

주기파의 최대 처오름높이에 관한 연구 A Study of Maximum Run-up Heights of Periodic Waves

조 용 식* / 이 봉 희** / 윤 태 훈***
Cho, Yong Sik / Lee, Bong Hee / Yoon, Tae Hoon

Abstract

The maximum run-up heights of periodic waves are numerically investigated in this study. Incident waves are sinusoidal and cnoidal waves. The maximum run-up height of cnoidal wave approaches that of sinusoidal wave as the wave length decreases, while it approaches that of solitary wave as the wave length increases. If wave height is fixed, the maximum run-up heights of cnoidal waves are always greater than those of sinusoidal waves but smaller than those of solitary waves.

keywords: run-up height, sinusoidal wave, cnoidal wave, boundary integral equation method

요 지

본 연구에서는 정현파와 크노이드파를 입사파로 이용하여 주기파의 최대 처오름높이를 수치해석하였다. 크노이드파의 최대 처오름높이는 파장이 매우 짧아지면 정현파의 처오름높이에 접근하며, 파장이 길어지면 고립파의 처오름높이와 유사한 성질을 갖는다. 동일한 파고로 입사할 경우, 크노이드파의 최대 처오름높이는 정현파의 처오름높이보다는 항상 큰 반면에, 고립파의 처오름높이보다는 항상 작다는 것을 보였다.

핵심용어 : 처오름높이, 정현파, 크노이드파, 경계요소법

* 세종대학교 공과대학 토목환경공학과 조교수 및 수운산업연구소 연구소장
Assistant Professor, Department of Civil and Environmental Engineering and the Institute of Waterway Industry, Sejong University, Seoul 143-747, yscho@sejong.ac.kr

** 건설교통부 한강홍수통제소 조사과장
Director, Han River Flood Control Center, Ministry of Construction and Transportation,

*** 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수
Professor, Department of Civil Engineering, Seoul 133 791, Hanyang University

1. 서론

심해에서 생성된 파랑이 수심이 상대적으로 얇은 해안선근처로 전파해오면 지형적인 영향으로 파랑의 특성이 변하게 된다. 따라서, 해안선근처에서 방조제, 방파제 및 연안 구조물을 건설하기 위해서는 파랑의 특성을 해석하여 이를 고려하여 설계를 해야 한다. 일반적으로 바람에 의해 생성된 파랑이나 지진해일 또는 조석 등은 단일파로 존재하지 않고 일정한 주기를 갖고 반복하는 주기파의 형태로 존재한다. 본 연구는 조와 이 (1997)의 연구를 확장하여 정현파 (sinusoidal wave)와 크노이드파 (cnoidal wave)를 이용하여 주기파의 최대 처오름높이에 대하여 조사하였다.

일반적으로 크노이드파는 수리모형실험 뿐만 아니라 수치모형실험에서도 발생시키기가 쉽지 않을 뿐만 아니라 발생시키더라도 전파과정에서의 끊임없는 변화때문에 초기의 특성, 즉 파형과 파고 등을 간직하는 것이 쉽지 않다. 따라서, 크노이드파 등과 같은 주기파를 이용한 최대 처오름높이의 연구는 단일파의 연구에 비하여 많지 않다.

Kaplan (1955)은 수리모형실험을 통해 정현파의 최대 처오름높이를 산정하는 실험공식을 제안하였으며, Keller와 Keller (1964) 및 Goto와 Shuto (1983)는 선형이론을 이용하여 정현파의 처오름높이를 해석적으로 계산하였다. 최근에 Fujima (Liu 등, 1994)는 너비 7m, 길이 11m의 수조에서 정현파를 이용하여 원형섬에서의 최대 처오름높이를 관측하였다.

크노이드파의 처오름높이에 관한 수리모형실험은 Ohyama (1987)와 Synolakis 등 (1988)에 의해 수행되었다. Ohyama는 길이 17m, 너비 0.4m, 깊이 0.2m인 수로에서 해안경사가 30°, 45° 및 60°일 때 무차원주기가 12, 14, 16인 크노이드파의 최대 처오름높이를 관측하였다. Synolakis 등 (1988)은 또한 길이 40m, 너비 20m인 수조에서 파고 0.027-0.1m, 파장 8-100m인 크노이드파의 최대 처오름높이를 관측하였다. 이들은 크노이드파의 최대 처오름높이에 관한 수리실험을 수행한 후 근사 해법에 의해 해석적으로 계산된 처오름높이와 비교하였다. Ohyama (1987)와 Liu와 Cho (1994)는 경계요소법을 이용하여 급경사에서의 크노이드파의 처오름높이를 연구하였다. Ohyama는 경계요소법을 이용하여 처오름높이를 계산한 후 수리모형실험의 결과와 비교하였으며, Liu와 Cho는 Ohyama (1987) 및 Synolakis 등 (1988)의 수리모

형실험과 동일한 조건을 이용하여 크노이드파의 최대 처오름높이를 경계요소법으로 계산하였으며, 계산결과 는 수리실험의 관측치와 매우 잘 일치하는 것으로 보고되었다.

본 논문에서는 먼저 수리모형실험, 해석적 방법 및 수치모형에 의한 주기파의 처오름높이 산정에 관한 기존의 연구를 조사한 후, 정현파 및 크노이드파의 최대 처오름높이를 경계요소법과 유한차분법으로 산정한다. 다음 장에서는 비선형 천수방정식을 유한차분법으로 해석하여 정현파의 처오름높이를 계산하여 기존의 연구결과와 비교분석한다. 제3장에서는 경계요소법을 이용하여 크노이드파의 처오름높이를 계산한다. 제4장에서는 계산된 주기파의 최대 처오름높이를 비교하며, 마지막으로 제5장에서는 결론을 기술한다.

2. 정현파의 처오름높이

본 연구에서는 다음과 같은 무차원변수를 사용하여 주기파의 최대 처오름높이에 대하여 조사한다.

$$t = t' \sqrt{g/h'}, \quad (x, z) = (x', z') \frac{1}{h'}, \quad (1)$$

$$(\zeta, H, R) = (\zeta', H', R') \frac{1}{h'}$$

식 (1)에서 ζ 는 자유수면변위, H 는 파고, R 은 최대 처오름높이, h 는 수심을 나타낸다. 본 연구의 결과는 모두 식 (1)을 이용하여 무차원화한 것이다.

선형이론에 근거한 비교적 단순한 해안지형에서의 최대 처오름높이에 관한 연구는 정현파를 이용하여 수행되어 왔다. 수리모형실험을 통해 지진해일의 처오름높이를 연구하는 과정에서 Kaplan (1955)은 매우 완만한 지형에서의 주기파의 최대 처오름높이를 산정하는 식 (2)와 같은 실험식을 제안하였다.

$$R = 0.381 H \left(\frac{H}{L} \right)^{-0.316}, \quad \theta = 1.91^\circ \quad (2)$$

$$R = 0.206 H \left(\frac{H}{L} \right)^{-0.315}, \quad \theta = 0.95^\circ$$

식 (2)에서 L 은 입사파의 파장을 의미하며, θ 는 해안경사각이다.

Keller와 Keller (1964) 및 Goto와 Shuto (1983)는 선형이론을 이용하여 일정한 경사면에서 정현파의 최대 처오름높이를 계산하는 식 (3)을 제안하였다.

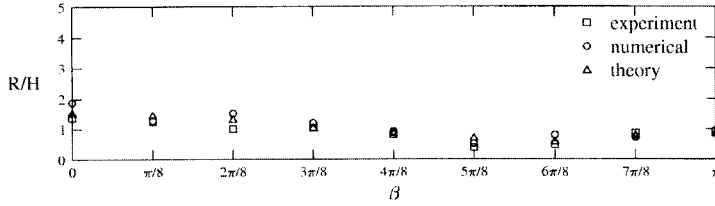


Fig. 1. Comparison of normalized run-up heights of periodic waves

$$R = H [J_0^2(\nu) + J_1^2(\nu)]^{-1/2} \quad (3)$$

식 (3)에서 J_0 과 J_1 는 각각 제1종 0차 및 1차 Bessel 함수를 나타내며, ν 는 식 (4)와 같다.

$$\nu = \frac{4\pi h}{L} \cot \theta \quad (4)$$

식 (3)의 Bessel 함수는 식 (4)를 이용하여 다음과 같이 근사적으로 표현할 수 있다.

$$J_0(\nu) = 1 - \frac{\nu^2}{2^2} + \frac{\nu^4}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{\nu^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \dots$$

$$J_1(\nu) = \frac{\nu}{2} - \frac{\nu^3}{2^2 \cdot 4} + \frac{\nu^5}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6} - \frac{\nu^7}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8} \dots \quad (5)$$

선형 천수이론에 근거하여 2차원 경사지형에서의 수심의 변화에 따른 파고의 변화를 나타내는 Green의 법칙(Green's law)은 식 (6)과 같다.

$$H = H_0 \left(\frac{h_0}{h} \right)^{1/4} \quad (6)$$

식 (6)에서 H_0 와 h_0 는 각각 심해에서의 파고와 수심을 나타내며, Synolakis (1991)에 따르면 Green의 법칙은 급경사 지형에서의 작은 파고를 갖는 파랑의 처오름높이 계산에도 적용이 가능한 것으로 알려져 있다.

Fujima (Liu 등, 1994)는 최근 수리모형실험을 통해 원형섬에서의 지진해일의 처오름을 연구하면서 정현파의 처오름높이를 조사하였다. 원형섬의 경사는 1V:4H이며, 사용된 정현파의 파고는 $H = 0.0017$ ~ 0.0050 m, 주기는 2.5~4.5sec이었으며, 수심은 0.1970 ~ 0.2955m이었다. Fig. 1은 원형섬 주위에서 정현파의 최대 처오름높이를 비교한 것으로 사용된 정현파의 파고는 $H = 0.005$ m, 주기 $T = 4.5$ sec이며, 수심은

0.2955m이다. Fig. 1에서 “theory”는 선형장파를 이용한 정현파의 처오름높이를 계산하는 근사식을 이용하여 계산한 처오름높이를 의미한다. Fig. 1에서 $\beta = 0$ 는 입사파가 진행하는 방향이며, $\beta = \pi$ 는 원형섬의 뒤쪽을 나타낸다. 전체적으로 수리실험 관측치는 해석해 및 수치해석 결과와 잘 일치한다. Fig. 1의 수치해를 근사하는데 사용한 수치모형에 관한 상세한 설명은 Liu 등 (1994)을 참조할 수 있다.

3. 크노이드파의 처오름높이

Fig. 2는 수리모형실험 또는 수치모형실험에서 사용하는 원형의 크노이드파의 파형을 도시한 것이다. Fig. 2에 나타난 것과 같이 첫 번째 입사하는 파랑은 파곡 부분이 없는 불완전한 형태의 크노이드파이기 때문에 일반적으로 수리모형실험 또는 수치모형실험에서 첫 번째 파랑은 제외시켰다. 크노이드파의 파형은 주기가 작아지면 크노이드파의 파형은 정현파의 파형에 매우 유사하며, 주기가 커짐에 따라 파곡부분이 정수면(still water level)에 근접하며 고립파의 파형에 유사함을 알 수 있다. 정현파와 마찬가지로 크노이드파의 정수면 위의 면적과 정수면 아래의 면적은 동일하다. Fig. 2 (a)가 비록 정현파에 근사하게 보일지라도 정수면을 기준으로 윗부분과 아랫부분의 파형이 서로 대칭이 아님을 알 수 있다.

크노이드파의 파형은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\xi(x, t) = z_t - 1 + H \operatorname{cn}^2 \left[2K \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \middle| m \right] \quad (7)$$

식 (7)에서 z_t 는 바닥에서 파곡까지의 거리이며, T 는 주기이다. 또, cn 은 Jacobian 타원형 함수, K 는 타원형함수 제1차 완전적분(complete elliptic integral of the first kind)이며, m 은 타원형 매개변수이다. 고립파가 파고만 주어지면 파형이 결정되는 것과는 달리 크노이드파의 파형 결정은 매우 어렵다. 일반적으로

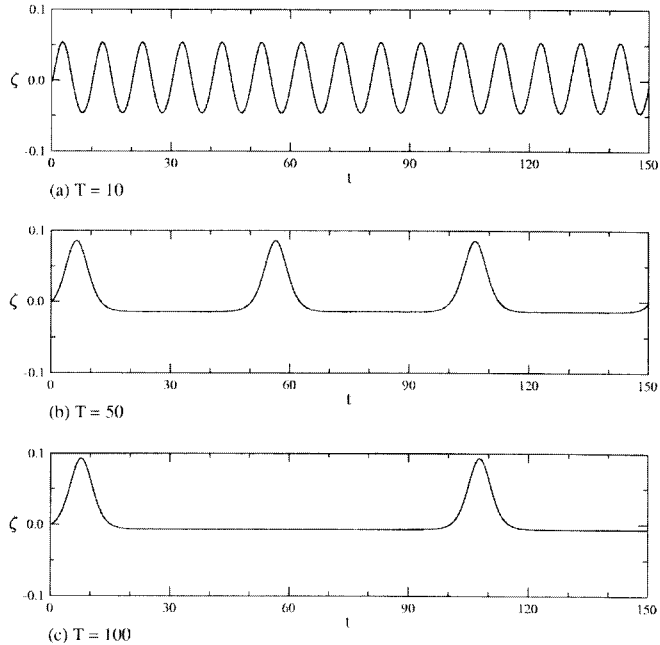


Fig. 2. Time series of a train of cnoidal waves ($H=0.1$)

크노이드파를 수치실험 또는 수치모형에서 발생시키기 위해서는 주기(T)가 주어지는 경우, 파장(L)이 주어지는 경우와 타원형 매개변수(m)가 주어지는 경우 등 세 경우가 있다. 타원형 매개변수가 주어지면 크노이드파의 발생에 필요한 모든 변수를 쉽게 계산할 수 있으나 모든 실제 문제에서 이와 같은 경우는 거의 없으며, 주로 주기 또는 파장이 주어진다. 주기 또는 파장이 주어지면 식 (7)에 나타난 것과 같은 음함수를 풀어야 크노이드파의 파형을 구할 수 있으며, 이는 매우 힘든 작업이다. 최근 조 (1995)는 주기 또는 파장이 주어지는 경우에 대하여 크노이드파의 모든 변수를 산정하는 매우 효율적인 방법을 제시하였다.

크노이드파의 파형은 타원형 매개변수 m 이 0 또는 1로 접근함에 따라 정현파 또는 코립파의 파형과 유사해진다. 즉, m 이 0으로 접근하면 $\text{cn } \theta \rightarrow \cos \theta$, $K \rightarrow \pi/2$ 이 되며, 이를 식 (7)에 대입하면 정현파의 파형을 구할 수 있으며, m 이 1로 접근하면 $\text{cn } \theta \rightarrow \text{sech } \theta$, $K \rightarrow \infty$ 이 되므로 코립파의 파형이 된다.

Synolakis 등 (1988)은 Keller와 Keller (1964)의 결과를 식 (7)에 적용하여 경사지형에서의 크노이드파의 처오름높이를 구하는 식 (8)과 같은 근사식을 유도하였다.

식 (8)에서 $q = \exp(-\pi K'/K)$ 이며, K' 는 타원형

$$\begin{aligned}
 \zeta(0, t) \approx & z_i - 1 + \frac{4\pi^2 H}{mK^2} \left(\frac{2\pi}{L} \cot \beta \right)^{1/2} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(i+j+1)^{1/2} q^{i+j+1}}{(1+q^{2i+1})(1+q^{2j+1})} \\
 & \times \cos \left[\frac{2\pi}{L} (i+j+1) (\cot \beta - c_o t) - \frac{\pi}{4} \right] \\
 & + \frac{4\pi^2 H}{mK^2} \left(\frac{2\pi}{L} \cot \beta \right)^{1/2} \sum_{i=0, i \neq j}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(|i-j|)^{1/2} q^{i-j+1}}{(1+q^{2i+1})(1+q^{2j-1})} \\
 & \times \cos \left[\frac{2\pi}{L} (i-j) (\cot \beta - c_o t) - \frac{\pi}{4} \right] \\
 & + \frac{2\pi^2 H}{mK^2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{q^{2i+1}}{(1+q^{2i+1})^2}
 \end{aligned} \tag{8}$$

함수 제1차 불완전적분(incomplete elliptic integral of the first kind)이다. 참고로, Synolakis 등 (1988)에는 일부 오차를 포함하고 있으나, 식 (8)에서 이를 수정하였다.

4. 최대 저오름높이 비교

표 1은 파고 $H=0.1$, 해안경사 $\theta=45^\circ$, $L=20, 32$ 일 때 정현파, 크노이드파 및 고립파의 파형이 차지하는 정수면 위의 면적과 최대 저오름높이를 비교한 것이다. 크노이드파는 파장이 커짐에 따라 최대 저오름높이도 증가하는 반면에, 정현파의 저오름높이는 파장이 증가함에 따라 감소한다. 이는 파장이 계속 커지게 되면 크노이드파의 최대 저오름높이는 고립파의 저오름높이에 근사하게 되는 반면에 정현파의 저오름높이는 입사파의 파고에 근사하게 되기 때문이다. 크노이드파의 정수면위의 면적은 정현파가 차지하는 면적에 비해 작지만 최대 저오름높이는 더욱 큰 것을 알 수 있다. 즉, 최대 저오름높이는 정수면 위의 실량에 직접 비례하지 않으며, 실제로 최대 저오름높이를 지배하는 물리적 양은 운동량이다. 즉, 해안경사에서의 운동량의 크기에 따라 최대 저오름높이가 결정된다. 표 1의 모든 양은 식 (1)을 이용하여 부차원화하였다.

전체적으로 크노이드파의 저오름높이는 정현파의 것보다 큰 반면에 고립파의 것보다는 항상 작음을 알 수 있다. 크노이드파와 정현파의 저오름높이의 차이는 파장이 커질수록 증가하는데 이는 크노이드파는 고립파에 접근하는 반면에 정현파는 파장이 길어질수록 저오름높이가 입사파의 파고에 접근하고 있기 때문이다.

먼저, 표 2-4는 본 연구에서 계산한 저오름높이와 Ohyama (1987)의 수치실험에 의한 결과를 비교한 것으로 입사파의 주기는 $T=14$, 해저 경사각은 $\theta=30^\circ, 45^\circ$ 및 60° 의 세 경우로 고정되었다. 표에서 평균은 두 번째부터 다섯 번째까지의 최대 저오름높이를 평균한 것을 의미하며, 수치실험으로 표시한 것은 Ohyama의 수치실험에 의한 저오름높이로써 두

번째부터 다섯 번째까지의 관측치를 평균한 것이다. 전체적으로 첫 번째 저오름높이는 뒤따르는 것들에 비해 그 크기가 작음을 알 수 있는데, 이는 Fig. 2에 도시된 것과 같이 수치모형의 조파기에서 발생한 첫 번째 크노이드파는 완전한 형태가 아니기 때문이다.

표에서 수치해석에 의한 두 번째부터 다섯 번째까지 저오름높이의 변화가 매우 적은 것은 사용된 방사경계 조건이 매우 잘 작동하고 있음을 보여주는 것이다. 또한, 표 2-4에서 파고 H 가 커질수록 두 번째부터 다섯 번째까지의 저오름높이의 변화가 다소 증가하는데 이는 수치모형에서 방사경계조건을 유도할 때 선형 파동방정식을 이용했기 때문인 것으로 판단된다 (Liu와 Cho, 1994). 즉, 파고가 커질수록 비선형효과와 증가로 인해 방사경계조건의 정확도가 다소 감소하기 때문이다. 전체적으로, 표 2-4에서 수치실험 관측치와 수치모형의 계산결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

표 5는 해안경사각이 45° 일 때 정현파, 크노이드파 및 고립파의 최대 저오름높이를 비교한 것으로 고립파의 저오름높이는 주기파인 정현파와 크노이드파의 저오름높이보다 항상 큰 것을 알 수 있다.

마지막으로, Fig. 3은 입사파 파고 $H=0.1$, 해안경사각 $\theta=45^\circ$ 일 때 파장의 변화에 따른 정현파와 크노이드파의 최대 저오름높이를 비교한 것이다. 앞에서 언급한 것과 같이 정현파의 저오름높이는 파장이 증가함에 따라 감소하는 반면에, 크노이드파의 저오름높이는 증가함을 보이고 있다. 특히, 정현파의 최대 저오름높이는 파장이 무한대로 증가하면 입사파의 파고에 접근하고 있음을 알 수 있다. 또한, 크노이드파의 최대 저오름높이는 파장이 매우 작아지면 정현파의 최대 저오름높이와 매우 근사하며, 파장이 무한히 커지면 고립파의 최대 저오름높이와 거의 동일함을 알 수 있다. 이는 타원형 매개변수 m 이 두 개의 극한값, 즉 0과 1을 갖기 때문이다. Fig. 3에서 정현파의 저오름높이는 식 (3)을 이용하여 계산하였으며, 크노이드파와 고립파의 저오름높이는 경계요소법을 이용하여 산정하

표 1. 파랑이 차지하는 정수면 위의 면적과 저오름높이 ($H=0.1, \theta=45^\circ$)

구분	$L=20$		$L=32$	
	면적	저오름높이	면적	저오름높이
정현파	0.3183	0.1050	0.5093	0.1022
크노이드파	0.3005	0.1565	0.4138	0.1758
고립파	0.7303	0.2274	0.7303	0.2274

표 2. 크노이드파의 최대 처오름높이 ($\theta = 30^\circ$, $T = 14$)

H	1st	2nd	3rd	4th	5th	평균	수리실험
0.05	0.0502	0.0707	0.0788	0.0747	0.0762	0.0751	0.07
0.10	0.1085	0.1579	0.1737	0.1652	0.1678	0.1662	0.18
0.15	0.1740	0.2638	0.2904	0.2754	0.2745	0.2760	0.28
0.20	0.2473	0.3896	0.4279	0.3978	0.3908	0.4015	0.40
0.25	0.3260	0.5389	0.5357	0.5297	0.5368	0.5353	0.54

표 3. 크노이드파의 최대 처오름높이 ($\theta = 45^\circ$, $T = 14$)

H	1st	2nd	3rd	4th	5th	평균	수리실험
0.05	0.0459	0.0593	0.0662	0.0633	0.0646	0.0633	0.06
0.10	0.0981	0.1319	0.1481	0.1411	0.1422	0.1408	0.13
0.15	0.1574	0.2268	0.2472	0.2299	0.2303	0.2336	0.23
0.20	0.2222	0.3322	0.3580	0.3303	0.3260	0.3366	0.33
0.25	0.2941	0.4481	0.4852	0.4797	0.4765	0.4724	0.43

표 4. 크노이드파의 최대 처오름높이 ($\theta = 60^\circ$, $T = 14$)

H	1st	2nd	3rd	4th	5th	평균	수리실험
0.05	0.0438	0.0555	0.0598	0.0595	0.0595	0.0586	0.06
0.10	0.0936	0.1239	0.1344	0.1303	0.1308	0.1299	0.13
0.15	0.1490	0.2063	0.2205	0.2129	0.2125	0.2131	0.21
0.20	0.2109	0.3033	0.3226	0.3004	0.2976	0.3060	0.29
0.25	0.2782	0.4130	0.4393	0.4004	0.3905	0.4108	0.39

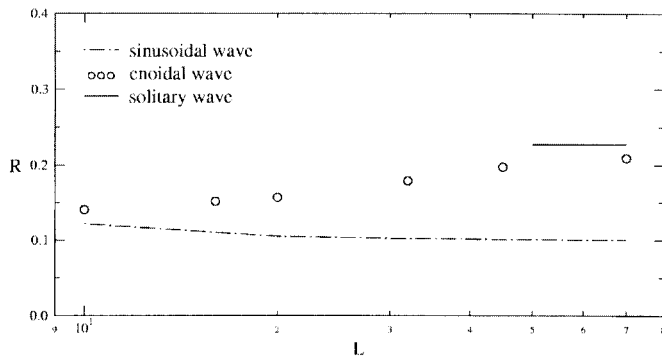


Fig. 3. Comparison of the maximum run-up heights:
 $H=0.1$, $\theta = 45^\circ$

었다.

5. 결 론

본 연구에서는 정현파와 크노이드파를 이용하여 주

기파의 최대 처오름높이를 계산하였다. 단일파와 극단 파 리 수리모형실험 또는 수치모형실험에서 주기파를 발생시키는 것은 매우 어렵지만 주기파의 처오름높이는 조석 또는 바람에 의한 파랑의 최대 처오름높이를 제

표 5. 최대 저오름높이의 비교 ($\theta = 45^\circ$, $L = 20$)

H	정현파	크노이드파	고립파
0.05	0.0525	0.0656	0.1071
0.10	0.1050	0.1567	0.2274
0.15	0.1571	0.2621	0.3560
0.20	0.2101	0.3792	0.4933
0.25	0.2626	0.4991	0.6375

공하므로 주기와 저오름높이의 정확한 산정은 해안구조물을 설계할 때 중요한 요소가 된다.

일반적으로 크노이드파와 정현파의 저오름높이의 차이는 파장이 커질수록 증가하는데 이는 크노이드파는 고립파에 접근하는 반면에 정현파는 파장이 길어질수록 저오름높이가 입사파의 파고에 접근하고 있기 때문이다. 즉, 크노이드파의 저오름높이는 파장 또는 주기에 따라 두 개의 극한값 즉 정현파와 고립파의 최대 저오름높이로 접근한다. 따라서, 크노이드파의 저오름높이의 정확한 산정은 매우 중요하며, 이에 관한 보다 광범위한 연구가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구의 연구과제(과제번호: 1999-2-311-005-3)에 의해 수행되었기에 이에 감사드립니다.

참고 문헌

조용식 (1995). "Note on the calculation of cnoidal wave parameters." 한국해양해양공학회지, 한국해양해양학회, 제7권, 3호, pp. 227-232.

조용식, 이봉희 (1997). "단일파의 최대 저오름높이." 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제30권, 5호, pp. 487-493.

Kaplan, K. (1955). *Generalized laboratory study of tsunami run up*. Technical Memorandum

60. Beach Erosion Board, U.S. Army Corps of Engineers.

Keller, J.B. and Keller, H.B. (1964). *Water wave run up on a beach*. ONR Report Contract No. NONR 3828(00), Department of Navy, USA, pp. 40.

Liu, P.L. F. and Cho, Y. S. (1994). "Integral equation model for wave propagation with bottom frictions." *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, ASCE, Vol. 120, No. 6, pp. 594-608.

Liu, P.L.-F., Cho, Y. S. and Fujima, K. (1994). "Numerical solutions of three-dimensional run up on a circular island." *Proc. of International Symposium: Waves-Physical and Numerical Modelling*, pp. 1,031-1,040.

Ohyama, T. (1987). "A boundary element analysis for cnoidal wave runup." *Proc. of the Japan Society of Civil Engineers*, Vol. 381, pp. 189-198.

Shuto, N. and Goto, C., (1983). "Numerical simulation of tsunami propagation and run up." in *Tsunamis: Their Science and Engineering*, Edited by Iida, K. and Iwasaki, T., Terra Scientific Publishing Co., Japan, pp. 439-451.

Synolakis, C.E. (1991). "Green's law and the evolution of solitary waves." *Physics of Fluids A*, Vol. 3, pp. 490-491.

Synolakis, C.E., Deb, M.K. and Skjelbreia, J.E., (1988). "The anomalous behavior of the runup of cnoidal waves." *Physics of Fluids A*, Vol. 31, pp. 3-5.

(논문번호:99-048/집수:1999.06.04/심사완료:1999.10.01)