
콘크리트의 변형률 국소화 및 진행성 파괴에 관한 연구

Study on Strain Localization and Progressive Failure of Concrete



송하원*

Song, Ha-Won



김형운**

Kim, Hyoung-Woon



우승민***

Woo, Seung-Min

ABSTRACT

The progressive failure following strain localization in concrete can be analyzed effectively using finite element modeling of fracture process zone of concrete with a finite element embedded discontinuity. In this study, a finite element with embedded discontinuous line is utilized for the analysis of progressive failure in concrete. The finite element with embedded discontinuity is a kind of discrete crack element, but the difficulties in discrete crack approach such as remeshing or adding new nodes along with crack growth can be avoided. Using a discontinuous shape function for this element, the displacement discontinuity is embedded within an element and its constitutive equation is modeled from the modeling of fracture process zone. The element stiffness matrix is derived and its dual mapping technique for numerical integration is employed. Then, a finite element analysis program with employed algorithms is developed and failure analysis results using developed finite element program are verified through the comparison with experimental data and other analysis results.

Keywords : concrete, strain localization, progressive failure analysis, embedded discontinuous line, fracture process zone, finite element analysis

* 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 부교수
** 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 석사과정
*** 정회원, 연세대학교 공과대학 토목공학과 박사과정

·본 논문에 대한 토의를 1999년 10월 30일까지 학회로 보내 주시면 1999년 12월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

콘크리트 구조물은 여러 가지 이유에 의하여 균열이 콘크리트내에 발생하고 발생한 균열은 국소화되어 진행되며, 국소화된 불연속면의 성장과 진행에 의하여 콘크리트 구조물 전체의 거동이 지배되고 구조물은 진행성 균열에 의해 궁극적인 파괴에까지 이르게 된다. 결국 콘크리트 파괴의 중심적 내용은 콘크리트의 연화(softening)특성에 의한 변형을 국소화(strain localization)현상을 어떻게 모델링하느냐와 균열의 생성에서 진행에 이르는 비선형 거동을 어떻게 해석하느냐에 있으며 올바른 모델링과 해석에 의한 콘크리트 파괴 거동의 예측은 공학적으로도 큰 의미를 갖고 있다. 이러한 콘크리트의 변형을 국소화 현상과 진행성 파괴에 대한 연구는 콘크리트 파괴역학의 발전과 함께 활발히 수행되어 왔으나, 아직도 불연속면을 표현하는 연속체 역학의 한계와 수치해석 과정의 어려움 때문에 일반화된 모델링과 그에 따른 해석 프로그램의 개발은 미흡한 상황이다^{1)~4)}. 본 논문에서는 콘크리트의 파괴진행영역(Fracture Process Zone : FPZ)에서 연화곡선에 의한 균열의 열림(opening)과 미끄러짐(sliding)을 고려함으로써 변형을 국소화에 따른 콘크리트의 진행성 파괴를 해석할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하는데 의미를 둔다.

전통적으로 유한요소와 관련된 수치해석 방법으로는 크게 균열을 연속체로 처리한 분포균열접근법(smearred crack approach)⁵⁾과 균열을 기하학적 불연속으로 처리한 이산균열접근법(discrete crack approach)⁶⁾이 있다. 분포균열방법은 프로그래밍이 비교적 간단하나 균열로 인한 불연속을 표현하지 못하는 단점이 있고, 이산균열방법은 국소화된 균열을 잘 표현하나 균열이 유한요소 경계를 따라 진행하여야 하거나 새로운 요소의 분할 등을 해야하는 단점을 갖고 있다. 그러므로 본 논문에서는 콘크리트의 파괴진행 해석방법으로 국소화되어 진행되는 균열을 잘 표현할 수 있는 이산균열형 모델이지만 기존의 이산균열방법의 단점을 보완하기 위해 요소안에 변위 불연속면을 가질 수 있는 내부 불연속요소를 사용하여 파괴진행해석을 수행한다.

이러한 콘크리트에서의 변형을 국소화에 따른 파괴진행 해석을 위하여 먼저 콘크리트 파괴진행 영역과 내부 불연속 요소에 대하여 설명하고, 이

에 대한 강성행렬 구성과정과 수치적분에 필요한 이중사상(dual mapping)⁷⁾방법을 전개한다. 그리고 개발된 알고리즘 및 유한요소 프로그램을 사용하여 구한 해석결과를 콘크리트 구조물의 진행성파괴에 대한 실제 실험결과 및 타연구자의 해석결과와 비교하여 검증한다.

2. 콘크리트 파괴의 유한요소해석

2.1 콘크리트의 변형을 국소화와 파괴진행 영역

콘크리트의 파괴를 지배하는 미케니즘을 규명하는 것은 변형을 국소화에 따른 콘크리트의 균열진행 해석을 위한 모델과 수치해석 프로그램을 개발하는데 필수적이다. 콘크리트의 파괴진행영역⁸⁾에서 전달응력(transmitted stress : σ_t , σ_s)이 최대응력에 도달한 후 균열개구변위(crack opening displacement : w)와 균열미끄러짐변위(crack sliding displacement : δ)의 증가에 따라 균열면에서의 전달응력은 감소된다. 이처럼 균열변위의 증가에 따라 균열의 전달응력이 감소되는 현상을 연화(softening)현상이라 하고, Fig. 1에서처럼 균열면 전달응력과 탄성변형을 제외한 균열변위와의 관계를 나타내는 곡선을 인장/전단-연화곡선(tension / shear-softening curve)이라 한다.

또한 콘크리트의 균열선단에서의 파괴진행 영역은 Fig. 1에서 보여주는 것처럼 미소균열(microcracking)영역과 브리징(bridging)영역으로 나눌 수 있다. 미소균열부는 손상부분이나 공극의 확대, 골재와 시멘트사이의 경계면에서 집착의 손실등 미소현상의 조합으로 파악할 수 있으며, 브리징부는 균열면에서 골재나 보강재로 인해 응력의 전달이 이루어지는 영역이다. 파괴가 진행되는 동안 균열선단의 파괴진행 영역은 연화상태에 있으며 콘크리트의 파괴거동을 지배하게 된다. 콘크리트의 진행성 파괴 해석시 최대응력의 산정과 콘크리트의 비선형거동을 예측하기 위해서는 변형을 국소화에 따른 파괴진행 영역의 적절한 표현이 필요하다. 즉, 균열면에서의 개구변위와 미끄러짐변위를 적절하게 표현함으로써 콘크리트의 인장파괴 뿐만 아니라 전단파괴 현상을 해석할 수 있다.

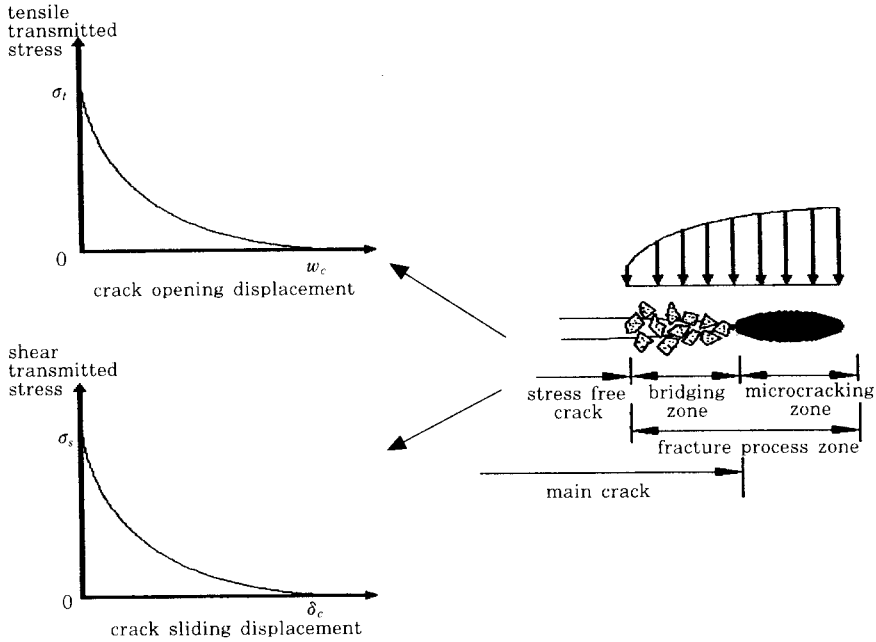


Fig. 1 Tension/shear-softening curve and fracture process zone

균열선단에서의 비선형 거동을 모형화하기 위하여 균열선단에 전달응력이 작용한다고 가정하는 Dugdale-Barenblatt형 모델이 있으며, 이 모델은 콘크리트의 균열진행거동을 위한 모델로서 많이 연구된다⁹⁾. Horii and Ichinomiya¹⁰⁾는 콘크리트의 파괴실험과 해석적 결과를 비교함에 의하여 Dugdale-Barenblatt형 모델은 콘크리트의 파괴진행 영역의 미세균열 영역은 잘 표현하지 못하나 브리징영역은 잘 표현함을 밝혔다.

본 논문에서는 콘크리트의 균열성장을 지배하는 브리징영역을 표현하기 위하여 브리징영역의 전달응력을 균열변위에 관한 함수로 나타낸 인장/전단 연화곡선을 사용하였다. 콘크리트의 파괴진행해석은 대상 구조의 지배방정식과 일반 경계조건 그리고 파괴진행영역과 균열선단에서의 인장/전단 연화곡선과 파괴에너지 또는 응력확대계수를 만족하면서 작용하중에 대한 균열의 진행 및 콘크리트의 변형 등을 구하는데 의미를 둔다.

2.2 내부 불연속 유한요소

유한요소 수치모델에 관한 현재의 많은 방법들은 분포균열 개념을 이용하여 국소화 거동을 예측하려고 하고 있다. 분포균열 개념을 이용하는 방법은 유한요소 균열 해석에 간단하면서도 효과

적이고 단순하게 적용될 수 있지만, 변형률국소화에 따른 진행성 파괴가 콘크리트의 거동을 지배하는 경우 국소화된 진행성 파괴를 재현하는데 불리하다. 본 논문에서 사용하는 균열모델은 Wan et al.⁷⁾과 Dvorkin and Assanelli¹¹⁾가 제안한 균열모델로 보간함수가 불연속성을 반영하도록 하여 이산균열 모델에서 불연속면의 진행에 따라 요소를 재생성해야 하는 결점을 보완한 것이다. 즉, 요소 안에 Fig. 2와 같이 불연속면을 도입하고 불연속면이 포함된 요소의 보간함수가 변위의 불연속을 고려하도록 한 내부불연속 모델이다. 불연속면에 대하여 국부적인 구성방정식이 사용되고 파괴문제의 경우에 정확한 에너지 소산이 가정된다.

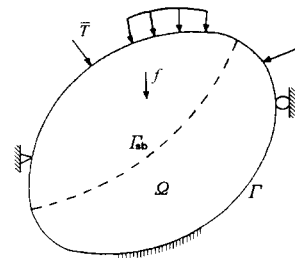


Fig. 2 Model with embedded discontinuous line

3. 균열진행의 유한요소 정규화

3.1 증분 수정가상일의 원리

콘크리트 균열의 유한요소 정식화를 위해서는 대상 연속체에서 균열에 의한 불연속면(균열)을 충분히 표현할 수 있는 수정가상일의 원리를 사용한다. 즉, Fig. 2와 같이 불연속면 Γ_{sb} 를 포함하는 연속체 Ω 에서 가상일의 원리를 적용하여 식(1)을 얻을 수 있는데, 이것은 연속체 내부에 불연속면이 존재할 때 가상일의 원리에서 외력에 의한 일에 내부 불연속면에서의 마찰일이 더해져야 한다는 것을 의미한다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Gamma} \bar{T}_i \delta u_i d\Gamma + \int_{\Omega} f_i \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma_{sb}} t_i \delta d_i d\Gamma \quad (1)$$

여기서, σ_{ij} 는 연속체내에서의 응력, $\delta \varepsilon_{ij}$ 는 가상변형률, f_i 는 체적력 그리고 δu_i 는 가상변위를 나타내며 \bar{T}_i 는 연속체 경계 Γ 에 작용하는 표면력(traction)이고, t_i 와 δd_i 는 각각 내부 불연속면 Γ_{sb} 에 작용하는 표면력과 가상 내부 불연속 변위이다. 시간에 따라 진행되는 내부 불연속면의 물리적 거동을 표현하기 위해서는 식(1)의 수정가상일의 원리를 증분의 형식으로 공식화하여야 한다. 시간에 따라 연속체와 불연속면에서의 변위가 선형거동을 한다고 가정하면 연속체에서의 응력과 변형률 사이의 구성방정식과 불연속면에서의 표면력과 불연속변위 사이의 구성방정식은 다음 식(2)와 같다.

$$\Delta \sigma_{ij} = L_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}, \quad \Delta t_i = \eta_{ij} \Delta d_j \quad (2)$$

여기서 L_{ijkl} 는 연속체의 탄성구성텐서이며 η_{ij} 는 불연속면 Γ_{sb} 에서의 구성관계를 표현하는 2차텐서이다. 식(2)를 이용하여 식(1)을 증분형으로 수정하면 다음과 같은 증분형 수정가상일의 원리를 얻을 수 있으며, 이는 점진적 해석을 위한 유한요소 이산화 식이 된다.

$$\int_{\Omega} L_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} \delta (\Delta \varepsilon_{ij}) d\Omega = \int_{\Omega} \Delta f_i \delta (\Delta u_i) d\Omega + \int_{\Gamma} \Delta \bar{T}_i \delta (\Delta u_i) d\Gamma + \int_{\Gamma_{sb}} \eta_{ij} \Delta d_j \delta (\Delta d_i) d\Gamma \quad (3)$$

3.2 내부 불연속 유한요소의 강성행렬

불연속면을 가진 연속체에 대한 증분형 수정가상일의 공식을 근거로 하여 내부 불연속 유한요소의 지배방정식인 복합요소 강성도 행렬을 유도할 수 있다. 내부 불연속 유한요소의 이산화를 위하여 연속체 영역 Ω 는 Fig. 3과 같이 N 개의 절점과 M 개의 유한요소를 가지며 내부 불연속면은 N 개의 국소화 절점으로 이산화할 수 있다.

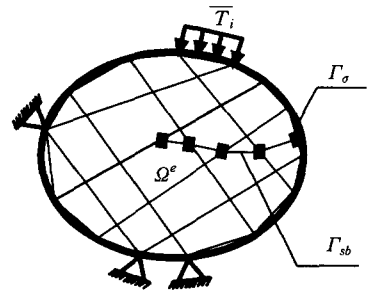


Fig. 3 Finite element discretization of domain

이때 요소체적 Ω^e 의 변위영역에서 절점변위 \mathbf{u} 와 국소화 절점변위 \mathbf{d} 는 식(4)과 같이 표현할 수 있고 변형률의 증분은 식(5)와 같다.

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{N}^{(\alpha)} \cdot \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{N}^{(\beta)} \cdot \Delta \bar{\mathbf{d}} \quad (4)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}^{(\alpha)} \cdot \Delta \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{B}^{(\beta)} \cdot \Delta \bar{\mathbf{d}} \quad (5)$$

여기서, 윗첨자 α, β 는 각각 연속과 불연속을 의미하며 식(4)에서 $\mathbf{N}^{(\alpha)}, \mathbf{N}^{(\beta)}$ 는 다항식으로 표현된 보간함수의 행렬이고 식(5)에서 $\mathbf{B}^{(\alpha)}, \mathbf{B}^{(\beta)}$ 는 적합행렬로서 내부 보간함수 $\mathbf{N}^{(\alpha)}, \mathbf{N}^{(\beta)}$ 의 미분식으로 표현할 수 있다. 즉, 요소의 재생성 등이 없도록 내부 불연속면을 갖는 유한요소의 정식화를 위해서는 연속면의 보간함수 뿐만 아니라 내부 불연속면을 고려한 보간함수가 필요하다. $\mathbf{B}^{(\alpha)}$ 와 $\mathbf{N}^{(\alpha)}$ 는 일반적인 2차원 평면 유한요소의 적합행렬 및 형상함수이며 $\mathbf{B}^{(\beta)}$ 와 $\mathbf{N}^{(\beta)}$ 는 불연속면의 변위를 선형으로 가정하면 4절점 사변형 요소에 대해 식(6), (7)과 같다. 본 연구에서는 사각형 요소의 내부 불연속면은 두 개의 사각형 요소로만 나누어질

수 있도록 도입하는 것으로 제한하여 불연속 요소의 형상함수와 수치적분을 전개한다. 식(7)의 윗첨자 +, -는 각각 Γ_{β} 의 양의 요소 체적 Ω_e^+ 와 음의 요소 체적 Ω_e^- 을 의미한다.

식(4), (5), (6), (7)을 이용하여 내부 불연속 요소에 대한 요소강성행렬식을 Fig. 4와 같이 구할 수 있다.

$$[\mathbf{B}_i^{(\beta)}] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial N_i^{(\beta)}}{\partial x} \right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial N_i^{(\beta)}}{\partial y} \right) \\ \left(\frac{\partial N_i^{(\beta)}}{\partial y} \right) & \left(\frac{\partial N_i^{(\beta)}}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \text{ with } i=1,2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} N_1^{(\beta)+} &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)d_1 \\ N_2^{(\beta)+} &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)d_2 \\ N_1^{(\beta)-} &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)d_1 \\ N_2^{(\beta)-} &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)d_2 \end{aligned} \quad (7)$$

수정된 (12×12) 요소강성행렬은 대칭이며, 정적응축(static condensation)을 통하여 (8×8)의 강성행렬로 전환되어 전체 요소에 대한 전체 대칭강성행렬이 구성되었다.

3.3 이중 사상을 사용한 요소강성의 수치적분

일반적인 경우의 수치적분에서는 2×2의 가우스 적분법을 사용한다.

하지만 이러한 방법은 본 논문의 제안모델과 같이 내부 불연속요소 내에서 값이 연속적이지 못한 부분이 존재하면 정확한 적분을 수행할 수 없으며 정확한 값을 얻기 위해서는 훨씬 많은 적분점이 필요하게 된다.

만약 불연속이 있는 요소에 2×2의 일반적인 가우스 적분법을 사용하면 불연속이 고려되지 않는 분포변형률과 같은 결과를 얻게 된다. 그러므로 불연속면으로 나누어진 두 개의 영역에서 일반적인 적분방법을 사용하여 요소내의 불연속을 고려하고 정확도를 보장받을 수 있는 적분방법을 도입해야 한다. 이러한 적분방법이 이중 사상(dual mapping)을 사용한 적분방법이다. 이중 사상 적분방법은 Fig. 5와 같이 가우스적분을 응용한 방법으로 불연속 사변형요소의 적분을 수행하기 위해서 10개의 적분점에서 적분을 수행하여야 한다.

불연속함수 K_{ij}^e 에 대한 적분은 요소의 양의 영역 Ω_e^+ 과 음의 영역 Ω_e^- 에서 다르기 때문에 수치적분은 각각의 영역에 대하여 분리되어야 하며 식(8)과 같이 수행된다.

$$K_{ij}^e = \sum_{r=1}^2 \sum_{s=1}^2 K_{ij}^e(r_i, s_j)^+ (\det \mathbf{J}_{ij}) (\det \mathbf{J}_{ij}^*) w_i w_j + \sum_{r=1}^2 \sum_{s=1}^2 K_{ij}^e(r_i, s_j)^- (\det \mathbf{J}_{ij}) (\det \mathbf{J}_{ij}^*) w_i w_j \quad (8)$$

Fig. 5와 식(8)에서 ξ_i, η_j 는 국부좌표, r_i, s_j 는 부국부좌표, \mathbf{J} 는 전체좌표에서 국부좌표로 변환하는 Jacobian, \mathbf{J}^* 는 국부좌표에서 부국부좌표로 변환하는 Jacobian 그리고 w_i 는 가중치이다.

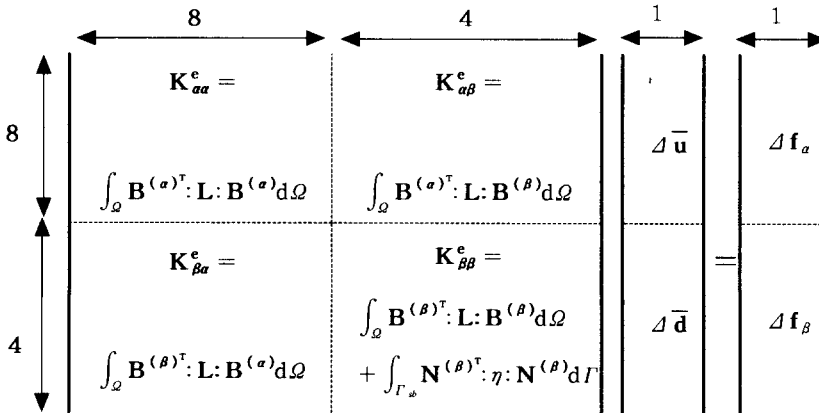


Fig. 4 Stiffness matrix of embedded discontinuous element

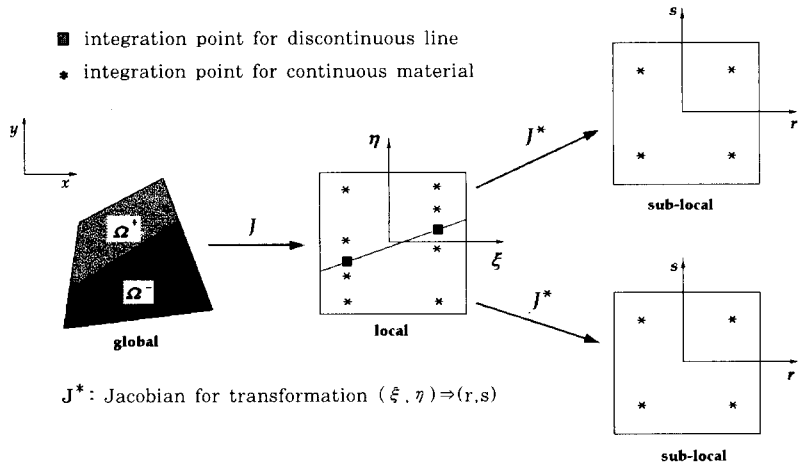


Fig. 5 Dual mapping technique for numerical integration

또한, 불연속면 위의 선적분은 불연속의 방향에 따라 임의의 방향을 가질 수 있으므로 직선축의 좌표변환을 의미하는 회전변환행렬 \mathbf{A} 를 사용하여 요소강성행렬 $\mathbf{K}_{\beta\beta}$ 의 마지막 항인 선적분은 다음 식(9)와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\beta\beta(x-y)} &= \int_{\Gamma_{\beta\beta}} \mathbf{N}^{(\beta)\top}[\boldsymbol{\eta}] \mathbf{N}^{(\beta)} d\Gamma \\ &= \mathbf{A}^T \left[\int_{\Gamma_{\beta\beta}} \mathbf{N}^{*\top}[\boldsymbol{\eta}] \mathbf{N}^* d\Gamma \right] \mathbf{A} \end{aligned} \quad (9)$$

3.4 불연속면의 구성방정식

균열선단의 파괴진행영역에서 연화상태를 인장

연화곡선과 전단연화곡선을 사용하여 불연속면의 구성방정식에 고려하기 위하여, 본 논문에서는 Fig. 6과 같이 불연속면에서 균열열림변위 w 와 균열미끄러짐변위 δ 를 불연속면에서의 선형인장연화곡선과 전단연화곡선을 사용하여 나타내었다.

Fig. 6에서 인장 및 전단연화곡선으로 둘러싸인 면적에 해당하는 G_{I1} 과 G_{II1} 는 파괴모드 I과 II의 파괴에너지이다. 인장과 전단에 대한 연화 현상이 동시에 일어나는 경우, 인장연화와 전단연화의 상관관계에 따른 연성효과를 고려하여야 하나 본 연구에서는 연성효과를 무시하여 불연속면의 구성텐서 $\boldsymbol{\eta}$ 를 식(2)로부터 다음 식(10)과 같이 표현하였다.

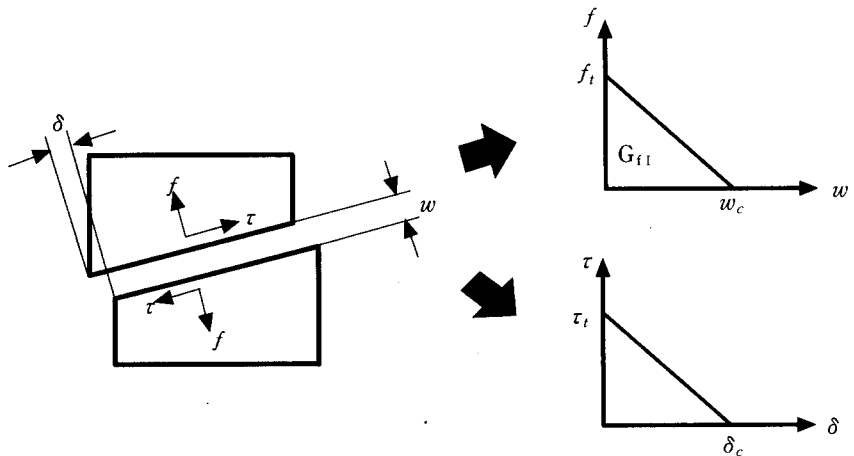


Fig. 6 Tension/shear softening curve of discontinuous line

$$\boldsymbol{\eta}^e = \begin{bmatrix} \eta_{nn} & 0 \\ 0 & \eta_{tt} \end{bmatrix} \quad (10)$$

파괴해석시 불연속면의 구성텐서에 사용하는 연화곡선의 형태는 실험에서 얻은 연화곡선을 표준화한 연화곡선이 사용된다. 선형연화곡선을 사용할 경우 불연속면의 구성텐서 $\boldsymbol{\eta}^e$ 를 구성하는 η_{nn} 는 인장강도 f_t 와 한계균열열림변위 w_c 를 사용하여 식(11)과 같이 인장연화곡선의 기울기로 표현할 수 있으며, η_{tt} 는 전단강도 τ_t 와 한계균열 미끄러짐변위 δ_c 를 사용하여 식(12)와 같이 전단 연화곡선의 기울기로 표현할 수 있다.

$$\eta_{nn} = -\frac{f_t}{w_c} \quad (11)$$

$$\eta_{tt} = -\frac{\tau_t}{\delta_c} \quad (12)$$

인장과 전단의 연성효과를 고려하는 경우, 식 (10)의 구성행렬의 비대각선 요소의 값이 0이 되지 않으며 인장과 전단의 상관관계식으로부터 도출될 수 있다.

4. 콘크리트의 진행성 파괴해석

4.1 수치해석 알고리즘

콘크리트의 균열에 따른 파괴진행을 유한요소 해석에 적용하기 위해서는 비선형 반복계산이 필요하게 되며 이를 위한 효율적인 계산기법과 알고리즘은 수치해석분야에서 매우 중요하다.

전체적인 수치해석 알고리즘에서 균열이 발생한 요소는 항상 서브프로그램에서 요소강성행렬을 다시 구성하도록 되어있으며, 새로운 요소강성행렬의 구성과정은 Table. 1과 같이 정리될 수 있다.

4.2 인장하중에 의한 파괴해석

Fig. 7과 같은 단순인장모델을 콘크리트에 적용하여 변위의 증가에 따른 최대하중의 예측과 최대하중 이후의 거동을 살펴보기 위하여 하중제어(load control) 대신에 변위제어(displacement control)의 유한요소해석을 하였다. 콘크리트의 재료물성치는 Table 2와 같이 사용하였으며, 불연속면의 구성관계식은 Fig. 8과 같은 선형 인장연화곡선을 사용하였다.

Table 1 Algorithm for new element stiffness

step 1 Input tension/shear softening curve
step 2 Determination discontinuous line Using principal angle of crack element
step 3 Set up $\mathbf{K}_{\alpha\alpha}$ matrix Using procedure of setting element stiffness matrix in existing program $\mathbf{K}_{\alpha\alpha} = \sum_i \sum_j \mathbf{B}(\xi_i, \eta_j)^{(\alpha)+T} : \mathbf{L}(\xi_i, \eta_j) : \mathbf{B}(\xi_i, \eta_j)^{(\alpha)} (\det J_{ij}) w_i w_j$
step 4 Set up $\mathbf{K}_{\alpha\beta}$ matrix Setting stiffness matrix of Ω_e^+ and Ω_e^- region, then combination them $\mathbf{K}_{\alpha\beta} = \sum_i \sum_j \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\alpha)+T} : \mathbf{L}(r_i, s_j) : \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\beta)+} (\det J_{ij}) (\det J_{ij}^*) w_i w_j$ $+ \sum_i \sum_j \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\alpha)-T} : \mathbf{L}(r_i, s_j) : \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\beta)-} (\det J_{ij}) (\det J_{ij}^*) w_i w_j$
step 5 Set up $\mathbf{K}_{\beta\alpha}$ matrix $\mathbf{K}_{\beta\alpha} = \mathbf{K}_{\alpha\beta}^T$
step 6 Set up $\mathbf{K}_{\beta\beta}$ matrix Setting stiffness matrix of Ω_e^+ and Ω_e^- region, then combination them $\mathbf{K}_{\beta\beta} = \sum_i \sum_j \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\beta)+T} : \mathbf{L}(r_i, s_j) : \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\beta)+} (\det J_{ij}) (\det J_{ij}^*) w_i w_j$ $+ \sum_i \sum_j \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\beta)-T} : \mathbf{L}(r_i, s_j) : \mathbf{B}(r_i, s_j)^{(\beta)-} (\det J_{ij}) (\det J_{ij}^*) w_i w_j$ $+ \int_{\Gamma_s} \mathbf{N}^{(\beta)T} [\boldsymbol{\eta}] \mathbf{N}^{(\beta)} d\Gamma$
step 7 static condensation $\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{\alpha\alpha} - \mathbf{K}_{\alpha\beta} \mathbf{K}_{\beta\beta}^{-1} \mathbf{K}_{\beta\alpha}$

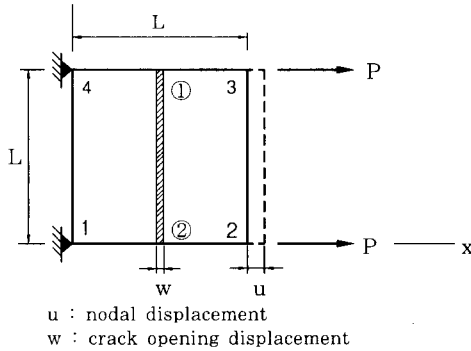


Fig. 7 Modeling of uniaxial tension

Table 2 Specimen and Material properties

Young's modulus E_c	250,000 kgf/cm ²
Poisson's ratio ν	0.18
Fracture energy G_f	0.14 kgf/cm ²
Tensile strength f_t	28.0 kgf/cm ²
Critical crack opening displacement w_c	0.01 cm
Area of section A	2 cm ²
Length of specimen L	2 cm

콘크리트의 단순인장모델에 대한 하중과 변위에 대한 해석결과는 Fig. 9와 같다. 절점변위에 대한 하중은 균열발생하기 전에는 선형적으로 증가하다가 절점변위가 0.002 cm가 되었을 때 최대하중 $P_{max} = 27.2\text{kgf}$ 에 도달하고, 최대하중 이후에는 선형적으로 감소한다.

유한요소해석 결과는 좌표 및 요소의 선택과 같은 부가적인 관점에 관계없이 요소크기에 무관한 객관성을 가져야만 한다.

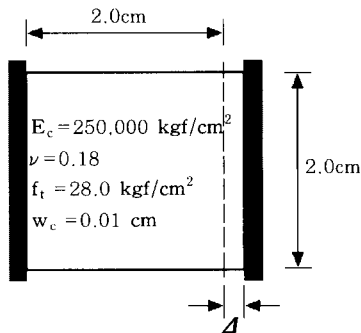


Fig. 10 Model 1 for mesh size objectivity

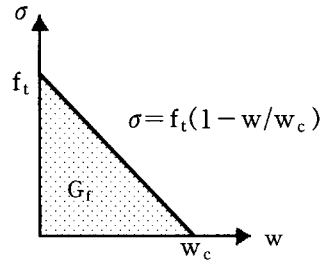


Fig. 8 Tension softening curve of uniaxial tension model

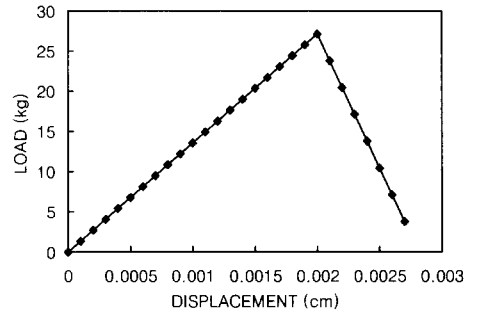


Fig. 9 Load-displacement diagram of direct tension model

본 논문의 파괴해석에 대한 유한요소의 객관성을 검증하기 위해 단순인장모델과 노치가 있는 인장모델에 대하여 변위제어의 파괴해석을 수행하였다. Fig. 10은 단순인장모델의 형상과 재료 물성치를 나타낸 것이고, 메쉬형태는 Fig. 11과 같이 단일메쉬 및 수평등분, 수직등분, 수평·수직등분의 4가지 메쉬형태를 이용하였다. 해석결과, 하중-변위 관계곡선은 메쉬의 분할과 관계없이 모두 동일함을 알 수 있다(Fig. 12).

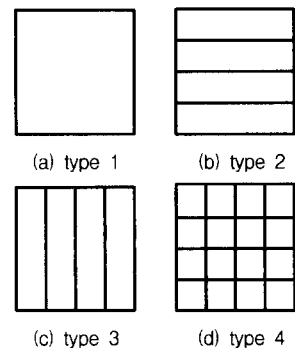


Fig. 11 Mesh types of model 1

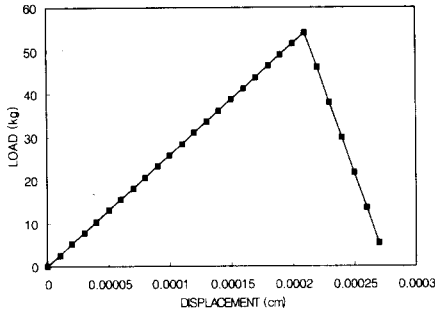


Fig. 12 Load-displacement curves for model 1

한편, 시편의 양쪽에 노치가 있는 인장모델에 대하여 변위제어의 파괴해석을 수행하였는데, Fig. 13은 이러한 노치가 있는 인장모델의 형상과 재료물성치를 나타낸 것이고, 요소분할의 객관성 검증을 위한 메쉬는 Fig. 14와 같이 요소의 크기가 서로 다른 type A, type B를 이용하였다. 2가지 메쉬에 대한 파괴해석의 하중-변위 관계곡선은 Fig. 15와 같이 약간의 차이를 보이는데, 이것은 인장모델 양측면 노치부와 메쉬의 분할에 따른 구속점 수의 차이가 서로 영향을 주어 발생한 것으로 판단된다. 유한요소해석에 있어서 메쉬분할에 따른 구속점의 영향은 흔히 발생하는 것으로 이러한 영향을 무시한다면, 극한하중을 포함한 전체적인 파괴거동은 메쉬의 형태와 관계없이 일치한다고 할 수 있다.

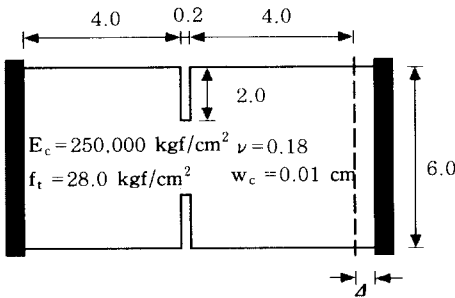
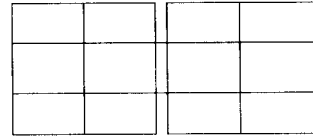


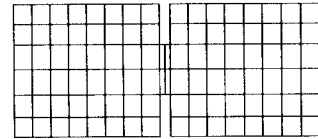
Fig. 13 Model 2 for mesh size objectivity

Bazant and Gettu¹³⁾는 콘크리트 파괴에 있어서 변형속도효과를 조사하기 위하여 일련의 실험을 하였다. 그 중 하나의 공시체를 이용해서 균열의 진전에 따른 콘크리트의 파괴진행해석을 하고, 내부 불연속 유한요소해석법을 검토한다.

해석에 사용한 실험모델은 높이 $d = 7.8$ cm,



(a) type A (No. of elements=13)



(B) type B (No. of elements=100)

Fig. 14 Mesh types of model 2

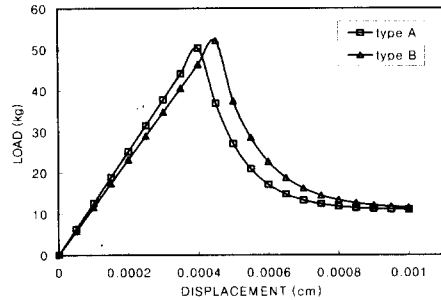


Fig. 15 Load-displacement curves for model 2

두께 $b = 3.8$ cm의 공시체를 이용하였으며 그 형상은 Fig. 16과 같고, 불연속면의 구성관계식인 연화곡선은 앞서 사용했던 Fig. 8과 같이 선형인장연화곡선을 사용하였으며 파괴에너지에 맞도록 한계균열개구변위를 산정하였다. 유한요소해석을 위하여 모델링한 메쉬형상은 Fig. 17과 같이 사용 직사각형 요소의 높이를 1.27cm 로 하여 보의 높이에 따라 6개의 요소를 사용하여 이산화하였고, 노치가 있는 부분을 다른 부분보다 좀더 조밀하게 요소를 구성하였다.

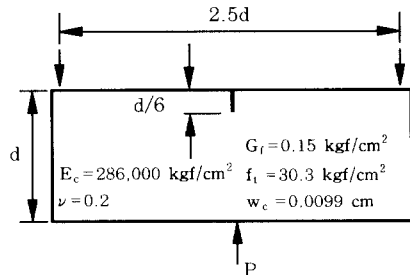


Fig. 16 Three point bending fracture specimen

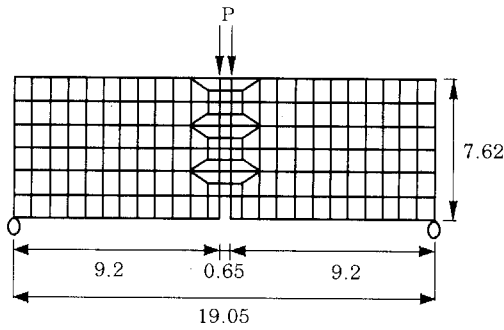


Fig. 17 Modeling of notched simple beam (unit : cm)

노치가 있는 보의 하중과 하중점 아래의 수직 변위에 대한 해석결과는 Fig. 18에 실험결과 및 Wu et. al.¹⁴⁾이 해석한 결과와 비교하여 나타내었다. 최대하중이 발생하는 변위는 두가지 해석값에서 실험값과 차이를 보였다. 그러나 최대하중의 예측 ($P_{max} = 251 \text{ kg}$)은 실험값 ($P_{max} = 279 \text{ kg}$)에 거의 근접함을 알 수 있다. 해석결과들에서 나타난 초기강성이 실험결과에서의 초기강성과 많은 차이가 있는 것은 해석에서 균열요소의 사용과 무관하게 발생함을 알 수 있으며, 선형탄성해석은 탄성계수와 포아송비에 의해 계산되므로 단순경계조건과 주어진 탄성계수를 사용하는 경우 같이 비교한 Wu et. al.¹⁴⁾의 해석결과도 본 해석결과와 같이 초기강성이 실험값과 차이가 나타나는 것을 알 수 있다. 그 차이를 규명하기 위해서는 실험에서 사용한 엄밀한 경계조건의 규명과 실험에서 제시한 탄성계수의 타당성 여부의 확인이 필요하다. 한편, 초기강성의 영향이 적게 반영된 하중과 CMOD(Crack Mouth Opening Displacement)의 관계는 Fig. 19에서 보여주는 것처럼 초기강성의 차이를 무시하는 경우, 본 연

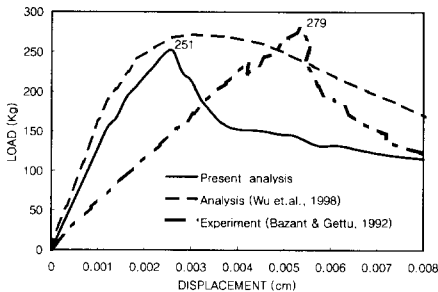


Fig. 18 Load-displacement relations

구의 해석결과가 최대하중 예측과 최대하중이후의 파괴거동을 잘 재현함을 알 수 있다.

4.3 전단을 고려한 혼합모드 파괴해석

혼합모드 파괴에 대한 본 연구의 내부불연속 유한요소법을 검토하기 위하여 内田裕市¹⁵⁾이 실험한 혼합모드 실험모델을 해석대상 구조물로 선정하고 이에 대한 유한요소해석을 수행하였다.

혼합모드 파괴실험은 실험이 비교적 용이하고 하중조건이 단순명쾌한 방법으로서 Fig. 20과 같이 3점 휨을 받는 노치가 있는 보 공시체를 전단 시간내에서 파괴되도록 하는 방법을 채택하였다. 실험에서 얻은 혼합모드 파괴에너지 G_f 를 모드 I 과 모드 II로 나누는 기준은 현재까지 명확한 방법이 제시되어 있지 않고, 다만 혼합모드의 파괴에너지가 모드 I의 파괴에너지보다 조금 크다고 알려져 있다. 따라서 본 해석에서는 실험에서 얻은 파괴에너지를 선형인장연화곡선만을 이용하여 고려하도록 하였다. 매쉬의 구성은 혼합모드의 파괴가 전단경간에서 이루어지므로, 파괴가 진행되는 전단경간에 해당하는 부분을 다른 부분보다 세밀하게 요소를 구성하였다. 혼합모드의 파괴해석은 최대주응력과 경사균열 및 인장연화곡선을 사용하여 이루어지며 하중재하점에서 변위제어의 방법이 적용된다. 해석결과 얻어진 하중-변위 관계곡선은 실험결과와 비교하여 Fig. 21에 나타내었으며, 각 하중단계에서의 균열진행은 Fig. 22와 같다. 균열요소 내의 불연속면의 방향은 하중의 변화에 따라서 계속 변화하며, 균열요소의 진행은 지그재그 방식으로 진행한다. 실제 실험에서의 균열진행방향은 노치부의 연직방향에서 약 30° 로 나타나는데, 혼합모드의 파괴진행 해석결과 얻은 균열진행 모습과 비교해볼 때 거의 일치함을 Fig. 22(f)에서 볼 수 있다.

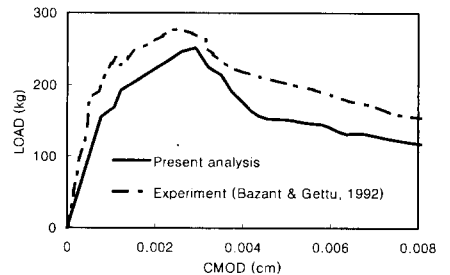


Fig. 19 Load-CMOD relations

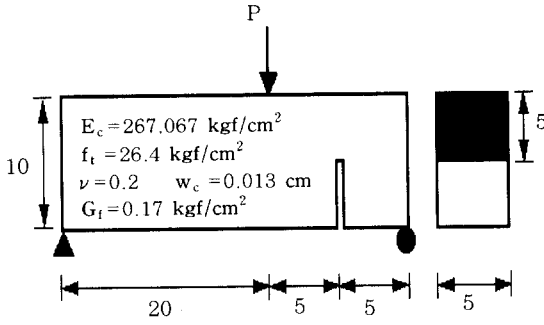


Fig. 20 Mixed mode fracture specimen (unit: cm)

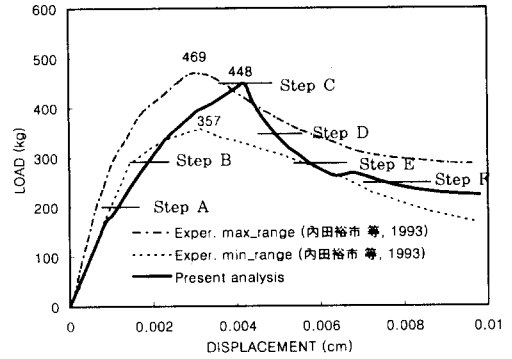


Fig. 21 Load-displacement relation of mixed mode fracture specimen

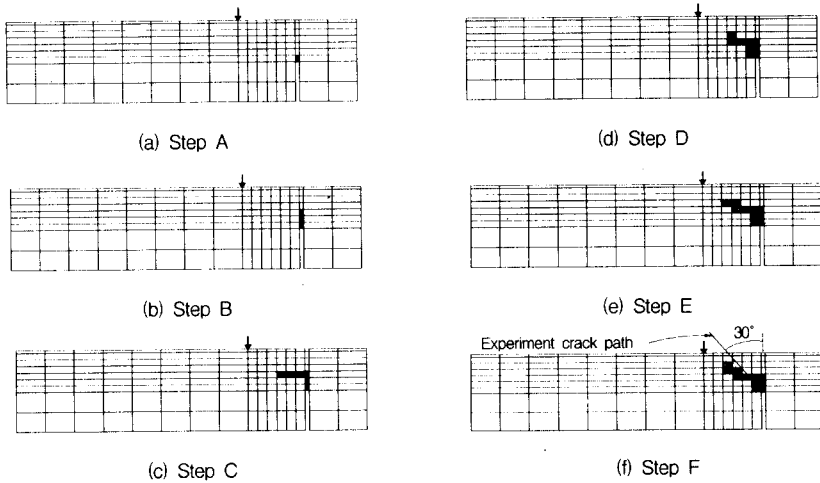


Fig. 22 Discontinuous line and crack element in load steps

5. 결론

콘크리트의 변형률국소화 현상이 발생하는 파괴진행영역은 콘크리트의 균열선단에 존재하는 비선형영역이며 콘크리트의 파괴거동을 지배한다. 본 논문에서는 콘크리트의 변형률 국소화에 따른 진행성 파괴를 해석하기 위하여 콘크리트의 파괴진행영역을 모델링하였고, 수정가상일의 원리와 변위에 대한 불연속 형상함수를 사용하여 요소의 분할과 새로운 절점없이 파괴진행을 해석할 수 있는 내부 불연속 유한요소의 정식화를 전개하고 이에 따른 알고리즘과 유한요소 프로그램을 개발하였다. 유한요소 프로그램을 사용하여 개발된 알고리즘은 콘크리트 파괴해석시의 모델링의 이산화 요소크기에 무관한 해석결과를 보여주었으며,

노치가 있는 무근 콘크리트 단순보의 파괴진행 해석으로부터 실험에 근접하는 극한하중과 극한하중 이후의 파괴거동을 예측할 수 있었다. 또한, 전단하중을 고려한 혼합모드 파괴해석에서 파괴의 진행경로는 불연속면이 회전하여 실험의 균열경로와 유사하게 진행하고 극한하중도 실험값의 범위에서 재현됨을 보였다.

감사의 글

본 연구는 학술진흥재단 자유공모과제(과제번호 : 1997-001 E00707) 지원에 의하여 수행되었으며 학술진흥재단의 연구비 지원에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. 송하원, 서철, "콘크리트의 변형률국소화에 관한 해석적 연구", 콘크리트학회 논문집 Vol. 8, No.2, pp. 129~138, 1996. 4.
2. 송하원, 전재홍, "경계요소법에 의한 콘크리트의 파괴진행해석 및 안정화 기법", 콘크리트학회 논문집, Vol. 8, No. 6, pp. 205~212, 1996. 12.
3. 송하원, 나웅진, "손상과 소성을 고려한 콘크리트 변형률 국소화의 유한요소해석", 전산구조 공학회 논문집, Vol.10, No. 3, pp. 241~250, 1997. 9.
4. 송하원, 김인순, "콘크리트 변형률국소화의 통일된 모형", 콘크리트학회 논문집"Vol. 9, No.5, pp. 115~125, 1997. 10.
5. Bazant, Z. P. and Oh, B. H.(1983), "Crack Band Theory for Fracture of Concrete", RILEM Mater. Struct., 16, pp. 155-177.
6. Hillerborg, A., Modeer, M., and Peterson, P. E.(1976), "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Element", Cement Concr. Res., 6, pp. 773-782.
7. Wan, R. G., Chan, D. H., and Morgenstern, N. R.(1990), "A Finite Element Method for the Analysis of Shear Bands in Geomaterials", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 7, Elsevier, pp. 129-143.
8. Peterson, P. E.(1981), "Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials", Report TV BM-1006, Div. of Building Materials, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
9. Ratanalert, S. and Wecharatana, M.(1989), "Evaluation of Fictitious Crack and Two Parameter Fracture Models", Fracture Toughness and Fracture Energy, Mihashi, H., et. al. (ed), Balkema Rotterdam, pp. 345-366.
10. Dvorkin, E. N. and Assanelli, A. P.(1991), "2D Finite Elements with Displacement Interpolated Embedded Localization Lines: the Analysis of Fracture in Frictional Materials", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 90, pp. 829-844.
11. Horii, H. and Ichinomiya, T.(1991), "Observation of the Fracture Process Zone by the Lazer Speckle Method and Governing Mechanism in Fracture of Concrete", Int. J. Fracture, Vol. 51, pp. 19-29.
12. Zienkiwicz, O. C. and K. Morgan(1982), Finite Elements and Approximation, John Wiley and Sons, New-York
13. Bazant, Z. P. and Gettu, R.(1992), "Rate Effect and Load Relaxation in Static Fracture Concrete", ACI Material J., 89(5), pp. 456-468.
14. Wu, Z., Machida, A. and Gao, D.(1998), "一般的な不連続変形を考慮した混合型有限要素解析法の開発", 日本土木學會論文集, No. 598, pp. 149-159.
15. 内田裕市, 六郷惠哲, 小柳洽(1993), "混浴モードの荷重下におけるコンクリートのひびわれ挙動", 日本土木學會第48回年次學術講演會論文集, 342, pp. 710-711.

요 약

콘크리트의 변형률 국소화에 의한 진행성 파괴해석은 내부 불연속 변위를 갖는 유한요소로 파괴진행 영역의 모델링을 통해 효과적으로 수행될 수 있다. 본 연구에서는 변형률 국소화에 따른 콘크리트의 파괴진행의 해석방법으로 내부 불연속 변위를 가진 이산형 균열요소를 도입하였다. 내부 불연속 변위 요소는 국소화된 진행성 균열을 잘 재현할 수 있는 이산형 균열의 장점을 살리면서 균열의 진전에 따라 새로운 절점을 추가하고 요소를 다시 구성하는 이산균열 해석의 단점을 보완할 수 있는 요소이다. 불연속 변위면의 구성 방식은 콘크리트의 변형률 국소화에 따른 파괴진행 영역의 모델링을 통하여 구현하였으며 불연속 형상함수를 가지는 내부 불연속 요소의 강성행렬 구성과정과 수치적분에 필요한 이중사상 방법을 전개하고, 이에 따른 파괴거동 해석의 알고리즘 및 유한요소해석 프로그램을 개발하였다. 그리고, 개발된 유한요소 프로그램을 사용한 콘크리트의 진행성 파괴해석 결과를 실제 실험결과 및 타 연구자의 해석결과와 비교하여 개발된 프로그램을 검증하였다.

(접수일자 : 1999. 3. 27)