

유체의 영향을 고려한 프리스트레스드 액체저장 탱크의 동적해석

Dynamic Analysis of Prestressed Liquid Storage Tanks Considering Fluid Effect

황 철 성* 백 인 열**
Hwang, Chul Sung Paik, In Yeol

국문요약

자오방향 및 주변방향으로 프리스트레스드 하중이 작용된 축대칭 쉘 구조물을 축대칭요소로 모델화하였다. 유체-구조물의 상호 관계는 접촉면에서 구조물의 가속도에 비례한 부가질량으로 표현하였으며, 부가질량은 유체를 비점성, 비압축 및 비회전으로 가정하여 유한요소법에 의해 구하였다. 이에 대한 수치해석을 통하여 고유진동해석 및 지진하중을 주하중으로 한 동적해석을 실시하였다. 이때 기하학적으로 축대칭인 구조물의 특성을 최대한으로 이용할 수 있도록 쉘을 링요소로 모델링하였으며, 기하학적 비선형관계식에 의하여 동적 모형을 유도하였다. 프로그램을 통하여 해석한 결과를 프리스트레스드하중 하에서 고유진동수에 대한 정해와 비교한 결과 20개 이내의 링요소로 모델링한 경우에서도 정해와 근접한 해를 얻을 수 있었으며, 내부유체가 있는 경우에 대한 고유진동수를 문헌과 비교한 결과 근접한 해를 얻을 수 있었다. 내부유체의 높이의 증가에 따라 고유진동수는 현저히 감소하였으며, Wave Number가 적을수록 감소폭이 크게 나타났다. 지진하중에 대한 반경방향의 처짐을 해석한 결과 동일한 크기의 프리스트레스드하중이 작용될 때 자오방향의 프리스트레스드하중이 작용될 경우가 다소 큰 처짐값을 나타내었다.

주요어 : 부가질량, 지진하중, 축대칭 쉘, 프리스트레스 하중

ABSTRACT

An axisymmetric shell element which includes the effects of the meridional and circumferential cable prestresses is developed. The fluid-structure interaction is expressed as added mass effect which is in proportion to the acceleration of the structure in interface surface. The added mass is obtained by using finite element method under the assumption that the fluid is inviscid, incompressible and irrotational. It is coded for personal computer by the maximum use of axisymmetric properties and the dynamic analysis are performed under the seismic excitations. A ring element makes the characteristics of the axisymmetric shell to be fully utilized. The eigenvalue solutions under the initial prestresses and the internal fluid are well agreed with the exact solutions and references by using under 20 elements. The eigenvalues are decreased along the increasing the height of internal fluid and these effects are dominant under the lower wave numbers. The results of the seismic analysis show that the radial deflection under the meridional prestress is a little larger than that under the circumferential prestress.

Key words : added mass, seismic load, axisymmetric shell, cable prestress

1. 서 론

액체저장 탱크는 대부분 축대칭 쉘의 형태로

설계되며, 대부분 외부하중이 작용되기 전에 이미 초기하중이 작용되고 있다. 이 경우 동적 거동은 초기응력이 작용되지 않을 때와는 커다란 차이를 나타낸다. 실 예로 쉘내부에 인장 강도의 0.2%정도의 초기응력이 작용될 때 기본 진동수가 10%정도 증가함을 문헌들은 밝히고

* 정희원 · 강원대학교 토목환경공학과 교수

** 정희원 · 강원대학교 토목환경공학과 조교수

본 논문에 대한 토의를 2000년 3월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

있다. 또한, 셸내부의 프리스트레스 효과는 crack의 감소와 부식의 방지뿐만 아니라 셸의 하중재하 한계도 크게 증가함을 증명하고 있다.

그러나 지진하중등의 축대칭 하중이 아닌 경우는 일반적인 구조해석 프로그램으로 해석할 경우 매우 많은 자유도를 요구하고, 이의 모델링 과정과 결과에 대한 분석 시 많은 시간과 노력이 들어 인적 물적 낭비를 가져왔으며, 이의 동적 모델은 단순화한 1차원 모델에 의해 근사화하거나 대형 컴퓨터에 의한 3차원 구조해석에 의존하고 있다.

본 연구에서는 유체 동역학적인 부가질량 효과를 포함한 프리스트레스트 셸 구조물에 대한 수학적 모델을 제시하였으며, 이에 대한 지진하중을 주하중으로 한 축대칭 셸구조물의 동적거동을 구하였다.

특히 셸 요소를 링요소로 모델화하였으며, Sanders⁽¹⁾에 의해 제안된 비선형 셸 이론을 사용하여 기하학적 비선형성을 고려하였으며, 본 연구가 구조물의 축대칭성을 이용한 해석의 실용성을 목적으로 하고 있으므로 재료적 비선형성은 고려하지 않았다.

또한 원통 셸 구조물의 내부 혹은 주위에 유체가 감싸고 있을 때는 구조물의 거동에 의해 유체는 구조물에 압력을 작용한다. 이의 효과를 고려하기 위하여, 유체를 링요소의 유한요소로 모델링하였으며, 이를 부가질량 매트릭스로 변환시켰다.

2. 축대칭 프리스트레스트 셸 요소

축대칭 프리스트레스트 셸 요소에 대한 정식화는 참고문헌⁽²⁾에 상세히 언급되어 있으며, 이를 정리하면 다음과 같다.

2.1 셸 요소의 형상 및 기호 정의

축 대칭 셸 요소는 축 대칭의 회전 링 요소를 사용하였으며, 그림 1과 같은 8 자유도의 셸 요소를 사용하였으며 이를 $\{u_i, v_i, w_i, \beta_s, \beta_\theta, u_r,$

$v_r, w_r, \beta_s, \beta_\theta\}$ 로 나타낸다. 또한, 중립면상의 임의의 점에 대한 회전축으로부터 수직거리를 r 로 표시하며, 같은점에서의 점선과 회전축사이의 각을 ϕ 로 나타낸다.

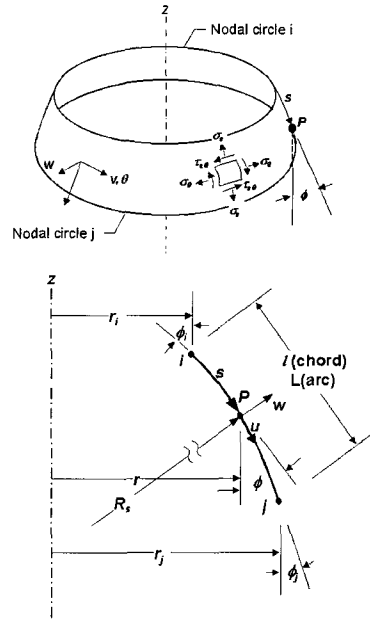


그림 1 축대칭 셸요소의 기하학적 형상

2.2 셸 요소의 매트릭스

2.2.1 셸 요소의 변형 에너지

셸 요소에 축적되는 변형 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U_s = (1/2) \int_{V'} (\bar{\sigma}_s \bar{\epsilon}_s + \bar{\sigma}_\theta \bar{\epsilon}_\theta + \bar{\sigma}_\xi \bar{\epsilon}_\xi + \bar{\sigma}_{s\theta} \bar{\epsilon}_{s\theta} + \bar{\sigma}_{\theta\xi} \bar{\epsilon}_{\theta\xi} + \bar{\sigma}_{\xi s} \bar{\epsilon}_{\xi s}) dV \quad (1)$$

횡단응력과 전단응력은 무시되는 것으로 가정하며, 두께에 따라 선형의 변형도 변화를 가정하여 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_s &= \epsilon_s + \xi x_s \\ \bar{\epsilon}_\theta &= \epsilon_\theta + \xi x_\theta \\ \bar{\epsilon}_{s\theta} &= \epsilon_{s\theta} + \xi x_{s\theta} \end{aligned} \quad (2)$$

이 때, $\bar{\epsilon}_{s\prime}$, $\bar{\epsilon}_\theta$ 및 $\bar{\epsilon}_{s\theta}$ 는 중립축에서의 변형도 및 전단변형도를 뜻하고, $x_{s\prime}$, x_θ 및 $x_{s\theta}$ 는 중립축의 곡률변화량과 비틀림변화량을 뜻하며, ξ 는 중립면상의 임의의 점으로부터 수직거리를 의미한다.

또한, Sanders⁽¹⁾에 의해 제안된 비선형 셀 이론에 의해 변형도는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{s(NL)} &= \epsilon_{s(L)} + (1/2)(\beta_{s(L)}^2 + \beta_{(L)}^2) \\ \epsilon_{\theta(NL)} &= \epsilon_{\theta(L)} + (1/2)(\beta_{\theta(L)}^2 + \beta_{(L)}^2) \\ \epsilon_{s\theta(NL)} &= \epsilon_{s\theta(L)} + (\beta_{s(L)}\beta_{\theta(L)}) \end{aligned} \quad (3)$$

이 때, (L)은 선형이론에 의한 값이고, (NL)은 비선형이론에 의한 값을 뜻한다.

부가변형도, 곡률변화 및 회전각을 주변각 θ 에 관한 Fourier series로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= \sum_n e_s^n(s) \cos n\theta \\ \epsilon_\theta &= \sum_n e_\theta^n(s) \cos n\theta \\ \epsilon_{s\theta} &= \sum_n e_{s\theta}^n(s) \sin n\theta \\ x_s &= \sum_n k_s^n(s) \cos n\theta \\ x_\theta &= \sum_n k_\theta^n(s) \cos n\theta \\ x_{s\theta} &= \sum_n k_{s\theta}^n(s) \sin n\theta \\ \beta_s &= \sum_n b_s^n(s) \cos n\theta \\ \beta_\theta &= \sum_n b_\theta^n(s) \cos n\theta \\ \beta_{s\theta} &= \sum_n b^n(s) \sin n\theta \end{aligned} \quad (4)$$

식 (2)와 식 (3)을 식 (1)에 대입하고 Tiller-son과 Haisler⁽³⁾이 사용한 형태와 같은 회전링 요소의 변위에 대한 가정과 식 (4)을 이용하여 정리하면 변형에너지는 초기변형에너지와 부가변형에너지의 합으로 나눌 수 있다.

$$U_s = U_s^i + U_s^a$$

$$\begin{aligned} U_s^a &= (\pi/2) \int_0^L \{ C_1(e_s^n)^2 + C_2(e_\theta^n)^2 \\ &+ 2\nu_{s\theta}C_1e_s^n e_\theta^n + G_1(e_{s\theta}^n)^2 + D_1(k_\theta^n)^2 \\ &+ D_2(e_\theta^n)^2 + 2\nu_{s\theta}D_1k_s^n k_\theta^n + G_2(k_{s\theta}^n)^2 \} r \, ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_s^i &= (\pi/2) \int_0^L \{ C_1\epsilon_s^i((b_s^n)^2 + (b^n)^2) \\ &+ C_2\epsilon_\theta^i((b_\theta^n)^2 + (b_n)^2) + \nu_{s\theta}C_1\{\epsilon_s^i((b_s^n)^2 \\ &+ (b^n)^2) + \epsilon_\theta^i((b_\theta^n)^2 + (b_n)^2)\} \} r \, ds \end{aligned} \quad (5)$$

2.2.2 프리스트레스드 케이블의 변형에너지

프리스트레스드 케이블에 의한 자오방향 케이블의 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} U_m &= (\pi N_m^i/2) \int_0^L ((b_s^n)^2 + (b_n)^2) r \, ds \\ &+ (E_m A_m/4) \int_0^L (e_s^n)^2 r \, ds \end{aligned} \quad (6)$$

이때, N_m^i 는 자오방향의 단위길이 당 초기케이블 하중이다.

또한, N_c^i 를 주변방향의 단위길이 당 초기케이블 하중이라 할 때, 주변방향 케이블의 변형에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_c &= (\pi N_c^i/2) \int_0^L ((b_\theta^n)^2 + (b_n)^2) r \, ds \\ &+ \frac{1}{2} E_c (A_c/L) \pi \int_0^L (e_\theta^n)^2 r \, ds \end{aligned} \quad (7)$$

2.2.3 셀 요소의 운동에너지

셀 요소의 운동에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T &= (\pi h/2) \int_0^L \rho \{ (\dot{u}^n)^2 + (\dot{v}^n)^2 + (\dot{w}^n)^2 \\ &+ (h^2/12)\{(b_s^n)^2 + (b_\theta^n)^2\} \} r \, ds \end{aligned} \quad (8)$$

이때, ρ 는 셀 요소의 밀도이다.

2.2.4 쉘 요소의 매트릭스 구성

Hamilton's principle에 따라 운동에너지와 변형에너지 및 비보존력에 의해 한 일의 합을 변분하면 다음과 같다.

$$\delta \int_{t_2}^{t_1} \pi dt = 0$$

$$\pi = U_s^i + U_s^a + U_m + U_c + U_f - W - T \quad (9)$$

식 (9)를 일반좌표계에 대해 각각 편미분하면 다음과 같은 매트릭스식으로 정리된다.

$$[K]\{a\} + [M]\{\ddot{a}\} = \{F\}$$

$$[K] = [K_s^i] + [K_s^a] + [K_m] + [K_c] \quad (10)$$

일반좌표 a 로 표현된 식을 절점좌표계로 표현하기 위한 변환매트릭스를 $[B]$ 라 하고, 국지좌표계를 전체좌표계로 표시하기 위한 변환매트릭스를 $[T]$ 로 표시하면 일반좌표계와 전체좌표계와의 관계는 다음과 같다.

$$\{a\} = [A]\{q\}$$

$$[A] = [B]^{-1}[T] \quad (11)$$

따라서 구조물의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$[K]\{q\} + [M]\{\ddot{q}\} = \{F\}$$

$$[K] = [A]^T[K][A]$$

$$[M] = [A]^T[M][A] \quad (12)$$

3. 유체의 부가질량 매트릭스

그림 2와 같은 원통 쉘 구조물의 주위에 유체가 감싸고 있을 때는 구조물의 거동에 의해 유체는 구조물에 압력을 작용한다. 이의 효과를 고려하기 위하여, 유체를 링요소의 유한요소로 모델링하였으며, 이를 부가질량 매트릭스로 변환시켰다.

3.1 유체의 기본방정식

유체를 비점성, 비회전 및 비압축성 재질로 가정하고, 유체-구조물계가 ω 의 각속도를 가진 주기하중의 외력을 받고 있는 것으로 가정하면, Laplace방정식은 다음과 같은 압력의 관계식으로 표현된다.

$$\nabla^2 p = 0 \quad (13)$$

식 (13)은 그림 2와 같은 원통 구조물에 적용할 때 다음과 같은 경계조건을 가진다.

1) 자유표면

$$p = 0 \quad (14a)$$

2) 구조물과 유체의 접촉면

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho a_n \quad (14b)$$

3) 바닥면

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (14c)$$

4) 구조물 외부유체의 경우 $r=\infty$ 일 때

$$p = 0 \quad (14d)$$

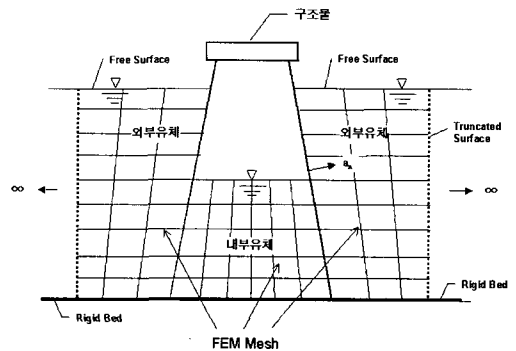


그림 2 구조물주위 유체의 FEM 모델도

실제로 유체를 유한요소화할 경우 경계조건 4)를 만족시키도록 무한반경까지를 모델링 할 수 없으므로 충분한 정도의 거리까지만을 모델링할 수 밖에 없다.

이를 보정하기 위하여 유한경계에서의 경계 조건은 다음과 같은 Sommerfeld의 발산경계 조건(radiation boundary condition)을 사용한다.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (15)$$

3.2 발산경계조건⁽⁴⁾(radiation boundary condition)

유도과정을 간략화하기 위하여, 구조물은 그림 3과 같은 강체 원통구조물로 가정하며, 이때의 구조물-유체간의 가속도에 대한 수압p의 관계식은 원통좌표계로 표현할 경우 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial r}(R, \theta) = -\rho a_n \cos \theta \quad (16)$$

$$p(\infty, \theta) = 0$$

윗식에서 R은 구조물과 유체의 접촉면까지 반경이며, θ 는 X축을 기준한 각도이다. 식 (16)을 p에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$p(r, \theta) = \frac{\rho a_n R}{\pi} \int_0^{2\pi} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\frac{R}{r}\right)^k \cos k(\theta - \tau) \right] \cos \tau d\tau \quad (17)$$

다음과 같은 cos의 성질을 이용하면 식 (17)은 다음과 같이 정리된다.

$$\int_0^{2\pi} \cos k(\theta - \tau) \cos \tau d\tau = \pi \cos \theta \quad \text{for } k=1$$

$$= 0 \quad \text{for } k \neq 1 \quad (18)$$

$$p(r, \theta) = \rho a_n \frac{R^2}{r} \cos \theta \quad (19)$$

특히, 유한경계면을 원통형으로 가정하면 식 (19)는 다음과 같이 간략하게 표현된다.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{1}{r} p \quad (20)$$

식 (20)은 구조물-유체의 접촉면의 반경 R과 무관하게 표현되므로, 원통형이 아닌 구조물 형태에 대하여도 적용이 가능하다.

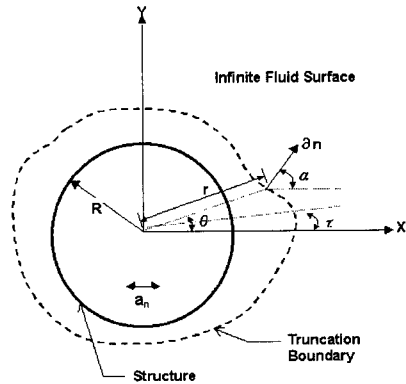


그림 3 원통구조물의 발산경계조건을 위한 부호규약

3.3 유체의 유한요소 매트릭스

유체영역을 그림 2와 같이 단면이 사각형인 링요소로 나누었으며, 사각형의 꼭지점부의 압력을 미지수로한 1요소당 4자유도를 지닌 유한요소를 가정하였다.

3.3.1 요소 매트릭스

식 (13)에 Galerkin's weighted residual 방법을 적용시키면 다음과 같다.

$$\delta \Pi = \int_{\Omega} \delta p \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right] d\Omega$$

$$+ \int_{\Gamma_1} \delta p \left(-\frac{\partial p}{\partial n} + \rho a_n \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \delta p \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right) d\Gamma$$

$$+ \int_{\Gamma_3} \delta p \left(\frac{\partial p}{\partial n} - \frac{\omega^2}{g} \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_4} \delta p \left(\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} p \right) d\Gamma \quad (21)$$

이때, Ω 는 유체요소영역, Γ_1 는 구조물-유체의 접촉부, Γ_2 는 바다부, Γ_3 는 자유수면부, Γ_4 는 발산경계영역을 각각 뜻한다.

부분적분을 이용하면, 식 (21)은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta\Pi = & \int_{\Omega} \left[\delta \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(-\frac{\partial p}{\partial r} \right) + \delta \left(\frac{\partial p}{r \partial \theta} \right) \left(-\frac{\partial p}{r \partial \theta} \right) \right. \\ & \left. + \delta \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) \left(-\frac{\partial p}{\partial z} \right) \right] d\Omega + \int_{\Gamma_1} \delta p (\rho a_n) d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma_2} \delta \Gamma \left(\frac{\omega^2}{g} p \right) d\Gamma + \int_{\Gamma_4} \delta p \left(\frac{1}{r} p \right) d\Gamma \end{aligned} \quad (22)$$

표면파의 효과를 무시하면 자유표면에서의 수압은 영이므로 Γ_3 영역의 적분항은 무시할 수 있다.

축대칭 링요소이므로 압력 $p(r, \theta, z)$ 는 다음과 같이 Fourier series로 표현된다.

$$p = \sum_{m=1}^{\infty} p_m(r, \theta, z) \cos m\theta \quad (23)$$

또한, $\theta=0$ 단면에 대한 절점압력과 요소내의 압력관계는 다음과 같이 표현된다.

$$p = [N_f] \{p\}^e \quad (24)$$

$[N_f]$: shape function

p : 요소내의 압력

$\{p\}^e$: 절점압력

본 연구에서는 유체는 isoparametric 요소를 사용하였으며, 사각요소의 각 절점에서 1개의 압력을 가진 요소당 4자유도의 요소를 사용하였다.

식 (24)에 stationary condition을 적용시키면 다음과 같은 매트릭스 방정식을 얻을 수 있다.

$$([G] + [D]) \{p\} = \{B\} \quad (25)$$

$\{p\}$ 는 요소내의 압력을 뜻하고, $[G]$, $[D]$ 및 $\{B\}$ 는 다음과 같이 표현된다. 이때, $[D]$ 는 radiation boundary에 의한 항이므로 구조물 외부의 유체에 대하여만 적용되며, 내부 유체

의 경우에는 적용되지 않는다.

$$\begin{aligned} [G] = & \sum_{\epsilon} \int_{\bar{\Omega}} \left(\frac{\partial [N_f]^T}{\partial r} \frac{\partial [N_f]}{\partial r} + \frac{m^2 [N_f] [N_f]^T}{r^2} \right. \\ & \left. + \frac{\partial [N_f]^T}{\partial z} \frac{\partial [N_f]}{\partial z} \right) \pi r d\bar{\Omega} \\ [D] = & \sum_{\epsilon} \int_{\bar{\Gamma}_1} ([N_f]^T [N_f]) \pi r d\bar{\Gamma} \\ [B] = & \sum_{\epsilon} \int_{\bar{\Gamma}_1} ([N_f]^T \frac{\partial p}{\partial n}) \pi r d\bar{\Gamma} \end{aligned} \quad (26)$$

윗 식에서 $\bar{\Omega}$ 및 $\bar{\Gamma}$ 는 각각 요소 내 및 요소의 경계면을 나타낸다.

유체와 구조물의 접촉면에서 구조물의 절점가속도를 $\{\dot{U}\}$ 라 하면 $\{B\}$ 는 다음과 같이 표현 된다.

$$\{B\} = -\rho \{S\} \{\dot{U}\}$$

이 때,

$$S = \sum_{\epsilon} \int_{\bar{\Gamma}_1} ([N_f]^T [R] [N_s]) \pi r d\bar{\Gamma} \quad (27)$$

윗식에서 $[R]$ 은 구조물유체의 접촉면에서의 전체좌표계와 수직방향과의 관계를 의미함, $[N_s]$ 는 절점가속도와 접촉면에서의 가속도의 관계를 뜻한다.

3.3.2 구조물유체간의 운동방정식

일반적인 구조물의 운동방정식에 따라 다음과 같은 기본 매트릭스방정식을 얻을 수 있다.

$$[M] \{\ddot{U}\} + [K] \{U\} = \{F_p\} + \{F_s\} \quad (28)$$

$[M]$ 및 $[K]$ 는 각각 구조물의 질량 및 강도 매트릭스이고, $\{F_p\}$ 는 구조물의 거동에 따라 유체가 구조물에 미치는 하중이며 $\{F_s\}$ 는 기타 외부하중을 뜻한다.

유체에 의한 하중 $\{F_p\}$ 는 접촉면에서의 압력과 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\{F_p\} = [S]^T \{p_s\} \quad (29)$$

따라서, 식 (28)은 다음과 같이 표현된다.

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = S^T\{p\} + \{F_s\} \quad (30)$$

식 (25), 식 (27)을 식 (30)에 대입하면 유체에 의한 하중항은 질량매트릭스(부가질량매트릭스 ; added mass)로 환산되어 다음과 같이 표현된다.

$$([M] + [M_p])\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{F_s\} \quad (31)$$

윗 식은 일반구조물의 운동방정식의 질량매트릭스 항에 다음과 같은 부가질량매트릭스를 더함으로서 구조물의 주위 혹은 구조물의 내부의 유체에 의한 구조물의 대한 영향을 고려할 수 있음을 표현하고 있다.

$$[M_p] = \rho[S]^T[G]^{-1}[S] \quad (31)$$

식 (31)에 의해 구조물의 거동이 구해지면 내부 유체에서의 압력 {p}는 식 (25)에 의해 구할 수 있다.

4. 해석 예

4.1 자유진동해석 예

본 연구를 통해 개발된 프로그램을 검증하기 위하여 Armenakas⁽⁵⁾에 의해 계산된 정해와 상용 프로그램(ABAQUS)에 의한 3차원 쉘 해석 결과⁽⁶⁾에 대한 고유진동수를 비교하였다.

4.1.1 적용 예 1

하단이 회전단이고, 상단은 이동단인 원통 쉘의 고유진동수에 대한 Armenakas의 정해와의 비교를 실시하였으며, 해석에 사용된 구조물의 제원은 쉘의 높이가 25.4m(1000in), 반경이 25.4m(1000in), 두께가 0.0254m(1in)인 원통 쉘구조물을 대상으로 하였으며 탄성계수는 $20.67 \times 10^7 \text{ kPa} (3.0 \times 10^7 \text{ psi})$, 포아송비는 0.3, 구조물의 밀도는 $7.84 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 (7.33 \times 10^4 \text{ lb s}^2/\text{in}^4)$ 을 사용하였다. 프리스트레스드하중을 사용한 경우는 하중이 작용되는 방향의 변형도가 약 0.001

정도가 되는 57.815kN/m(33000 lb/in)의 인장력이 작용될 경우에 대하여 해석하였다.

본 해석에서는 20개의 요소를 사용하였으며, 프리스트레스가 없을 때 및 자오방향의 프리스트레스가 작용될 때에 대한 값을 각각 wave number에 대한 mode별로 비교하였다. 이의 결과는 표 1 과 표 2에 정리되어 있으며, 프리스트레스 하중이 작용되지 않았을 경우 8번째 wave number의 2차 모드에서 최대 2.3%의 오차가 발생되었으며, 기타의 경우는 1%이내의 오차범위를 나타냄으로써 정해와 거의 일치함을 알 수 있다. 주변방향의 프리스트레스하중이 작용될 경우도 8번째 wave number의 4차 모드에서 최대 2.6%의 오차가 발생되었으며, 기타는 1.6~0.2%의 오차를 나타냄으로써 정해에 근사한 값을 나타내었다.

표 1 프리스트레스 하중이 가해지지 않았을 경우에 대한 비교 (단위 : Hz)

Mode No. Wave No.	2	4	6	8	10
1 This study	31.28	32.01	32.29	32.73	33.58
Exact ⁽⁵⁾	31.37	31.89	32.41	32.93	33.46
3 This study	26.01	30.49	31.60	32.36	33.36
Exact ⁽⁵⁾	-	-	-	-	-
5 This study	19.60	27.82	30.31	31.63	32.93
Exact ⁽⁵⁾	19.63	27.92	30.30	31.87	33.06
8 This study	12.62	22.97	27.57	30.01	31.94
Exact ⁽⁵⁾	12.92	23.21	27.60	30.11	31.87

표 2 축방향 프리스트레스 하중이 가해졌을 경우에 대한 비교 (단위 : Hz)

Mode No. Wave No.	2	4	6	8	10
1 This study	31.99	34.70	38.04	42.32	47.46
Exact ⁽⁵⁾	32.61	35.13	37.83	42.34	47.67
3 This study	26.85	33.31	37.47	42.04	47.32
Exact ⁽⁵⁾	-	-	-	-	-
5 This study	20.70	30.88	36.38	41.48	47.01
Exact ⁽⁵⁾	21.01	31.36	36.57	42.03	47.04
8 This study	14.28	26.59	34.14	40.27	46.33
Exact ⁽⁵⁾	14.11	27.28	34.49	40.58	46.41

4.1.2 적용 예 2

일단은 고정단이고, 일단은 자유단인 원통셀 구조물에 대한 고유진동수를 3차원 셀 해석을 통한 결과와 비교하였으며, 이는 참고문헌(조의경⁶⁾)의 결과를 이용하였다. 문헌의 결과는 원통셀을 112개의 절점으로 모델링한 결과이며, 본 해석은 21개의 절점에 의한 결과이다. 해석에 사용된 구조물의 제원은 셀의 높이가 7m, 반경이 3.5m, 두께가 0.0035m인 원통 셀구조물을 대상으로 하였으며 탄성계수는 $20.67 \times 10^7 \text{kPa}$, 포아송비는 0.3, 구조물의 밀도는 $7.84 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 을 사용하였다.

표 3에 나타난 결과에 나타난 바와 같이 본 연구에서의 결과는 3차원 FEM해석의 결과와도 잘 일치하고 있음을 보여준다. 따라서 본 연구에서 유도된 모형식은 적은 요소의 수에서도 정밀한 결과를 얻을 수 있었다.

표 3 셀모델에 의한 결과와의 비교 (단위: Hz)

m (Mode No.)	n (Wave No.)	This study	ABAQUS	조의경 ⁶⁾	
1	3	18.509	18.499	17.622	
	4	11.416	11.414	11.994	
	5	7.786	7.790	8.299	
	6	5.948	5.959	6.072	
	7	5.273	5.292	5.646	
	8	5.440	5.470	5.712	
	9	6.177	6.227	6.323	
	10	7.284	7.365	7.879	
	2	7	22.301	22.401	23.090
		8	18.146	18.283	18.880
9		15.438	15.614	16.023	
3	10	13.875	14.095	15.465	
	13	22.966	23.912	26.610	
	14	22.286	23.407	25.953	
	15	22.378	23.716	26.330	

4.1.3 적용 예 3

하단이 고정이고, 상단은 자유단인 원통 셀의 유체가 없을 경우와 유체가 가득 찼을 경우에 대하여 실시하였으며, 높이/반경의 비가 작은 경우와 큰 경우에 대한 Haroun^{(7),(8)}의 해석

값을 각 wave number에 대한 mode별로 비교하였다. 해석에 사용된 구조물의 제원은 각각 셀의 높이가 12.2m 및 21.96m, 반경이 18.3m 및 7.32m, 두께가 0.0254m인 원통 셀구조물을 대상으로 하였으며 탄성계수는 $20.6 \times 10^7 \text{kPa}$, 포아송비는 0.3, 구조물의 밀도는 $7.84 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 을 사용하였으며, 유체의 밀도는 1000kg/m^3 를 사용하였다.

본 해석에서는 20개의 요소를 사용하였으며, 유체가 없을 때 및 가득차 있을 때에 대하여 각각 wave number에 대한 mode별로 Haroun의 해석 값과 비교하였다. 이의 결과는 표 4, 표 5 및 표 6에 정리되어 있으며, 유사한 결과를 나타내고 있음을 보여준다.

표 7과 표 8은 유체의 높이에 따른 기본진동수의 변화를 나타내고 있으며, wave number가 작을수록 내부유체에 의한 고유진동수의 변화가 크게 나타났다. 또한 높이/반경의 비가 작은 경우에서 고유진동수의 변화가 크게 나타났다.

표 4 유체가 담겨 있지 않은 경우의 고유진동수 (단위 : Hz) (높이/반경=12.2/18.3)

Mode No. Wave No.	1	2	3	4
1	33.99	43.76	44.38	44.77
2	23.45	41.23	43.42	44.33
3	16.64	37.03	41.87	43.58
4	12.20	32.10	39.85	42.52
5	9.22	27.38	41.22	43.21
6	7.16	23.33	34.94	39.71

표 5 유체가 가득 담긴 경우의 고유진동수(단위 : Hz) (높이/반경 = 12.2/18.3)

Wave No.	Present analysis		Haroun ⁽⁷⁾ analysis	
	Mode 1	Mode 2	Mode 1	Mode 2
1	6.18	11.35	6.18	11.28
2	5.19	10.61	5.19	10.60
3	4.15	10.03	4.14	9.98
4	3.32	9.26	3.31	9.22
5	2.69	8.35	2.69	8.32
6	2.22	7.46	2.21	7.43

표 6 유체가 있을 경우와 없을 경우에 대한 고유진동수(Wave number : 1, 단위 : Hz)
(높이/반경=21.96/7.32)

Mode No.	Present analysis		Haroun ⁽⁷⁾ analysis	
	Empty	Full	Empty	Full
1	19.17	5.31	19.26	5.31
2	56.01	12.58	56.42	15.64
3	85.81	23.06	-	23.24
4	96.13	29.74	-	29.85
5	102.47	34.99	-	34.85

표 7 유체의 높이에 따른 고유진동수의 변화
(단위 : Hz) (높이/반경=12.2/18.3)

Wave No. Height(%)	1	2	3	4	5
0	33.99	23.45	16.64	12.20	9.22
10	33.86	23.41	16.62	12.19	9.21
20	19.10	18.48	15.68	11.88	9.07
30	14.02	13.48	12.33	10.44	8.42
40	11.53	10.92	9.89	8.58	7.22
50	9.94	9.26	8.24	7.10	6.04
60	8.80	8.05	7.01	5.97	5.06
70	7.93	7.12	6.07	5.09	4.28
80	7.24	6.37	5.31	4.39	3.65
90	6.67	5.74	4.69	3.82	3.14
100	6.18	5.19	4.15	3.32	2.69

표 8 유체의 높이에 따른 기본 고유진동수의 변화
(단위 : Hz) (높이/반경=21.96/7.32)

Wave No. Height(%)	1	2	3	4	5
0	19.17	8.33	4.37	3.08	3.25
10	19.13	8.32	4.37	3.07	3.25
20	18.48	8.25	4.36	3.07	3.24
30	16.31	7.95	4.27	3.03	3.21
40	13.63	7.21	4.03	2.89	3.07
50	11.39	6.16	3.57	2.61	2.77
60	9.61	5.11	3.01	2.24	2.39
70	8.19	4.21	2.49	1.88	2.03
80	7.04	3.49	2.05	1.56	1.72
90	6.09	2.91	1.69	1.30	1.46
100	5.31	2.45	1.41	1.09	1.24

4.2 지진하중에 대한 해석

시간이력 지진기록은 그림 4와 같은 시간간격이 0.01초, 지속시간이 24초이며 최대지반가속도가 0.2g인 인공지진을 사용하여 해석하였다. 해석 예 1 및 2의 결과는 비교적 높은 진동수를 나타내므로 시간이력해석 시 지진기록을 매우 세분화하여야 하므로 기본 고유진동수가 3Hz 이내의 가상의 구조물을 택하여 해석하였다.

해석에 사용된 구조물의 제원은 셸의 높이가 30m, 반경이 20m, 두께가 1m인 원통 셸구조물을 대상으로 하였으며 탄성계수는 $2.0 \times 10^6 \text{ kPa}$, 포아송비는 0.3, 구조물의 밀도는 $25 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 구조물의 감쇠비는 5%를 사용하였다. 프리스트레스하중은 $2.0 \times 10^4 \text{ kN/m}$ 의 압축력이 작용될 경우에 대하여 해석하였으며, 구조물내의 유체에 의한 정수압의 영향을 고려하였다.

표 9와 같이 고유진동수는 프리스트레스가 가해졌을 때 감소하는 경향이 나타나며, 이는 압축력에 의한 기하학적 비선형효과에 기인한 것으로 판단된다. 이에 따라 그림 6과 그림 8의 최대변위가 프리스트레스가 없을 경우인 그림 5와 그림 7에 비해 다소 증가됨을 보여준다. 그림 9와 그림 10은 각 하중경우에 대해 탱크가 비어 있을 경우와 가득찬 경우의 최대 동적변위도이며, 그림 11과 12는 프리스트레스가 가해진 경우 탱크가 비어 있을 때와 가득찬 때의 정적변위와 최대동적변위를 나타낸 그림이다.

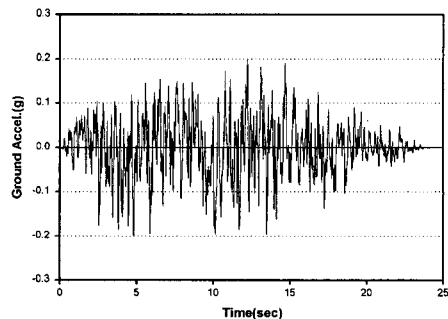


그림 4 인공지진이력

표 9 각 하중 경우별 고유진동수(Wave number : 1, 단위: Hz)

Mode No.	No prestressed		Prestressed(C)		Prestressed(M)		Prestressed(C+M)	
	Empty	Full	Empty	Full	Empty	Full	Empty	Full
1	2.8564	1.5496	2.8418	1.5422	2.7759	1.5061	2.7606	1.4985
2	6.3742	3.4374	6.3475	3.4239	5.1362	3.1998	5.0928	3.1852
3	7.3936	4.8411	7.3656	4.8217	6.1160	4.0192	6.0875	3.9874
4	8.0820	6.3350	8.0577	6.3164	7.1613	4.6492	7.1321	4.6262
5	9.0571	7.9861	9.0328	7.9609	8.0471	6.8033	8.0225	6.7853
6	10.683	8.7382	10.633	8.7197	9.4956	7.9862	9.4726	7.9604

C : 주변방향 프리스트레스(circumferential prestress)

M : 자오방향 프리스트레스(meridional prestress)

C+M : 주변방향 및 자오방향 프리스트레스(circumferential and meridional prestress)

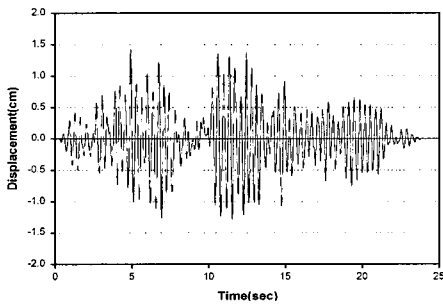


그림 5 자유단의 반경방향 변위이력(no prestressed, empty, 최대변위:1.429cm)

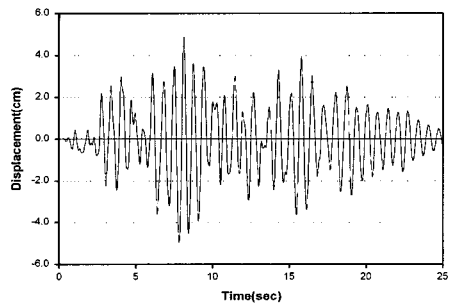


그림 8 자유단의 반경방향 변위이력(prestressed(C+M), full, 최대변위:4.964cm)

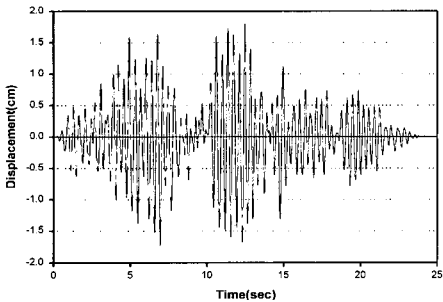


그림 6 자유단의 반경방향 변위이력(prestressed(C+M), empty, 최대변위:1.799cm)

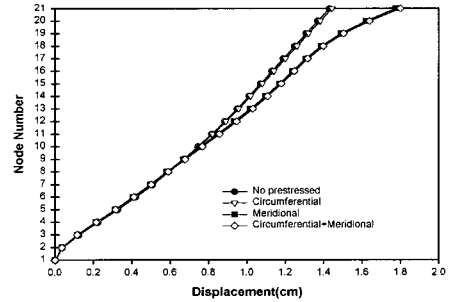


그림 9 각 프리스트레스트 하중경우에 대한 최대 동적변위(empty)

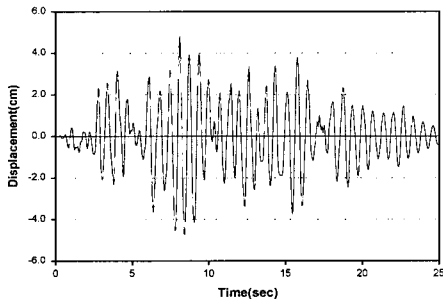


그림 7 자유단의 반경방향 변위이력(no prestressed, full, 최대변위:4.798cm)

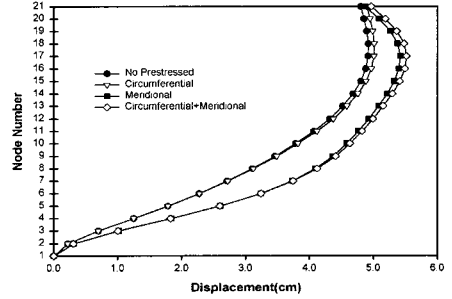


그림 10 각 프리스트레스트 하중경우에 대한 최대 동적변위(full)

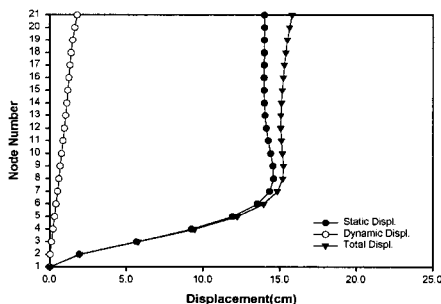


그림 11 반경방향 최대변위(prestressed(C+M), empty, t: 12.46sec)

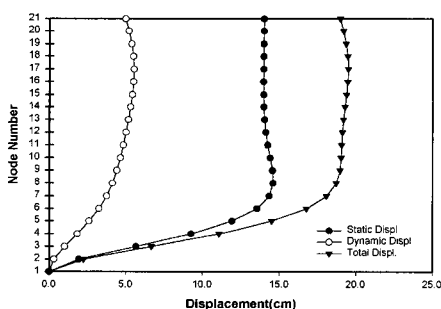


그림 12 반경방향 최대변위(prestressed(C+M), full, t: 7.83sec)

5. 결론

본 연구에서는 기하학적으로 축대칭인 구조물의 특성을 최대한으로 이용할 수 있도록 쉘을 링요소로 모델링하였으며, 구조물내에 주변방향 및 자오방향의 프리스트레스하중이 작용될 경우의 동적 모형을 유도하였다. 구조물 주위의 유체를 FEM 요소로 모델링하여 구조물의 유체에 의한 부가질량효과를 산정하였으며, 구조물 주위에 작용하는 정수압의 효과를 고려하였다.

프로그램을 통하여 해석한 결과에 대한 고유진동수와 기존의 정해의 비교 결과 20개의 링요소로 모델링한 경우에서도 정해와 근접한 해를 얻을 수 있었다. 본 연구에서 개발된 모형식은 원통형 쉘 뿐만 아니라 축대칭의 모든 구조물에 적용이 가능하며, 지진하중의 비대칭 하중에 대하여도 해석이 가능하다.

수치해석 결과에 의하면 내부유체의 높이에 따른 기본진동수는 wave number가 작을수록 내부유체에 의한 고유진동수의 변화가 크게 나타났다. 또한 높이/반경의 비가 작은 경우에서 고유진동수의 변화가 크게 나타났다.

인공지진하중에 대한 반경방향의 처짐을 해석한 결과 동일한 크기의 프리스트레스하중이 작용될 때 자오방향의 프리스트레스하중이 작용될 경우가 다소 큰 처짐값을 나타내었으며, 동적변위에 대한 처짐의 영향은 주로 자오방향의 프리스트레스에 크게 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국중공업(주)의 연구지원에 의한 결과이며, 이에 깊이 감사드립니다.

참고 문헌

1. Sanders, J. L., "Nonlinear theories for thin shells," *Quarterly Appl. Math.*, Vol. 21, 1963, pp. 21-36.
2. 황철성, "지진하중을 받는 축대칭 프리스트레스드 쉘 구조물의 동적해석", 한국지진공학회 논문집, 제2권, 제4호, 1998, pp. 11-22.
3. Tillerson, J. R. and Haisler, W. E., "SAMM-SOR-II, a finite element program to determine stiffness and mass matrices of shells of revolution," TEES-RPT-70-18, Texas A & M University, 1970.
4. Sharan. S. K., "Finite element analysis of unbounded and incompressible fluid domains," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, 1985, pp. 1659-1669.
5. Armenakas, A. E., "Influence of initial stress on the vibrations of simply supported

- circular cylindrical shells," *Journal of AIAA*, Vol. 2, 1964, pp. 1607-1612.
6. 조의경, "유연지반상에 놓인 액체저장탱크의 3차원 지진응답해석", 박사학위논문, 서울대학교, 1993, pp. 208.
 7. Haroun, M. A. and Housner, G. W., "Complication in free vibration analysis of tanks," *ASCE*, Vol. 108, No. EMS, Oct., 1982, pp. 801-818.
 8. Haroun, M. A. and Housner, G. W., "Dynamic characteristics of liquid storage tanks," *ASCE*, Vol. 108, No. EMS, Oct., 1982, pp. 783-800.
 9. Cook, R. D., *Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 2nd Ed*, John Wiley and Sons, 1981, pp. 537.
 10. Clough, R. W. and Penzien, J., *Dynamics of Structures*, McGraw Hill, 1989, pp. 634.