

## 자동차 차체 조립공정의 공차해석을 위한 부구조화 해석방법



김 주 호\*



장 민 호\*\*

### 1. 서 론

자동차 차체의 조립 공정에서 오차로 인한 부품의 변형이 빈번히 발생한다. 일한 변형은 최종 품질에 직접적인 영향을 주기 때문에 조립 공차 해석을 할 때 반드시 고려되어야 한다. 일반적으로 자동차 차체의 조립 공정은 150~200개의 단품이 200~300개의 스테이션을 통해 조립되는 복잡한 공정이고, 공차 해석을 하기 위해서 여러 가지 오차에 대한 반복적 계산이 필요하다. 이로 인해 해석할 자료의 양이 크고, 계산 시간이 많이 소요되므로 일반적인 FEM 프로그램을 이용하기에는 많은 어려움이 있다. 본 논문은 이러한 문제를 해결하기 위해서 조립에 관여하는 구조와 나머지 구조를 분류하여 정적 압축(static condensation) 하는 부구조화 해석 방법을 제안한다.

### 2. 자동차 차체 조립 공정

자동차 차체 조립 공정은 여러 단계의 조립 스테이션으로 이루어져 있으며 각 스테이션에서는 부품들이 추가되어 용접된다. 여기서 부품들은 형상 오차나 최근 위치에 오차로 인해 조립 치구에 의해 고정될 때, 변형이 발생하며, 이로 인하여 부품상의 용접 편차가 발생한다. 또한, 용접 후 조립품이 치구에서 이탈되면 spring back현상에 의해 추가적 변형을 하게 된다. 이 현상을 조립 치구에 부품을 올려놓는 place 단계, 부품을 고정시키는 clamp 단계, 부품을 용접하는 fasten 단계, 그리고 조립품을 치구에서 이탈시키는 release 단계로 구분 하며, 이를 PCFR 사이클이라고 한다. 부품의 형상 오차는 측정 스테이션에서 CMM 같은 장비를 통해 측정하는데, 이 작업도

\* 연세대학교 기계공학과, 박사과정

\*\* KIST CAD/CAM 연구센터, 선임연구원

PCFR 사이클로 모델링한다. 이 사이클은 place 단계, clamp 단계, measure 단계와 release 단계를 이루어지며, 이를 PCMR 사이클이라 한다. 조립공정은 연속된 PCFR/PCMR 사이클로 모델링된다<sup>1)~3)</sup>.

조립 공정이 진행됨에 따라 각 단계의 조립품에는 부품의 기하학적 구조가 반복적으로 나타나게 되어, 각 단계의 조립품의 강성 행렬에 중복된 부분이 생긴다. 중복된 부품의 자료량은 스테이션 수에 비례하여 증가한다. 예를 들어, 부품이 조립되어 10단계의 조립 스테이션을 거친다면, 모든 조립 스테이션을 해석하기 위해서는 첫 단계에서 조립된 부품의 동일한 구조에 대해 10번의 계산이 필요하다. 매 스테이션 마다 조립품의 강성 행렬을 만드는 대신 부품의 장도 중에서 조립에 관계하지 않는 자유도를 부구조화하여 각각의 스테이션의 계산에 이용하면, 동일한 구조를 반복하여 사용할 수 있다. 따라서 부구조화를 이용하면 다단계로 이루어진 조립 공정의 해석에 있어 계산 시간과 필요한 자료의 양을 줄일 수 있다.

### 3. 부구조화와 부구조 해석

부구조화(substructuring)는 한 그룹의 유한 요소를 단위 행렬 요소(superelement)로 줄여 다룸으로써 전체 구조를 작은 구조들로 나누는 작업을 말한다<sup>3), 4)</sup>. 부구조화의 목적은 구조해석의 계산에 필요한 자유도를 줄여 계산 속도를 빠르게 해주고, 제한된 시스템 자원을 이용하여 방대한 문제의 해석을 가능하게 하는데 있다.

구조 해석의 경우, 반복적으로 되풀이 되는 구조(예를 들어, 동일한 다리를 갖는 책상)에서 반복되는 형상 부분을 하나의 단위행렬 요소로 만들어 그 복사본을 이용함으로써 상당한 양의 계산 시간을 절약할 수 있다. 비선형 해석의 경우, 모델의 선형 부분을 부구조화 하여 equilibrium iteration에 반복적 계산이 필요없는 요소 행렬을 만들어 계산에서 제외시킴으로써 계산 속도를 빠르게 한다. 부구조화의 또 다른 목적은 방대한

해석 자료가 요구되는 경우, 전체 구조를 부구조화하여 시스템 지원의 크기에 맞게 자유도를 줄임으로써 제한된 시스템 자원을 활용하게 하는 것이다. 부구조 해석(substructure analysis)은 전체 구조를 부구조의 조립체로 생각하고 해를 구하는 것이다.

식(1)은 전체 구조를 부구조화하기 위해 힘-변형 관계식을 정적 압축한 식이다. 첨자 0을 정적 압축된 구조를 나타내고, 첨자 1은 나머지 구조를 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

첫번째 행렬식을 이용하면 다음 식을 얻는다.

$$u_0 = K_{00}^{-1}(f_0 - K_{01}u_1) \quad (2)$$

두번째 행렬식에 식(2)을 대입하면 다음과 같이 압축된 식을 얻는다.

$$(K_{11} - K_{10}K_{00}^{-1}K_{01})u_1 = f_1 - K_{10}K_{00}^{-1}f_0 \quad (3)$$

여기서, 전체 구조의 자유도가 100이고, 정적 압축된 구조의 자유도가 70이면, 식(2)의 자유도는 70이 되고 나머지 구조의 해가 구해지면 이 값을 단위 행렬 요소로 다루어 자유도가 30인 나머지 구조의 식(3)에 대입하여 전체 구조에 대한 해를 구한다. 이러한 부구조해석의 기본 개념은 다단계의 부구조화를 통해 매우 효과적으로 사용될 수 있다. 즉, 각 단계의 나머지 구조를 다시 부구조화하며 압축해 자유도를 원하는 크기로 줄여 나가는 것이 가능하다.

### 4. 자동차 차체 조립 공정의 부구조화 해석 방법

본 논문에서는 자동차 차체의 조립 오차 해석을 하기 위해 2단계 부구조화를 통한 부구조해석 방법을 이용하였다. 1차 부구조화는 전체 조립

공정에 대해 조립에 관여되지 않는 구조와 조립에 관여된 구조를 나머지 구조를 각 스테이션에 대해 조립에 관여된 구조와 조립에 관여되지 않는 구조로 부구조화하는 것이다. 이는 조립 스테이션의 PCFR 사이클 해석과 측정 스테이션의 PCMR 사이클 해석을 위해 두번 수행된다. 부구조화를 하여 부품 강성 행렬을 정적 압축하면 오차나 나머지 구조에 전파되는 특성을 나타내는 행렬을 얻는다. 이를 오차 전파 특성 행렬이라고 부르며, 이 행렬을 이용해 여러가지 오차에 대해 해석을 수행하였다. 또한, 조립품의 강성 행렬은 동일한 구조에 강성 행렬의 반쪽을 피하기 위해 부품의 강성 행렬을 향하였다. 그림 1은 2단계 부구조화 해석 방법을 계략적으로 보여준다. 단품 A, B, C가 2단계(A와 B조립되는 단계, A와 B의 조립품이 C와 조립되는 단계)를 통해 조립되는 공정이다.

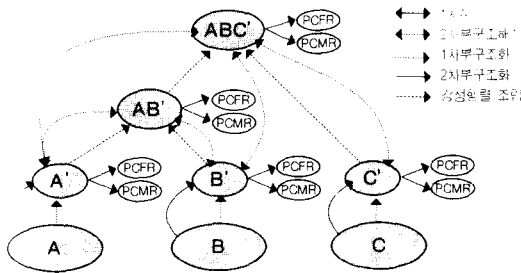


그림 1 2단계 부구조화 해석 방법

4.1 1차 부구조화 해석

1차 부구조화를 수행하기 위해서 각 부품의 강성 행렬의 2가지 형태의 자유도로 분류한다. Type a는 전체 조립 공정 중에서 구속되지 않는 자유도로서, 전체 조립 공정에서 항상 외력이 0이다. Type b는 전체 조립 공정 중에서 한번이라도 구속이 일어나는 자유도이다. Type b는 2단계 부구조 해석을 통해 값이 계산된다. 따라서 type b 자유도가 1단계 부구조를 구성하고, type a 자유도가 1단계 나머지 구조를 구성한다. 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_a \\ f_b \end{Bmatrix} \tag{4}$$

$f_a=0$ 이기 때문에, 식(4)를 정리하면, 변위  $u_a$ 는 다음 식과 같다.

$$u_a = Au_b$$

$$A \equiv -K_{aa}^{-1}K_{ab} \tag{5}$$

식(5)에서 행렬 A는 오차로 인해 type b 자유도의 변위 ( $u_b$ )가 type a 자유도의 변위 ( $u_a$ )에 전파되어 미치는 영향을 나타낸다. 행렬 A를 1단계 오차 전파 특성 행렬로 정의한다.

4.2 PCFR 시뮬레이션(2차 부구조화 해석)

특정 조립 스테이션에서의 용접점 편차를 구하는 조립 스테이션의 PCFR 시뮬레이션을 위해 1차 부구조의 자유도를 2가지 형태로 나누어 부구조화한다. Type 0은 치구나 용접봉에 의해 구속 받지 않는 자유도로서, 외력은 0이고 변위가 알려지지 않은 자유도이다. Type 1은 치공구, 용접봉에 의해 구속 받는 자유도로서, 변위는 알고 외력은 알려지지 않은 자유도이다.

이 구분에 따라 1단계 나머지 구조의 힘-변형 관계식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{Bmatrix} \tag{6}$$

$f_0=0$ 이기 때문에, 식(6)을 다시 정리하면 변위  $u_0$ 는 다음과 같다.

$$u_0 = Bu_1$$

$$B \equiv -K_{00}^{-1}K_{01} \tag{7}$$

식(7)에서 오차로 인해 발생된 type 1 자유도의 변위 ( $u_1$ )가 type 0 자유도의 변위 ( $u_0$ )에 전파되는 영향을 구할 수 있다. 행렬 B를 PCFR 시뮬레이션에서 오차 전파의 특성을 나타내는 행렬로

정의한다. Type 0 자유도의 변위 중에서 용접점에 해당되는 자유도의 변위는 용접점 위치 편차를 발생시킨다.

모든 형태의 자유도에 대한 해가 구해지면 식 (5)를 통해 1차 부구조화의 type b 자유도의 값을 계산하여, 부품의 전체 구조에 대한 해를 구한다.

#### 4.3 PCMR 시뮬레이션 (2단계 부구조화 해석)

특정 조립 단계에서 조립된 조립품 오차를 예측하는 측정 스테이션 PCMR 시뮬레이션을 수행하기 위해 1차 나머지 구조의 자유도를 3가지 경우로 나눈다. Type 0은 치공구나 용접에 의해 구속되지 않는 자유도로, 외력은 0이고 변위는 알려지지 않은 자유도이다. Type 1은 치공구에 의해 구속된 자유도로, 변위는 알려지고, 외력은 알려지지 않은 자유도이다. Type 2는 용접점에 해당되는 자유도로, 외력과 변위가 알려지지 않은 자유도이다.

이 구분에 따라 1단계 나머지 구조의 힘-변형 관계식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} & K_{02} \\ K_{10} & K_{11} & K_{12} \\ K_{20} & K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$f_0=0$ 이기 때문에 식 (8)을 다음과 같이 정리한다.

$$u_0 = Cu_1 + Du_2 \quad (9)$$

$$C \equiv -K_{00}^{-1}K_{01}, \quad D \equiv -K_{00}^{-1}K_{02}$$

$$f_2 = Eu_2 + Fu_1 \quad (10)$$

$$E \equiv K_{22} - K_{20}K_{00}^{-1}K_{02}$$

$$F \equiv -(K_{21} - K_{20}K_{00}^{-1}K_{01})$$

여기서, 행렬  $C, D, E, F$ 를 PCMR 시뮬레이션용 오차 전차 특성 행렬로 정의한다.

Type 2 자유도의 변위 ( $u_2$ )는 조립품에서 용접

점 구속 조건인 피처의 기하학적 적합성, 용접점 간의 기하학적 적합성과 힘-평형 조건을 이용해 구한다. 부품에 대한 식 (10)을 합쳐서 다음과 같이 조립품에 대한 식을 만든다.

$$F_{assy, 2} = D_{assy}U_{assy, 2} + E_{assy}U_{assy, 1} \quad (11)$$

$$F_{assy, 2} = \begin{pmatrix} f_2^a \\ f_2^b \\ f_2^c \\ f_2^d \end{pmatrix} \quad U_{assy, 2} = \begin{pmatrix} u_2^a \\ u_2^b \\ u_2^c \\ u_2^d \end{pmatrix} \quad U_{assy, 1} = \begin{pmatrix} u_1^a \\ u_1^b \\ u_1^c \\ u_1^d \end{pmatrix}$$

$$D_{assy} = \begin{bmatrix} D^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D^d \end{bmatrix} \quad E_{assy} = \begin{bmatrix} E^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E^d \end{bmatrix}$$

식 (11)은 조립품이 4개의 부품으로 구성된다 고 가정한 식으로, 위 첨자는 조립품을 구성하는 부품 (a, b, c, d)을 나타낸다.

부품 a의 자유도  $n$ 과 부품 b의 자유도  $m$ 이 용접 되면, 기하학적 적합성과 힘-평형 조건은 식 (12), (13)과 같다.

$$\delta_{2,n}^a + u_{2,n}^a - \delta_{2,m}^b - u_{2,m}^b = \lambda \quad (12)$$

$$f_{2,n}^a + f_{2,m}^b = 0 \quad (13)$$

이와 같이 용접점 구속 조건을 나타내는 식을 행렬식으로 나타내기 위해, 힘-평형 관계를 나타내는 계수 행렬과 기하학적 적합성을 나타내는 용접점 편차 계수 행렬을 각각  $C_f, C_r$ 로 정의하면, 조립품의 조립 구속 조건의 행렬식은 식 (14), (15)와 같다.

$$C_f F_{assy, 2} = 0 \quad (14)$$

$$C_r U_{assy, 2} = \Lambda \quad (15)$$

행렬 식 (11)과 (14), (15)를 정리하면 다음과 같은 식을 만든다.

$$\begin{Bmatrix} C_I D_{assy} \\ C_R \end{Bmatrix} U_{assy,2} = \begin{Bmatrix} -C_I E_{assy} U_{assy,1} \\ \Lambda \end{Bmatrix} \quad (16)$$

이 식에서, 조립품의  $U_{assy,2}$ 을 구하여, 각 부품의  $u_2$ 를 구한다. 이렇게 구한  $u_2$ 와 이미 알고 있는  $u_1$ 을 이용하여, 식(9)를 통해  $u_0$ 에 대한 해를 구한다. 이 해를 식(5)에 대입하여 type b 자유도의 값을 계산한다.

### 5. 자동차 차체 조립 시뮬레이션 시스템의 개발을 통한 적용 사례

#### 5.1 시스템 구조

자동차 차체의 조립 공정을 대상으로 부구조 해석 방법을 이용한 조립 오차 시뮬레이션 시스템을 개발하였다. 본 시스템은 그림 2에서 같이 크게 3가지 모듈로 구성되어 있다. 각 각의 모듈은 조립 공정 정보(부품간 구성 관계, 조립 순서 및 방법)를 입력하는 모듈(assembly process editor), 공정 정보에 따라 부품의 강성 행렬에서 오차 전파 특성 행렬을 구하는 모듈(assembly process compiler)과 다양한 오차에 대해 조립된 차체의 치수에 미치는 영향을 구하는 핵심 모듈(assembly variation analysis)이다. 부품 정보와 공정 정보를 받아들여 해석하고자 하는 조립 공정을 정의하고, 정의된 공정에 따라 다양한 오차 원인에 대해 조립오차 시뮬레이션 해석을 수행한다. 해석 결과를 이용하여 단품 형상 및 치구 위치 오차가 최종 조립품의 치수 오차에 미치는 영향을 구한다.

#### 5.2 적용사례

해석 대상은 승용차의 앞 유리와 window brush 등이 조립되어 hood 부분에 올려지는

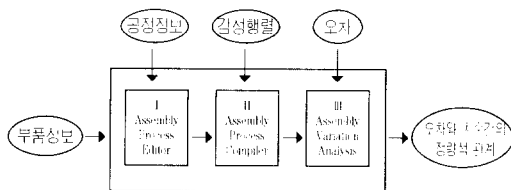


그림 2 조립 오차 시뮬레이션 시스템의 구조

dash upper 패널이다. 해석 목적은 window brush mounting hole에 발생된 오차의 원인을 찾는 것이다. 그림 3은 window brush mounting hole (M/H. LH와 M/H RH)의 위치를 보여준다. 조립 공정도 그림 4와 같다.

약 120개의 치공구에 대해 140개의 치공구 오차와 8개의 부품에 대해 주로 용접 플랜지 부분에 25개의 부품 오차를 주어 mounting hole에 오차를 많이 발생시키는 원인을 찾아 보았다. 그림 5

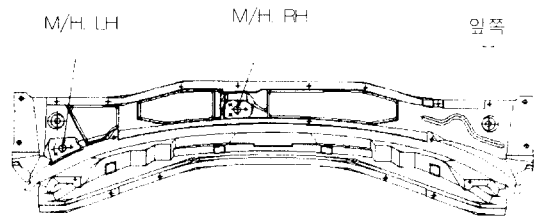


그림 3 Window brush mounting hole의 위치

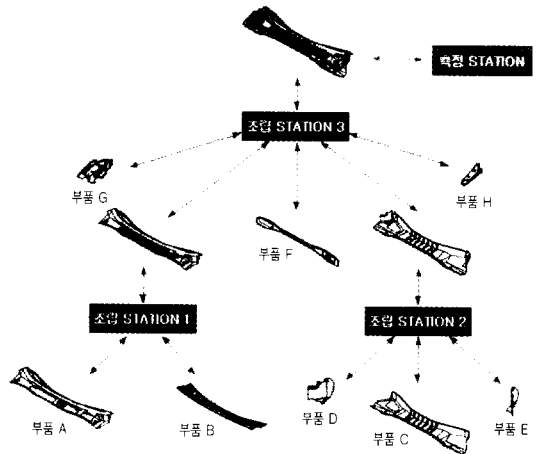


그림 4 조립 공정도

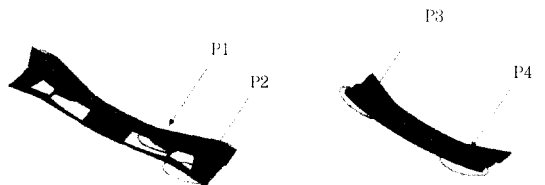


그림 5 부품 오차

는 Mounting Hole Position의 오차에 가장 많은 영향을 주는 4가지 부품 오차를 표시하였다.

5.3 해석경과

전체 해석 결과 중 오른쪽 mounting hole position에 가장 큰 영향을 미치는 오차 원인을 정리해 표 1과 같이 나타내었다.

표 1에서 어두운 네모는 각 mounting hole에 대해 오차의 영향이 가장 크게 나타난 부분이다. 오른쪽 mounting hole의 오차에 가장 큰 영향을 주는 오차 원인은 그림 5에 나와 있는 'P3' 부분의 Z방향 오차이다. mounting hole에 발생된 가장 큰 오차는 -0.84도인데, 이 경우 mounting hole에 window brush가 조립된다면, 약 6-7mm의 오차가 발생된다. 그림 6은 이 경우의 해석 결과를 그림으로 보여준다.

전체 해석결과를 분석해 보면, 이 조립품은 조립될수록 오차의 정도가 점차적으로 줄어든다는 것과 왼쪽 mounting hole은 주로 공구의 오차에 영향을 받고, 오른쪽 mounting hole은 주로 부품 오차에 영향을 받는 것으로 나타났다.

표 1 해석결과

\* part 오차 : 그림 6, Z+1mm

오차	X	Y	Z	Rot X	Rot Y	Rot Z
Part 1	0.05	0.02	-0.20	0.10	0.41	0.12
Part 2	-0.00	-0.00	-0.01	0.01	0.01	0.01
Part 3	-0.12	-0.00	-0.00	-0.04	<b>-0.84</b>	0.05
Part 4	-0.05	-0.02	0.20	-0.10	-0.41	-0.12

M/H RH(right hand mounting hole) (단위:mm, degree)

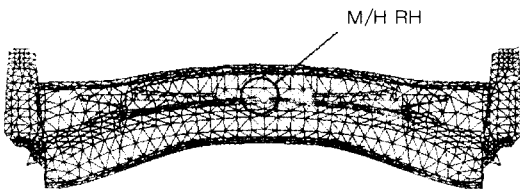


그림 6 해석 결과

6. 결론 및 향후 연구 과제

본 논문에서는 2단계 부구조화 방법을 제시하였고, 이 방법을 이용한 자동차 차체의 조립 오차 시뮬레이션 시스템을 통해 dash upper 패널의 window brush mounting hole에 발생된 오차의 원인을 찾는데 적용하였다. 2단계 부구조 해석 방법을 통해 부품의 강성 행렬을 압축하여 해석 자료의 크기와 계산 시간을 줄임으로써, 복잡한 자동차 차체 조립 공정의 공차해석의 문제점을 해결하였다. 부구조화를 통해 오차 전파 특성을 나타내는 행렬을 정의하였고, 이를 이용하여 다양한 오차의 경우에 대해 효과적 해석을 할 수 있는 방법을 제시하였다. 또한, 조립품의 강성행렬을 부품의 강성행렬도 조립하여 만들어, 반복된 구조의 자료 중복을 피하였다.

본 시스템을 통해 얻을 수 있는 오차 해석 결과를 설계 단계에서 공차 설계와 설계의 비교, 생산 단계에서 오차 진단에 이용하기 위한 연구가 진행 중에 있다. 설계 단계에서 조립품에서 오차가 전파되는 특성을 시뮬레이션함으로써, 부품의 허용 공차나 조립 공정에 사용되는 치공구의 허용 공차를 할당하는 기준을 마련할 수 있다. 여러 설계 대안을 시뮬레이션하여 비교할 수 있다. 또한 제품의 오차가 발행하였을 때, 오차의 원인을 찾는 오차 진단에 이용할 수 있다.

참고 문헌

1. Chang, M., *Modeling the Assembly of Compliant, Non-ideal Parts*, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1996, pp.11~72
2. Chang, M. and Gossard, D.C., "Modeling the Assembly of Compliant, Non-ideal Parts", *Jnl of Computer-Aided Design*, Vol. 27, No. 1, 1997, pp.1~8
3. 김주호, 장민호, "자동차 차체의 공차 설계를

- 위한 조립 시뮬레이션 시스템 개발", 한국 CAD/CAM 학회 학술발표회 논문집, 1998, PP.265~271
4. Long, J. and Hu, J., "A unified model for variation simulation of sheet metal assemblies", *Proceedings of 5th CIPR International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, Toronto, Ontario, Canada, 1997, pp.149~160
  5. Sellen, E. and Riviere, A., "Tolerance analysis of deformable assemblies", *Proceedings of DETC 98; 1998 ASME Design Engineering Technical Conference*, Atlanta, GA, U.S.A., 1998
  6. Bathe, K. J., *Finite element procedured in engineering analysis*, Prentice-Hall Unc, New Jersey, 1982, pp.114~193, pp.432~498 