Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers Vol. 13, No.2 pp. 102~110 May 1999 [논문 : 13-2-15]

GA를 이용한 보일러-터빈 설비의 모델 추종형 다변수 제어 시스템 설계를 위한 최적 가중치 행렬의 선정

(A Selection of Optimal Weighting Matrix for Design of Model Following Multivariable Control System to Boiler-Turbine Equipment Using GA)

황현준* · 정호성**
(Hyun-Joon Hwang · Ho-Soeng Joeng)

요 약

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 복잡한 최적화의 과정이 없이 가중치 행렬 Q, R을 동시에 최적화함으로써 상태변수들의 결합과 동작점의 변화에 따른 시스템의 파라미터 변동 등에도 불구하고 기준모델의 출력을 최적으로 추종하는 모델 추종형 제어 시스템을 설계법을 제시하고 이를 보일러-터빈 설비를 위한 모델 추종형 다변수 제어 시스템의 설계에 적용하고자 한다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 설계된 모델 추종형 제어 시스템의 성능을 비교고찰하고 그 유용성을 확인한다.

Abstract

The aim of this paper is to suggest a design method of the optimal model following control system using genetic algorithm (GA). This control system is designed by applying GA with reference model to the optimal determination of weighting matrices Q, R that are given by LQ regulator problem. The method to do this is that all the diagonal elements of weighting matrices are optimized simultaneously by GA, in the search domain selected adequately. And, we design the model following control system to boiler-turbine equipment by the proposed method. The model following control system designed by this method has the better command tracking performance than that of the control system designed by the trial-and-error method. The effectiveness of this control system is verified by computer simulation.

1. 서 론

보일러-터빈 설비를 위한 제어 시스템은 드럼내의 증기압과 수위 그리고 전기적 출력을 효과적으로 제어함으로써 안정된 부하추종과 발전소의 안전 및 연료절약 등을 달성하고자 하는 시스템이다. 또한 보일러-터빈 시스템은 다변수 시스템으로서 상태변수들이 서로 결합되어 있으며 따라서 이러한 상태변수들의 결합과 파라미터 변동에도 불구하고 시스템의 성능과 안정성을 보장하는 강인한 제어 시스템의 설계가 요구된다.

일반적으로 모델추종문제는 모델의 출력과 플랜트

*정회원 : 포항 1 대학 전기과 전임강사
**정회원 : 연암공업대학 전자과 부교수
접수일자 : 1999년 4월 6일

의 출력과의 오차 즉 기준모델추종오차를 2차 평가함수 속에 포함시켜 이것을 최소화시킴으로써 일반적인 모델매칭(model matching)문제와는 달리 모델과 플랜트의 차수가 서로 다를 경우에도 플랜트의 출력을 모델의 출력에 일치시키는 방법이다. 이를 위해 1980년대 초반까지 선형 서보문제를 선형 레귤레이터문제로 변환함으로써 플랜트의 파라미터 변동 등에 대해서도 정상상태오차가 없는 강인한 제어 시스템을 구성하는 방법들[1, 2, 3]이 제안되었다.

한편 모델 추종형 제어 시스템의 설계에 따른 적절한 가중치 행렬 Q, R의 선정은 최적의 가중치 행렬들을 선정하기 위한 다수의 방법들[4, 5, 6]이 발표되었음에도 불구하고 복잡한 최적화의 과정에 따른 실제 적용상의 어려움 등으로 인하여 최근까지 시행착오적인 방법[6, 7]에 크게 의존하고 있다. 특히 N. Kawasaki와 E. Shimemura 등[5]은 극배치 개념을 도입하여 가중치 행렬들을 선정하는 방법을 제시하였으나 이 역시 희망하는 특성근을 경험적으로 결정한다는 점과 원하는 영역 내로 시스템의 모든 근들을 이동시키기 위해 다수의 리카티 방정식(Riccati equation)들을 연속적으로 풀어야 한다는 결점이 있다.

1970년대 초반 J. Holland에 의해 제시된 유전 알고리즘(genetic algorithm : GA)[8]은 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도가 큰 문자열을 다음 세대에 복제함으로써 전역해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다. 유전 알고리즘은 뉴턴 방법(Newton's method)과 같은 기존의 최적화 이론들과는 근본적으로 다른 중요한 특징들을 가지고 있다. 즉 목적함수에 연속미분조건이 없으며 다수의 변수들을 하나의 문자열로 부호화함으로써 병렬연산 및 동시최적화가 가능하다. 또한 확률적인 방법에 의해 전역탐색을 행하므로 부분 극소점에 빠질 가능성이 적다. 이러한 이유들로 인해 유전 알고리즘은 최근 주목받는 최적화 기법중의 하나가 되었으며 특히 공학적인 분야에서 지능제어와 결합하여 많은 적용사례들[9, 10, 11]이 발표되고 있다.

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 복잡한 최적화의 과정이 없이 가중치 행렬 Q, R을 동시에 최적화함으로써 상태변수들의 결합과 동작점의 변화에 따른 시스템의 파라미터 변동 등에도 불구하고 기준모델의 출력을 최적으로 추종하는 모델 추종형 제어 시스템을 설계법을 제시하고 이를 보일러-터빈 설비를 위한 모델 추종형 다변수 제어 시스템의 설계에 적용하고자 한다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 설계된 모델 추종형 제어 시스템의 성능을 비교고찰하고 그 유용성을 확인한다.

2. 보일러-터빈 시스템의 선형모델

본 연구에서는 160MW급 화력발전소용 보일러-터빈 시스템에 대한 Bell과 Åström의 비선형모델[12]을 사용하여 다변수 모델 추종형 보일러-터빈 제어 시스템을 설계한다. 주어진 시스템은 상태변수들의 결합으로 비선형성이 강하며 일반적인 공정 시스템으로써 시스템의 응답속도가 비교적 느리다.

모델 추종형 제어기를 설계하기 위한 선형모델[13]은 Bell과 Åström의 비선형 모델에 대한 공칭동작점에서의 Tayor 급수 근사화를 통하여 얻는다. 본 연구에서는 중간부하점을 공칭동작점으로 하여 식(2.1)과 식(2.2)와 같이 비선형모델에 대한 선형화를 행하였다.

$$\delta\dot{x} = A\delta x + B\delta u \tag{2.1}$$

$$\delta y = C\delta x + D\delta u \tag{2.2}$$

여기서 $A = \partial f(\mathrm{x}^\circ, \mathrm{u}^\circ)/\partial x$, $B = \partial f(\mathrm{x}^\circ, \mathrm{u}^\circ)/\partial u$
$C = \partial g(\mathrm{x}^\circ, \mathrm{u}^\circ)/\partial x$, $D = \partial g(\mathrm{x}^\circ, \mathrm{u}^\circ)/\partial u$
$\delta x = x - \mathrm{x}^\circ$, $\delta u = u - \mathrm{u}^\circ$, $\delta y = y - y^\circ$

단 $\dot{x} = f(x, u)$와 $y = g(x, u)$는 비선형모델을 나타내며 x^o, u^o, y^o는 각각 $\mathrm{x}^o = [108\ 66.65\ 428]^T$, $\mathrm{u}^o = [0.34\ 0.69\ 0.436]^T$, $y^o = [108\ 66.65\ 0]^T$이고 위첨자 T는 전치(transpose)를 의미한다. 선형화의 결과로 얻어진 공칭동작점에서의 상태공간모델은 식(2.3) 및 식(2.4)와 같다. 여기서 x, u, y는 각각 $\mathrm{x} = [x_1\ x_2\ x_3]^T$, $\mathrm{u} = [u_1\ u_2\ u_3]^T$, $\mathrm{y} = [y_1\ y_2\ y_3]^T$이다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathrm{x}} &= \mathrm{A_o x} + \mathrm{B_o u} \\ \mathrm{y} &= \mathrm{C_o x} + \mathrm{D_o u} \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\mathrm{A_o} = \begin{bmatrix} -2.509\times10^{-3} & 0 & 0 \\ 6.940\times10^{-2} & -0.1 & 0 \\ -6.690\times10^{-3} & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad \mathrm{B_o} = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.349 & -0.15 \\ 0 & 14.155 & 0 \\ 0 & -1.398 & 1.659 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{C_o} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 6.34\times10^{-3} & 0 & 4.71\times10^{-3} \end{bmatrix},\quad \mathrm{D_o} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.253 & 0.512 & -0.014 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

주어진 보일러-터빈 시스템은 시스템의 노후화 및 부하의 변동으로 인해 동작점이 변할 수 있으며 이러한 동작점의 변화로 인한 시스템의 파라미터 변동은 설계된 제어 시스템의 성능에 직접적인 영향을 미친다. 본 연구에서는 이러한 파라미터 변동을 설계할 때 직접 고려하기 위하여 공칭동작점(100%)에 대한 6개의 가변동작점들(70%, 80%, 90%, 110%, 120%, 130%)을 선정[13]하여 각각에 대한 선형모델들을 구하였으며 그 중 70%와 130%에 대한 상태공간모델은 식(2.5) 및 식(2.6)과 같다.

$$A_{70}=\begin{bmatrix}-1.700\times10^{-3} & 0 & 0\\ 3.720\times10^{-2} & -0.1 & 0\\ -4.000\times10^{-3} & 0 & 0\end{bmatrix},\quad B_{70}=\begin{bmatrix}0.9 & -0.234 & -0.15\\ 0 & 9.4768 & 0\\ 0 & -0.978 & 1.659\end{bmatrix}$$

$$C_{70}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 9.50\times10^{-3} & 0 & 4.50\times10^{-3}\end{bmatrix},\quad D_{70}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0.253 & 0.359 & -0.014\end{bmatrix} \tag{2.5}$$

$$A_{130}=\begin{bmatrix}-3.400\times10^{-3} & 0 & 0\\ 1.033\times10^{-1} & -0.1 & 0\\ -9.400\times10^{-3} & 0 & 0\end{bmatrix},\quad B_{130}=\begin{bmatrix}0.9 & -0.469 & -0.15\\ 0 & 19.016 & 0\\ 0 & -1.817 & 1.659\end{bmatrix}$$

$$C_{130}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 4.8\times10^{-3} & 0 & 4.9\times10^{-3}\end{bmatrix},\quad D_{130}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0.253 & 0.666 & -0.014\end{bmatrix} \tag{2.6}$$

따라서 상태변수들의 결합과 이러한 동작점의 변화에 따른 시스템의 파라미터 변동에 대해서도 시스템의 성능과 안정성을 보장하는 강인한 제어 시스템의 설계가 요구된다.

3. 모델 추종형 제어 시스템의 설계

모델추종문제는 모델의 출력과 플랜트의 출력과의 오차 즉 기준모델추종오차를 최소화함으로써 플랜트의 출력을 모델의 출력에 일치시키는 방법이다. 이를 위해 선형 서보문제를 선형 레귤레이터문제로 변환함으로써 플랜트의 파라미터 변동 등에 대해서도 정상상태오차가 없는 강인한 모델 추종형 제어 시스템을 구성한다[1, 2, 3].

먼저 주어진 플랜트와 플랜트가 추종해야 할 기준모델은 각각 다음과 같다.

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p \tag{3.1}$$

$$y_p = C_p x_p \tag{3.2}$$

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \tag{3.3}$$

$$y_m = C_m x_m \tag{3.4}$$

여기서 $x_p \in R^{mp}$, $u_p \in R^m$, $y_p \in R^m$는 각각 플랜트의 상태벡터, 제어입력, 측정출력이고 $x_m \in R^{nm}$, $r \in R^m$, $y_m \in R^m$은 기준모델의 상태벡터, 기준입력, 기준모델의 출력이다. 그리고 모델의 출력과 플랜트의 출력과의 차를 기준모델추종오차 e로 정의하면 식(3.5)와 같다.

$$e = y_m - y_p = C_m x_m - C_p x_P \tag{3.5}$$

또한 식(3.1) ~ 식(3.4)로 주어지는 플랜트와 기준모델에 대한 확대계를 구하면 식(3.6)과 같다. 여기서 σ는 임의의 상수를 나타낸다.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\dot{x}_p\\ \dot{x}_m\\ e\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_p & 0 & 0\\ 0 & A_m & 0\\ -C_p & C_m & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}_p\\ \dot{x}_m\\ e\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_p\\ 0\\ 0\end{bmatrix}\dot{u}_p + \begin{bmatrix}0\\ B_m\\ 0\end{bmatrix}\sigma \tag{3.6}$$

따라서 식(3.5)의 기준모델추종오차 e를 사용하여 식(3.6)의 확대계에 대한 선형 서보문제(LQ servo problem)를 나타내면 식(3.7)과 같다. 여기서 Q, R은 각각 추종오차 및 제어입력에 대한 가중치 행렬(weighting matrix)이다.

$$J = \int (e^T Q e + \dot{u}_p^T R \dot{u}_p) dt \tag{3.7}$$

한편 정상상태에 있어서 플랜트의 출력이 모델의 출력에 일치하도록 하기 위해서는 플랜트에 정상상태의 제어입력 $\dot{\bar{u}}_p$을 가해줌으로써 플랜트의 출력 y_p를 모델의 출력 y_m에 일치시켜야 한다. 이를 위해 식(3.7)의 평가함수를 식(3.8)로 나타낸다.

$$J = \int (e^T Q e + (\dot{u}_p - \dot{\bar{u}}_P)^T R (\dot{u}_p - \dot{\bar{u}}_P)) dt \tag{3.8}$$

그리고 $\dot{\bar{u}}_p$는 다음의 식(3.9) 및 식(3.10)과 같은 플랜트 및 기준모델의 정상상태 방정식과 모델추종문제에 의해 식(3.11)을 만족하는 것이 필요하다.

$$A_p \dot{\bar{x}}_p + B_p \dot{\bar{u}}_p = 0 \qquad (3.9)$$

$$A_m \dot{\bar{x}}_m + B_m \sigma = 0 \qquad (3.10)$$

$$C_m \dot{\bar{x}}_m - C_p \dot{\bar{x}}_p = 0 \qquad (3.11)$$

여기서 $\dot{\bar{x}}_p$, $\dot{\bar{x}}_m$, $\dot{\bar{u}}_p$는 입력이 σ일 경우 $\dot{x}_p$, $\dot{x}_m$, $\dot{u}_p$의 정상상태값을 나타내며 이들은 상수 σ가 주어지면 식(3.9) ~ 식(3.11)의 방정식을 풀어 구할 수 있다. 특히 σ = 1(단위 계단입력)일 때의 $\dot{x}_p$, $\dot{x}_m$, $\dot{u}_p$의 정상상태값을 $\hat{x}_p$, $\hat{x}_m$, $\hat{u}_p$라고 하면 다음의 식들이 성립한다.

$$\begin{bmatrix} A_p & 0 & B_p \\ 0 & A_m & 0 \\ -C_p & C_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_p \\ \hat{x}_m \\ \hat{u}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -B_m \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3.12)$$

$$\dot{\bar{x}}_p = \sigma \hat{x}_p, \quad \dot{\bar{x}}_m = \sigma \hat{x}_m, \quad \dot{\bar{u}}_p = \sigma \hat{u}_p \qquad (3.13)$$

한편 식(3.6)으로 주어지는 확대계에 대해 정상상태의 값을 고려하면 식(3.14)와 같다.

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}v \qquad (3.14)$$

여기서 $\bar{A} = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ 0 & A_m & 0 \\ -C_p & C_m & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B} = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$X = \begin{bmatrix} \dot{x}_p - \dot{\bar{x}}_p \\ \dot{x}_m - \dot{\bar{x}}_m \\ e \end{bmatrix}$, $v = \dot{u}_p - \dot{\bar{u}}_p$

따라서 식(3.14)에 대한 평가함수를 다음의 식(3.15)와 같이 정의함으로써 선형 서보문제를 선형 레귤레이터문제(LQ regulator problem)로 취급할 수 있다.

$$J = \int (X^T \bar{Q} X + v^T R v)\, dt \qquad (3.15)$$

여기서 $\bar{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix}$, $R = I$

레귤레이터문제에 의해서 평가함수 식(3.15)를 최소화하는 최적제어량 v^*는 식(3.16)과 같다.

$$v^* = -R^{-1} \bar{B}^T P X \qquad (3.16)$$

단 행렬 P는 다음의 식(3.17)의 행렬 리카티 방정식의 해이다.

$$P\bar{A} + \bar{A}^T P - P\bar{B}R^{-1}\bar{B}^T P + \bar{Q} = 0 \qquad (3.17)$$

여기서 $\bar{A} = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ 0 & A_m & 0 \\ -C_p & C_m & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B} = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix}$, $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{12}^T & P_{22} & P_{23} \\ P_{13}^T & P_{23}^T & P_{33} \end{bmatrix}$

또한 식(3.16) 및 식(3.17)에 의해 최적제어량 v^*를 구하면 다음과 같다. 단 $\bar{u}_p$, $\bar{x}_p$, $\bar{x}_m$는 u_p, x_p, x_m의 정상상태값을 각각 나타낸다.

$$v^* = \dot{u}_p^* - \dot{\bar{u}}_p = -R^{-1} \times \{ B_p^T P_{11}(\dot{x}_p - \dot{\bar{x}}_p) + B_p^T P_{12}(\dot{x}_m - \dot{\bar{x}}_m) + B_p^T P_{13} e \} \qquad (3.18)$$

그리고 주어진 식을 $\dot{u}_p^*$에 대하여 정리하고 이를 적분함으로써 식(3.7)의 평가함수를 최소화하는 최적제어량 u_p^*를 다음과 같이 구할 수 있다. 단 $\hat{x}_p$, $\hat{x}_m$, $\hat{u}_p$는 각각 $\dot{x}_p$, $\dot{x}_m$, $\dot{u}_p$의 정상상태값을 나타낸다.

$$u_p^* = K_1 \sigma \left(\int dt + c_0\right) + K_2 x_p + K_3 x_m + K_4 \left(\int e\,dt + c_1\right) \qquad (3.19)$$

여기서

$$K_1 = \hat{u}_p + R^{-1} B_p^T P_{11} \hat{x}_p + R^{-1} B_p^T P_{12} \hat{x}_m \qquad (3.20)$$

$$K_2 = -R^{-1} B_p^T P_{11} \qquad (3.21)$$

$$K_3 = -R^{-1} B_p^T P_{12} \qquad (3.22)$$

$$K_4 = -R^{-1} B_p^T P_{13} \qquad (3.23)$$

모델 추종형 제어 시스템의 설계 순서는 다음과 같다.

Step 1 : 설계사양에 따라 기준모델을 선정한다.
Step 2 : 플랜트와 모델에 대한 확대계를 구한다.
Step 3 : 가중치 행렬 Q와 R을 선택한다.
Step 4 : 식(3.17)의 정상상태 행렬 리카티 방정식

을 푼다.

Step 5 : 이상에서 구한 수치를 식(3.19)에 대입하여 최적제어량 u_p^*를 결정한다.

Step 6 : 구성된 제어 시스템에 대한 시뮬레이션을 행하고 필요하면 Q, R 혹은 기준모델을 다시 선정한다.

4. 유전 알고리즘을 이용한 모델 추종형 다변수 보일러-터빈 제어 시스템의 설계

본 장에서는 복잡한 최적화의 과정이 없이 다수의 변수들을 하나의 문자열에 부호화하여 이들 변수들에 대한 동시최적화가 가능한 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 행렬 Q, R을 선정함으로써 보일러-터빈 설비를 위한 모델 추종형 다변수 제어 시스템을 설계한다.

4. 1 유전 알고리즘

유전 알고리즘(simple genetic algorithm, SGA)[8]은 자연 유전학에 기초한 최적화 기법중의 하나로서 복제(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)의 3개의 유전 연산자들을 사용하여 최적화를 행한다. 유전 알고리즘에 대한 보다 자세한 내용은 참고문헌 [8]에 제시되어 있으므로 본 연구에서는 이를 생략한다. 또한 유전 알고리즘의 각 단계에서 필요한 문자열의 길이(m), 해집단의 크기(n), 세대수(z) 그리고 교배확률(P_c) 및 돌연변이 확률(P_m) 등은 경험적인 방법에 의해 적절히 선정하기로 한다.

4. 2 가중치 행렬 Q, R의 동시 최적화

유전 알고리즘을 사용하여 가중치 행렬 Q, R을 동시에 최적화하기 위해 다음과 같은 2가지 방법을 제시한다.

4. 2. 1 가중치 행렬의 원소 q3와 r3의 동시 최적화(방법 1)

3장에서의 가중치 행렬 Q, R에 다음 식들과 같이 설계 파라미터 q_3와 r_3를 변수로 주고 유전 알고리즘을 사용하여 이들을 동시에 최적화한다. 특히 설계 파라미터 q_3와 r_3를 변수로 준 이유는 일반적으로 보일러-터빈 시스템의 세 번째 출력 y_3(드럼수위)가 제어하기가 어렵고 따라서 이에 대응하는 설계 파라미터 q_3와 r_3의 선정에도 어려움이 있기 때문이다.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

여기서 각각의 탐색구간 D^q_3과 D^r_3는 식(4.3)과 식(4.4)와 같이 선정하였다.

$$D^q_3 : 0 \le L^q_3 = 0.001 \le q_3 \le 20 = U^q_3 \quad (4.3)$$

$$D^r_3 : 0 < L^r_3 = 0.001 \le r_3 \le 10 = U^r_3 \quad (4.4)$$

한편 일반적인 LQR(linear quadratic regulator)문제에서 가중치 행렬 Q, R은 각각 양의 반한정(positive semidefinite), 한정(positive definite) 대칭행렬이다. 따라서 탐색구간의 하한치 L^q_3와 L^r_3는 식(4.5), 식(4.6)과 같이 가중치 행렬 Q, R에 대한 반한정, 한정 조건을 만족하는 범위내에서 적절히 결정하였다. 여기서 λ^q_3와 λ^r_3는 각각 식(4.5), 식(4.6)에 주어진 행렬식을 풀어서 얻은 세 번째 고유치를 나타낸다.

$$\det[Q - \lambda^q_{1,2,3} I] = 0, \quad \lambda^q_3 = q_3 \ge 0 \quad (4.5)$$

$$\det[R - \lambda^r_{1,2,3} I] = 0, \quad \lambda^r_3 = r_3 > 0 \quad (4.6)$$

4. 2. 2 가중치 행렬 Q와 R의 동시 최적화(방법 2)

가중치 행렬 Q, R에 다음 식들과 같이 설계 파라미터 q_3, r_3와 함께 q_1, q_2 및 r_1, r_2를 변수로 주고 유전 알고리즘을 사용하여 이들을 동시에 최적화한다. 즉 보일러-터빈 시스템의 모든 출력들을 고려하여 이에 대응하는 모든 설계 파라미터들을 변수로 주고 최적화를 행한다.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

여기서 각각의 탐색구간 $D^q_1 \sim D^q_3$ 와 $D^r_1 \sim D^r_3$ 는 식(4.9) ~ 식(4.14)와 같이 선정하였으며 탐색구간에 대한 각각의 하한치들은 방법 1의 식(4.5)와 식(4.6)과 같이 가중치 행렬 Q, R에 대한 조건식을 고려하여 적절히 선정하였다.

$$D^q_1 : 0 \le L^q_1 = 0.001 \le q_1 \le 0.1 = U^q_1 \quad (4.9)$$

$$D^r_1 : 0 < L^r_1 = 0.001 \le r_1 \le 10 = U^r_1 \quad (4.10)$$

$$D^q_2 : 0 \le L^q_2 = 0.001 \le q_2 \le 0.1 = U^q_2 \quad (4.11)$$

$$D^r_2 : 0 < L^r_2 = 0.001 \le r_2 \le 10 = U^r_2 \quad (4.12)$$

$$D^q_3 : 0 \le L^q_3 = 0.001 \le q_3 \le 20 = U^q_3 \quad (4.13)$$

$$D^r_3 : 0 < L^r_3 = 0.001 \le r_3 \le 10 = U^r_3 \quad (4.14)$$

여기서 방법 1(방법 2)에 따라 도입된 가중치 행렬 Q, R의 설계 파라미터들을 동시에 최적화하기 위해 이들 2개(6개)의 변수를 그림 4. 1과 같이 하나의 문자열에 적절한 크기(m_j, j = 1, 2(, · ·, 6)의 비트(bit) 수로 부호화한다.

<*Method 1*>

q_3 r_3

0010100010 1100010001

m_1=10 m_2=10 bits

m = m_1 + m_2 = 20 bits

<*Method 2*>

q_1 q_2 q_3 r_1 r_2 r_3

00101001 11000100 1101111010 10100110 10110010 0100111010

m_1=8 m_2=8 m_3=10 m_4=8 m_5=8 m_6=10 bits

m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = 52 bits

그림 4. 1 가중치 행렬 Q, R의 설계 파라미터들에 대한 부호화

Fig. 4. 1 Coding to design parameters of weighting matrix Q, R

본 연구에서는 시스템의 응답속도 등을 고려하여 폐루프 시스템이 0.1[rad/sec]정도에서 대역폭(bandwidth) ω_b를 가지도록 위의 설계 순서에 따라 모델 추종형 보일러-터빈 제어 시스템을 설계한다. 그리고 설계된 제어 시스템은 정상상태값의 10%이내에서 최대 오버슈트를 가지도록 한다. 설계사양에 따른 기준모델은 식(4.15)와 같이 제어 시스템이 최적의 응답특성을 가지도록 ITAE의 최소표준형 2차 모델(ω_o = 0.11[rad/sec])로 선정하였다.

$$M_o(s) = \frac{\omega_o^2}{s^2 + 1.4\times\omega_o s + \omega_o^2} \times I_3 \quad (4.15)$$

한편 유전 알고리즘을 사용하여 모델 추종형 보일러-터빈 제어 시스템을 설계하기 위해 공칭동작점을 기준으로 설정된 제어입력 u_i(t), i = 1, 2, 3에 대한 제약조건[13]은 식(4.16)과 같다. 단 제어입력 u_i(t)의 변화율에는 제한이 없다고 가정한다.

$$0 \le u_i(t) \le 1 \quad (4.16)$$

식(4.16)으로 주어진 제약조건은 패널티법(penalty method)[8]에 의해 유전 알고리즘에 따른 적합도에 반영된다. 이를 위해 본 연구에서는 패널티 함수 Φ를 $\Phi(h_i(X_j)) \triangleq h_i(X_j)^2$, $h_i(X_j) \triangleq 1 - u_i(t)\ (\ge 0)$ and $u_i(t) - 0 = u_i(t)(\ge 0)$로 정의하였다. 또한 패널티 계수 γ는 10^4으로 선정하였다. 여기서 시스템의 출력 $y_{ij}(k(t))$와 기준모델의 출력 $y_{mij}(k(t))$와의 차이를 기준모델추종오차 $err_{ij}(k(t))$ = abs($y_{mij}(k(t))$ - $y_{ij}(k(t))$)로 하여 적합도 fit를 구하면 식(4.17) 및 식(4.18)과 같다. 단 abs(•)는 절대값을, i, j = 1, 2, 3은 각각 보일러-터빈 시스템의 i 번째 입력과 j 번째 출력을 나타낸다.

$$err_{fit} = \sum_{p=1}^{3}[w_p \times \frac{1}{9} \times \sum_{i=1}^{3}[\sum_{j=1}^{3}[s_j \times \sum_{k=1}^{121} \mathrm{abs}(err_{ij}(k(t)))] + \gamma \times \Phi(h_i(X_j))]]$$

$$= \sum_{p=1}^{3}[w_p \times \frac{1}{9} \times \sum_{i=1}^{3}[\sum_{j=1}^{3}[s_j \times \sum_{k=1}^{121} \mathrm{abs}(y_{mij}(k(t)) - y_{ij}(k(t)))] + \gamma \times \Phi(h_i(X_j))]] \quad (4.17)$$

$$fit = \frac{1}{1 + err_{fit}} \quad (4.18)$$

단 식(4.17)에서 $k(t+1) = k(t) + T_s$, $k(1)$ =

0[sec]이며 T_s(= 1.0[sec])는 샘플링 시간을 나타낸다. 그리고 가중치(weight value) w_p는 보일러-터빈 시스템의 동작점의 변화에 따른 파라미터 변동을 제어 시스템의 설계할 때 직접 고려하기 위하여 도입하였으며 제어 시스템의 공칭성능 및 기준모델에 대한 추종성 등을 감안하여 w_1 = 0.5, w_2 = 0.35, w_3 = 0.15 ($w_1 + w_2 + w_3 = 1$)로 각각 선정하였다. 여기서 p = 1, 2, 3은 각각 식(2.4) ~ 식(2.6)으로 주어지는 100%, 70%, 130% 동작점에서의 플랜트들을 의미한다. 또한 식(4.17)에서는 플랜트 출력의 크기(계단입력의 크기)를 고려하여 스케일링 팩터(scaling factor) s_j를 도입하였으며 각각의 값은 s_1 = 1/10, s_2 = 1/20, s_3 = 1/0.1이다.

유전 알고리즘을 사용하여 최적 모델 추종형 보일러-터빈 제어 시스템을 구성하기 위한 방법 2의 설계 순서는 다음과 같다.

Step 1 : 가중치 행렬 Q, R에 식(4.7), 식(4.8)과 같이 적절한 설계 파라미터들을 준다.

Step 2 : 식(4.5), 식(4.6)과 같이 가중치 행렬 Q, R에 대한 조건식을 고려하여 설계 파라미터들에 대한 각각의 탐색구간 D를 결정한다.

Step 3 : 유전 알고리즘에 의해 파라미터의 집합 $\Psi \triangleq [q_1, q_2, q_3, r_1, r_2, r_3]$를 계산한다.

Step 4 : 계산된 파라미터의 집합 Ψ를 사용하여 3장에서 제시된 설계 순서에 따라 모델 추종형 보일러-터빈 제어 시스템을 설계한다.

Step 5 : 설계된 모델 추종형 제어 시스템이 제어 입력에 대한 조건식 식(4.16)을 만족하는지 조사한다. 만족시키면 식(4.17)에서 $h(X_j)$ = 0으로 두고 식(4.18)에 의해 적합도를 계산한다. 그렇지 않으면 정의에 의해 $h(X_j)$를 구하고 적합도를 계산한다.

Step 6 : 설정된 세대수 만큼 Step 3에서 Step 5의 과정을 반복한다.

5. 시뮬레이션 및 비교고찰

본 장에서는 4장에서 제시한 설계 방법 1과 방법 2에 따라 최적 모델 추종형 보일러-터빈 제어 시스템을 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 성능을 비교고찰한다. 유전 알고리즘에서 사용된 파라미터들과 계산시간 및 적합도는 표 5. 1과 같다. 단 표 5. 1 및 표 5. 2에서는 비교고찰을 위해 시행착오법에 따른 적합도 및 가중치 행렬 Q, R의 값을 함께 나타내었다. 본 연구에서는 유전 알고리즘에 따라 계산할 때 586 PENTIUM-tm 100MHz(RAM 8Mbytes)기종의 컴퓨터를 사용하였다. 표 5. 1로부터 가중치 행렬의 모든 원소를 최적화하는 방법 2의 경우가 시행착오법 및 방법 1과 같이 가중치 행렬의 일부를 고정시키고 어느 특정 원소만을 최적화한 경우에 비해 상대적으로 높은 적합도를 가짐을 알 수 있다. 따라서 보다 높은 적합도를 얻기 위해서는 방법 2와 같이 가중치 행렬의 모든 원소를 동시에 최적화하는 것이 필요하다.

그림 5. 1 ~ 그림 5. 3은 표 5. 2의 결과를 사용하여 설계된 모델 추종형 보일러-터빈 제어 시스템의 세 번째 출력 y_3(드럼수위[m])에 대한 계단응답을 각각

표 5. 1 유전 알고리즘에서 사용된 파라미터들과 설계시간 및 적합도

Table 5. 1 Parameters in GA, computation time and fitness

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	·	·	·	·	0.3652	0.7325
[illegible]	20 bits	20	30	2/01/26	0.2781	0.7824
[illegible]	52 bits	30	30	2/49/58	0.1502	0.8694
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	300	207	0.7 [207/300 =0.6900]	12000	327	0.03 [327/12000 =0.0273]
[illegible]	450	303	0.7 [303/450 =0.6733]	46800	1440	0.03 [1440/46800 =0.0308]

표 5. 2 유전 알고리즘에 의해 선정된 가중치 행렬 Q, R의 설계 파라미터들

Table 5. 2 Design parameters of weighting matrix Q, R selected by GA

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	0.0100	0.0100	10.0000	1.0000	1.0000	1.0000
[illegible]	0.0100	0.0100	2.5033	1.0000	1.0000	0.6265
[illegible]	0.0630	0.0574	0.5437	0.0257	6.2908	0.0997

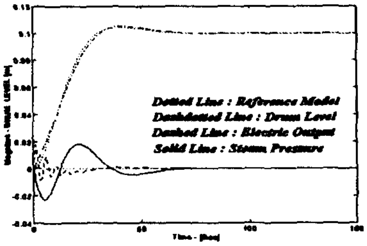

그림 5. 1 시행착오법에 의해 설계된 제어 시스템의 드럼수위에 대한 계단응답 (y_3 = 0 → 0.1 [m])

Fig. 5. 1 Step response to drum level of control system designed by trial-and-error method (y_3 = 0 → 0.1 [m])

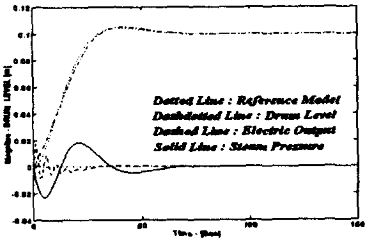

그림 5. 2 방법 1에 의해 설계된 제어 시스템의 드럼수위에 대한 계단응답 (y_3 = 0 → 0.1 [m])

Fig. 5. 2 Step response to drum level of control system designed by method 1 (y_3 = 0 → 0.1 [m])

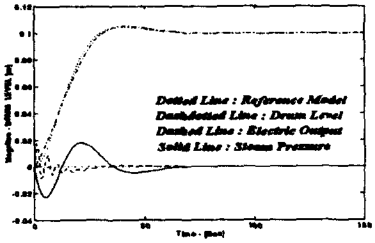

그림 5. 3 방법 2에 의해 설계된 제어 시스템의 드럼수위에 대한 계단응답 (y_3 = 0 → 0.1 [m])

Fig. 5. 3 Step response to drum level of control system designed by method 2 (y_3 = 0 → 0.1 [m])

나타낸 것이다. 그림들로부터 적합도가 가장 높은 방법 2(*fit* = 0.8694)의 경우가 기준모델의 응답에 가장 잘 추종하며 이에 따라 과도응답 특성이 시행착오법(*fit* = 0.7325)의 경우 뿐만 아니라 방법 1(*fit* = 0.7824)의 경우에 비해서도 상당히 개선되었음을 알 수 있다. 단 시스템의 첫 번째 출력 y_1(드럼 증기압[kg/cm^2])과 두 번째 출력 y_2(전기적 출력[MW])의 경우는 비교의 용이함을 위해 계단응답을 생략하고 다음에 제시될 그림들(그림 5. 4 ~ 그림 5. 6)에서 기준모델추종오차로 그 성능을 비교고찰한다.

그림 5. 4 ~ 그림 5. 6은 동작점의 변화(70% ~ 130%)에 따른 제어 시스템의 기준모델추종오차를 각각 나타낸 것이다 그림들로부터 적합도가 높은 방법 2의 경우가 공칭동작점(100%)에서 뿐만 아니라 70% 및 130%의 동작점에 대해서도 시행착오법 및 방법2의 경우에 비해 기준모델추종오차가 작고 따라서 과도응답 특성이 개선되었음을 알 수 있다.

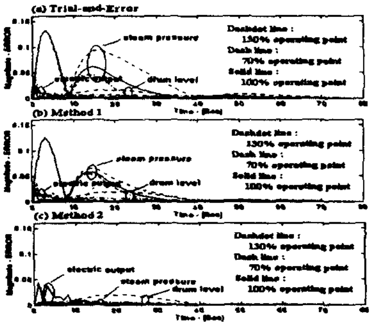

그림 5. 4 드럼 증기압에 대한 기준모델추종오차 (y_1 = 0 → 10 [kg/cm^2])

Fig. 5. 4 Reference model following error to steam pressure (y_1 = 0 → 10 [kg/cm^2])

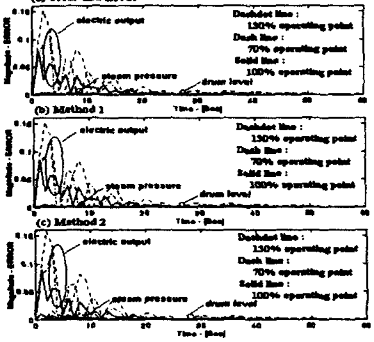

그림 5. 5 전기적 출력에 대한 기준모델추종오차 (y2 = 0 → 20 [MW])

Fig. 5. 5 Reference model following error to electric output (y2 = 0 → 20 [MW])

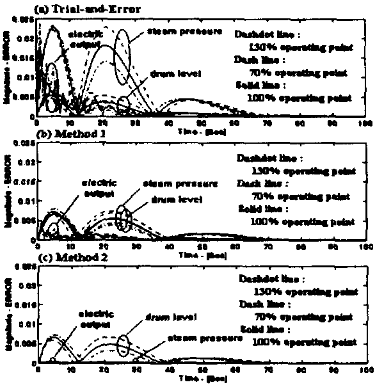

그림 5. 6 드럼수위에 대한 기준모델추종오차 (y_3 = 0 → 0.1 [m])

Fig. 5. 6 Reference model following error to drum level (y_3 = 0 → 0.1 [m])

6. 결 론

본 논문에서는 유전 알고리즘을 사용하여 가중치 행렬들을 선정함으로써 상태변수들의 결합과 동작점의 변화에 따른 시스템의 파라미터 변동 등에도 불구하고 기준모델의 출력을 최적으로 추종하는 보일러-터빈 설비를 위한 모델 추종형 다변수 제어 시스템을 설계하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 설계된 제어 시스템의 성능을 고찰하고 그 유용성을 확인하였다.

시스템의 모든 출력을 고려한 경우(방법 2)는 시행착오법 및 세 번째 출력만을 고려한 경우(방법 1)에 비해서 상대적으로 기준모델추종오차가 작다. 따라서 방법 2의 경우가 기준모델의 응답을 가장 잘 추종하며 이에 따라 과도응답 특성이 시행착오법 및 방법 1의 경우에 비해서 상당히 개선되었음을 알 수 있다. 그러므로 보일러-터빈 설비와 같은 다변수 제어 시스템의 경우는 방법 2와 같이 시스템의 모든 출력을 고려하여 가중치 행렬 Q, R을 동시에 최적화하는 것이 필요하다. 또한 제시된 방법은 복잡한 최적화의 과정이 없으므로 실제의 제어 시스템 설계에 쉽게 적용할 수 있을 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

[1] E. Kreindler, "On the Linear Optimal Servo Problem," *Int. J. of Control*, Vol. 8, No. 4, pp. 465-472, 1969.

[2] I. Suga, "Linear Control System Optimally Following Model Step Response," *Trans. of SICE*, Vol. 6, No. 2, pp. 175-181, 1970.

[3] K. Furuta, K. Komiya, "Synthesis of Model Following Servo Controller for Multivariable Linear System," *Trans. of SICE*, Vol. 18, No. 12, pp. 8-14, 1981.

[4] M. Hayase, "Some Relations between the Weighting Coefficients of Performance Index and the Feedback Coefficients of Constructed System," *Trans. of SICE*, Vol. 8, No. 2, pp. 227-235, 1971.

[5] N. Kawasaki, E. Shimemura, "A Method for Deciding Weighting Matrices in a Linear Quadratic Regulator Problem to Locate all Poles in the Specified Region," *Trans. of SICE*, Vol. 17, No. 3, pp. 335-342, 1980.

[6] T. Takeda, T. Kitamori, "An Algorithm for Determining the Weighting Matrices of the Quadratic Performance Function," *Trans. of SICE*, Vol. 17, No. 6, pp. 631-638, 1981.

[7] 金 鍾 植, *線形 制御시스템 工學*, 淸文閣, 1993.

[8] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

[9] C. L. Karr, E. J. Gentry, "Fuzzy Control of pH Using Genetic Algorithms," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 46-53, 1993.

[10] A. Homaifar, E. McCormick, "Simultaneous Design of Membership Functions and Rule Sets for Fuzzy Controllers Using Genetic Algorithms," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 129-139, 1995.

[11] D. Park, A. Kandel, G. Langholz, "Genetic-Based New Fuzzy Reasoning Models with Application to Fuzzy Control," *IEEE Trans. on System, Man, And Cybernetics*, Vol. 24, No. 1, pp. 39-47, 1994.

[12] R. B. Bell, K. J. Åström, "Dynamic models for boiler-turbine-alternators units : data logs and parameter estimation for a 160[MW] unit," *Report TFRT-3192*, Lund Institute of Technology, Sweden, 1987.

[13] W. H. Kwon, S. W. Kim, P. G. Park, E. K. Kim, "Design of a Boiler-Turbine Control System Using a Modified LQG/LTR Method," *Trans. of KIEE*, Vol. 39, No. 2, pp. 199-209, 1990.

◇저자소개◇

황현준 (黃現俊)

1969년 8월 20일생. 1992년 부산대학교 전기공학과 졸업. 1995년 부산대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 부산대학교 대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 포항 1 대학 전기과 전임강사.

정호성 (鄭浩誠)

1960년 1월 21일생. 1983년 부산대학교 전기공학과 졸업. 1985년 부산대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1997년 부산대학교 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1985년-1991년 포항종합제철 기술연구소 및 산업과학기술연구소 주임연구원. 현재 연암공업대학 전자과 부교수.