

데이터-재순환 구조에서 적응 가중치 갱신을 통한 LMS 알고리즘 수렴 속도 개선

김광준*, 장혁*, 석경휴*, 나상동*

Improvement of LMS Algorithm Convergence Speed with Updating Adaptive Weight in Data-Recycling Scheme

Gwang-Jun Kim*, Hyok Jang*, Kyung-Hyu Suk*, Sang-Dong Na*

요약

LMS 적응 필터는 많은 신호 처리 응용분야에서 광범위하게 사용되고 있으나, 반복적 최소 자승 (RLS) 적응 필터와 비교해서 주어진 안정 상태 평균 자승 에러에 대한 수렴특성이 떨어진다. 본 논문은 LMS 알고리즘의 수렴 속도를 향상시키기 위해 폐기된 탭 입력 데이터를 몇 개의 한정된 버퍼를 이용 탭 가중치를 적응적으로 조절하여 수렴특성을 개선한다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통해 스텝 크기 매개변수 μ 값의 증가는 보다 빠른 수렴속도와 평균 자승 에러를 감소시키는 효과를 갖으므로 데이터 재순환 버퍼 구조에서 탭 가중치의 갱신에 비례하여 평균 자승 에러의 수렴속도가 재순환 버퍼 B를 증가시켜 수렴속도가 (B+1)배 만큼 증가한다. 데이터 버퍼 알고리즘을 이용한 제안된 TDL 필터가 LMS 알고리즘과 동일한 수렴조건을 가지고 실행될 때 연산 복잡성의 실질적 부담감을 배제하고, 채널간의 상호 심볼 간섭을 보다 효율적으로 제어하면서 적응 횡단선 필터의 수렴속도를 증가시켜 개선한다.

ABSTRACT

Least-mean-square(LMS) adaptive filters have proven to be extremely useful in a number of signal processing tasks. However, LMS adaptive filter suffer from a slow rate of convergence for a given steady-state mean square error as compared to the behavior of recursive least squares adaptive filter.

In this paper, an efficient signal interference control technique is introduced to improve the convergence speed of LMS algorithm with tap weighted vectors updating which were controled by reusing data, which was abandoned data in the Adaptive transversal filter, in the scheme with data recycling buffers. The computer simulation show that the character of convergence and the value of MSE of proposed algorithm are faster and lower than the existing LMS according to increasing the step-size parameter μ in the experimentally computed learning curve. Also we find that convergence speed of proposed algorithm is increased by (B+1) times proportional to B, where B is the number of recycled data buffer, without complexity of computation. Adaptive transversal filter with proposed data recycling buffer algorithm could efficiently reject ISI of channel and increase speed of convergence in avoidance burden of computational complexity in reality when it was experimented having the same condition of LMS algorithm.

I. 서론

통계적 경사 적응 필터 중 하나인 최소 평균 자승(LMS) 적응 필터는 디지털 통신, 제어, 신호 처리 등의 여러 응용 분야에서 광범위하게 사용되어 왔다. 그러나 반복적 최소 자승 적응 필터와 비교해서 주어질 안정적 상태 평균 자승 에러에 대해 수렴특성이 비교적 떨어지는 단점을 가지고 있다. 이러한 수렴특성을 개선하기 위해 몇가지 계산적으로 간단한 방법들이 제안되어 왔다[1,2,3,4]. 횡단선 적응필터에 수신되는 심볼간 간섭 신호(ISI)를 제거하기 위한 방법으로 실제 출력과 이상적인 출력의 차인 에러를 이용하여 탭 가중치를 조절하는 적응 메카니즘을 이용한 최소 평균 자승(LMS : Least Mean Square) 알고리즘이 이용되는데 이 방식은 간결성과 효율성 때문에 광범위하게 이용되어왔다[5,6,7,8,9].

본 논문은 적응 횡단선 필터에서 수렴속도 개선을 위해 LMS 알고리즘의 탭 가중치 갱신 메커니즘에 재순환 데이터 버퍼를 이용함으로써 수렴 특성을 개선하는 보다 효율적인 신호 간섭 제어 기법을 제시한다.

적응 횡단선 적응 필터의 탭 가중치를 적응 제어하기 위해 단일 탭 입력 벡터를 이용하는 대신에 몇몇의 한정된 버퍼들에 폐기된 탭 입력 벡터들을 재활용하는 데이터 재순환 알고리즘을 이용함으로써 적응 탭 가중치 벡터의 새로운 갱신을 통한 빠른 수렴성을 나타내는 새로운 구조를 제안하고, 기존의 LMS 알고리즘의 연산 복잡성을 증가시키지 않고 수렴속도를 (B+1)배 만큼 증가되는 것을 수치적으로 증명한다.

LMS 알고리즘의 계수특성을 분석하고 탭 계수에 따른 신호 간섭 제어와 LMS 알고리즘의 수렴 조건 및 연산의 복잡성 제어를 분석하여 제안한 데이터-재사용 LMS 알고리즘의 이론적 분석이 컴퓨터 시뮬레이션 결과와 일치함을 보여줌으로써 신호 간섭 제어의 우수성을 입증한다.

II. 재사용 필터 구조에서 가중치 갱신

적응 횡단선 필터의 탭 가중치를 갱신하기 위해서는 두 가지 처리 과정으로 이루어지는데 [10,11], 첫 번째는 급경사 방법을 이용하여 최적의 해로 정의된 행렬 Wiener-Hopf 방정식의 선형

시스템을 수정하는 것으로서 횡단선 필터에서 탭 입력의 상관 행렬을 이상적인 응답과 동일한 탭 입력 사이의 교차 상관 벡터의 변수를 토대로 경사 벡터를 필요로 한다. 두 번째는 LMS 알고리즘으로서 통계적 특성으로 가정된 경사 벡터에 대한 추정치를 유도하기 위해 상관에 대한 연속적인 값을 필요로 하는 것으로서 실수 값 데이터를 가진 횡단선 필터의 탭 가중치 벡터의 갱신 값은 탭 가중치의 기존 값에 탭 입력 벡터에 이상적인 결과 실제적인 결과 값의 차인 에러 신호를 이용함으로써 조절된다. 그러나 LMS의 중요한 문제는 상대적으로 수렴률이 느리며, 탭 입력 벡터 상관 행렬의 변동에 민감하게 작용한다는 것이다.

본 논문은 이러한 처리과정을 모두 만족시키는 LMS 알고리즘을 응용하여 실수 값 데이터를 가진 횡단선 필터의 탭 가중치 벡터에서 갱신된 탭 가중치 값과 탭 입력 벡터 에러 신호, 학습을 변수를 이용한다.

각각의 반복 순차 n 에서 기울기 벡터 $\nabla J(n)$ 의 정확한 측정을 하고 스텝 크기 매개변수 μ 가 적절하게 선택되어지면, 급 경사 알고리즘을 이용하여 계산된 탭 가중치 벡터는 최적의 Wiener 해에 근접한다. 그러나, 실제로 탭 입력의 상관 행렬 R 과 탭 입력과 원하는 응답 사이의 교차 상관 벡터 p 를 사전에 알 수 있어야 하므로 경사 벡터의 정확한 측정이 불가능하기 때문에 경사 벡터는 가능한 데이터로부터 측정되어야 한다[12].

경사 벡터 $\nabla J(n)$ 의 측정을 향상시키기 위해 가장 확실한 방법은 상관 행렬 R 과 교차 상관 벡터 p 를 빼는 것으로서 식 (1)과 같다.

$$\nabla J(n) = -2p + 2Rw(n) \dots\dots\dots (1)$$

R 과 p 를 위한 선택은 개별적으로 다음과 같이 정의된 탭 입력 벡터와 요구된 응답의 표본 값을 기반으로 하는 순간적 예측을 사용하는 것으로 식 (2), (3)과 같다.

$$\hat{R}(n) = u(n) u^H(n) \dots\dots\dots (2)$$

$$\hat{p}(n) = u(n) d^*(n) \dots\dots\dots (3)$$

기울기 벡터의 순간 예측은 식 (4)와 같다.

$$\nabla J(n) = -2u(n)d^*(n) + 2u(n)u^H(n)\hat{w}(n) \dots (4)$$

순간 예측은 탭 가중치 예측 벡터 $\hat{w}(n)$ 이 탭 입력 벡터 $u(n)$ 에 의존하는 임의의 벡터이기 때문에 교차된다. 예측 $\nabla J(n)$ 은 순간적 자승 오차 $|e(n)|^2$ 을 적용한 기울기 연산자 ∇ 로 한다. 식(2)의 예측은 $w(n+1) = w(n) + 1/2 \mu[-\nabla J(n)]$ 에서 나타낸 경사가 급 경사하는 알고리즘에서 기울기 벡터 $\nabla J(n)$ 로 대체시키므로, 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위한 새로운 순환적 관계는 식 (5)와 같다.

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu u(n)[d^*(n) - u^H(n)\hat{w}(n)] \dots (5)$$

경사가 급 경사 알고리즘으로 얻어진 값을 구분하기 위해 탭 가중치 벡터를 위한 심볼 위에 \hat{w} 을 사용한다. 필터 출력, 에리측정 및 가중치 적응을 나타내는 식은 각각 식 (6), (7) 및 식 (8)과 같다.

$$y(n) = \hat{w}^H(n) u(n) \dots (6)$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \dots (7)$$

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu u(n)e^*(n) \dots (8)$$

식 (6)과 (7)은 예측 오차 $e(n)$ 와 탭 가중치 벡터 $\hat{w}(n)$ 의 예측을 기반으로 한 계산을 정의하고, 식 (8)에서 우변의 두 번째 항 $\mu u(n)e^*(n)$ 은 탭 가중치 벡터 $\hat{w}(n)$ 에 대한 현재의 예측에 적용된 교정을 나타낸다. 반복적 처리 절차는 초기 추정 $\hat{w}(0)$ 에서 시작한다.

식 (6)과 (8)에서 나타난 알고리즘은 LMS 알고리즘의 복잡한 형태이나 각각의 반복 또는 시간 갱신에서 가장 최근의 값을 요구하기 때문에 $u(n)$ 과 $d(n)$ 그리고 $\hat{w}(n)$ 은 LMS 알고리즘의 통계학적 기울기에 대한 집합이 된다. 특히, LMS 알고리즘은 통계학적 입력들과 다음 번의 반복 주기까지 스텝은 임의로 중단되고 실제 기울기 방향으로 간주될 수 없는 방향에서 수락된 집합을 연산한다.

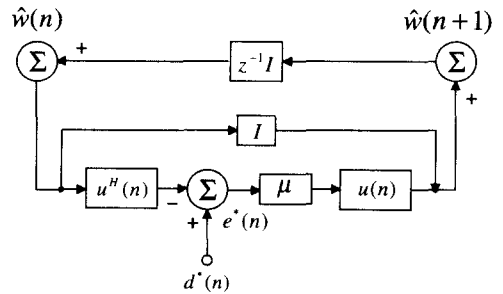


그림 1. LMS 알고리즘의 신호 흐름
Fig. 1. Signal-flow graph representation of the LMS algorithm

그림 1은 케환 모델에서 LMS 알고리즘의 신호 흐름을 나타내는 것으로서 이 신호 흐름 선도는 기울기가 급 경사 알고리즘을 나타낸 흐름선도로써 케환 모델[13]과 밀접한 유사성을 갖는다.

그림 2의 횡단선 필터 구조를 고려하면, 필터 출력의 추정치 $\hat{d}(n|u(n))$ 는 입력 신호 벡터 $u(n)$ 와 탭 가중치 벡터 $w(n)$ 로 다음의 식 (9)를 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{d}(n|u(n)) &= \sum_{j=0}^L w_j(n) \cdot u(n-j) \\ &= \hat{w}^H(n) \cdot u(n) \end{aligned} \dots (9)$$

여러 신호 $e(n)$ 는 요구된 신호 $d(n)$ 와 횡단선 필터 출력 $\hat{d}(n|u(n))$ 사이의 차로써 나타낸다.

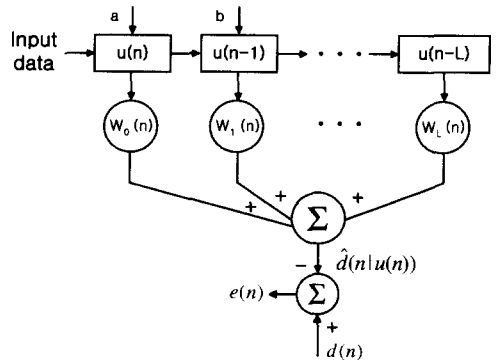


그림 2. 적응 횡단선 필터
Fig. 2. Adaptive transversal filter

따라서, 적응 가중치 조절 메커니즘을 통하여 조절된 탭 가중치는 식 (10)과 같다.

$$w(n+1) = w(n) - \mu \cdot \left(\frac{\delta e^2(n)}{\delta w(n)} \right) \dots (10)$$

$$= w(n) + 2\mu \cdot e(n) \cdot u(n)$$

탭 계수를 갱신하기 위해 단일 탭 입력 데이터 $u(n)$ 을 이용하는 대신에, 몇몇의 한정된 버퍼에 저장되는 탭 입력 데이터 ($u(n-1)$, $u(n-2)$, $u(n-3)$...)을 이용하는 데이터 재순환 버퍼 구조와 이에 따른 가중치 갱신 처리 과정은 그림 3에 나타내었다. 그림 3은 그림 2의 입력 벡터에서 탭 가중치를 조절하기 위해 이용된 두 개의 탭 a, b에 각각 버퍼를 두어 폐기된 데이터를 재활용하는 재활용 데이터(B=2)를 이용한 제안된 구조를 나타내었다.

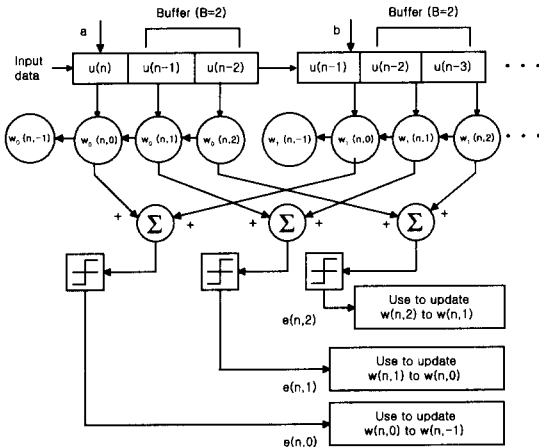


그림 3. 제안된 데이터-재사용 필터의 구조
Fig. 3. The proposed data-recycling filter structure

그림 3에서 나타낸 바와 같이 처음에 탭 a의 버퍼에서 재사용 데이터 $u(n-2)$ 와 탭 b의 버퍼에서 재사용 데이터 $u(n-3)$ 은 에러 $e(n,2)$ 을 이용하여 $w(n,2) = [w_0(n,2), w_1(n,2)]^H$ 을 갱신하고 다음으로 $w(n,1) = [w_0(n,1), w_1(n,1)]^H$ 는 다음으로 $w(n,1) = [w_0(n,1), w_1(n,1)]^H$ 은 $w(n,1) = [u(n-1), u(n-2)]^H$ 와 $e(n,0)$ 을 이용하여 $w(n,0) = [w_0(n,0), w_1(n,0)]^H$ 로 갱신된다. 마지막으로 탭 입력 데이터 벡터 $u(n-0) = [u(n-0), u(n-1)]^H$ 와 탭 가중치 벡터 $w(n,0) = [w_0(n,0), w_1(n,0)]^H$ 는 $e(n,0)$ 을

생성한다. $w(n, -1)$ 는 횡단선 필터의 다음 출력 추정치 $\hat{d}(n+1 | u(n+1))$ 을 생성하는데 이 용될 수 있는 횡단선 필터 탭 가중치 벡터 $w(n+1)$ 에 복사된다.

III. 재순환 데이터 LMS 알고리즘 수렴 특성

1. 탭 가중치 갱신 신호제어

데이터 재순환 알고리즘을 이용하여 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위한 처리 과정으로 첫 번째, 횡단선 필터 구조의 입력신호벡터 $u(n)$ 와 탭 가중치 벡터 $w(n)$ 를 초기화하고 두 번째, 재순환 데이터 B 를 결정하며 세 번째, 에러 $e(n)$ 를 이용하여 탭 가중치 벡터 $w(n)$ 를 갱신하기 위해 재순환 데이터 수만큼 반복하여 갱신한다. 마지막으로 횡단선 필터 출력 $\hat{d}(n+1 | u(n+1))$ 을 생성하는데 이용되는 필터 계수 벡터 $w(n)$ 를 $w(n+1)$ 에 복사한다.

여기서 $w(n+1)$ 과 $w(n)$ 사이의 관계는 다음 식 (11)과 같다.

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu \sum_{i=0}^B e(n,i) u(n-i) \dots (11)$$

에러 추정치 $e(n,i) = d(n-i) - w^H(n,i)u(n-i)$ 의 이용과 식 (11)의 탭 가중치 갱신의 기대값을 취하면 식 (12)와 같다.

$$E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (E[d(n-i)u(n-i)] - E[u(n-i)u(n-i)^H]E[w(n,i)]) \dots (12)$$

식 (12)에서 탭 입력 데이터와 탭 가중치는 독립적이라고 가정할 수 있으며, 상관행렬 R 을 $R = E[uu^H]$ 라 정의하면, 다음과 같은 식 (13)을 얻는다.

$$E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (E[d(n-i)u(n-i)] - R \cdot E[w(n,i)]) \dots (13)$$

R 이 정칙 행렬일 경우를 가정하면, R 과 최적 탭 가중치 벡터 w^0 의 적분이 $E[\hat{d}(n-1 | u(n-1))u(n-i)]$ 과 동일하다.

따라서 $E[w(n+1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (Rw^0 - RE[w(n, i)])$ 이다. 다른 측면에서 입력 상관 행렬 R 은 일반적 형태 $R = Q \Lambda Q^{-1}$ 로 표현되며, 여기서 Λ 는 대각 고유치 행렬이고 Q 는 R 의 고유치 벡터 행렬이다. $V' = Q^{-1}V$ 를 이용하는 중심축으로 $V(n)$ 를 회전하면, 결과는 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} V'(n+1) &= Q^{-1}(d(n) - 2\mu R)QV'(n) \\ &\quad - 2\mu \sum_{i=1}^B Q^{-1}RQV'(n, i) \quad \dots\dots(14) \\ &= (d(n) - 2\mu \Lambda)V'(n) - 2\mu \sum_{i=1}^B \Lambda V'(n, i) \end{aligned}$$

$V'(n+1)$ 그리고 $V'(n)$ 와 $V'(n, i)$ 의 j 번째 인수는 각각 $v'(n+1, 0, j)$, $v'(n, 0, j)$ 그리고 $v'(n, i, j)$ 이다. 이렇게 대응하는 인수를 이용함으로써, 식 (14)를 식 (15)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} v'(n+1, 0, j) &= (1 - 2\mu\lambda_j)v'(n, 0, j) - 2\mu\lambda_j[v'(n, i, j) \\ &\quad + v'(n, 2, j) + \dots + v'(n, B, j)] \\ &= v'(n, 0, j) - 2\mu\lambda_j[v'(n, 0, j) + v'(n, 1, j) \\ &\quad + v'(n, 2, j) + \dots + v'(n, B, j)] \quad \dots\dots(15) \end{aligned}$$

$v'(n, B, j)$ 의 항은 다음 식 (16)의 반복에 의해 $v'(n, 0, j)$ 가 된다.

$$v'(n, B-i, j) = (1 - 2\mu\lambda_j)v'(n, B-i+1, j) \dots\dots(16)$$

기하학적 비율 $1 - 2\mu\lambda$ 인 식은 다음의 식 (17), (18)과 같다.

$$\begin{aligned} v'(n+1, 0, j) &= v'(n, 0, j) - 2\mu\lambda_j \left[\frac{v'(n, 0, j)(1 - (1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1})}{(1 - (1 - 2\mu\lambda_j))} \right] \quad \dots\dots(17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v'(n+1, j) &= v'(n, j) \left[\frac{1 - 2\mu\lambda_j(1 - (1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1})}{(1 - (1 - 2\mu\lambda_j))} \right] \quad \dots\dots(18) \end{aligned}$$

위 식을 재배열하면 식 (19)과 같다.

$$\begin{aligned} v'(n+1, j) &= v'(n, j) - 2\mu\lambda_j \frac{\left[\frac{v'(n, j)}{2\mu\lambda_j} - \frac{v'(n, j)(1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1}}{2\mu\lambda_j} \right]}{v'(n, j)(1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1}} \quad \dots\dots(19) \end{aligned}$$

식 (19)는 현재의 탭 계수와 최적화 계수사이의 차이가 이들의 기하학적 비율인 $(1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1}$ 로 감소함을 나타낸다. LMS 알고리즘 $1 - 2\mu\lambda_j$ 에 대한 기하학적 비율과 비교해 보면, MSE 비율은 다음의 식 (20), (21)과 같다.

$$MSE \text{ ratio} = (1 - 2\mu\lambda_j)^{2(B+1)} \quad \dots\dots(20)$$

또한

$$\log(MSE \text{ ratio}) = (B+1) \log(1 - 2\mu\lambda_j)^2 \dots\dots(21)$$

위 식의 결과로 인해 본 연구에서 제안한 데이터 재순환 LMS 알고리즘에 의해 얻은 결과는 기존 LMS 알고리즘의 MSE 값에 (B+1)배의 개선된 수렴 속도를 갖게 됨을 수치적으로 증명하였다.

그림 4는 탭 수에 따른 재순환 버퍼를 이용함으로써 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러 비의 학습곡선을 나타낸 컴퓨터 시뮬레이션 결과로서 식(21)의 수렴속도가 (B+1)배만큼 개선되어짐을 알 수 있다. 식(21)에서 식 (19)의 결과는 제안된 알고리즘의 신호간섭제어가 안정적이고 식 (22)와 같을 때 j 번째 계수에 대해 수렴된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (1 - 2\mu\lambda_j)^{(B+1)k} = 0 \quad \dots\dots(22)$$

식 (22)를 충족시키기 위한 μ 를 선택하는 수렴조건은 식 (23)과 같다.

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad \dots\dots(23)$$

위 식에서 λ_{max} 가 횡단선 필터의 탭 입력 상관 행렬 R 의 최대 고유치 값으로서 식 (23)의 조건은 LMS 알고리즘과 동일한 결과로서 수렴이 보장될 수 있기 때문에 LMS 알고리즘에 스텝 사이즈 변수를 이용하게 된다.

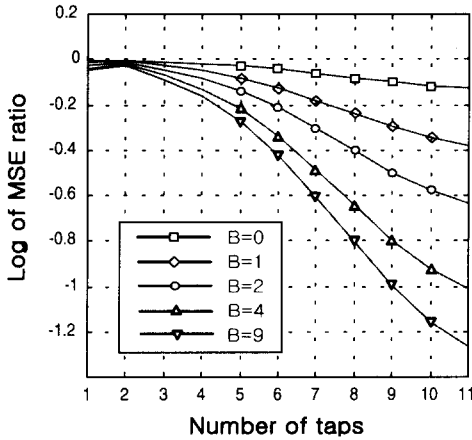


그림 4. 탭수에 따른 데이터 재순환 버퍼 B=0,2,4,7,9를 가진 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러 비의 학습 곡선
 Fig. 4. MSE ratio learning curve of LMS algorithm with recycling data buffer B=0,2,4,7,9 according to number of taps

2. 연산의 복잡성 제어

정적 채널(Static Channel)보다 급격히 변하는 빠른 페이딩 채널의 적응 등화에는 탭 수가 증가하므로 전방 탭 계수(FN : Forward N)를 8개, 후방 탭 계수(BN : Backward N)를 2개로 하여 결정 제환 등화기(DFE : Decision Feedback Equalizer)를 고려할 때 계수 갱신을 위한 연산의 복잡성은 RLS의 경우 100 (N^2)이고 LMS의 경우 21 ($2N+1$)이다. 또한 LS 격자 필터의 경우 $131(18FN+39BN-39+2LF)$ 이고 Kalman 필터의 경우 $297(2.5 N^2+4.5N+2)$ 이다[14,15].

제안된 알고리즘은 각각의 탭 계수에 대하여 $(2N+1)$ 번의 곱셈 연산과 재사용 데이터 수 B에 대하여 $(B+1)$ 번의 곱셈 연산을 하여 전체 탭 계수를 모두 갱신하기 위한 $(2N+1)(B+1)$ 가 되므로 B를 2개로 할 때 연산의 복잡도는 63이 되며 성능은 기존의 LMS 알고리즘보다 3배가 개선된다. 여기서 N은 탭 계수이고, B는 재활용 데이터의

수이다.

위의 4가지 알고리즘에서 LMS 결정 제환 알고리즘에 대해서만 연산의 복잡도가 높으나 본 논문에서 제안된 알고리즘이 기존 LMS 알고리즘의 수렴 속도를 $(B+1)$ 배 만큼 증가시킨다는 것을 고려하면 제안된 알고리즘이 연산 복잡성이 증가하지 않으면서 수렴속도를 제어한다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

1. 적응 등화기에서 컴퓨터 시뮬레이션

적응 등화기에서 왜곡을 생성하는 선형 분산 채널의 적응 등화를 위해 LMS 알고리즘을 이용하며, 모든 데이터는 실수 값으로 가정한다. 그림 5는 적응 등화기 시뮬레이션을 위한 블록도이다.

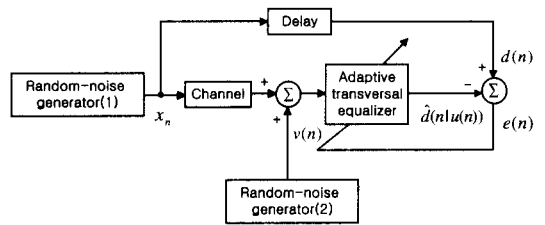


그림 5. 적응 등화기 시뮬레이션 블록도
 Fig. 5. Block diagram of adaptive equalizer experiment

그림 5와 같이 첫 번째 랜덤 발생기는 채널의 특성을 검사하기 위해 실험신호 x_n 을 발생시키고, 반면에 두 번째 랜덤 발생기는 채널의 출력에 부가적 백색 가우시안 잡음 $v(n)$ 을 더하여 적응 횡단선 등화기에 입력되어지도록 백색 잡음을 발생시킨다. 적응 등화기는 부가적인 백색 가우시안 잡음이 존재하는 곳에서 채널에 의해 생성되는 왜곡을 정정한다. 또한 첫 번째 랜덤 발생기에서 발생한 신호를 지연시킨 후에 순열의 형태로 적응 등화기에 적용하기 위해 원하는 응답에 제공된다. 여기서 발생한 랜덤 순열 $\{x_n\}$ 은 ± 1 을 가진 Bernoulli 순열로 구성되어 채널에 입력되고, 영-평균과 단위 분산을 가지며 발생한 순열을 채널에 입력한 후의 채널 임펄스 응답은 식 (24)과 같다.

$$h_n = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{W} (n-2) \right) \right], & n=1,2,3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

위 식에서 매개변수 W 는 채널에 의해 생성된 왜곡의 진폭 크기와 증가를 의미한다. 또한 매개변수 W 는 등화기에서 탭 입력 상관 행렬의 고유치 확산 $\chi(R)$ 을 조절하고, 고유치 확산은 W 로 증가된다. 두 번째 랜덤 발생기에서 생성된 부가적 백색 가우시안 잡음 순열 $v(n)$ 은 영-평균과 0.001의 분산 값을 가진다.

적응 등화기의 상관 행렬을 나타내기 위해 시간 n 에 대한 등화기의 첫 번째 탭 입력은 식 (24)의 처리 매개 변수 대신에 채널의 임펄스 응답식 h_k 를 대입한 것으로서 식 (25)과 같다.

$$u(n) = \sum_{k=1}^n h_k a(n-k) + v(n) \quad (25)$$

식 (25)에서 모든 매개변수는 실수 값으로서 등화기에서 11개 탭 입력 $u(n), u(n-1), \dots, u(n-10)$ 들에 대한 상관 행렬 R 은 11×11 의 대칭 행렬이다. 또한 임펄스 응답 h_n 은 n 이 1, 2, 3 인 경우에 대해 0이 아닌 값을 가지며, 잡음 처리 $v(n)$ 은 영-평균 백색 가우시안이고, 분산은 σ_v^2 이며, 상관 행렬 R 은 다섯 개의 대각 행렬이다. 즉, 상관행렬 R 은 $r(0)$ 일 때 주 대각선으로 하여 위, 아래에 두 개의 대각선을 가진 형태로 식 (26)과 같다.

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & 0 & \dots & 0 \\ r(1) & r(0) & r(1) & r(2) & \dots & 0 \\ r(2) & r(1) & r(0) & r(1) & \dots & 0 \\ 0 & r(2) & r(1) & r(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & r(0) \end{bmatrix} \quad (26)$$

식 (26)에서 $r(0) = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \sigma_v^2$, $r(1) = h_1 h_2 + h_2 h_3$, $r(2) = h_1 h_3$ 을 의미하므로 백색 가우시안 잡음 분산인 σ_v^2 가 0.001이면 h_1, h_2, h_3 은 식 (24)에서 매개변수 W 에 할당된 값에 의해 결정된다.

식 (24)과 (26)를 이용하여 지연 $l = 0, 1, 2$ 에 대해 자동 상관 함수 $r(l)$ 의 값을 구할 수 있다. 매개변수 W 에 따라 상관 행렬 R 의 가장 큰 고유치에 가장 적은 고유치로 나눔으로써 고유치 확산 영역 $\chi(R)$ 을 구한다.

매개변수 W 가 2.9일 때 상관 행렬 R 의 가장 큰 고유치는 2.0295이고, 가장 적은 고유치는 0.3339이다. W 가 3.1일 때 가장 큰 고유치는 2.3761이며, 가장 적은 고유치는 0.2136임을 알 수 있다. 또한 W 가 3.3일 때 가장 큰 고유치는 2.7263으로 가장 적은 고유치는 0.1256가 되었다. W 가 3.5일 때 가장 큰 고유치는 3.0707이고, 가장 적은 고유치는 0.0656이 된다. 따라서 고유치 확산 영역은 W 가 2.9일 때 6.0782로, W 가 3.1일 때는 11.1238이 된다. 매개변수 W 가 3.3일 때는 21.7132이고, W 가 3.5일 때는 46.8216으로 분포되었다. 스텝 크기 매개변수 μ 는 0.0075로 고정하였으며, 이는 평균 자승 수렴을 위해 W 가 3.5일 때 자동 상관 행렬 R 에서 가장 큰 고유치가 3.0707로서 식 (23)에 의해 스텝 크기 매개변수 μ 가 0부터 0.325 범위 내에 있으므로 조건을 만족한다.

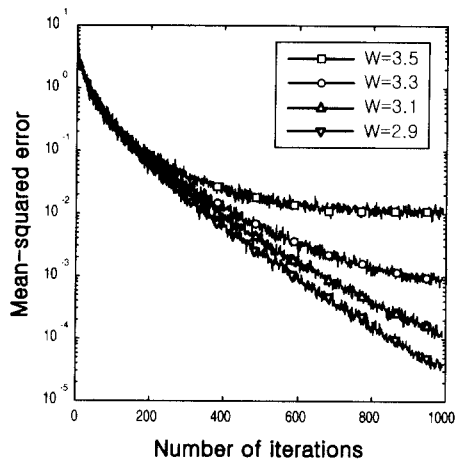


그림 6. 탭 수 $M=11$, 스텝 크기 매개변수 $\mu = 0.0075$ 에서 다양한 고유치 확산 $\chi(R)$ 에 따른 적응 등화기의 LMS 알고리즘 학습곡선

Fig 6. Learning curves of the LMS algorithm for adaptive equalizer with number of taps $M=11$, step-size parameter $\mu=0.0075$, and varying eigenvalue spread $\chi(R)$

그림 6은 탭 계수 M 이 11이고 스텝 크기 매개변수 μ 를 0.0075로 설정하여 다양한 고유치 확산 범위 $\lambda(R)$ 에 따른 LMS 알고리즘 평균 자승 에러의 컴퓨터 시뮬레이션 결과이다. 시뮬레이션 결과로부터 고유치 확산 영역이 증가함에 따라 평균 자승 에러 값이 증가함을 알 수 있다.

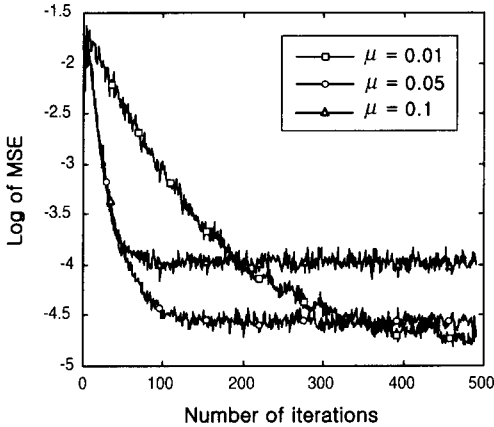


그림 7. 탭 수 $M=11$, 고유치 확산=11.1238에서 스텝 크기 매개변수 μ 에 따른 적응 등화기의 LMS 알고리즘 학습곡선

Fig 7. Learning curves of the LMS algorithm for adaptive equalizer with different step-size parameter μ in the number of taps $M=11$, eigenvalue spread=11.1238

그림 7은 식 (26)을 이용하여 적응 횡단선 필터에서 탭 입력의 상관행렬 R 에 대한 고유치 확산 범위 값을 11.1238로 산출하는 매개변수 W 를 3.1로 고정시킨 후에 스텝 크기 매개변수 μ 를 0.05, 0.01, 0.1값으로 변화시켜 시뮬레이션 한 결과 스텝 크기 매개변수 μ 에 따라 적응 등화기의 수렴율이 밀접하게 변화됨을 알 수 있다.

그림 7에서 학습 곡선은 시뮬레이션에서 500번의 반복 수에 따른 연속적인 자승 에러의 평균치이고, 스텝 크기 매개변수 μ 가 클 때 반복 수에 따른 수렴율이 빠르고 동일한 반복 수에 대한 평균 자승 에러 값이 가장 적었다. 이러한 시뮬레이션 결과로부터 LMS 알고리즘을 이용한 선형 적응 필터는 스텝 크기 매개변수 μ 에 크게 의존함을 알 수 있다.

2. 채널 등화기에서 컴퓨터 시뮬레이션

채널 등화기에서 LMS 알고리즘을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션은 적응 횡단선 필터에서 입력되는 채널의 시간 분산을 이용하였으며, 채널의 임펄스 응답은 식 (24)을 이용하였다.

적응 횡단선 필터에서 탭 수는 11개로 설정하였으며, 스텝 크기 매개변수 μ 는 0.0075로 고정하고, 백색 가우시안 잡음 분산 σ_v^2 은 0.001로 하였다.

그림 8(a)는 제안된 데이터 재사용 필터 구조에서 버퍼가 없는 즉 $B=0$ 인 상태에서 통상적인 LMS 알고리즘을 이용하였으며, 적응 횡단선 필터의 실제적인 추정치와 원하는 응답의 차이인 에러를 이용하여 조정된 탭 가중치 벡터를 사용함으로써 평균 자승 에러의 수렴상태를 시뮬레이션 한 결과이다. 적응 횡단선 필터에서 탭 수는 11개로 설정하였으며, 스텝 크기 매개변수 μ 는 0.01로 하고, 백색 가우시안 잡음 분산 σ_v^2 은 0.001로 하였다.

그림 8(a)에서 x 축은 평균 자승 에러에 로그를 취한 값이고, y 축은 0.1부터 0.001까지 변화하는 스텝 크기 매개변수이다. 또한 z 축은 LMS 알고리즘과 적응 횡단선 필터의 에러를 이용하여 갱신된 탭 가중치에 따라 신호 간섭을 제한한 평균 자승 에러의 수렴을 위해 필요한 600개의 샘플을 나타내었다.

그림 8(a)에서 스텝 크기 매개변수 μ 값이 증가함으로써 평균 자승 에러의 수렴이 증가함을 알 수 있으며, 곡선이 근사적으로 선형되는 -2.5dB 범위에서 적응 횡단선 필터의 평균 자승에 수렴되기 위해 요구되어지는 샘플의 수가 600개이다.

그림 8(b)에서 (e)까지의 결과는 재순환 데이터 버퍼 B 를 2개, 4개, 9개를 이용하였을 경우 시뮬레이션 결과로서 그림 8(b)는 그림 8(a)와 유사하게 스텝 크기 매개변수 μ 가 적을수록 평균 자승의 수렴상태가 늦어지며, MSE 학습 곡선이 선형적으로 근사되는 -2.5dB 에서 평균 자승의 수렴에 요구되는 샘플의 수가 200개이다.

재순환 데이터 버퍼 수를 4개, 7개, 9개로 하였을 경우 각각 그림 8(c), 8(d), 8(e)에서와 같이 평균 자승 수렴에 필요한 샘플의 수가 120개, 75개, 60개에 이른다.

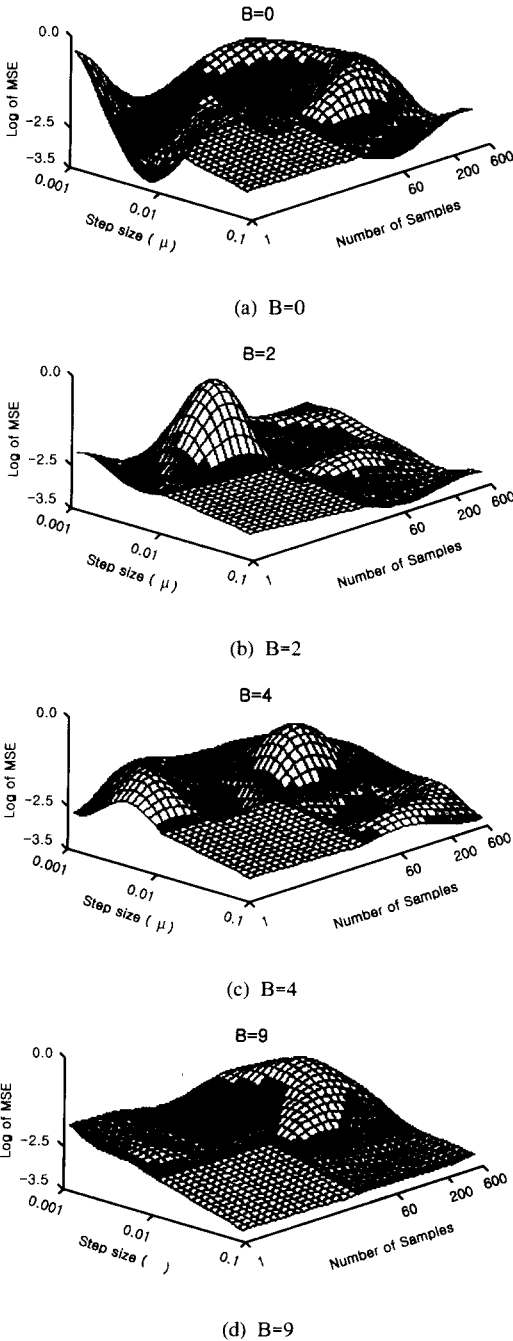


그림 8. 탭 수 $M=11$, 스텝 크기 매개변수 $\mu=0.01$, 고유치 확산 $\chi(R)=11.1238$, 재사용-데이터 버퍼 $B=0, 2, 4, 9$ 를 가진 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러 학습 곡선

Fig. 8. MSE learning curves of LMS Algorithm with number of taps $M=11$, step-size parameter $\mu=0.01$, eigenvalue spread $\chi(R)=11.1238$ and recycling data Buffer $B=0, 2, 4, 9$

시뮬레이션 결과로부터 적응 횡단선 필터에 사용된 재순환 데이터 버퍼 구조에서 제안한 LMS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도가 재순환 데이터 버퍼 수 B 가 증가함으로써 $(B+1)$ 배 만큼 증가하여 신호간섭제어가 된다.

V. 결론

탭 가중치를 적응 제어하기 위해 단일 탭 입력 벡터를 이용하는 대신에 몇몇의 한정된 버퍼들에 폐기된 탭 입력 벡터들을 재활용하는 데이터 재순환 LMS 알고리즘을 이용함으로써 적응 탭 가중치 벡터의 갱신을 통한 MSE의 빠른 수렴 특성으로 효율적인 신호 간섭 제어 방식을 제안하였다.

제안된 구조에서 개선한 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러의 전체 연산은 $(2N+1)(B+1)$ 로서 기존의 LMS 알고리즘의 연산 복잡성이 $(2N+1)$ 과 비교하면 제안된 알고리즘의 연산 복잡성이 실질적으로 증가하지 않았으며, 계산의 복잡도는 탭 계수를 버퍼에 저장된 탭 입력 표본을 이용함으로써 조정되었으며, 다양한 매개변수 및 표본 수에 따른 최소 평균 자승 학습 곡선이 수치적인 증명을 통해 이론적 분석에 적합하다는 것을 입증하였다. 또한 이산-시간 채널에 대한 MSE 학습 곡선의 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 이론적 분석이 적합함을 증명하였다.

적응 등화기 MSE 값의 수렴 율이 스텝 크기 매개변수 μ 와 고유치 확산 $\chi(R)$ 과의 관계에 대해 μ 가 클 때 반복 횟수에 따른 평균 자승 에러 값과 수렴상태가 빠르게 안정되었다. 적응 등화기에 제안된 알고리즘을 적용한 컴퓨터 시뮬레이션의 결과는 적응적으로 조절되는 탭 가중치 갱신 벡터에 비례하여 MSE값의 수렴 속도가 재순환 데이터 버퍼 수 B 가 증가함으로써 $(B+1)$ 배 만큼 증가하였다.

데이터 재순환 버퍼를 이용한 LMS 알고리즘이 기존의 LMS 알고리즘과 동일한 수렴 조건을 가지고 실행될 때 연산 복잡성의 실질적 부담감을 배제하였고, 적응 횡단선 필터의 수렴속도를 증가시킬 수 있다는 것은 채널간의 상호 심볼 간섭(ISI)을 보다 효율적으로 제어 할 수 있었기 때문에 결과적으로 신호 간섭 제어가 우수하다.

[참고문헌]

- [1] R.W. Harris, D.M. Chabries, and F.A. Bishop, "A variable step(VS) adaptive filter algorithm," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-34, no. 2, pp. 309-316, April 1986.
- [2] Y.K. Shin and J.G. Lee, "A study on the fast convergence algorithm for the LMS adaptive filter design," Proc. KIEE, vol.19, no. 5, pp. 12-19, October 1985.
- [3] V.J. Mathews and Z. Xie, "A stochastic gradient adaptive filter with gradient adaptive step size," IEEE Trans. Signal Processing, vol. SP-41, no. 6, pp. 2075-2087, June 1993.
- [4] A. Sugiyama, "Stochastic gradient algorithms with a gradient adaptive and limited step-size," IEICE Trans. Fund. Elect., Comm., Comp. Sci., vol. E77-A, no. 3, pp. 534-538, March 1994.
- [5] S. U. H Qureshi, "Adaptive Equalization," Proc. IEEE, vol. 73, No. 9, pp.1349-1387, Sep. 1985
- [6] A. Gersho, "Adaptive equalization of high dispersive channels for data transmission," B.S.T.J., vol. 48, pp. 55-70, Jan. 1969.
- [7] Simon Haykin, "Adaptive Filter Theory: Third Edition", Prentice Hall International Editions, pp.365-439, 1996
- [8] B. Widrow, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, 1985.
- [9] Nam Yong Kim, Chang Eon Kang, "An LMS Tapped Delay Line Equalizer using Each Tap Adaptation," Submitted to IEEE Trans. on Comm.
- [10] S.H. cho, Y.S. Kim, and J.A. Cadzow, "Adaptive FIR filtering based on minimum L_{∞} -norm," IEEE Pacific Rim Conf. on Communications, Computers and Signal Processing, Victoria, B.C., Canada, vol. 2, pp. 643-646, May 1991.
- [11] Bergmans, J.W.M., "Tracking capabilities of the LMS adaptive filter in the presence of gain variations," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. vol.38, pp. 712-714, 1990.
- [12] Po-An Sung, Kwang-Cheng Chen, "A Linear Minimum Mean Square Error Multiuser Receiver in Rayleigh-Fading Channels", IEEE J. Select. Areas

Commun., Vol.14, No.8, pp.1583-1593, Oct. 1996

- [13] Jiangnan Chen, Roland Priener, "An Inequality by Which to Adjust the LMS Algorithm Step-Size", IEEE Trans. Commun. Vol.43, No.2/3/4, pp.1477-1483, Feb./Mar./Apr. 1995
- [14] S.C. Douglas and T.H.Y. Meng, "Normalized data nonlinearities for LMS adaptation," IEEE trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. SP-42, no. 6, June 1994.
- [15] J. Shynk and S. Roy, "Convergence properties and stationary points of a perceptron learning algorithm," Proceedings of the IEEE, vol. 78, pp. 1599-1604, Oct. 1990.

著者紹介 -----

김 광 준



1993년 2월 : 조선 대학교 공과대학
컴퓨터공학과(공학사)

1995년 2월 : 조선대학교 대학원 컴
퓨터공학과(공학석사)

1996년 - 현재 : 조선대학교 대학원
컴퓨터공학과(박사과정)

주요관심분야 : 이동통신, B-ISDN, 신경회로망, 신호
처리

장 혁(Hyok Jang)



1995년 3월 : 호남대학교 전자공과
졸업(공학사)

1998년 3월 : 조선대학교 대학원 컴
퓨터 공학과 졸업(공학석사)

1998년 8월 ~ 현재 : 조선대학교
대학원 컴퓨터 공학과 박사과정

<주관심 분야> 데이터 및 이동 통신, 신경망, 통신 이
론, 적응 신호처리 등

석 경 휴(Kyung-Hyu Suk)



1995년 3월 : 호남대학교 전자공과
졸업(공학사)

1997년 8월 : 조선대학교 대학원 컴
퓨터 공학과 졸업(공학석사)

1999년 3월 ~ 현재 : 조선대학교 대
학원 컴퓨터 공학과 박사과정

〈주관심 분야〉 데이터 및 이동 통신, 신경망, 적응 신호처리 등

나 상 동(Sang-Dong Na)



1968년 : 조선대학교 전기공학과 졸업(공학사)

1980년 : 건국대학교 대학원 전기전자공학과 졸업(공학석사)

1995년 원광대학교 대학원 전기공학과(컴퓨터 통신 전공) 졸업(공학박사)

1995~1996년 : Dept. of Electrical & Computer Eng. Univ. of California Irvine 연구교수

1973년 ~ 현재 : 조선대학교 공과대학 컴퓨터공학부 교수

1998년 : 조선대학교 전자계산소 소장

1999년 ~ 현재 : 한국해양정보통신학회 광주지부장

〈주관심 분야〉 실시간 통신, 디지털 통신 신호제어, 데이터 및 이동 통신, 신경망, 적응 신호처리 등