구형체의 항력계수와 비교하여 상당히 과대 산정하는 경향이 있다. 조면이 거칠어질수록 난류 경향이 증가하는 경향이 있는데 이는 α 의 수치 증가로 반영할 수 있으리라 판단된다.

낙하하는 물체의 항력을 식 (1)로 산정할 때 종말속도 w_t 는 다음과 같은 힘의 평형식으로 산정된다.

$$\rho g V + \frac{1}{2} \rho C_D A w_t^2 = \rho_s g V \quad (3)$$

여기서 ρ_s 는 낙하물체의 밀도, V 는 낙하물체의 체적이다. 낙하물체를 입경 ϕ 를 가진 구형체로 가정할 때 $V=(\pi/6)\phi^3$, $A=(\pi/4)\phi^2$ 이다. 따라서 항력계수 C_D 가 결정되면 식 (3)으로부터

$$\frac{w_t^2}{(s-1)g\phi} = \frac{4}{3C_D}$$

이며 s 는 상대밀도로서 $s=\rho_s/\rho$ 이다. 또는 무차원수를 도입하여 다음과 같은 종말속도 산정식이 나온다.

$$F_t^2 = \frac{4}{3C_D} \quad (4)$$

여기서 F_t 는 상대밀도 종말후루드수(relative densimetric terminal Froude number)로서

$$F_t = \frac{w_t}{\sqrt{(s-1)g\phi}} \quad (5)$$

이제 항력계수의 단일식 (2)를 식 (4)에 대입하여 종말속도를 구하는 양해산정식이 유도된다.

$$F_t = \frac{1}{2\alpha N} \left[\sqrt{\frac{16}{3}\alpha N^2 + \beta^2} - \beta \right] \quad (6)$$

여기서 α 와 β 는 상수이며,

$$N = \frac{R}{F} = \frac{\sqrt{(s-1)g\phi^3}}{v}$$

상기식은 항력계수를 식 (2)와 같은 단순한 형태로 표기

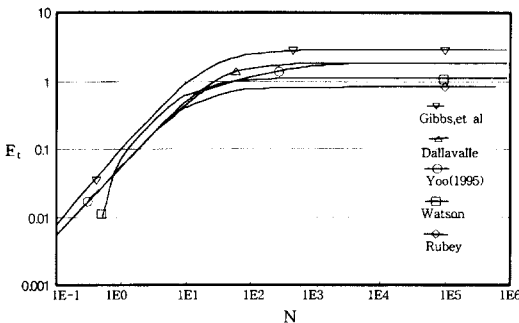


Fig. 2. Comparison of terminal Froude number estimated by various equations.

하여 구한 종말후루드수 F_t 이다. 식 (6)에 $\alpha=2$, $\beta=24$ 를 대입하면 Rubey(1933)식이 유도되며, Dallavalle(1943)가 제시한 $\alpha=0.4$ 를 대입하면 매끈한 구형체의 종말속도와 유사한 수치를 얻을 수 있다. Fig. 2에는 종말후루드수 산정치의 분포가 비교되어 있는데, Dallavalle로 명기된 산정결과는 식 (6)에서 $\alpha=0.4$ 를 대입하여 구한 결과이며, 이밖에 유(1995)의 정밀해와 Rubey식, Watson(1969)식, Gibbs et al. (1971)식 등의 산정치와 비교되어 있다.

2.2 구형체의 침강속도

낙하하는 물체가 더 이상 가속되지 않고 항력과 부력의 합이 중력과 평형을 이룰 때 일정한 속도로 낙하하게 되는데 이를 종말속도 또는 최종침강속도라 칭한다. 그러나 종말속도에 이르기전 물체의 낙하속도는 낙하시점에 따라 상당한 차이를 보이며 최초의 낙하시각에서는 속도 0으로부터 계속해서 가속되는 과정에 있게 된다. 종말속도와 마찬가지로 침강속도의 산정을 위해 무차원수인 후루드수 F 를 도입하고 종말후루드수 대 침강후루드수의 비인 침강속도 증가율을 도입하였다.

낙하하는 물체의 항력을 식 (1)로 산정할 때 침강속도 w 는 다음과 같은 힘의 평형식으로 산정된다.

$$\rho_s(g-a)V = \rho g V + \frac{1}{2} \rho C_D A w^2 \quad (7)$$

상기식에서 a 는 낙하하는 물체의 가속도이며 최종침강상태에 이를 때의 평형조건식 (3)과 비교하여 침강물체의 가속도에 의한 힘이 추가되었음을 알 수 있다. 본 이론식 전개에 있어 추가질량은 무시한다. 식 (7)로부터 무차원수 F 를 도입하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$F^2 = \frac{4}{3C_D} \left\{ 1 - \frac{s-a}{s-1} g \right\} \quad (8)$$

여기서 F 는 상대밀도 후루드수 또는 침강 후루드수로서

$$F = \frac{w}{\sqrt{(s-1)g\phi}} \quad (9)$$

식 (8)에서 침강속도가 0일 때 즉 입자의 침강 초기 가속도 a_0 는 다음과 같이 주어지며, 종말상태에 이를 때의 침강후루드수 F 즉 종말후루드수 F_t 는 식 (4)로 구해진다.

$$a_0 = \frac{s-1}{s} g \quad (10)$$

식 (8)에서 가속도 a 대신 침강속도를 시간으로 미분하여 대입하고 항력계수에 식 (2)를 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{dF}{dt} = \sqrt{\frac{(s-1)g}{s^2\phi}} \left[1 - \frac{3}{4}\alpha F^2 - \frac{3}{4}\beta N^{-1} F \right] \quad (11)$$

또한 상기식을 종말후루드수로 나누면 다음과 같이 간단히 표기할 수 있다.

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\sigma}{F_i} \left[1 - \frac{3}{4} \alpha F_i^2 \xi^2 - \frac{3}{4} \beta N^{-1} F_i \xi \right] \quad (12)$$

여기서 ξ 는 침강속도 증가율로 칭하며 $\xi = F/F_i$ 이고, σ 는 입경고유주파수라고 칭하며 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{\sqrt{(s-1)g}}{s^2 \phi} \quad (13)$$

또한 식 (12)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\xi}{dt} = \sigma_F \{ 1 - A\xi^2 - B\xi \} \quad (14)$$

여기서 $A = (3/4)\alpha F_i^2$ 이고, $B = (3/4)\beta N^{-1} F_i$ 이며 $\sigma_F = \sigma/F_i$ 이다. 침강속도 증가율은 시간 $t=0$ 일 때 $\xi=0$ 이고, $t=t_i=T$ 즉 종말상태에 도달할 때 $\xi=1$ 이 된다. 여기서 종말후루드수는 침강속도 증가율이 1이 되고 침강속도 증가율의 미분값이 0이므로 양해법산정식 (6)으로 바로 구해진다.

종말후루드수와 달리 침강후루드수는 바로 구할 수 없다. 식 (14)는 침강속도 증가율의 2차 상미분방정식이며 이러한 형태의 식은 Riccati 形의 미분방정식으로서 다음과 같이 풀 수 있다. Riccati 형 전미분 방정식에 대하여 침강속도 증가율을 다음과 같이 가정한다.

$$\xi = \frac{KdN}{Ndt} \quad (15)$$

식 (15)를 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{K}{N^2} \left(\frac{dN}{dt} \right)^2 + \frac{Kd^2N}{Ndt^2} \quad (16)$$

위식에서 N 와 K 는 다음과 같다.

$$N = \exp \left\{ \int \frac{\xi}{K} dt \right\}, \quad K = \frac{1}{(\sigma_F A)}$$

또한 식 (15)를 식 (14)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d\xi}{dt} = \sigma_F \left\{ 1 - A \frac{K^2}{N^2} \left(\frac{dN}{dt} \right)^2 - B \frac{KdN}{Ndt} \right\} \quad (17)$$

식 (16)과 식 (17)은 동일하며, 두 식을 연립하여 방정식을 풀면 침강속도 증가율은 다음과 같이 양해법 산정식으로 산정된다.

$$\xi = \frac{M_1 + M_2 \delta}{A(1 + \delta)} \quad (18)$$

여기서

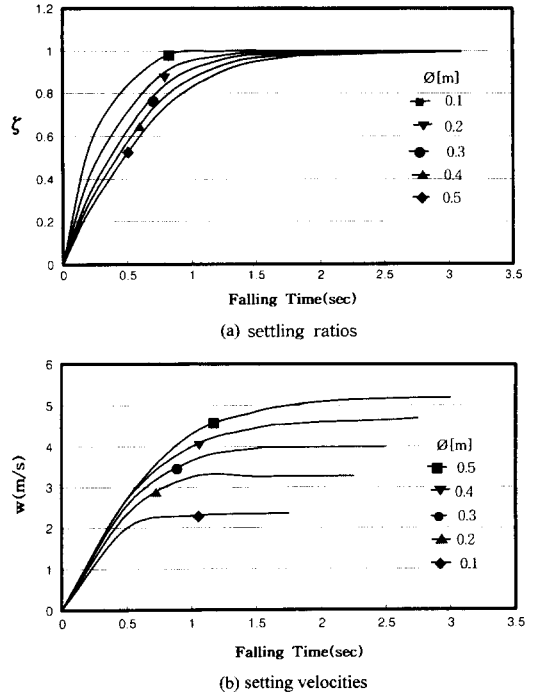


Fig. 3. Settling ratios and settling velocities of spheres: (a) settling ratios; (b) settling velocities.

$$M_1 = \frac{1}{2}(-B + \sqrt{B^2 + 4A})$$

$$M_2 = \frac{1}{2}(-B - \sqrt{B^2 + 4A})$$

$$\delta = -\frac{M_1}{M_2} \exp[-\sigma_F t(M_2 - M_1)]$$

식 (18)로 침강속도 증가율을 산정하고, 식 (6)을 사용하여 종말후루드수 F_i 를 구하면 침강속도 후루드수는 $F = \xi F_i$ 로 바로 추정된다. 위의 침강속도 증가율 산정식을 이용하여 침강체의 입자크기별 침강속도는 Fig. 3에 도시된 바와 같다.

침강속도 증가율은 종말속도시간 T 에 이르러서 1이 되므로 식 (18)로부터 다음과 같이 종말속도시간을 바로 산정할 수 있다.

$$T = \frac{F_i}{\sigma(M_2 - M_1)} \ln \left[\frac{M_2(A - M_1)}{M_1(A - M_2)} \right] \quad (19)$$

낙하하는 물체의 침강속도를 시간으로 적분하면 낙하거리를 산정할 수 있고 산정된 거리를 다시 시간으로 나누면 평균침강속도를 구할 수 있다. 평균침강속도를 종말속도로 나눈 값이 평균 침강속도 증가율이 된다. 낙하시간이

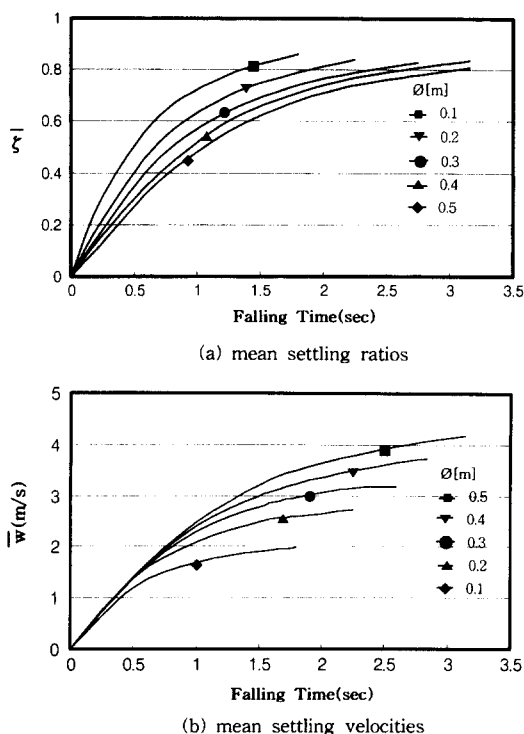


Fig. 4. Mean settling ratios and mean settling velocities of spheres: (a) mean settling ratios; (b) mean settling velocities.

종말속도 도달시간에 이르지 않았을 때 낙하거리는

$$l = \int_0^t \xi w_t dt \tag{20}$$

여기서 l 은 낙하거리이고 t 는 낙하시간이다. 식 (20)을 전개하고 총낙하거리를 시간으로 나누면 평균 침강속도를 구할 수 있으며, 이를 종말 속도로 나눈 값은 다음과 같이 평균침강속도 증가율이 된다.

$$\bar{\xi} = \frac{1}{A} \left\{ M_1 + \frac{F_T}{\tau \sigma} \ln \left(\frac{1 - \mu e^{-qt}}{1 - \mu} \right) \right\} \tag{21}$$

여기서 $\mu = M_1/M_2$, $q = \sigma \tau (M_1 - M_2)$ 이고 $\bar{\xi}$ 은 평균침강속도 증가율이다. Fig. 4에 낙하하는 구형체의 평균침강속도 증가율과 평균 침강속도를 도시하였다.

3. 투하석재의 이동

정수중 투하석재의 이동 즉 낙하거리는 구형체의 낙하거리와 동일하게 구할 수 있으나 크기와 형상 그리고 비중

및 유체의 점성 등의 차이로 석재에 추가 질량을 도입해야 한다. 추가 질량은 보통 석재를 대체하는 유체 질량의 절반으로 간주하며(농어촌진흥공사, 1993), 구형체의 상대 밀도(s)에 추가질량에 따른 상대밀도(s')의 비인 추가질량에 따른 증가율(δ)을 도입하였다.

3.1 석재의 이동에 관한 이론

투하 물체의 이동은 주로 수위변동, 유속과 석재의 형상 등에 영향을 받는다. 중력방향을 y 좌표로 하는 x, y 2차원 평면에서 석재의 이동을 나타내고 있다. 유체흐름의 유속 벡터를 w 로 정하고 이의 x, y 성분을 u, v 로 명하면 석재의 유속은 w_y 이며 이들의 분력은 각각 u_f, v_f 이다. 여기서 항력과 관성력 등의 조합으로 구성되는 유체의 동역학적 힘의 평형은 석재의 유속에 대한 유체의 속도 $w_x(w_x, w_y)$ 에 의하여 결정된다. 유체 동력의 합성력을 f 라 하면 각각의 분력은 f_x 와 f_y 이다. 이때 추가된 질량 m' 에 의한 힘은 제외된다.

이상과 같이 투하석재의 이동에 관한 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$(m + m') \frac{d^2 x}{dt^2} = f_x \tag{22}$$

$$(m + m') \frac{d^2 y}{dt^2} = -(m - m_f)g + f_y \tag{23}$$

여기서 x, y 는 투영면의 좌표이며 m 은 석재의 질량이고 m_f 는 유수중 석재를 대체하는 유체(물)의 질량이다. 유체 동력 f 는 일반적으로 위치, 유속, 시간의 함수이므로 식 (22)과 (23)의 연립방정식은 다음과 같이 상미분 함수 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{du}{dt} = F(x, y, u, v, t) \tag{24}$$

$$\frac{dy}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} = F(x, y, u, v, t) \tag{25}$$

초기단계에서의 시간 t_0 에 대하여 석재의 위치(x_0, y_0)와 유속(u_0, v_0)가 주어지면, $t_0 < t$ 일 때 석재의 이동궤도는 시간의 함수이다. 식 (22) 또는 식 (23)과 같은 상미분 방정식의 초기치 문제는 Runge-Kutta 방법에 의하여 풀이 될 수 있다.

방조제 공사구간의 흐름속에 투하된 석재의 회전력을 무시할 수 있다면 f 는 상대속도 ω 의 방향으로 점성에 의한 견인력으로 작용하며 이는 β 방향과 θ 의 각도를 이룬다. 한편 $\sin\theta = (v_f - v)/w$, $\cos\theta = (u_f - u)/w$ 이다. 여기서,

$$w_r = [(u_f - u)^2 + (v_f - v)^2]^{1/2} \quad (26)$$

또한

$$f_x = |f| \cos \theta \frac{1}{8} \pi \rho \phi^2 C_D (u_f - u) w_r \quad (27)$$

$$f_y = |f| \sin \theta \frac{1}{8} \pi \rho \phi^2 C_D (u_f - u) w_r \quad (28)$$

f_x 와 f_y 의 방향은 $(u_f - u)$ 와 $(v_f - v)$ 의 값에 의하여 결정된다.

구체의 추가된 질량 m 는 보통 $m_f/2$ 이다. m 과 m_f 가 단위중량 ρ_s 와 ρ 로 표현되고 f_x 와 f_y 가 위의 식으로 대체되므로 식 (22)와 (23)은 각각 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\delta \rho_s \frac{\pi}{6} \phi^3 \frac{du_f}{dt} = \frac{\pi}{8} \rho C_D (u_f - u) w_r \phi^2 \quad (29)$$

$$\delta \rho_s \frac{\pi}{6} \phi^3 \left(g - \frac{dv_f}{dt} \right) = \rho g \frac{\pi}{8} \phi^3 + \frac{\pi}{8} \rho C_D (u_f - u) w_r \phi^2 \quad (30)$$

여기서 δ 는 추가질량에 따른 증가율이며 일반적으로 $\delta=1+0.5/s$ 이다. 식 (30)에서 대부분 $v=0$ 로 가정할 수 있다. 그러므로 식 (29)과 (30)에 항력계수 식 (28)과 무차원수 F 를 도입하면 다음 식으로 표현된다.

$$F_x |F| = \frac{4}{3} \sigma^{-1} \left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right)^{-1} \frac{dF_x}{dt} \quad (31)$$

$$F_y |F| = \frac{4}{3(\alpha + \beta R^{-1})} \left[1 - \sigma^{-1} \frac{dF_y}{dt} \right] \quad (32)$$

여기서 F_x 와 F_y 는 상대밀도 후루드수로서 각각 다음과 같다.

$$F_x = \frac{u_f - u}{\sqrt{(s'-1)g\phi}}, \quad F_y = \frac{v_f}{\sqrt{(s'-1)g\phi}} \quad (33)$$

s' 는 추가된 구체의 질량에 의한 상대밀도로서, $s' = \delta s = s + 0.5$ 이고 식 (13)으로 정의된 입경고유주파수 σ 는 추가질량이 있을 때 다음과 같이 수정된다.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(s'-1)g}{s'^2 \phi}} \quad (34)$$

2.2절에 기술된 침강속도 산정에 있어서도 추가질량을 고려할 필요가 있을 때는 입경고유주파수 σ 를 산정할 때 상대밀도 s 를 도입한 식 (13) 대신에 추가질량이 고려된 상대밀도 s' 를 도입한 식 (34)를 이용하여 수행하면 된다. 또한 후루드수 F 에 대한 레이놀즈수 R 의 비인 무차원수 N 을 사용하면

$$N = \frac{R}{F}, \quad F = \frac{w_r}{\sqrt{(s'-1)g\phi}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

식 (31)과 (32)는 각각 다음과 같이 표기된다.

$$\frac{dF_x}{dt} = 0.75 \sigma \left(\alpha + \frac{\beta}{NF} \right) F_x \cdot F \quad (35)$$

$$\frac{dF_y}{dt} = \sigma \left[1 - \frac{3}{4} \left(\alpha + \frac{\beta}{NF} \right) F_y \cdot F \right] \quad (36)$$

상기식 (35)와 (36) 그리고 침강속도증가율 산정식 (18)은 본 연구의 주요 연구결과이다. 일반적으로 경험계수 $\beta=24$ 이며, α 값을 조정하여 석재의 형상계수 또는 조도의 영향을 고려할 수 있으리라 판단된다.

3.2 정수중 투하석재의 이동

정체되어 있는 물에 투하되는 물체는 투하물체의 수중중량과 반대방향의 항력과의 상호관계에 의하여 침강속도 w_f 로 낙하된다. 이러한 정수중에서의 침강속도에 영향을 주는 기본적인 요소는 입자표면의 크기와 형태, 유체의 입력 분포와 점성 그리고 유체와 입자의 비중 및 밀도 등이다. 특히 동일한 유체에서 침강속도는 투하재료의 크기와 기하학적 특성에 의하여 좌우된다. 실험에서 정수나 유수중에서의 침강속도 w_f 와 관련있는 재료의 기하학적 성질인 형상계수(shape factor) SF 는 입자의 체적 및 표면적의 분포를 고려치 않는 편평비로 입자의 수직 3방향의 길이를 크기 순서대로 1:b:c로 표시하여 나타난 값으로 $SF = \sqrt{bc}$ 로 정의하였다. 산정식의 적용에서는 형상계수 SF 의 영향을 항력계수(drag coefficient) C_D 산정식 (2)의 계수 α 값의 조정으로 고려하여 비교하였다.

Fig. 5는 4가지 종류의 재료에 대한 정수중 낙하거리를 구하기 위한 계산결과와 비교인데 투하된 물체는 크기 0.024~0.082 m 범위의 석재와 콘크리트 블럭이었으며, 형상계수는 상당히 평평한 0.34에서부터 0.74의 범위이다. 정수중 투하 석재의 낙하거리 산정에 $s'=s+0.5$ 로 가정하였으며, 다음 절에 논할 유수중 투하석재의 낙하거리 산정에도 $s'=s+0.5$ 로 가정하였다.

Fig. 5(a)는 $\phi=24$ mm, $SF=0.74$ 의 낙하거리를 제시하고 있는데 α 의 수치가 작을수록 크게 산정됨을 알 수 있다. 이중 $\alpha=1.2$ 일 때 농어촌진흥공사(1993)에서 관측한 실험자료와 가장 근접한 결과를 보였다. Fig. 5(b)는 $\phi=57$ mm, $SF=0.73$ 에서 $\alpha=1.9$ 일때는 낙하거리를 과소산정하고 $\alpha=1.5$ 일 때는 과대산정하며 $\alpha=1.7$ 일 때 관측자료와 거의 일치하였다. 또한 Fig. 5(c) $\phi=82$ mm, $SF=0.34$ 는 $\alpha=1.5$ 일 때 관측치와 계산치가 거의 일치하는 것으로 나타났고 형상비가 0.39인 콘크리트블럭을 낙하시킨 경

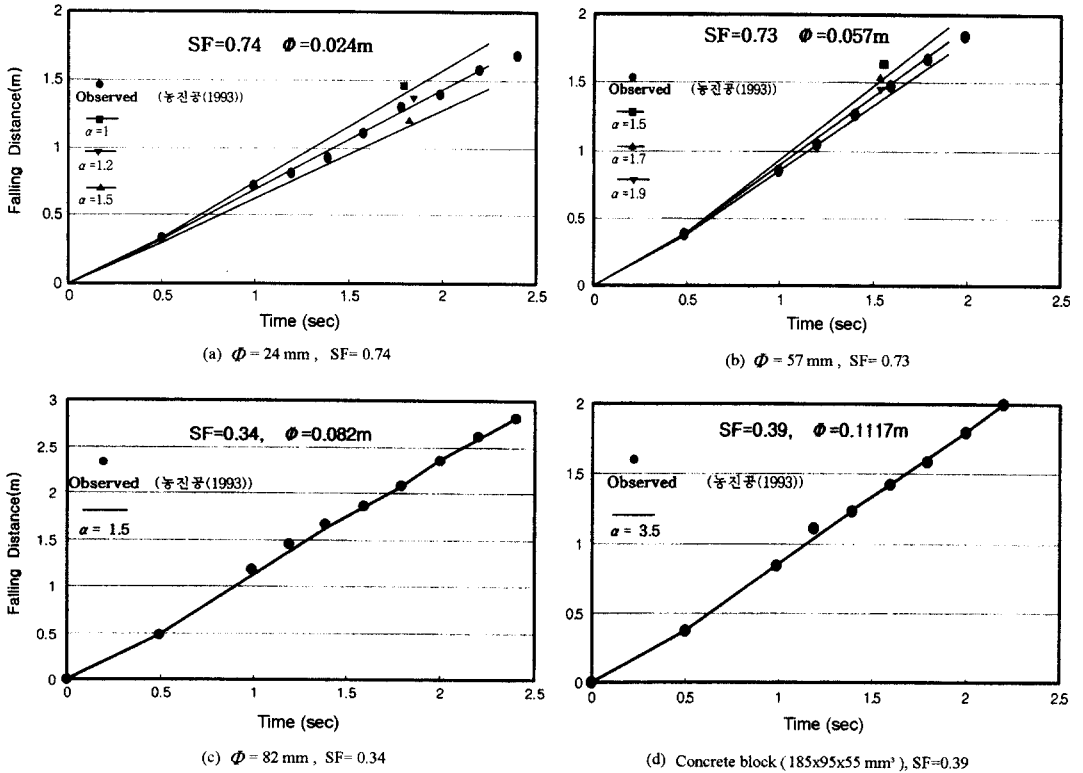


Fig. 5. Time variation of settling distance of stone in quiescent water: (a) $\phi=24 \text{ mm}$, SF=0.74; (b) $\phi=57 \text{ mm}$, SF=0.73; (c) $\phi=82 \text{ mm}$, SF=0.34; (d) Concrete block (185×95×55 mm³), SF=0.39.

우에 대한 계산결과는 Fig. 5(d)에 제시하였는데 동일 체적에 해당하는 평균입경 122.7 mm로 가정하여 $\alpha=3.8$ 일 때 관측치와 계산치가 거의 일치하는 것으로 나타났다. 위의 콘크리트블록은 형상비가 작아 세장형으로 낙하할 경우 동일 체적의 구체보다 α 값을 크게 가정하여야 실측치와 근접한 수치를 제공하는 것으로 판단된다.

이와같이 투하석재의 형상, 특히 세장비에 따라 투하석재 주변에 발달하는 와류운동이 달라져서 낙하거리가 판이하게 달라짐을 알 수 있다. 본 연구에서는 계수 α 의 조정으로 이러한 영향을 반영하였는데 각 형상에 따라 적합한 수치의 선택은 계속된 연구과제가 될 것이다.

3.3 유수중 투하석재의 이동

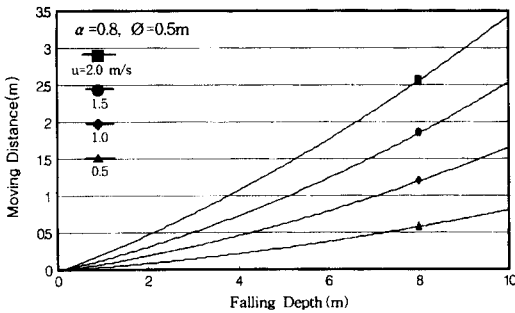
유수중 투하석재의 이동거리는 투하석재의 형태를 항력 계수 α 값으로 고려하고 투하시 유수의 영향에 의한 석재의 수평방향 이동거리 산정식 (35)와 입자의 가속도에 의한 힘, 항력과 부력이 중력과 평형을 이루며 낙하하는 수직방향의 이동거리 산정식 (36)을 Runge-Kutta 방법으로 동시

에 적분하여 구할 수 있다.

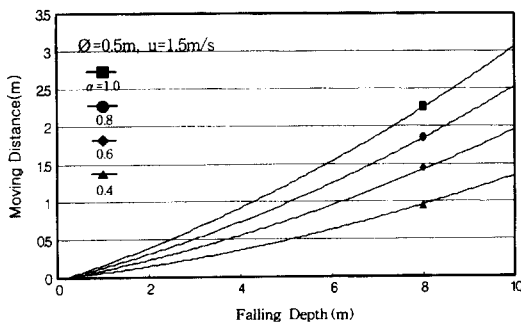
Fig. 6에는 유수중 석재가 투하된 지점으로부터 하류로 이동한 거리를 본연구에서 개발된 최종식 (35)와 (36)을 이용한 수치해석 방법으로 구해 석재의 크기별 유속에 따른 이동거리를 항력계수의 경험계수 α 값의 변화에 따라 나타냈다.

수치시험결과 유속이 증가할수록 투하석재의 이동거리는 비례적으로 증가하며, 석재의 크기가 작으면 이동거리가 크고, α 값이 증가함에 따라 항력이 증가하여 석재의 이동거리는 커짐을 알 수 있다. 일반적으로 유수중 석재의 이동은 투하재료의 크기나 형상에 영향을 받고 있는 것으로 나타났으며, 이러한 영향을 항력계수 α 의 조정으로 고려할 수 있다.

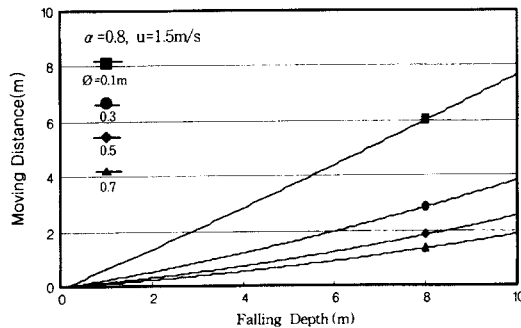
Fig. 7은 유수중 낙하하는 물체의 이동거리를 낙하형태에 따라 유속을 변화시키며 산정한 결과이다. 평균입경 0.5 m, 형상계수 0.7로 가정하였을 때 산정한 투사단면적과 항력계수의 값은 정수중과 동일하다. 유수중 이동거리는 항력값이 크고 낙하속도가 작을수록 커지므로 세로방향의 이동거리가 가로방향의 이동거리보다 상당히 작아짐을 알 수 있다.



(a) $a=2.0$, depth= 10m



(b) $a=2.5$, depth= 10m



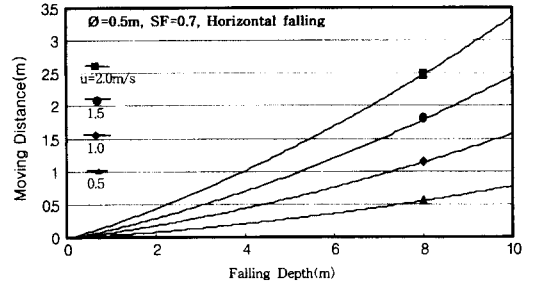
(c) $a=3.0$, depth= 10m

Fig. 6. Moving distance of settling stones in flowing water: (a) $\alpha=2.0$, depth=10 m; (b) $\alpha=2.5$, depth=10 m; (c) $\alpha=3.0$, depth=10 m.

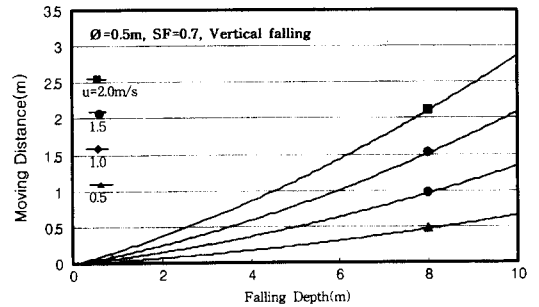
4. 결 론

정수중 구형체의 낙하거리를 종말속도와 침강속도를 명확히 구분하여 정확히 산정하는 식을 개발했고 기존의 다른 식들과 비교분석하여 도입된 식들의 타당성을 분석해 보았다. 특히 침강속도를 직접해로 구할 수 있는 이론식을 유도하였는데 이는 앞으로 투하석재의 이동거리 산정뿐만 아니라 토사이동량 산정에도 중요한 역할을 할 것으로 기대된다.

본 연구의 주요 성과인 유수중 투하석재의 이동거리 산



(a) Horizontal settlement



(b) Vertical settlement

Fig. 7. Moving distance of settling stones against various current velocities with different modes of settling: (a) horizontal settlement; (b) vertical settlement.

정에서는 투하석재의 형태를 항력계수의 경험계수 α 값을 조정하여 고려하고 무차원수를 도입하여 상미분방정식을 유도하였으며 이의 해를 Runge-Kutta 방법으로 구할 수 있는 투하석재 이동거리 산정방법을 개발하였다. 투하석재의 형태가 거칠고 평평할수록 항력의 증가로 항력계수 α 값이 커지며 이에 따라 정수중 낙하거리는 작아지고 유수중 이동거리는 커짐을 알 수 있다.

본 연구에서 개발한 산정식을 추후 많은 실험을 통하여 투하석재의 형상을 나타낸 항력계수 α 값의 석재형상에 따른 변화를 일정한 규칙으로 나타내면 투하석재의 이동거리에 대한 일관성을 얻어 실무에서 널리 적용할 수 있을 것이다.

사 사

본 연구는 서울대학교 학술진흥기금으로 수행되었으며, 본 연구에 재정 지원하여준 심재문화재단에 심심한 감사를 표합니다. 본 연구의 자료분석과 계산수행은 아주대학교 대학원생 임학수군이 수행하였다.

참고문헌

농어촌진흥공사, 1993. 방조제 축조시 침하 유실에 관한 연

구(IV).

유동훈, 1995. 구형체의 종말속도, 대한토목학회논문집, 15(1), pp. 157-163.

Dallavalle, J., 1943. *Micrometrics*, Pitman, New York.

Gibbs, R.J., Mathews, M.D. and Link, D.A., 1971. The relationship between sphere size and settling velocity, *J. Sed. Petrol.*, **41**, pp. 7-18.

Rubey, W., 1933. Settling velocities of gravel, sand and silt

particles, *Amer. J. Sci.*, **225**.

Watson, R.L., 1969. Modified Rubey's law accurately predicts sediment setting velocities, *Water Resources Res.*, **5**, pp. 1147-1150.

Received February 2, 1999

Accepted April 15, 1999