

비선형 시스템을 위한 퍼지 모델 기반 제어기의 설계 Design of a Fuzzy-Model-Based Controller for Nonlinear Systems

張 旭 · 周永燾* · 朴珍培**

Wook Chang, Young-Hoon Joo* and Jin-Bae Park**

延世大學校 電氣工學科

* 群山大學校 制御計測工學科

** 延世大學校 電氣工學科

요 약

본 논문에서는 단일 입력 단일 출력을 갖는 복잡한 비선형 시스템을 위한 퍼지 제어 시스템의 설계 및 분석을 제시한다. 제안된 방법은 주어진 비선형 시스템의 지역적인 동특성을 표현하기 위해 퍼지 모델을 구성하여 이를 바탕으로 제어기를 구성한다. 전체 시스템을 총괄하는 제어기는 각 지역 퍼지 모델에 대한 보상기와 슬라이딩 모드 제어 이론을 사용한 전역 피드포워드 제어기를 사용하여 구성한다. 따라서 제안된 제어기는 퍼지 모델 기반 제어 방법과 슬라이딩 모드 제어 방법의 장점을 동시에 취하여 기존의 퍼지 모델 기반 제어기와 달리 공통 리아프노프 행렬을 구하지 않고서 안정성을 증명할 수 있으며 향상된 성능 및 추종 성능을 보인다. 또한, 제안된 제어 방법은 기존의 퍼지 모델 기반 제어 방법과는 달리 원 비선형 시스템에 대한 안정도의 해석이 가능하다. 제안된 방법의 우수성과 유효성을 보이기 위해 두 가지 수치 예제를 제공한다.

ABSTRACT

This paper addresses analysis and design of a class of complex single-input single-output fuzzy control systems. In the proposed method, the fuzzy model, which represents the local dynamic behavior of the given nonlinear system, is utilized to construct the controller. The overall controller consists of the local compensators which compensate the local dynamic linear model and the feed-forward controller which is designed via sliding mode control theory. Therefore, the globally stable fuzzy controller is designed without finding a common Lyapunov matrix, and shows improved performance and tracking results by taking the advantages of fuzzy-model-based control theory and sliding mode control theory. Furthermore, stability analysis is conducted not for the fuzzy model but for the real underlying nonlinear system. Two numerical examples are included to show the effectiveness and feasibility of the proposed fuzzy control method.

1. 서 론

퍼지 논리 제어는 Zadeh에 의해 처음 소개된 이후 꾸준히 발전이 되고 있는 지능 제어 이론이다. Mamdani가 시멘트 클린의 제어에 퍼지 집합 이론을 처음으로 제어 방법으로 이용한 뒤로 많은 연구자들이 퍼지 논리 제어를 다양한 시스템에 적용하여 괄목할 만한 성능의 향상을 가져왔다. 특히, 퍼지 논리 제어는 시스템의 모델을 정확한 미분 방정식의 형태로 표현하기 힘든 경우나 복잡한 경우 전문가의 시스템에 대한 지식만을 활용하여 만족스러운 성능을 보이는 제어기를 구성하는 것이 가능하다. 그러나, 전문가의 지식을 활용하여 퍼지 제어 시스템을 구성하는 것은 제어 대상 플랜트 전문가 지식 획득의 어려움이 있으며 획득한 전문가의 지식의 신뢰성에도 문제점을 갖는다. 즉, 전문가가 무시하고 있던 시스템의 상태에

대한 정확한 제어 법칙이 없는 경우 특정한 사고나 시스템 매개 변수의 변동 순간에 전체 시스템의 성능이 저하될 수 있다. 따라서, 퍼지 논리 제어 이론은 현재 신경망 이론, 유전 알고리즘 등의 기계 학습 방법을 사용하여 자동적으로 자기 동조 가능한 제어 시스템의 설계에 대한 연구와 퍼지 제어 시스템의 체계적인 설계 절차와 분석 방법에 대한 연구로 나뉘어 진행되고 있다.

퍼지 모델 기반 제어에 사용하는 퍼지 모델은 Takagi와 Sugeno가 1985년에 제시한 Takagi-Sugeno (TS) 퍼지 모델[1]과 이를 응용한 동적 퍼지 모델[4]이다. TS 퍼지 모델은 원래 후건부가 동특성이 없는 선형 방정식 형태로 표현되며 함수 근사화에 사용되었고, 동적 퍼지 모델은 후건부가 선형 상태 공간 모델로 표현되어 제어에 사용되었으나 최근에는 이 두 퍼지 모델을 통틀어 TS 퍼지 모델이라 언급하는 경우

가 많다. 본 논문에서 사용하는 TS 퍼지 모델은 최근에 많이 쓰이는 형태이며 이는 퍼지 모델의 각 규칙의 후반부가 주어진 비선형 시스템의 지역적으로 선형화된 선형 상태 공간 모델을 표현하도록 한 것이다. 따라서, 퍼지 모델 기반 제어 방법은 현대 제어 이론을 적용하는 것이 용이하여 퍼지 제어 시스템의 설계 및 분석이 가능함으로 인해 현재 광범위하게 연구되고 있다. Takagi와 Sugeno[1]는 비선형 시스템을 선형 함수의 조합으로 표현하여 수질 청정 프로세스(water cleaning process)와 강철 제조 공정(steelmaking process)에 적용하였다. Cao 등은 일반적인 퍼지 모델 기반 제어기에 현대 제어 이론을 사용하여 제어기 분석을 행하였다[4]. 이러한 방법들은 적절한 지역 선형 상태 공간 모델을 사용하여 각각의 지역 제어기를 구성하고 전체 시스템의 안정도는 리아프노프(Lyapunov) 안정도 분석을 통해 이루어진다. 그러나, 이러한 방법들은 다음과 같은 단점을 가지고 있다. (1) 리아프노프 방정식을 만족시키기 위해서 공통 양한정 행렬(common positive definite matrix)를 구해야 하며 이는 시스템이 복잡하고 많은 규칙을 지니는 경우에는 만족시키는 것이 매우 어렵다. (2) 페루프 시스템의 성능을 예측하는 것은 어렵다. (3) TS 퍼지 모델 기반 제어기가 비록 많은 실제 비선형 시스템에 성공적으로 적용되었으나 그 안정도의 보장은 근사화된 TS 퍼지 모델에만 적용된다. (4) 제어 시스템의 추종(tracking) 문제는 명시적으로 논의되지 않는다. (5) 원 비선형 시스템이 부분적으로 알려져 있는 경우 전체 퍼지 시스템의 안정도를 분석하는 것은 매우 어려운 일이다. LMI(linear matrix inequality)에 기반한 방법을 사용하여 공통 양한정 행렬을 구하는 문제를 해결하는 많은 연구가 수행되었으나 여전히 다른 문제들은 해결되지 않고 있다[2,3,5].

한편, 슬라이딩 모드 제어 이론은 시스템 매개 변수의 변동 또는 불확실성에 대해 매우 강한 특성을 지닌다고 알려져 있다[8,12]. 이러한 슬라이딩 모드 제어 이론의 장점을 퍼지 제어 이론에 이용하기 위해서 많은 연구자들이 슬라이딩 모드 제어 이론과 퍼지 제어 이론의 융합에 대한 연구를 수행하였다[9]. 그러나, 상기 방법은 일반적으로 슬라이딩 평면을 퍼지 논리로 설계하는 것에 중점을 두고 있다.

따라서 본 논문에서는 앞서 언급한 퍼지 모델 기반 제어기의 문제점을 슬라이딩 모드 제어 방법을 도입하여 해결하고자 한다. 제안된 방법은 전반부는 기존의 퍼지 규칙과 동일하고 후반부는 선형 시스템으로 이루어진 TS 퍼지 모델을 사용한다. 전체 퍼지 논리 제어기는 퍼지 모델 기반 제어 이론에 슬라이딩 모드

제어 이론을 적용하여 이루어진다. 따라서, 제안된 방법은 퍼지 논리 제어와 슬라이딩 모드 제어 이론의 장점을 모두 취할 수 있다. 제안된 제어기 설계 방법은 크게 두 부분으로 이루어진다. 첫 번째 단계에서 퍼지 모델의 각 후반부 선형 모델에 대한 보상기(compensator)가 각각 설계된다. 두 번째 단계에서는 슬라이딩 모드 제어 이론에 의한 피드포워드 제어를 설계한다. 제안된 설계 방법에 의해 전체 시스템의 강인성과 추종 성능은 기존 퍼지 모델 기반 제어기에 비해 괄목하게 향상 가능하다. 또한, 퍼지 논리 제어기의 안정도를 판별하기 위한 공통 리아프노프 함수의 탐색 필요성을 제거할 수 있으며 시스템의 안정도는 원래의 비선형 시스템에 대해 판별 가능하므로 앞서 언급하였던 퍼지 모델 기반 제어기의 문제점을 해결할 수 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 기존의 퍼지 모델 기반 제어기에 대한 간단한 검토를 행한다. 3장에서는 제안된 퍼지 모델 기반 제어기의 설계 방법을 서술한다. 4장에서는 제안된 방법의 우수성과 유효성을 실험적으로 검증하기 위한 두 가지 수치 예제를 제공하며 5장에서 결론을 제시한다.

2. TS 퍼지 모델

식 (1)과 같은 단일 입·출력 비선형 시스템을 생각하자.

$$x^{(n)} = f(x) + g(x)u \tag{1}$$

여기서 스칼라 x 는 출력 상태 변수이고 스칼라 u 는 시스템 제어 입력, $x^{(n)}$ 은 출력 상태 변수 x 의 n 계 도함수이며, $x = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]$ 는 상태 변수 벡터이다. 식 (1)에서 $f(x)$ 는 x 의 알려진 비선형 함수이고 제어 이득 $g(x)$ 또한 알려져 있는 비선형 함수이다. SISO 비선형 시스템은 퍼지 규칙과 지역적으로 선형인 상태 공간 모델로 이루어진 TS 퍼지 모델로 근사화 가능하다[2-5]. 식 (1)의 비선형 시스템을 표현하기 위한 TS 퍼지 모델의 i 번째 규칙은 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} \text{Plant rule } i: & \text{ IF } x(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x^{(n-1)} \text{ is } F_n^i \\ \text{ THEN } \dot{x} &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ (i = 1, 2, \dots, q) \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, 규칙 i 는 i 번째 퍼지 추론 규칙이며 F_j^i ($j=1, 2, \dots, n$)은 퍼지 집합, $x(t) \in R^n$ 은 상태 벡터, $u(t) \in R^1$ 은 제어 입력, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times 1}$ 이며 q 는 퍼지 규칙의 수이다. 행렬 A_i 와 B_i 는 다음과 같다.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ a_1^i & a_2^i & a_3^i & \dots & a_n^i \end{bmatrix} \text{ and } B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_i \end{bmatrix}$$

싱글톤 퍼지화기, 퍼지곱 추론, 무게 중심 비퍼지화기를 사용하면 (2)의 TS 퍼지 모델은 식 (3)과 같이 전역 모델로 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^a w_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^a w_i(x(t))} \\ &= A(\mu(x(t))) x(t) + B(\mu(x(t))) u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$w_i(x(t)) = \prod_{j=1}^n F_j^i(x^{(j-1)}(t))$$

$$\mu_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^a w_i(x(t))}$$

$$\mu(x(t)) = (\mu_1(x(t)), \mu_2(x(t)), \dots, \mu_n(x(t)))$$

$$A(\mu(x(t))) = \sum_{i=1}^a \mu_i(x(t)) A_i$$

$$B(\mu(x(t))) = \sum_{i=1}^a \mu_i(x(t)) B_i$$

또한, $F_j^i(x^{(j-1)}(t))$ 는 F_j^i 에 대한 $x^{(j-1)}(t)$ 의 소속 정도이다. 또한 위의 수식으로부터 다음을 유추할 수 있다.

$$w_i(x(t)) \geq 0, (i = 1, 2, \dots, q), \sum_{i=1}^q w_i(x(t)) > 0$$

그러므로 우리는 다음의 수식을 얻을 수 있다.

$$\mu_i(x(t)) \geq 0, (i = 1, 2, \dots, q), \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) = 1$$

이후의 전개에서 $w_i = w_i(x(t))$, $\mu_i = \mu_i(x(t))$, $\mu = \mu(x(t))$ 로 정의하여 이문 전개의 편의에 따라 사용한다.

정의 1 [8]: 식 (4)의 모델은 퍼지 시스템 (2)의 전역 상태 공간 모델이다. 만일 (A_i, B_i) , $i = 1, 2, \dots, q$ 가 가제어성(controllability)을 가지면 퍼지 시스템 (2)는 지역적으로 제어 가능하다.

위에서 언급한 TS 퍼지 모델은 다양한 동정 방법을 통해 얻을 수 있다[1,2,10]. 만일 비선형 시스템의 정확한 동력학 모델을 얻을 수 있다면 TS 퍼지 모델을 여러 동작 점(operation points)에서 알려진 비선형 시스템 동특성 방정식을 선형화하여 얻을 수 있다. 또한, 단순한 입출력 데이터만을 얻을 수 있다 하더라도 TS 퍼지 모델은 회귀 최소 제곱법(recursive least squares method) 이나 역전파 알고리즘(back-propagation algorithms) 을 통해 동정 가능하다.

TS 퍼지 모델 (2)를 사용하여 원 비선형 시스템의 전역적인 제어기를 설계하기 위해서 병렬 분산 보상(parallel distribution compensation; PDC) 기법을 사용할 수 있다[8]. PDC는 퍼지 모델의 각 규칙의 선형 시스템을 독립적으로 보상하는 제어기를 설계하고 이를 퍼지 추론을 이용하여 융합해 전역 제어기를 설계하는 것이다. TS 퍼지 모델 (2)와 동일한 전반부를 사용하면 퍼지 모델 기반 제어기의 i 번째 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Controller Rule } i: & \text{ IF } x(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x^{(n-1)}(t) \\ & \text{ is } F_n^i \text{ THEN } u = -K_i x \\ & (i = 1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $K_i = [k_1^i, \dots, k_n^i]$ 는 피드백 이득 벡터이며, 최종 퍼지 제어기는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$u(t) = \frac{\sum_{i=1}^a w_i(x(t))(-K_i x(t))}{\sum_{i=1}^a w_i(x(t))} = -K(\mu(x(t)))x(t) \quad (5)$$

여기서,

$$K(\mu(x(t))) = \sum_{i=1}^a \mu_i(x(t)) K_i$$

식 (2)와 식 (5)을 조합한 전체 폐루프 퍼지 시스템은 식 (6)과 같다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^a \mu_i \mu_j (A_i - B_j K_j) x \quad (6)$$

일반적으로 알려져 있는 퍼지 시스템 (6)의 안정도 조건은 다음과 같다.

정리 1: ([8]) 퍼지 제어 시스템 (6)의 평형점(equilibrium)은 다음의 두 부등식을 만족하는 공통 양한정 행렬 P 가 존재하면 전역적이고 점근적으로 안정하다.

$$(A_i - B_i K_i)^T P + P(A_i - B_i K_i) < 0 \text{ for } i = 1, 2, \dots, q \quad (7)$$

$$G_{ij}^T P + P G_{ij} < 0 \quad \text{for } i < j \leq q \quad (8)$$

여기서,

$$G_{ij} = \frac{A_i - B_i K_j + A_j - B_j K_i}{2}$$

증명: 참고문헌 [8] 참조

만일, 식 (7)을 만족하는 공통 리아프노프 행렬을 구할 수 있다면 페루프 퍼지 시스템 (6)은 안정하다. 그러나, 많은 경우에 공통 리아프노프 행렬을 구하여 퍼지 시스템의 안정도를 보장하는 것은 어려운 일이다. 즉, 페루프 시스템은 지역적 모델 식 (2)가 안정하다 하더라도 전체 시스템 식 (1)은 불안정할 가능성이 있다. 또한, 기존의 논문에 의하면 퍼지 모델 기반 제어기의 안정도 분석은 식 (1)의 원 비선형 시스템이 아닌 식 (2)의 TS 퍼지 모델에 대해 수행된다는 단점이 있으며 추종 문제 또한 명시적으로 언급이 되어있지 않다[8]. 슬라이딩 모드 제어 이론은 시스템 매개변수의 비선형성을 다룰 수 있고 우수한 추종 성능을 보유하고 있으므로 본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어 이론을 퍼지 모델 기반 제어기의 성능 향상에 응용하는 기법을 제안한다. 즉, 원래의 불확실한 비선형 시스템에 대한 안정도와 강인성을 보장하면서 모델 기반 제어기의 추종 성능을 향상시키는 슬라이딩 모드 제어 이론에 기반한 새로운 퍼지 모델 기반 제어기를 제안한다.

3. 슬라이딩 모드 제어를 이용한 강인한 퍼지 모델 기반 제어기

본 절에서 우리는 2절에서 언급한 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 단점을 해결하기 위한 새로운 종류의 퍼지 모델 기반 제어기를 제안한다. 제어 목적은 상태 변수 벡터 x 가 원하는 상태 변수 궤적 $x_d = [x_d, \dot{x}_d, x_d^{(n-1)}]$ 를 따라갈 수 있도록 하는 제어 입력 u 를 설계하는 것이다.

주어진 비선형 시스템 (1)을 TS 퍼지 모델 (2)를 이용하여 제어하기 위해, 본 논문에서는 기존 퍼지 모델 기반 제어 이론에 슬라이딩 모드 제어 이론을 적용해 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 단점을 개선하고자 한다. 제안된 방법의 주요한 목적은 향상된 강인성과 추종 성능을 보이는 퍼지 모델 기반 제어기를 설계하고 그 안정성을 해석적으로 보이는 것이다. 본 논문에서 사용하는 퍼지 모델 (2)는 후반부가 선형 상태공간 모델이므로 제안된 방법의 기본적인 제어 방법은 전통적인 선형 제어 이론을 사용한다. 지금까지 연구된 대부분의 퍼지 모델 기반 제어기는 조정기

(regulator)의 역할을 하도록 설계되었다. 그러나 상당수의 제어 대상 플랜트는 추종 제어를 요구하고 있으므로 본 논문에서는 기존의 선형 제어 이론에서 사용되는 추종 제어 이론중 피드포워드 제어 알고리즘을 사용하여 퍼지 모델 기반 제어기를 구성한다.

본 논문에서 사용되는 퍼지 제어기 규칙은 다음과 같은 새로운 구조를 갖는다.

Controller Rule i : IF $x(t)$ is F_1^i and \dots and $x^{(n-1)}(t)$ is F_n^i ,

$$\text{THEN } u(t) = -K_i x(t) + u_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, r) \quad (9)$$

식 (9)에서 $u(t)$ 의 첫 번째 항인 $-K_i x(t)$ 는 기존 퍼지 모델 기반 제어기 (4)의 피드백 제어 입력과 동일하며 두 번째 항인 $u_i(t)$ 는 피드포워드 제어 입력이다. 퍼지 논리 제어기의 비퍼지화된 출력은 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{\sum_{i=1}^a w_i (-K_i x(t) + u_i(t))}{\sum_{i=1}^a w_i} \\ &= -\sum_{i=1}^a \mu_i K_i x(t) + \sum_{i=1}^a \mu_i u_i(t) \\ &= -K(\mu)x(t) + u(t) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, $\mu_i = w_i / \sum_{i=1}^a w_i$ 이고 $K(\mu) = \sum_{i=1}^a \mu_i K_i$ 이다. 식 (10)의 제어기 구조 중 피드포워드 제어 입력을 구성하기 위해 본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어 이론을 이용한다. 기존 선형 제어 이론에서 사용하는 피드포워드 이득과 기존 입력의 곱으로 피드포워드 제어 입력을 구성하는 경우, 각각의 지역적 제어기는 안정하나 전체 시스템은 플랜트의 오차에 민감하며 전체 퍼지 제어 시스템의 안정도를 판별하는 것이 어렵기 때문이다.

비선형 시스템 (1)과 제어기 (10)을 결합하면 식 (11)과 같은 페루프 시스템의 구성이 가능하다.

$$\dot{x}^{(n)}(t) = F(x(t)) + g(x(t))u(t) \quad (11)$$

여기서,

$$F(x(t)) = f(x(t)) - g(x(t))K(\mu)x(t)$$

식 (11)에서 스칼라 피드포워드 입력 $u(t)$ 는 시스템의 안정성 및 우수한 추종 성능을 보장하기 위한 것으로 슬라이딩 모드 제어 이론을 사용하여 결정된다.

$\tilde{x} = x - x_d$ 를 추종 오차라 하고 식 (12)와 같이 정의하자.

$$\tilde{x} = x - x_d = [\tilde{x} \dots \tilde{x}^{(n-1)}]^T \quad (12)$$

또한, 슬라이딩 모드 제어 이론을 퍼지 모델 기반 제어기 구조에 융합하기 위해서 먼저 상태 공간 R^n 내에서 시변 평면 $S(t)$ 를 스칼라 방정식 식 (13)과 같이 $s(x; t) = 0$ 으로 정의하자.

$$s(x; t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{(n-1)} \tilde{x} = \tilde{x}^{(n-1)} + a_1 \tilde{x}^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} \tilde{x} \quad (13)$$

여기서, λ 는 양의 상수이다.

그러므로 주어진 초기 조건에서의 n 차원 벡터 x_d 의 추종 문제는 스칼라량 s 를 0으로 유지하는 문제로 축소되며, 이는 x 의 n 차 추종 문제가 s 에 대한 1차 안정화 문제로 대치됨을 의미한다[11].

스칼라 s 를 0으로 두는 1차 안정화 문제는 제어 입력이 다음의 식을 만족하도록 선택함으로써 가능하다.

$$\frac{d}{dt} s^T s \leq -\eta |s| \text{ outside of } S(t) \quad (14)$$

$s(x; t)$ 를 시간에 대하여 미분하고 식 (11)을 사용하면 식 (15)를 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \bar{F}(x) + g(x)u(t) \\ \bar{F}(x) &= F(x) - x_d^{(n)} + \tilde{x}^{(n-1)} + a_1 \tilde{x}^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} \tilde{x} \end{aligned} \quad (15)$$

스위칭 함수의 설계를 통해 슬라이딩 평면을 정의하였으므로 다음 단계는 접근 모드(reaching mode)와 피드포워드 제어 입력을 설계하는 것이다. 이 방법을 통해 원하는 슬라이딩 모드와 접근 모드시의 원하는

시스템 동력학을 얻을 수 있다. 이러한 접근 방법을 통해 제어 입력을 설계할 때는 제어 입력이 접근 조건을 만족하고 스위칭 평면상에서 슬라이딩 모드가 존재하도록 하는 것이 중요하다. 따라서, 본 논문에서는 식 (16)과 같이 Cao등이 제안한 접근 법칙을 사용한다[10].

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -Qsgn(s) - Kh(s) \\ sgn(s) &= \begin{cases} 1 & \text{if } s \geq 0 \\ -1 & \text{if } s < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, Q 와 K 는 양의 상수이며 $h(s)$ 는 모든 $s \neq 0$ 에 대해 $sh(s) > 0$ 이고 $h(0) = 0$ 인 스칼라 함수이다.

적절한 접근 법칙 방정식 (16)을 설계하였으므로 식 (15)와 (16)을 이용하여 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$\dot{s} = \bar{F}(x) + g(x)u(t) = -Qsgn(s) - Kh(s) \quad (17)$$

식 (17)을 피드포워드 제어 입력에 대해 풀면 식 (18)을 얻는다.

$$u(t) = -g(x)^{-1}(\bar{F}(x) + Qsgn(s) + Kh(s)) \quad (18)$$

따라서, 슬라이딩 조건 (14)는 다음과 같이 만족된다.

$$\frac{d}{dt} s^T s = -2s^T Qsgn(s) - 2sKh(s) < 2Q|s| < 0$$

본 논문에서 제안한 퍼지 모델 제어기의 안정도 조건은 본 절에서 유도한 바와 같이 다음과 같은 정리로 요약된다.

정리 2: 식 (2)에서 기술한 TS 퍼지 시스템이 지역적으로 안정하면 식 (10)의 제어 입력을 사용하는 페루프 제어 시스템 (11)은 원점 주위에서 점근적으로

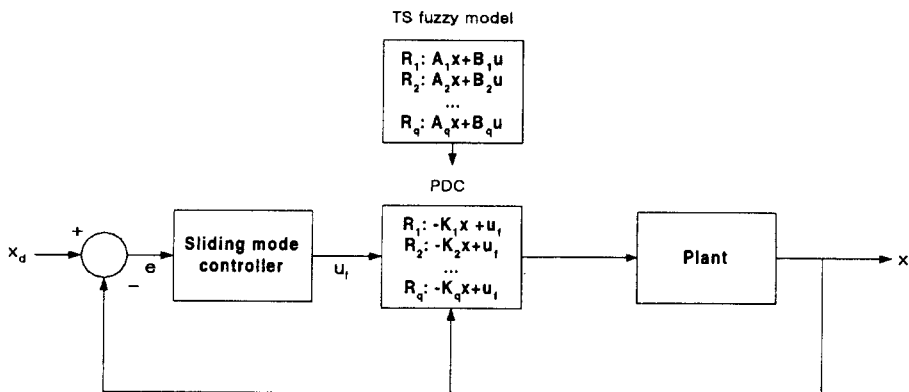


그림 1. 제어기 구조
Fig. 1. Controller structure

안정하다.

여기서 정의 1의 지역적 가제어성은 각각의 지역적 제어기 규칙에서 선형 보상기를 설계하기 위해 필요한 것이다. 본 논문에서 제안한 제어기 구조는 그림 1에 도시된다.

Note: 식 (18)의 제어 입력은 스위칭 함수 $sgn(\cdot)$ 이 포함되어 있으므로 실 제어 적용시에는 떨림 현상(chattering phenomenon)을 보이며 이는 제어기 실제 적용시 제어 대상 플랜트의 모델링 되지 않은 동특성을 야기시키므로 제거할 필요가 있다. 이는 제어 입력을 다음과 같이 수정함으로써 가능하다[8].

$$u(t) = -g(x)^{-1}(\bar{F}(x) + Qsat(s/\Phi) + Kh(s)) \quad (19)$$

여기서 Φ 는 슬라이딩 평면을 대치하는 경계층의 두께이다.

4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 논문에서 제안한 방법의 효용성과 안정성을 증명하기 위해 두 가지 모의 실험을 수행한다. 첫 번째 예제는 탱크의 수위를 제어하는 것이며 두 번째 예제는 도립 진자를 불안정 평형점으로 제어하는 것이다.

예제 1. 수조 탱크의 수위 조절

탱크의 구조는 그림 2와 같으며 이 탱크의 동력학 방정식은 다음과 같다[8].

$$\dot{x} = -a\sqrt{2gx}/A(x) + u/A(x) \quad (20)$$

식 (20)은 1차 비선형 시스템이다. 여기서, $a=1$ (m)는 탱크 배수구의 단면적, $A(x)=\pi r^2$ 는 탱크의 단면적, $g=9.8 \text{ m/s}^2$ 는 중력 가속도이며 x 는 탱크내의 액체의 높이이며 단위는 m이다.

주어진 시스템은 Jacobian 선형화 방법을 이용해 다음과 같이 두개의 퍼지 규칙으로 모델링할 수 있다.

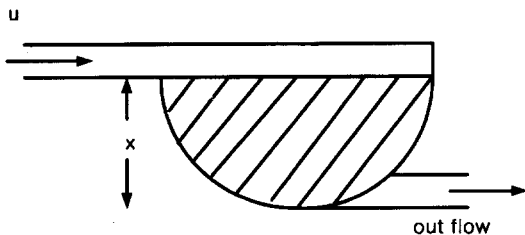


그림 2. 수조 탱크
Fig. 2. Water tank

Plant Rule 1: IF x is about 0, THEN $\dot{x} = A_1x + B_1u$

Plant Rule 2: IF x is about 9, THEN $\dot{x} = A_2x + B_2u$

여기서, 각 시스템 행렬의 값은 다음과 같다.

$$A_1 = 0.7046, B_1 = 3.1416$$

$$A_2 = 0.0261, B_2 = 0.3491$$

플랜트 규칙 1과 2에 대한 소속 함수는 그림 3과 같다. 제안된 제어기의 설계를 위해 먼저 퍼지 모델 기반 제어기를 위한 매개 변수인 상태 피드백 이득을 구한다. 원하는 페루프 고유치의 위치를 각 규칙의 선형 모델에 대해 시행 착오를 통해 각각 -2, -2를 지정하는 경우 피드백 이득은 다음과 같다.

$$K_1 = 0.8609, K_2 = 5.8043$$

또한, 퍼지 모델 기반 제어기의 강인성과 추종 성능을 향상시키기 위한 제어 매개 변수는 각각 $\lambda=5$, $Q=1$, $K=10$ 으로 초기에 설정하였다. 예제 1의 실험에서는 영점으로 수렴하는 안정화는 실행 대상 플랜트의 물리적 성질상 의미가 없으므로 추종 문제에 대한 실험만을 수행한다. 따라서, 기존 퍼지 모델 기반 제어기와 비교는 수행하지 않는다. 그림 3-(a)는 탱크의 초기 수위 $x=10$ m인 경우의 구형파에 대한 추종 응답을 보인 것이고 그림 3-(b)는 이에 대한 제어 입력을 보인 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 제안된 제어 방법은 비선형 시스템의 추종 제어를 성공적으로 수행함을 알 수 있다.

예제 2. 도립 진자 제어

그림 5와 같은 도립 진자의 균형을 취하는 문제를 생각한다. 진자의 동력학 방정식은 식 (21)과 같다[7].

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin(x_1) - amlx_2^2 \sin(2x_1) - a \cos(x_1)u}{4l/3 - aml \cos^2(x_1)} \quad (21)$$

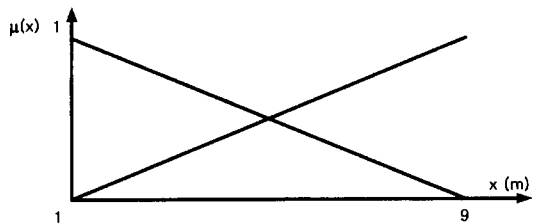


그림 3. 소속 함수
Fig. 3. Membership functions

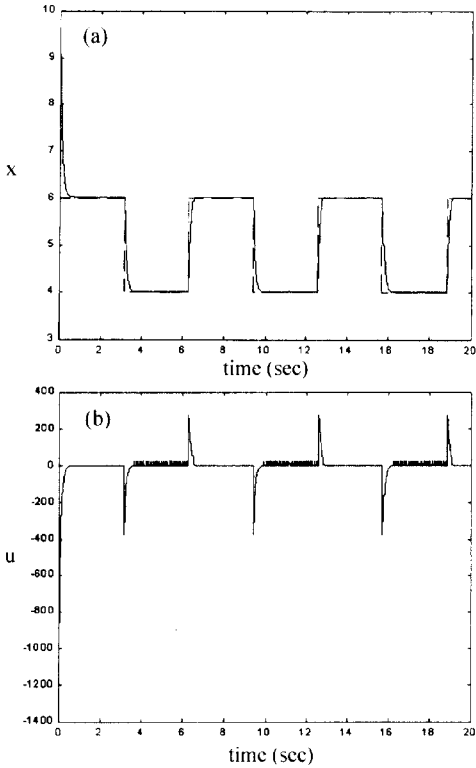


그림 4. (a) 초기 조건 $x(0) = 10$ 에 대한 상태 변수 $x(t)$ (실선)과 추종하고자 하는 기준값(점선), (b) 초기 조건 $x(0) = 10$ 에 대한 제어 입력 $u(t)$
 Fig. 4. (a) The state $x(t)$ (solid line) and its desired reference value(dashed line) for the initial condition $x(0) = 10$, (b) The control $u(t)$ for the initial condition $x(0) = 10$

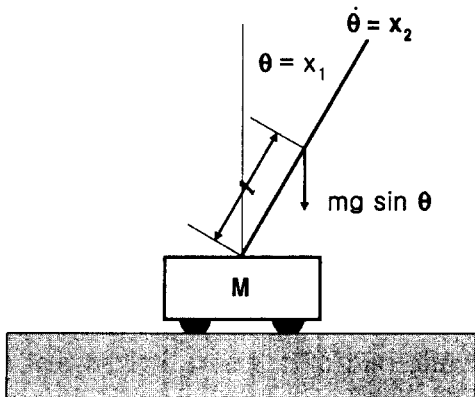


그림 5. 도립 진자 시스템
 Fig. 5. Inverted pendulum system

여기서, x_1 은 불안정 평형점인 수직축으로부터 반시계 방향으로 측정된 진자의 각(radian)이며, x_2 는 단위

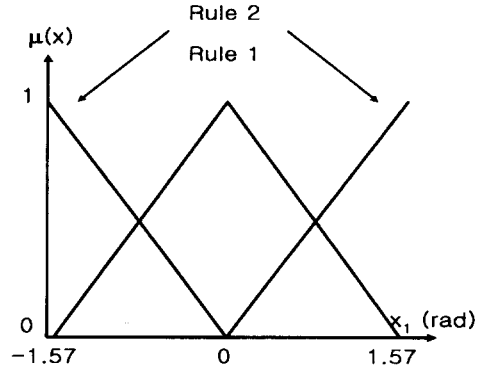


그림 6. 소속 함수
 Fig. 6. Membership functions

가 rad/s인 각속도, 중력 가속도 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 진자의 질량 $m = 2.0 \text{ kg}$, $a = (m + M)^{-1}$, 차량의 질량 $M = 8.0 \text{ kg}$, $2l = 1.0 \text{ m}$ 은 진자의 길이, u 는 활차에 가해지는 힘이며 단위는 N이다. 이러한 시스템의 TS 퍼지 모델은 다음과 같다[7]. 또한 이후 문장에서 특별히 표기되지 않는 각도의 단위는 라디안을 사용한다.

Plant Rule 1: IF x_1 is about 0, THEN $\dot{x} = A_1x + B_1u$

Plant Rule 2: IF x_2 is about $\pm\pi/2$, THEN $\dot{x} =$

$A_2x + B_2u$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{4l/3 - aml} & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{a}{4l/3 - aml} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2g}{\pi(4l/3 - aml\beta^2)} & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\alpha\beta}{4l/3 - aml\beta^2} \end{bmatrix}$$

그리고, $\beta = \cos(88^\circ)$ 이다. 규칙 1과 2에 대한 소속 함수를 그림 6에 보인다.

퍼지 모델 기반 제어기의 매개 변수의 결정을 위한 지역 페루프 시스템 $A_1 - B_1K_1$, $A_2 - B_2K_2$ 의 고유치를 각각 -2와 -2로 두면 다음의 제어 이득을 얻는다 [5].

$$K_2 = [-2551.6 \quad -764.0], K_1 = [-120.6667 \quad -22.6667]$$

여기서, 퍼지 모델 기반 제어기 단독으로는 비선형 페루프 시스템의 안정성을 보장할 수 없으며 추종 문제를 다루는 것 또한 어렵다. 앞서 언급했듯이 본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위해서 슬라이딩 모드 제어 이론을 사용한다. 슬라이딩 모드 제어에 대한 매개 변수는 $\lambda = 5$, $Q = 0.1$, $K = 10$ 으로 초기에 설정

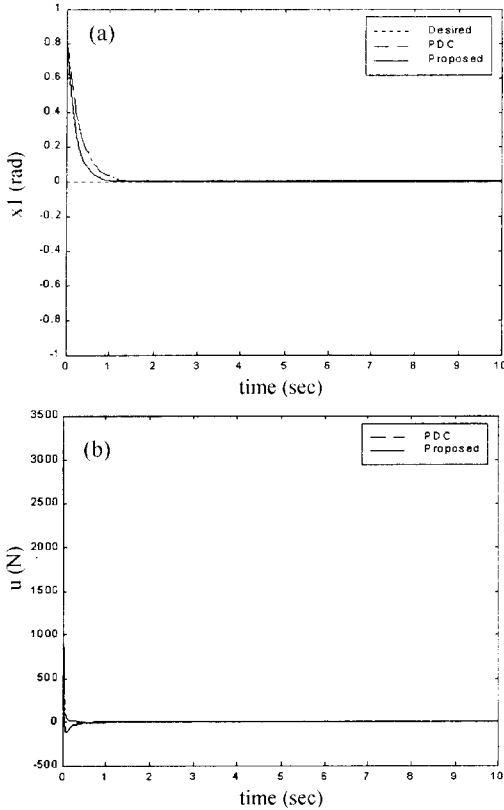


그림 7. (a) 초기치 $x(0)=[\pi/4 \ 0]^T$ 에 대한 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 응답(점선)과 제안된 방법의 응답(실선), (b) 초기치 $x(0)=[\pi/4 \ 0]^T$ 에 대한 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 제어 입력(점선)과 제안된 방법의 제어 입력(실선)

Fig. 7. (a) The responses of the conventional fuzzy-model-based controller (dashed line) and the proposed method (solid line) for the initial condition $x(0)=[\pi/4 \ 0]^T$, (b) The control inputs of the conventional fuzzy-model-based controller (dashed line) and the proposed method (solid line) for the initial condition $x(0)=[\pi/4 \ 0]^T$

하였으며, 떨림 현상의 방지를 위해 경계층 상수 $\Phi=1$ 인 경계층 조건을 도입한다. 이러한 매개 변수들을 가지고 제안된 방법을 사용하여 퍼지 논리 제어를 설계한다.

제안된 방법을 기존 퍼지 모델 기반 제어기와 비교하기 위해 초기치 $x(0)=[\pi/4 \ 0]^T$ 와 $x(0)=[89\pi/180 \ 0]^T$ 에서 진자를 수직으로 세우는 조정 (regulation) 문제에 대한 결과를 비교한다. 비교 대상이 되는 기존 퍼지 모델 기반 제어기는 식 (4)의 형태를 취하며 기타 제어기 구성시 필요한 매개 변수는 제안된 방법의 것을 사용하였다. 그림 7(a)는 초기치 $x(0)=[\pi/4 \ 0]^T$ 인 경우 기존 퍼지 모델 기반 제어기와 제안된 제어

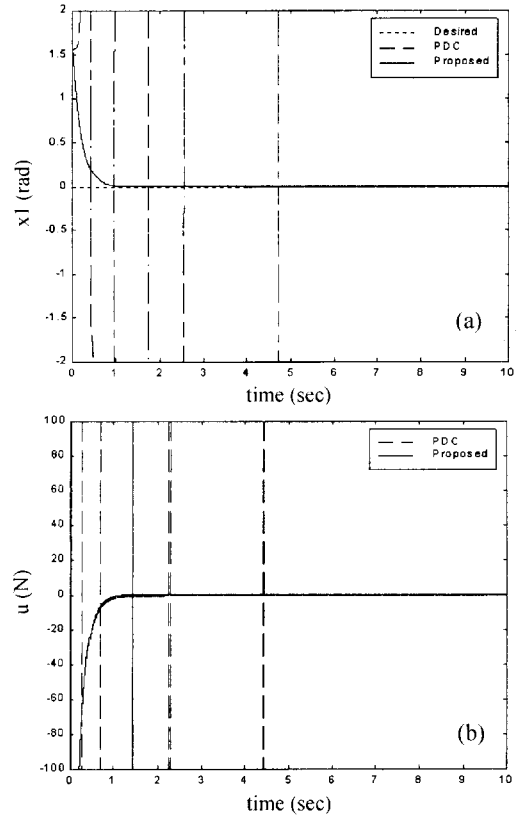


그림 8. (a) 초기치 $x(0)=[89\pi/180 \ 0]^T$ 에 대한 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 응답(점선)과 제안된 방법의 응답(실선), (b) 초기치 $x(0)=[89\pi/180 \ 0]^T$ 에 대한 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 제어 입력(점선)과 제안된 방법의 제어 입력(실선)

Fig. 8. (a) The responses of the conventional fuzzy-model-based controller (dashed line) and the proposed method (solid line) for the initial condition $x(0)=[89\pi/180 \ 0]^T$, (b) The control inputs of the conventional fuzzy-model-based controller (dashed line) and the proposed method (solid line) for the initial condition $x(0)=[89\pi/180 \ 0]^T$

기에 의한 진자의 각 x_1 의 응답을 비교한 것으로 두 제어기 모두 제어에 성공하였으나 제안된 방법이 좀더 빠른 응답을 보임을 알 수 있다. 그림 7(b)는 초기치 $x(0)=[\pi/4 \ 0]^T$ 인 경우 각 제어기의 제어 입력을 보인 것이다.

그림 8은 초기치 $x(0)=[89\pi/180 \ 0]^T$ 인 경우 기존 퍼지 모델 기반 제어기와 제안된 방법의 성능을 비교한 것이다. 특히, 이 실험에 사용되는 초기치는 제어 대상 시스템의 진자가 수평으로 눕혀져 있는 상태를 가정한 것이고 물리적으로 제어 입력의 제한이 가해

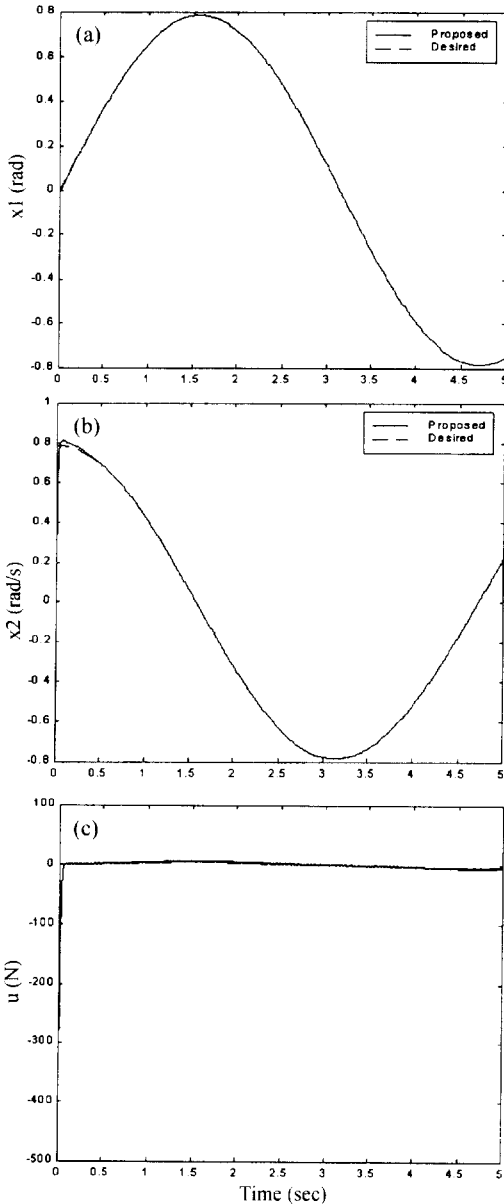


그림 9. (a) 초기치 $x(0) = [0 \ 0]^T$ 에 대한 상태 변수 $x_1(t)$ (실선)과 추종하고자 하는 값 $x_{1,d} = 45\pi\sin(t)/180$ (점선), (b) 초기치 $x(0) = [0 \ 0]^T$ 에 대한 상태 변수 $x_2(t)$ (실선)과 추종하고자 하는 값 $x_{2,d} = 45\pi\cos(t)/180$ (점선), (c) 초기치 $x(0) = [0 \ 0]^T$ 에 대한 제어 입력 $u(t)$

Fig. 9. (a) The state $x_1(t)$ (solid line) and its desired value $x_{1,d} = 45\pi\sin(t)/180$ (dashed line) for the initial condition $x(0) = [0 \ 0]^T$, (b) The state $x_2(t)$ (solid line) and its desired value $x_{2,d} = 45\pi\cos(t)/180$ (dashed line) for the initial condition $x(0) = [0 \ 0]^T$, (c) The control $u(t)$ for the initial condition $x(0) = [0 \ 0]^T$

져 있는 경우에는 그 제어가 불가능한 상태이나 극단적인 조건하에서 제안된 제어기의 성능을 평가하기 위해 선택하였다. 그림 8(a)는 기존 퍼지 모델 기반 제어기와 제안된 제어기에 의한 진자의 각 x_1 의 응답을 보인 것이다. 그림에서 보듯이 기존 퍼지 모델 기반 제어기는 진자의 각 x_1 이 90도를 벗어남으로써 제어 실패를 한 것을 알 수 있으나 제안된 방법은 성공적인 제어를 수행함을 알 수 있다. 그림 8(b)는 각 제어기의 제어 입력을 보인 것이다. 또한 제어 입력 비교의 편의를 위해 u 의 도시 범위를 $[-100 \ 100]$ 으로 두었다.

또한 제안된 제어기의 추종 성능을 평가하기 위해 초기치 $x(0) = [0 \ 0]^T$ 인 경우 진자가 기준 신호 $x_{1,d}(t) = 45\pi\sin(t)/180$ 를 추종하도록 하였다. 설정된 기준 신호 역시 물리적으로 제어 입력의 제한이 존재하는 경우는 그 추종이 불가능하거나 매우 어렵지만 본 논문에서는 이에 상관없이 제안된 제어 방법의 강한 비선형성에 대한 강인성을 보이기 위해 실험을 수행하여 성능을 평가하고 이를 그림 9에 도시하였다. 여기서 그림 9(a)는 상태 변수 $x_1(t)$ (실선)과 그 추종하고자 하는 값 $x_{1,d} = 45\pi\sin(t)/180$ (점선)이며 9(b)는 상태 $x_2(t)$ (실선)과 그 추종하고자 하는 값 $x_{2,d} = 45\pi\cos(t)/180$ (점선)이고 그림 9(c)는 제어 입력 $u(t)$ 이다. 이 경우에도 제안된 제어 방법은 강한 비선형성에도 불구하고 훌륭한 추종 성능을 보임을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 단일 입·출력을 갖는 복잡한 비선형 시스템을 위한 퍼지 제어 시스템의 설계 및 분석을 제안하였다. 제안된 방법은 주어진 비선형 시스템의 지역적인 동적 행태를 표현하기 위해 퍼지 모델을 구성하였으며 전체 시스템을 총괄하는 제어기는 각 지역 퍼지 모델에 대한 보상기와 슬라이딩 모드 제어 이론을 사용한 전역 피드포워드 제어기를 사용하여 구성되었다. 제안된 제어기는 퍼지 모델 기반 제어 방법과 슬라이딩 모드 제어 방법의 장점을 동시에 취하여 기존의 퍼지 모델 기반 제어기에 비해 향상된 성능과 안정성, 추종 성능을 보인다. 또한, 제안된 제어 방법은 기존의 퍼지 모델 기반 제어 방법과는 달리 원 비선형 시스템에 대한 안정도의 분석이 가능하며 시스템의 불확실성과 매개 변수의 변동에 강인한 슬라이딩모드 제어 방법의 장점을 갖는다. 마지막으로 수조 탱크 및 도펄 진자 제어에 대한 실험을 통해 제안된 방법의 유용성과 효용성을 증명하였다.

참고문헌

[1] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control", *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116-132, January, 1985.

[2] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 4, No. 1, pp. 14-23, February 1996.

[3] S. G. Cao, N. W. Rees and G. Feng, "Analysis and Design for a Class of Complex Control Systems Part I: Fuzzy Modelling and Identification", *Automatica*, Vol. 33, No. 6, pp. 1017-1028, June 1997.

[4] S. G. Cao, N. W. Rees, and G. Feng, "Analysis and Design for a Class of Complex Control Systems Part II: Fuzzy Controller Design", *Automatica*, Vol. 33, No. 6, pp. 1029-1039, June 1997.

[5] F. H. F. Leung, L. K. Wong, and P. K. S. Tam, "Fuzzy Model Based Controller for an Inverted Pendulum", *Electronics Letters*, Vol. 32, Iss. 8, pp. 1683-1685, August 1996.

[6] Oh Kook Kwon, Wook Chang, Young Hoon Joo, and Jin Bae Park, "Fuzzy Logic Controller Design via Messy Genetic Algorithm", *Proceedings of AFSS'98*, June 18, pp. 613-618, 1998

[7] L. X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, PTR Prentice-Hall, Inc., 1994.

[8] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1991.

[9] Y. C. Hsu and G. Chen, "Fuzzy Dynamical Modeling Techniques for Nonlinear Control Systems and Their Applications to Multiple-Input and Multiple-Output (MIMO) System", 1998, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, (to be published).

[10] W. Gao and J. C. Hung, "Variable Structure Control of Nonlinear Systems: A New Approach", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 40, No. 1, pp. 45-55, 1993.

[11] X. J. Ma, Z. Q. Sun, and Y. Y. He, "Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 41-51, 1998.

[12] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Optimization and Control*, Springer-Verlag, New York, 1992.1.



장 옥 (Wook Chang)

제9권 제1호 참조
 1994년 : 연세대 공대 전기공학과 졸업
 1996년 : 연세 대학원 전기공학과 졸업 (석사)
 현재 : 연세대 대학원 박사과정 재학중



주 영 훈 (Young-Hoon Joo)

제9권 제3호 참조
 1982년 : 연세대 공대 전기공학과 졸업
 1984년 : 세태대학원 전기공학과 졸업
 1995년 : 동대학원 전기공학과 졸업(공학)
 1986~1995년 8월 : 삼성전자(주) 생산기술센터 자동화연구소(선임 연구원)
 1995년 9월~현재 : 군산대 공대 제어계측공학과 조교수



박 진 배 (Jin-Bae Park)

제9권 제3호 참조
 1977년 : 연세대 공대 전기공학과 졸업
 1990년 : Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터 공학과 졸업(공학)
 1990~1991년 : Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터 공학과 조교수. 현재 연세대 공대 전기공학과 부교수