

# 건물의 진동제어를 위한 LQG제어기

## LQG Controller for the Vibration Control of Building Structures

민 경 원\*  
Min, Kyung-Won

이 성 경\*\*  
Lee, Sung-Kyung

### 요 지

지진력을 받는 건물의 응답을 능동적으로 제어하기 위해서는 건물의 응답을 측정하고, 이것을 바탕으로 제어력을 산정하여야 한다. 제어력의 산정 방법에는 여러 제어 알고리즘이 적용이 될 수 있는데, 2차 성능지수를 이용하는 LQ제어는 해석의 용이함과 제어의 효율성으로 인하여 널리 쓰이고 있다. 그러나, LQ제어에는 실시간으로 계측이 된 건물의 지반과의 상대 변위 및 속도를 필요로 하나 이러한 상태 변수를 계측하기가 매우 어려워 건물의 제어를 위한 적용에 한계가 있다. 따라서, 계측이 용이한 건물의 절대 가속도를 바탕으로 관측기를 이용하여 상태 변수를 추정하여 제어력을 산정하는 LQG 제어 알고리즘이 지진력을 받는 건물에 대한 실용적인 알고리즘이 될 수 있다. 본 연구에서는 이러한 LQG 알고리즘의 성능을 검증하기 위하여 능동제어추진기가 설치된 축소 1층 모형에 대한 해석 및 실험을 수행하였으며, 그 결과 LQG 알고리즘의 제어 효율을 확인할 수 있었다.

핵심용어 : LQG, 능동제어추진기, 피드백, 진동제어

### Abstract

To control the motion of building structures under earthquakes, their response should be measured first by various sensors and transformed into the control forces using some control algorithms. Of many control algorithms, linear quadratic control is widely used as it is easy to analyze and also efficient to control. However, the algorithm has the disadvantage that it needs the real-time measurements of all state variables (i.e., building's displacements and velocities), which are difficult to achieve for the building structures under earthquakes. Thus, practical algorithms employing output feedback are developed. In this paper LQG algorithm is used for the control of the building model with an active mass driver. The building's acceleration is used to obtain the control gain and the Kalman filter gain. The LQG control strategy is verified with the experimental study on the one-story building model equipped with the active mass driver. This paper demonstrates experimentally and analytically the efficacy of the LQG algorithm based on the active mass driver system in reducing the response of seismically excited buildings.

*Keywords : LQG, AMD(active mass driver), feedback, vibration control*

## 1. 서 론

지진력을 받는 건물의 응답을 능동적으로 제어

하기 위해서는 센서를 이용하여 응답을 계측하여야 한다. 이렇게 계측된 응답은 다양한 제어 알고리즘과 제어기에 의하여 제어력으로 변환이 되

\* 정회원·인천대학교 건축공학과, 교수  
\*\* 인천대학교 건축공학과, 연구원

• 이 논문에 대한 토론을 1999년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1999년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

어 건물의 응답을 제어하게 된다. 여러 제어 알고리즘 중에서 LQ (linear quadratic) 제어는 2차 성능지수를 최적화하여 제어계인을 산정하는 방법으로 제어의 안정성이 보장된다는 장점이 있으나 실시간에서 건물의 모든 상태변수를 측정하여야 한다는 불편함이 따른다. 또한, 상태변수인 건물의 변위와 속도에는 지진력이 가해지는 지반의 거동이 포함되어 있기 때문에, 지진력에 의한 건물의 순수한 상태변위와 속도를 계측하기가 매우 어렵다<sup>1),2)</sup>. 따라서, 이와 같은 제약에 대한 대안으로 건물의 시스템이 안정하고 응답의 계측이 가능할 때에 관측기(observer)를 이용하여 출력 피드백 제어시스템을 설계하는 칼만 필터(Kalman filter)<sup>3),4)</sup> 제어 알고리즘을 적용할 수가 있다. 출력으로는 지반과의 상대응답이 아닌 절대응답인 건물의 가속도를 이용하며, 관측기인 칼만 필터를 사용하여 상태변수를 추정하는 것이다. 그러나 위의 연구 결과는<sup>1),2)</sup> 전달함수를 이용한  $H_2$  알고리즘을 적용한 것이며 제어기로 유압식 장치와 텐던(tendon) 장치를 사용한 것이다.

본 연구에서 논의되는 LQG (Linear Quadratic Gaussian) 알고리즘은 관측기에 의한 상태변수 추정과 LQ 제어에 따른 최적의 제어력 산정을 할 수 있다는 장점이 있으므로 고주파수의 특성을 가지는 기계 장치 등의 입력된 거동을 표현하기 위하여 적용이 되어 그 효용성이 입증되었으나, 저주파수 특성을 가지는 건물같은 대형 구조물의 지진에 대한 응답을 감소시켜 주기 위한 적용으로는 연구 결과가 미비한 상태이다. 본 연구에서는 측정된 건물의 가속도 응답을 관측기로 상태변수를 유도하고 최적의 제어력을 산정하는 LQG 알고리즘을 지진을 받는 건물에 적용하여 제어 성능을 입증하는 데 목적이 있다. 입증 방법으로는 단자유도계 건물 모형에 제어력을 구현하는 능동질량추진기(Active Mass Driver, 이하 AMD라 함.)를 설치하고 지반에 지진을 가하는 실험을 수행하기로 하며, 이러한 일련의 신호처리 흐름이 실시간으로 이루어질 수 있도록 적합한 제어 시스템을 구성하기로 한다.

## 2. 해석 및 실험모델

본 연구에서 적용되는 해석 및 실험모델은 다음 그림 1과 같은 1층 전단형 건물모델이다.  $M$ 과  $m$ 은 각각 슬래브와 AMD의 왕복운동하는 질량체의 질량을,  $\ddot{X}_0$ ,  $\dot{X}_1$ ,  $\dot{X}_2$ 은 각각 지반, 건물, AMD의 질량체에 설치한 가속도계 센서로부터 측정된 절대가속도를,  $k$ 와  $c$ 는 각각 건물모델의 강성과 감쇠상수를,  $f$ 는 건물에 가해지는 제어력을 나타낸다. 건물 슬래브에 설치된 가속도계로부터 제어력을 산정하여 가진기에 제어력을 발생시키는 시스템으로써, 해석의 편의상 제어력과 건물의 상호작용은 무시하기로 한다.

그림 1과 같은 모델에 대한 운동방정식은 다음과 같은 미분방정식으로 표현된다.

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -M\ddot{X}_0 - f \quad (1)$$

위 식(1)에서  $x = X_1 - X_0$ 는 건물과 지반의 상대변위를 나타낸다.

(1)식으로부터, 상태변수  $z = [x, \dot{x}]^T$ 를 정의하면, 다음과 같은 상태방정식으로 변환된다.

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bf(t) + \Gamma\ddot{X}_0(t) \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{M} & -\frac{c}{M} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

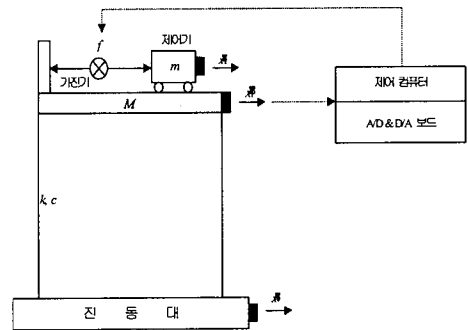


그림 1 해석 및 실험 모델

AC 서보모터로 구동이 되는 제어기인 AMD는 LQG알고리즘에 의해 제어력  $f$ 에 해당되는 신호를 받아 질량체를 왕복운동시키게 되어 건물에 제어력을 가하게 된다<sup>5)</sup>.

### 3. 시스템 식별

제어시스템 설계시 가장 중요한 요소중의 하나는 구조물의 수학적인 모델을 정확히 구하는 시스템식별(system identification)이다. 그러한 수학적인 모델을 구하는 과정은 첫째, 입력과 출력으로부터 구조물의 전달함수를 측정하고 둘째, 측정한 전달함수를 라플라스 변수  $s$ 로 표현된 분모, 분자의 다항식의 비로써 나타내고, 마지막으로 다항식의 비로써 표현된 전달함수를 상태방정식으로 표현하는 것이다<sup>1), 2)</sup>.

전달함수는 다음식 (4)와 같이 두개의 신호인 입력  $u(t)$ 와 출력  $y(t)$ 를 측정해서, 입력과 출력 두 신호의 교차스펙트럼 밀도(cross-spectral density),  $S_{uy}$ 를 입력신호의 자기스펙트럼 밀도(autospectral density),  $S_{uu}$ 로 나눈 것이다.

$$H_{yu}(j\omega) = \frac{S_{uy}(\omega)}{S_{uu}(\omega)} \quad (4)$$

그러나, 실험으로 구한 전달함수는 불연속 시간 데이터로부터 결정된다. 즉, 규정한 시스템의 입력과 출력에 대한 연속시간 이력은 일정시간동안  $T$ 초 시간간격으로 A/D변환기를 통해서  $N$ 개씩 측정함으로써,  $u(nT)$ ,  $y(nT)$ 로 표현되며 ( $n=1, 2, \dots, N$ ) 식 (4)의 전달함수는 다음 식 (5)와 같이 표현된다.

$$H_{yu}(jk\Omega) = \frac{S_{uy}(k\Omega)}{S_{uu}(k\Omega)} \quad (5)$$

위 (5)식에서,  $k=0, 1, \dots, N-1$ ,  $\Omega=\omega_s/N$ ,  $\omega_s$ =샘플링 주파수이다.

실제로 (5)식과 같은  $N$ 개의 샘플을 1회 측정 한 결과는 (4)식의 전달함수를 정확히 묘사하지

못하기 때문에, 더 좋은 전달함수를 얻기 위해서는 동일한  $N$ 개의 샘플을 여러 번 측정한 스펙트럼 밀도를 평균화하면 된다. 입력과 출력을 각각  $M$ 회 측정했을 때의 스펙트럼 밀도와 평균화된 전달함수는 다음 식 (6), (7)과 같다.

$$\bar{S}_{uu}(k\Omega) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M S_{uu}^i(k\Omega) \quad (6)$$

$$\bar{S}_{uy}(k\Omega) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M S_{uy}^i(k\Omega) \quad (7)$$

본 연구에서는 그림 1에서와 같은 1층 건물모델의 전달함수를 구하기 위하여 진동대 입력,  $u(t)$ 으로 25Hz까지의 진동수 성분이 골고루 포함된 무작위 파를 사용했으며, 출력,  $y(t)$ 는 건물모델 1층의 절대가속도응답을 측정하였다. 샘플링 간격  $T=0.02$ 초로 하였으며, 측정횟수  $M=20$ 회로 구한 전달함수는 다음 그림 2와 같다. 또한 Matlab 프로그램을 이용하여 이러한 실험데이터의 전달함수를 해석적으로 구하였다. 이러한 결과는 그림 2에 나타나 있다.

위 (6)식에서  $S^i$ 는  $i$ 번째 샘플 집합의 스펙트럼 밀도를 나타낸다.

다음 식 (8)은 식으로 표현한 전달함수를 변환하여 건물모델의 시스템행렬 즉, (3)식의 행렬을 의미한다.

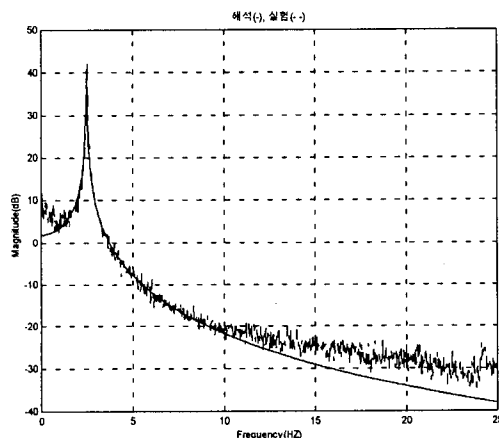


그림 2 전달함수 비교

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -250.73 & -0.1768 \end{bmatrix} \quad (8)$$

#### 4. LQG 제어기 설계

LQG 제어기는 그림 3에서와 같이 상태변수 추정을 위한 칼만 필터와 이러한 상태 변수를 바탕으로 최적의 제어력을 산정하는 LQ제어를 결합한 것이다. LQ제어를 위해서는 건물의 모든 상태변수 즉 변위와 속도를 알아야 하지만 그림 1에서와 같은 모델에서 지반과의 상태변위와 속도를 측정하는 것은 현실적이지 못하다. 따라서 1층에 설치한 가속도 센서를 측정된 절대 가속도를 이용하여 상태변수를 추정하고 LQ제어에 사용하는 것이다.

위 그림에서  $\ddot{X}_0(t)$ 는 외란으로 지진입력,  $v(t)$ 는 센서로 측정할 때에 포함되는 잡음,  $y(t)$ 는 가속도 응답,  $\hat{z}(t)$ 는 가속도 응답을 바탕으로 산정된 상태추정벡터, 그리고  $f(t)$ 는 건물에 가해지는 제어력을 의미한다.

가속도계를 통하여 측정된 가속도 응답  $y(t)$ 의 출력방정식은 다음과 같다.

$$y(t) = Cz(t) + Df(t) + v(t) \quad (9)$$

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{k}{M} & -\frac{c}{M} \end{bmatrix}, D = -\frac{1}{M} \quad (10)$$

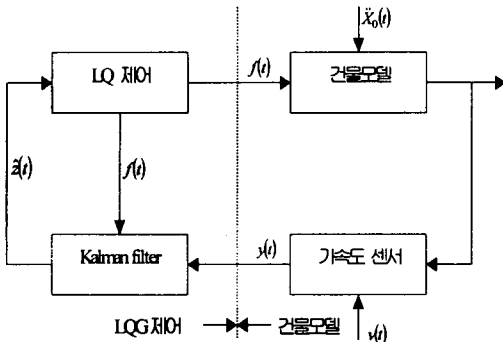


그림 3 LQG제어시스템의 구조

다음과 같이 칼만 필터 게인  $L$ 을 이용하여 실제 상태벡터  $z(t)$ 를 추정한 상태추정벡터  $\hat{z}(t)$ 를 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}(t) = & A\hat{z}(t) + Bf(t) + L[y(t) \\ & - C\hat{z}(t) - Df(t)] \end{aligned} \quad (11)$$

(2), (11)식으로부터 상태벡터의 오차인  $\tilde{z}(t) = z(t) - \hat{z}(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\tilde{z}}(t) = (A - LC)\tilde{z}(t) + \Gamma\ddot{X}_0(t) - Lv(t) \quad (12)$$

필터 게인  $L$ 을 구하기 위하여 다음과 같은 오차분산의 성능지수  $J_0$ 를 설정하고 이것을 최소화하여  $L$ 을 산정한다.

$$J_0 = E[\tilde{z}^T(t) \cdot \tilde{z}(t)] \quad (13)$$

위 오차분산을 간략히 하기 위하여 외란 그리고 센서잡음이 서로 비 상관되어 있다고 가정하며 각각의 평균이 0이며 분산이  $Q_0$ 와  $R_0$ 인 백색 잡음이다<sup>4)</sup>.

앞에서 규정한 확률적인 가정하에서, 위의 성능지수를 최소화 시키는 최적 필터게인행렬은

$$L = GC^T R_0^{-1} \quad (14)$$

이며,  $G$ 는 다음과 같은 대수 Riccati 방정식에서 구할 수 있다.

$$AG + GA^T + \Gamma Q_0 \Gamma^T - GC^T R_0^{-1} CG = 0 \quad (15)$$

위와 같이 필터 게인  $L$ 을 산정하여 상태추정벡터  $\hat{z}(t)$ 를 식 (11)을 통하여 구할 수 있으며  $\hat{z}(t)$ 와 제어력 벡터  $f(t)$ 에 관한 2차 성능지수를 설정하여 제어 게인  $K$ 를 유도할 수 있다<sup>6)</sup>.

따라서 제어력 벡터  $f(t)$ 는 다음과 같이  $\hat{z}(t)$ 와  $K$ 를 이용하여 산정이 된다.

$$f = -K\hat{z}(t) \tag{16}$$

### 5. 해석 및 실험결과

본 연구에서는 4장에서 논한 LQG 제어를 설계하기 위해서 해석프로그램으로 Matlab<sup>®</sup>을 사용하였으며, LQG 제어 알고리즘을 실험으로 구현하기 위해서 LabView<sup>®</sup> 제어 프로그램을 이용하였다.

다음 그림 4와 같이 1층 철골조 건물 모형과 그 위에 LQG제어기로서 AMD를 설치하였다. 또한 이러한 모형은 진동대 위에 놓여져 지진과 같은 지반 운동에 따른 건물 응답의 제어 효과를 분석하도록 하였다.

우선 실험으로 구현한 칼만 필터가 시스템의 상태를 잘 추정하는 가를 알아보기 위해서 제어력이 없을 때를 해석과 실험결과를 비교하였다.

칼만 필터 게인  $L$ 을 얻기 위해서는 외란  $\ddot{X}_0(t)$  과 센서측정잡음  $v(t)$ 에 관계된 분산을 추정하여야 한다.

본 연구에서는 지진에 따른 LQG보상기의 설계 과정과 해석 및 실험 결과의 비교에 중점에 두었기 때문에, 또 다른 설계 변수인 외란과 센서 잡음의 분산의 변화에 따른 영향을 고려하지 않았다.

따라서, 외란으로는 1/20로 축소된 El Cento 지진을 이용하였고 센서 측정 잡음은 건물이 정지되어 있을 때 건물에 설치된 가속도계로 출력되는 값을 이용하였다.

이러한 외란과 센서측정잡음의 분산은 각각 6.

191 (cm/sec<sup>2</sup>)<sup>2</sup>과 5.2662 (cm/sec<sup>2</sup>)<sup>2</sup>였으며, 이로부터 구한 칼만 필터 게인 벡터는 다음과 같다.

$$L = \begin{bmatrix} -0.0616sec \\ -0.4750 \end{bmatrix} \tag{17}$$

위의 게인 벡터를 이용하여 해석한 추정응답은 다음 그림 5와 같다.

다음 그림 6은 게인 벡터를 제어프로그램인 LabView에 반영함으로써, 실험으로 측정한 추정응답이다.

다음 그림 5와 6을 비교해보면 해석결과 실험

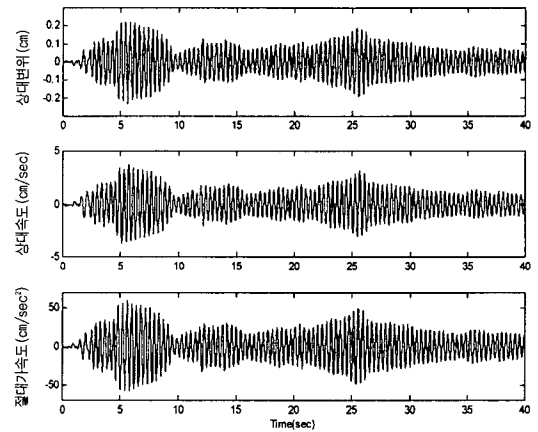


그림 5 제어프로그램으로 해석한 추정응답

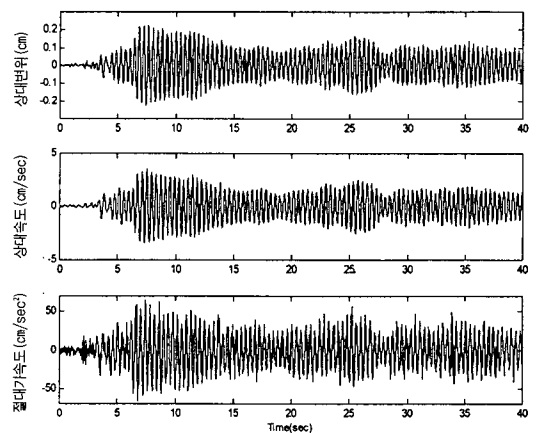


그림 6 실험으로 측정한 추정응답

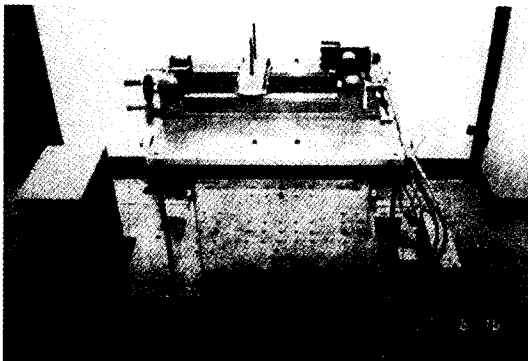


그림 4 실험 모델 전경

결과가 정확히 일치하지는 않으나 전반적인 형태는 비슷한 것임을 알 수 있다.

해석과 실험 결과의 오차는 시스템 식별 과정에서 오차, AMD의 진동 특성과 제어기와 건물의 상호 작용을 고려하지 않는 데에서의 오차, 그리고 실험에 이용된 장비에서의 오차 등이 누적된 것으로 판단된다.

또한 제어력 산정을 위한 게인 벡터  $K$ 를 구하기 위해서, 설계변수인  $Q$ 와  $R$ 을 각각 다음 식으로 하였으며

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R=100 \quad (18)$$

이 때의 게인 벡터는 다음과 같다.

$$K = [-0.0007kg/sec^2 \quad -0.0952kg/sec] \quad (19)$$

따라서, (17)식의 필터 게인 벡터  $L$ 과 (19)식의 제어 게인 벡터  $K$ 를 이용하여 LQG제어를 설계하고 1/20로 축소된 El Centro 지진에 따른 실험 결과는 다음과 같다.

다음 그림 7에서와 같이 LQG 알고리즘을 이용한 AMD의 제어 성능을 확인할 수 있다. 가속도의 제어성능보다는 상태변위 및 속도의 상태변수의 제어성능이 우수한 것을 시각적으로 알 수

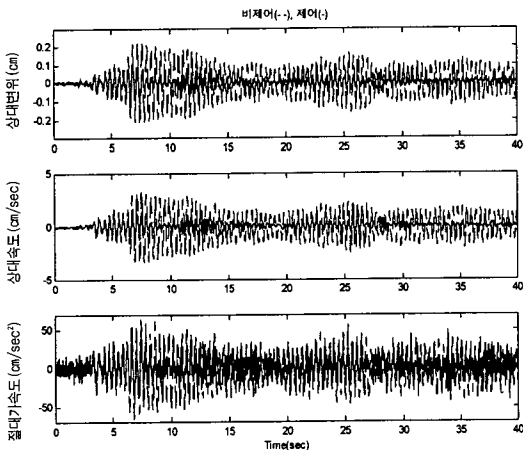


그림 7 LQG제어기에 따른 응답의 비교

있는데 이것은 LQ제어의 성능지수로 상태변수를 이용하였기 때문이다.

## 6. 결 론

측정이 용이한 가속도 센서로 얻어지는 건물의 가속도 응답을 관측기인 칼만 필터를 이용하여 상태변수를 추정하고 최적의 제어력을 설계하는 LQG 알고리즘을 지진을 받는 1층 건물의 진동 제어에 적용하였다. 제어기로는 질량체의 관성력을 이용하는 AMD를 적용하였으며 1층 건물 모형 위에 AMD를 설치하여 LQG 알고리즘의 제어 효과를 실험으로 구하여 해석 결과와 비교하였다. 이에 따른 결론과 추후 연구 방향은 다음과 같다.

1) LQG 알고리즘과 같은 제어 알고리즘을 실험 모델에 적용할 경우에는 실험 모델에 관한 시스템 식별 작업이 선행되어야 하며 이러한 작업이 정확도에 따라 제어의 효율이 변한다는 것을 알 수 있었다. 본 연구에서는 건물 모델의 시스템 식별 작업 시 AMD모터의 진동특성과 AMD와 건물과의 상호작용에 따른 영향을 고려하지 않아 이에 관한 오차가 있는 것으로 판단된다. 향후 AMD를 고려한 건물의 시스템과 AMD모터의 시스템식별 실험을 수행하여 제어시스템의 모델링을 정확히 규명하여 제어의 효율을 향상시키고자 한다.

2) LQG 알고리즘을 적용하여 상태변수인 건물의 상태변위와 속도를 실험과 해석으로 구한 결과 전반적인 응답의 형태가 비슷한 것으로 확인되어 관측기인 칼만 필터의 설계가 제대로 된 것임을 확인할 수 있었다.

3) 제어기인 AMD를 이용하여 제어력을 가하여 건물의 진동을 제어한 결과를 비제어 시의 응답과 비교한 결과, 제어 시의 최대 및 평균 변위, 속도, 가속도는 비제어 시 응답의 51%, 47%, 72%와 43%, 38%, 65%로 나타나 제어의 효과가 있는 것으로 판단되었다. 제어의 성능이 우수한 것을 알 수 있어 LQG 알고리즘을 적용한 제어기 설계의 타당성을 알 수 있었다.

4) 그러나 이상과 같은 해석 및 실험 결과는 LQG 제어이론에 바탕을 두고 있기 때문에 LQ 제어와 칼만 필터의 성능지수에 관련된 설계 변수를 시행착오적인 방법이나 가정을 통하여 적당히 선정할 수 밖에 없기 때문에 조직적인 설계방법이라고 하기에는 한계가 있다. 또한 모델링의 오차에 따른 제어의 안정성 및 강인성(robustness)을 고려할 수 없기 때문에 모델링 오차의 영향이 제어에 반영되어 있지 않아 제어의 안정성을 유지하기가 어렵다. 따라서 추후 과제로는 모델링 오차를 반영한 LQG 알고리즘을 적용하여 제어의 안정성과 강인성을 확보할 수 있는 제어 시스템을 연구할 예정이다.

### 감사의 글

이 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가 연구개발사업의 하나인 자연재해방재기술개발사업으로 수행된 것이며, 과학기술부 및 인천대학교와 유니스사업(주)의 연구비지원에 감사드립니다.

### 참고 문헌

1. S. J. Dyke, B. F. Spencer, Jr., P. Quast, D.C. Kaspari Jr., and M. K. Sain, "Implementation an AMD Using Acceleration Feedback Control", *Microcomputers in Civil Engineering: Special Issue on Active and Hybrid Structural Control*, to appear, 1995
2. S. J. Dyke, B. F. Spencer, Jr., P. Quast, M.K. Sain and D. C. Kaspari, Jr., and T.T. Soong, "Experimental Verification of Acceleration Feedback Control Strategies for an Active Tendon System", *Nat. Center for Earthquake Engrg. Res., Tech. Report NCEER-94-0024*, 1994
3. B. Shahian, M. hassul, "Control System Design using Matlab", Prentice-Hall Inc., 1993, pp.379~394
4. 김종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, 1998, pp.454~495
5. 민경원, 김두훈, 이성경, 황재승, "능동 제어 장치를 이용한 건물의 진동제어 (I):시스템 설계", 한국지진공학회 논문집, 제2권 제4호 (통권 제8호), 1998, pp.87~94
6. 민경원, 김두훈, 이성경, 황재승, "능동 제어 장치를 이용한 건물의 진동제어 (II):진동대 실험", 한국지진공학회 논문집, 제2권 제4호 (통권 제8호), 1998, pp.95~101
7. D.N. Burghes, A. Graham, "Introduction to Control Theory, Including Optimal Control", John Wiley & Sons, 1980, pp.233~240
8. 이규석, "LQG/LTR 기법을 이용한 2차원 구조물 플러터의 능동제어", 서울대학교 대학원 토목공학과 공학석사학위논문, 1997
9. MathWorks Inc., "MATLAB for Windows User's Guide", MathWorks, 1992
10. Lisa K. Wells, "LabVIEW-Student Edition User's Guide", Prentice Hall, 1995

(접수일자 : 1999. 4. 19)