

자연하천의 유속 횡분포 모델링 Modelling Transverse Velocity Profile in Natural Streams

서 일 원* / 백 경 오**
Seo, Il Won / Baek, Kyong Oh

Abstract

The knowledge about structure of the velocity in the stream is essential in the investigation of stream meandering, erosion and sediment transport, and dispersion of pollutants in the stream. In this study, theoretical velocity profile model in which transverse profile of the longitudinal velocity in the stream can be predicted using stream hydraulic data was developed. The proposed model was tested with the measured velocity data of the Nakdong river. The result shows that the numerical model simulates properly the general shape of the measured velocity profiles. The simulated profiles agree well with measurements, especially in the aspects of skewness and flatness.

keywords: natural stream, transverse velocity profile, numerical model, skewness, flatness

요 지

하천의 유속구조에 관한 지식은 하천 양안의 침식, 사행현상, 유사 및 오염물질의 확산과정을 규명하는데 필수적인 요소이다. 본 연구에서는 적절한 수리량을 사용하여 자연하천에서 종방향유속의 횡분포를 예측할 수 있는 이론식으로 수치모형을 구성하였다. 그리고 이를 낙동강에서 실측된 유속자료에 적용시켰다. 그 결과 수치모형은 실측된 유속분포의 일반적인 형태를 대체적으로 잘 근사하였다. 특히 모형은 유속의 횡분포에 있어서 왜곡도 및 편평도를 적절하게 재현하였다.

핵심용어 : 자연하천, 유속횡분포, 수치모형, 왜곡도, 편평도

* 서울대학교 토목공학과 부교수

Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., Seoul National Univ., Seoul 151-741, Korea

** 서울대학교 토목공학과 박사과정

Grad. Student, Dept. of Civil Engrg., Seoul National Univ., Seoul 151 741, Korea

1. 서 론

하천의 유속구조에 관한 지식은 하천 양안의 침식, 사행현상, 유사 및 오염물질의 확산과정을 규명하는데 필수적인 요소이다. 자연하천의 유속구조는 3차원적인 것이나, 실제적인 효율성을 위한 연구는 주로 주흐름(primary flow) 및 2차류(secondary flow)의 특성 규명에 집중되어 왔다. 주흐름의 경우, 종방향유속의 연속분포에 관해서는 많은 이론적, 실험적 연구가 수행되어 연속분포를 지수함수로 표현할 수 있음이 널리 알려져 있다(Chow, 1959). 그러나 대부분의 중·대하천인 경우 하폭이 수심에 비해 매우 크며, 이러한 경우 하천 역학 및 하천수질 모델링에 있어서 유속의 연속분포보다는 횡분포가 더욱 중요한 인자로 작용하게 된다. 특히 유속의 횡분포는 오염물질의 분산과정의 해석에 있어서 가장 중요한 매개변수인 종분산계수의 결정에 절대적인 영향을 주는 인자이다(Fischer 등, 1979).

유속의 횡분포식에 관한 연구로는 French(1986)가 하도를 반원형태의 단면으로 가정하고 원통형 좌표를 사용하여 유속을 수면경사, 하도의 반지름, 전단응력의 함수형태로 표현한 바 있다. Wood(1993)는 정상상태의 가정 하에 단면이 불규칙한 하도에서 힘의 평형을 고려하여, 수심 평균된 종방향유속을 수심이 포함된 삼미분방정식으로 표현하였다. Seo와 Bhowmik(1991)은 실제 자연하천에서의 유속의 횡분포자료를 분석하여 이를 적절한 경험식으로 표현하고자 하였다. 그들은 사행하는 하천에서 종방향유속의 횡분포의 비대칭성을 보다 적절하게 표현하기 위하여, 2차다항식과 지수식의 곱으로 표현되는 경험식을 제안하였다. 그들은 제안한 유속분포식을 미국의 Illinois강과 Mississippi강의 유속자료에 적용하여 분포식에 포함된 회귀계수들을 산정한 바 있다. Bogle(1997)은 유속의 횡분포식을 4차다항식으로 제안하였고 이를 미국 California주의 Sacramento Delta에서 실측한 유속자료로 검증한 결과 비교적 일치하는 결과를 얻었다. 국내에서는 임흥국(1997)이 유한요소모형인 RMA-2를 남한강의 팔당~양평구간에 적용하여 얻은 계산치와 Seo와 Bhowmik(1991)이 제안한 식으로 산정한 값을 비교, 분석하였다.

본 연구의 목적은 이론적으로 개발된 유속분포 모형을 국내 주요 자연하천에 적용시켜 유속의 횡분포 특성을 규명하는 것이다. 이를 위해 본 연구에서는 유속

분포식을 이론적으로 유도하고, 이의 해를 수치적인 방법으로 모의하였다. 개발된 수치모형을 자연하천에 적용하여 모형의 매개변수의 범위를 제시하였다.

2. 수학적 모형

자연하천의 종방향 유속의 횡분포를 예측하는 수학적 모형을 유도하기 위하여, Wood(1993)가 제안한 식을 발전시켰다. Fig. 1에 도시한 바와 같이 수로는 직선형이고, 수면은 하폭방향으로 수평이며 흐름은 정상상태라는 가정을 도입하였다. 그리고 수표면에서의 마찰은 무시한다. Fig. 1에서 ABCD-EFGK는 길이 dx 와 폭 dy 를 갖는 미소요소이고, $H(y)$ 는 미소면적을 대표하는 수심이다. 수학적 모형은 이 미소요소에 미치는 힘의 평형을 고려하여 구성한다.

첫째, 중력에 의한 물의 중량은 다음과 같다.

$$W_w = \rho g H dx dy \quad (1)$$

여기서 ρ 는 물의 밀도, g 는 중력가속도이다. 흐름방향의 힘, F_g 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_g = W_w \sin \theta \approx W_w S = \rho g H dx dy S \quad (2)$$

여기서 S 는 하상경사이다.

둘째, 마찰마찰력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_f = \tau_w dx dy \quad (3)$$

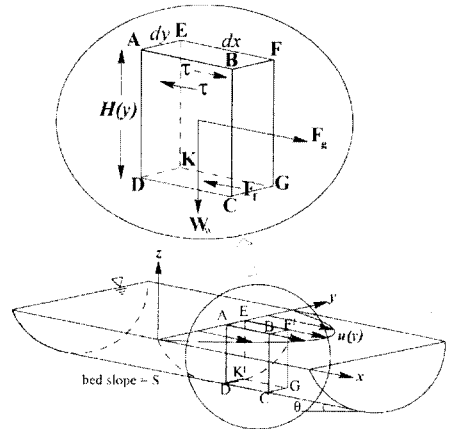


Fig. 1. Force Acting on the Fluid Element

여기서 τ_0 는 바닥에서의 전단마찰응력이며, 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\tau_0 = \gamma R_h S = \frac{f\rho}{8} u^2 \quad (4)$$

여기서 γ 는 물의 단위중량, R_h 는 동수반경, f 는 마찰계수, u 는 수심 평균된 유속을 의미한다. 마찰계수 f 를 Manning의 조도계수로 표현하면 다음과 같다.

$$f = \frac{8gn^2}{R_h^{1/3}} \quad (5)$$

여기서 n 은 Manning의 조도계수이다. 식 (5)를 식 (4)에 대입하면 다음 식이 유도된다.

$$\tau_0 = n^2 \frac{\rho g}{R_h^{1/3}} u^2 \quad (6)$$

u^2 을 $u|u|$ 로 치환한 후 식 (3)에 대입하면 다음 식이 유도된다.

$$F_f = -n^2 \frac{\rho g}{R_h^{1/3}} u|u| dx dy \quad (7)$$

셋째, 난류운동에 의해 ABCD면과 EFGK면에 작용하는 전단응력은 $\tau = \rho\epsilon(du/dy)$ 로 표현되는데 여기서 ϵ 은 와동점성계수(kinematic eddy viscosity)이며 단위는 m^2/s 이다. Fig. 2에서 전단력이 작용하는 ABCD면과 EFGK면간의 변화량을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_\tau &= \lim_{\delta y \rightarrow 0} \frac{1}{\delta y} \left\{ \rho \left[\epsilon \frac{du}{dy} H dx \right]_{y+1/2\delta y} - \rho \left[\epsilon \frac{du}{dy} H dx \right]_{y-1/2\delta y} \right\} \\ &= \rho dx \frac{d}{dy} \left(\epsilon H \frac{du}{dy} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

흐름의 정상상태를 가정할 때, 세 가지 힘의 합력은 0이므로 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} F_g + F_f + F_\tau &= \rho g H dx dy S - n^2 \frac{\rho g}{R_h^{1/3}} u|u| dx dy \\ &+ \rho dx \frac{d}{dy} \left(\epsilon H \frac{du}{dy} \right) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

이를 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dy} \left(\epsilon H \frac{du}{dy} \right) = n^2 \frac{g}{R_h^{1/3}} |u| u - gHS \quad (10)$$

하천양안에서 무활조건(no slip condition)을 가정하면 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = 0, \text{ at } y = 0, W \quad (11)$$

여기서 W 는 하폭이다.

3. 수치모형

지배방정식인 식 (10)의 경우 독립변수가 횡방향 거리(y)이며, 종속변수가 유속(u)인 비선형 상미분방정식이다. 그리고 수심(H) 또한 횡방향 거리의 함수이므로 해석적인 방법으로 해를 구할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 수치해석을 이용하여 해를 계산하였는데, 특히 식 (10)은 상미분방정식 중 경계치문제로 분류되므로 유한차분법을 도입하여 중앙차분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &-\epsilon \left(\frac{H_{i+1} + 4H_i - H_{i-1}}{4\Delta y^2} \right) u_{i+1} + \frac{2\epsilon H_i}{\Delta y^2} u_i \\ &+ \frac{n^2 g}{(R_{hi})^{1/3}} |u_i| u_i - \epsilon \left(\frac{-H_{i+1} + 4H_i + H_{i-1}}{4\Delta y^2} \right) u_{i-1} \\ &- gH_i S = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 i 는 격자지수이다. 식 (12)의 비선형항을 처리하기 위해 반복법을 적용하면 다음과 같다.

$$a_i u_{i+1}^k + b_i u_i^k + c_i u_{i-1}^k + d_i = 0 \quad (13)$$

$$a_i = -\epsilon \left(\frac{H_{i+1} + 4H_i - H_{i-1}}{4\Delta y^2} \right) \quad (14a)$$

$$b_i = \frac{2\epsilon H_i}{\Delta y^2} + \frac{n^2 g}{(R_{hi})^{1/3}} |u_i^{k-1}| \quad (14b)$$

$$c_i = -\epsilon \left(\frac{-H_{i+1} + 4H_i + H_{i-1}}{4\Delta y^2} \right) \quad (14c)$$

$$d_i = -gH_i S \quad (14d)$$

여기서 k 는 반복지수이다. 식 (13)을 행렬형태로 바꾸면 다음과 같다.

$$\mathbf{AU} + \mathbf{D} = 0 \quad (15)$$

식 (15)에서 행렬 \mathbf{A} 는 삼중대각행렬(tridiagonal matrix)로 구성된다. 따라서 행렬 \mathbf{U} 에 임의의 초기치를 주고 반복계산을 하여 이전 계산치와 현 계산치간의 차이의 총합이 설정한 오차한계 이하로 떨어질 때까지 반복계산하여 유속벡터 \mathbf{U} 를 구한다. 본 연구에서는 수심, $H(y)$ 를 입력자료로 사용하여 유속분포를 계산하는데, 국내하천의 현장수심자료는 횡방향으로 20~40 m간격의 부등간격으로 측정되어 있다. 따라서 수심자료의 균등간격을 실현하기 위해 현장수심자료를 선형보간하였다.

4. 모형의 민감도 분석

모형의 검증을 위해서 하폭이 300 m이고 단면이 직사각형인 수로와 사형현상이 발생할 때 예상되는 비대칭단면 수로에 모형을 적용시켰다(Fig. 2 참조). Fig. 2에서 보는 바와 같이 직사각형 단면과 비대칭 단면의 동수반경은 약 2.94 m로 동일하다. 하상경사는 0.0005로 가정하였고 n 은 0.03, ϵ 은 10을 가정하여 모형을 적용시켜 그 결과를 Fig. 3에 도시하였다. 직사각형 단면에서는 유속이 대칭적인 포물선형태를 나타내고 있으며, 비대칭 단면에서는 좌안으로 왜곡현상이 나타나면서 비대칭적인 유속분포를 보이고 있다. 이는 유속의 횡분포를 나타내는 인자들 가운데 왜곡도(skewness), 첨도(kurtosis) 및 편평도(flatness)는

수로의 단면형상에 민감함을 의미한다.

본 모형에서 매개변수는 n 과 ϵ 이다. n 은 조도 계수로서 단면형상 및 유량이 주어질 경우 다음의 Manning공식에 의해 결정할 수 있다.

$$n = \frac{AR_k^{2/3}S^{1/2}}{Q} \quad (16)$$

여기서 A 는 단면적, Q 는 유량이다. 매개변수에 따른 해의 민감도를 분석하기 위하여, n 을 0.01~0.06 범위에서 변화시키고, ϵ 의 경우 0.5~40의 범위에서 변화시켜 해의 거동을 분석하였다. 이때 기준치로서는 $n_R = 0.03$, $\epsilon_R = 10$ 을 채택하였다. 모형적용결과, n 및 ϵ 의 변화에 따른 단면평균유속(U)의 변화율, 최대유속(u_p)의 변화율, 최대유속이 산정되는 위치

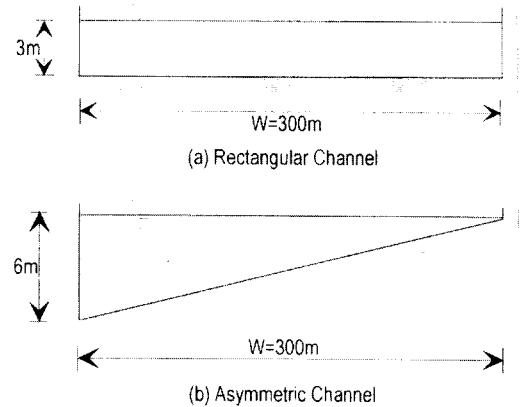


Fig. 2. Cross Sections of Hypothetical Channel

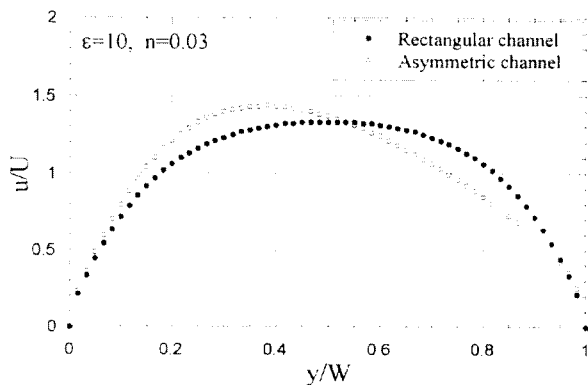


Fig. 3. Application of Model in Hypothetical Channel

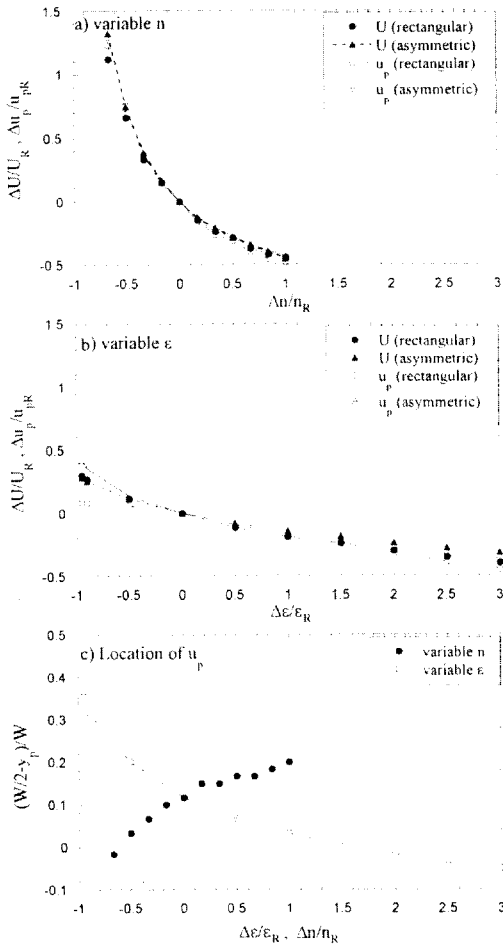


Fig. 4. Model Sensitivity on Parameters

(y_p) 등을 분석하여 Fig. 4에 도시하였다.

계산 결과 n 및 ϵ 이 커질수록 평균유속 및 최대 유속은 단조감소하고, 유속의 감소율은 ϵ 보다 n 에 대하여 더 민감하게 반응하고 있다. 최대유속의 변화율과 평균유속의 변화율간의 뚜렷한 차이는 나타나지 않고 있는데, 이는 유속분포의 첨도 및 편평도는 매개변수에 민감하지 않음을 의미한다. 또한, 왜곡을 알아보기 위해 비대칭단면에만 모형을 적용시킨 결과(Fig. 4 (c)) 왜곡도(skewness)는 n 이 커질수록 왜곡이 심화되며, 반대로 ϵ 이 커질수록 왜곡이 없어진다. 결론적으로 유속의 횡분포를 나타내는 첨도, 편평도 등은 단면형상에 민감하며, 반면 왜곡도는 모형의 매개변수와 단면형상 모두에 민감하게 반응함을 알 수 있다.

5. 모형의 적용

5.1 하천자료

본 연구에서 개발한 유속분포 예측모형의 현장 적용성을 검토하기 위하여 국내 주요 하천인 낙동강의 수위·유속 관측지점(Fig. 5 참조)중 사벌과 구미지점을 선택하였다. 두 지점의 1993년 수문·수리량을 Table 1에 요약하였다. 유속의 분포는 유량에 따라 변화할

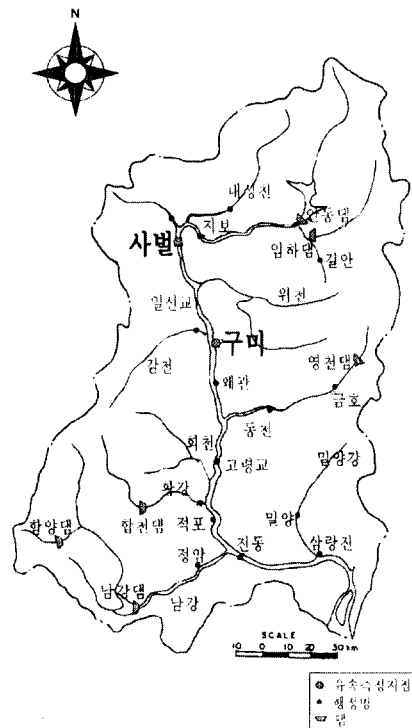


Fig. 5. Nakdong River Basin

Table 1. Hydraulic Data of Selected Stations at Nakdong River (Year 1993)

유속측정지점	사벌	구미	
유역면적 (km ²)	7,247.9	10,689.5	
하상경사	0.0008	0.00025	
유량 (m ³ /s)	저수량	64.63이상	80.01이상
	평수량	74.31이상	100.64이상
	고수량	124.30이상	172.84이상
	대수량	700이상	800이상

수 있기 때문에 유량의 크기별로 자료를 분류하여 모형을 적용시키는 것이 타당하다. 따라서 1993년 한국 수문조사연보(건설부, 1993)를 이용하여 유황분석을 실시하여 유량을 풍수량, 평수량, 저수량, 갈수량으로 분류하였다. 분류기준은 풍수량은 1년을 통하여 95일은 이보다 더 적지 않은 유량, 평수량은 1년을 통하여 185일은 이보다 더 적지 않은 유량, 저수량은 1년을 통하여 275일은 이보다 더 적지 않은 유량, 갈수량은 1년을 통하여 355일은 이보다 더 적지 않은 유량으로 채택하였다(권오현, 1994). 그런데 유황분석시 풍수시의 경우 유량의 차이가 2~3 배 차이가 발생하기 때문에, 풍수시 유량범위의 중앙값을 기준으로 大풍수량, 小풍수량으로 다시 분리한 후 모형을 적용하였다.

5.2 모형의 검정

사별 및 구미지점의 유속 및 수심자료와 하상경사 등은 유량측정조사보고서(건설부·낙동강홍수통제소, 1993)에서 수집하였다. 해당지점에 대한 유량, 하상경사, 수심자료(Fig. 6~7 참조) 등을 이용하여 동수반경 및 단면적을 계산하고, 매개변수 중 하나인 Manning 계수를 식 (16)에 의해 유량별로 계산하였다. 따라서 모형의 검정단계에서는 실측수심 및 n 을 입력자료로 하고, 수치모형을 해당지점에 적용하여 실측 유속과 계산치간의 root mean square(RMS)오차의 최솟값을 목적함수로 잡아 시행착오법으로 ϵ 을 결정하였다. RMS오차는 다음과 같이 정의된다.

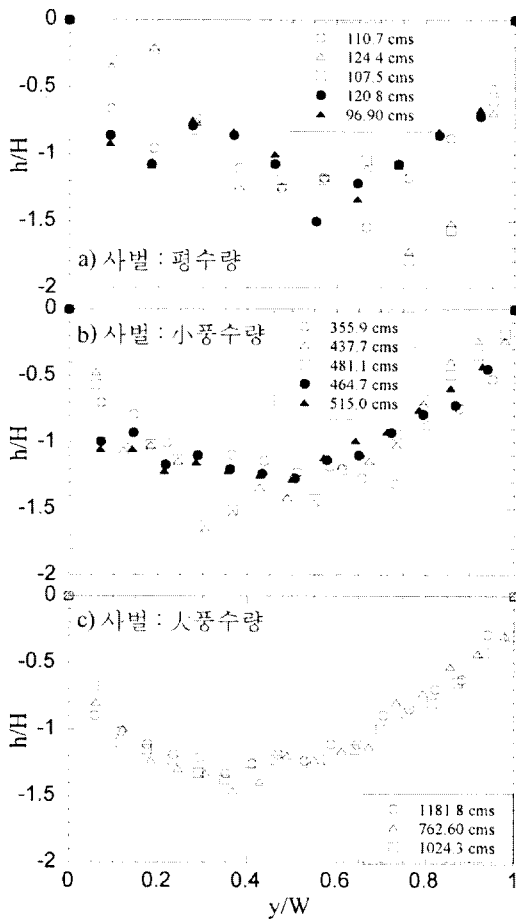


Fig. 6. Depth Distributions of Sabul Station at Nakdong River

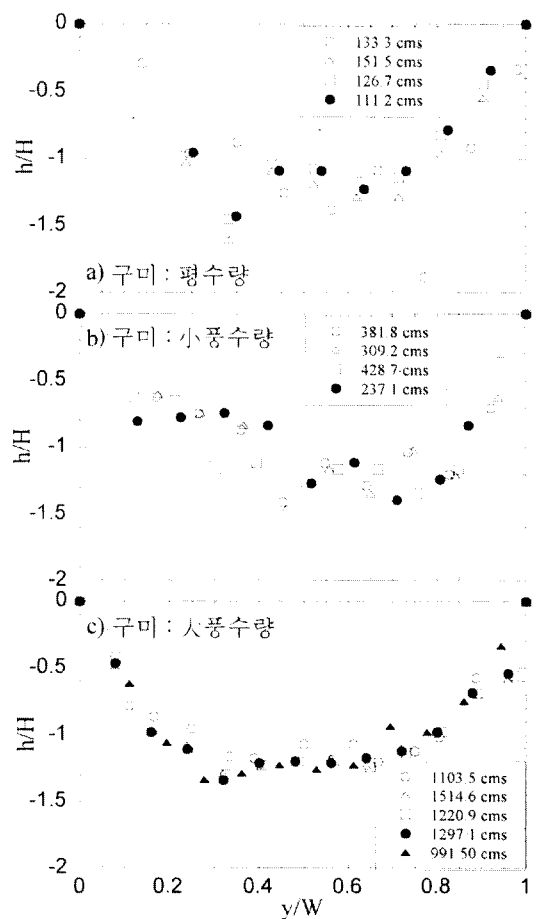


Fig. 7. Depth Distributions of Gumi Station at Nakdong River

Table 2. Model Parameters and RMS Errors on Model Calibration

지 점	사벌		구미	
	평수량	소평수량	평수량	소평수량
n	0.035 ~ 0.039	0.037 ~ 0.045	0.041 ~ 0.062	0.036 ~ 0.046
ϵ (m ² /s)	23 ~ 48	30 ~ 80	22 ~ 28	6 ~ 24
RMS error 평균치 (m/s)	0.046	0.085	0.053	0.094

Table 3. Comparison of Manning's Coefficient

연구자	적용모형	하천	적용구간	Manning 계수의 범위
본 연구 (1999)	Manning's Equation	낙동강	사벌, 구미지점	0.034 ~ 0.062
한국수자원공사 (1996)	CE-QUAL-RIV1	낙동강	낙동강분류 전구간	0.011 ~ 0.019
한국수자원학회 (1995)	IIEC 2	한 강	팔당댐~잠실대교	0.030 ~ 0.038
한국수문학회 (1995)	현장조사	일반 대하천	사적하상 자갈하상	0.018 ~ 0.035 0.025 ~ 0.040
Chow (1959)	현장조사	일반 대하천	규칙단면 불규칙단면	0.025 ~ 0.060 0.035 ~ 0.100

$$RMS\ error = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (O_j - C_j)^2}{N}} \quad (17)$$

여기서 O_j 는 관측치, C_j 는 계산치, N 은 총개수, j 는 유속의 횡방향 위치이다. Table 2에 모형의 검증결과 결정된 모형매개변수의 값과 실측치와 모의치간의 오차(RMS오차)를 정리하여 수록하였다.

모형의 검증시 Manning의 조도계수는 식 (16)에 의해 계산함으로써, 모형의 정확도 증진을 위해 조정(tuning)을 수행하지 않았다. 모의 결과 결정된 Manning의 조도계수와 다른 흐름모형을 적용하여 추정된 조도계수의 범위를 비교하여 Table 3에 수록하였다. 와동점성계수(ϵ)는 수치적인 측면에서 모형 모의결과를 실측치에 최적화시키기 위해서 조정을 수행하여 결정된 값으로서 물리적인 값보다 다소 큰 것으로 판단된다. 그러나 하천 흐름에 있어서 와동점성계수는 난류특성 및 강도에 지배받으므로 그 값의 범위가 매우 넓고 시간적, 공간적 변동이 큰 것으로 알려져 있다. Fischer 등(1979)은 ϵ 의 실측치로서 0.67~1.1 m²/s를 제시한 바 있고, 대표적인 2차원 하천흐름 모형인 RMA-2(건교부, 1997)에서는 ϵ 의 범위로 20

이하를 입력할 것을 제안하고 있다.

유속분포 예측모형의 검증결과를 Fig. 8에 도시하였다. 사벌지점의 경우 평수시 실측치가 우안으로 왜곡된 유속분포를 보이고 있는데, 본 연구에서 제안한 수치모형도 이러한 왜곡도를 적절히 모의하고 있음을 알 수 있다. 풍수시 실측치의 경우 좌안으로 약간 왜곡되는 유속분포를 보이고 있으며 수치모의 결과도 이에 근사하고 있다. 또한 수치모형은 유속분포의 편평한 정도를 나타내는 편평도와 중앙에서의 뾰족한 정도를 나타내는 첨도에 있어서도 실측치의 경향을 잘 재현하고 있는 것으로 나타났다. 구미지점의 경우에도 수치모형의 모의 결과가 실측 유속의 전체적인 경향을 적절하게 재현하고 있는 것을 알 수 있다.

5.3 모형의 적용

낙동강 분류의 사벌지점과 구미지점의 소평수량인 경우에 유속분포 예측모형을 적용하였다. 모형의 적용 시에는 매개변수로서 검증단계에서 결정된 매개변수의 범위에 드는 값을 입력하였다. Table 4에 모형의 적용결과 결정된 모형매개변수의 값과 실측치와 모의치간의 오차(RMS오차)를 정리하여 수록하였다. 그리고 유속분포 예측모형의 적용결과를 Fig. 9에 도시하였는데, 유속의 횡분포 형상들 중 편평도와 왜곡도는 대체

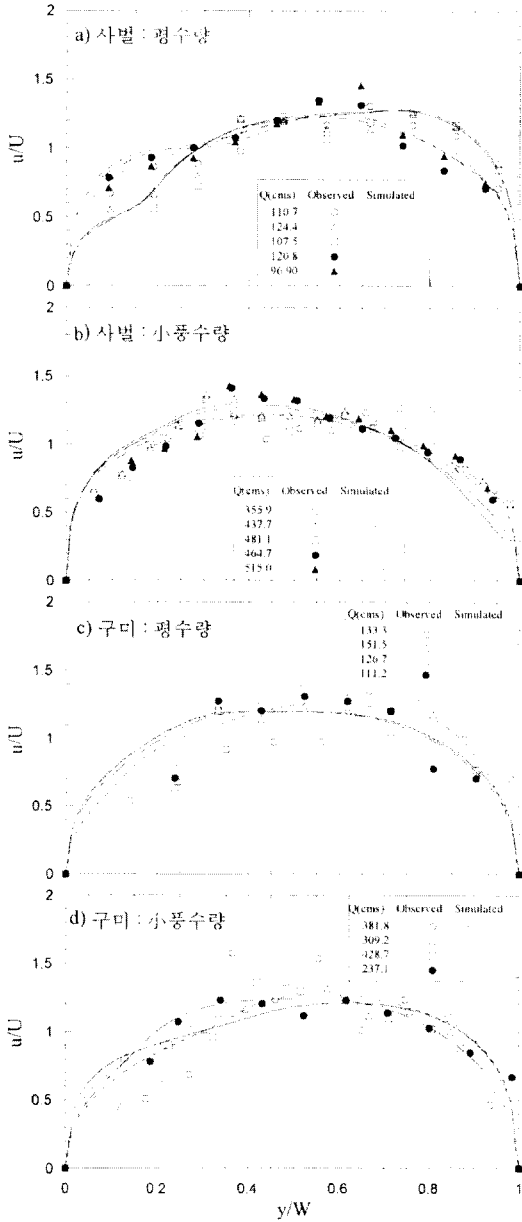


Fig. 8. Calibration of Model

적으로 잘 근사하고 있는데 반해, 높은 침도를 갖는 포물선형 유속에 대해서 침도는 과소산정하고, 양안에서의 유속은 과대산정하는 경향이 있다.

6. 결론

본 연구에서는 유속의 횡분포를 예측할 수 있는 수

Table 4. Model Parameters and RMS Errors on Model Application

지점	사벌	구미
유량	대풍수량	대풍수량
n	0.034~0.044	0.036~0.041
ϵ (m^2/s)	54~78	10~14
RMS error 평균치 (m/s)	0.138	0.147

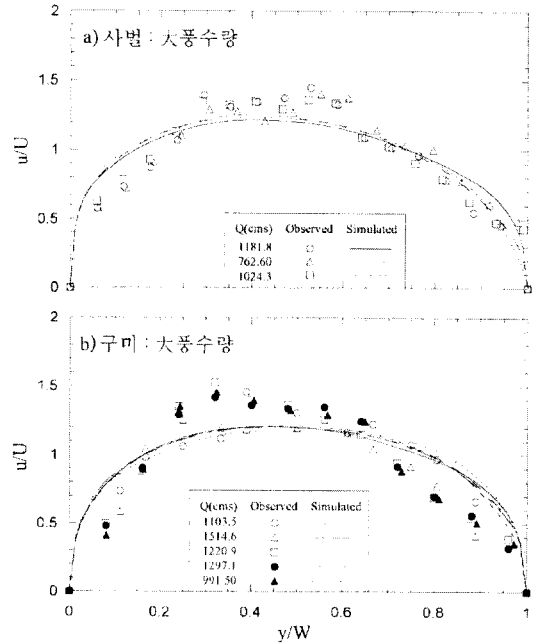


Fig. 9. Application of Model

치모형을 구성하여 자연하천에서 유속의 횡분포를 재현하였다. 본 연구 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다. 첫째, 수치 모의한 유속의 크기는 매개변수들의 변화에 민감하며, 유속의 횡분포를 나타내는 침도, 편평도 등은 단면형상에 민감하며, 반면 왜곡도는 매개변수와 단면형상 둘 다에 민감함을 알 수 있다. 둘째, 모형 매개변수 중 Manning의 조도계수는 하천의 물리적 특성에 따라 결정할 수 있고, 외동점성계수의 경우는 주로 수치적인 측면에서 모형의 정확도를 증진시키는 검증인자로서 사용되었다. 셋째, 낙동강유역의 사벌, 구미지점에 모형을 적용시킨 결과 Manning의 조도계수는 0.035~0.062의 범위에 있었으며, 외동점성계수는 6~80 m^2/s 의 범위에 있었다. 넷째, 유속분포 예측모

형은 유속의 횡분포 형상들 중 권류도와 왜곡도를 대체적으로 잘 묘사하고 있는데 반해, 높은 침도를 갖는 포물선형 유속에 대해서 침도는 과소산정하고, 양안에 서의 유속은 과대산정하는 경향이 있는 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

- 건설교통부 국립건설시험소 (1997). 남한강 수리모형 실험 보고서.
- 건설부 (1993). 한국수문조사연보.
- 건설부 남동강홍수통제소 (1993). 낙동강유량측정 조사보고서.
- 권오현 (1994). 수자원공학. 세문, pp. 78-79.
- 임흥국 (1997). 유한요소모형을 이용한 사행하천의 흐름해석. 석사학위논문, 서울대학교.
- 한국수문학회 (1995). 하천시설기준(조사편).
- 한국수자원공사 (1996). 낙동강 수계 실시간 최적 저수관리 시스템 개발 보고서.
- 한국수자원학회 (1995). 한강종합개발에 따른 수리영향검토 최종보고서.
- Bogle, G.V. (1997). "Stream Velocity Profiles and Longitudinal Dispersion." *J. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 9, pp. 816-820.
- Chow, V.T. (1959). *Open Channel Hydraulics*. McGraw Hill, pp. 89-123.
- Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brooks, N.H. (1979). *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press, Inc.
- French, R.H. (1986). *Open Channel Hydraulics*. McGraw Hill, pp. 29-39.
- Seo, I.W. and Bhowmik, N.G. (1991). "Velocity Distribution of the Illinois and Mississippi Rivers." *Interim Report*, Illinois State Water Survey, pp. 1-25.
- Wood, W.L. (1993). *Introduction to Numerical Methods for Water Resources*. Clarendon Press, pp. 5-76.
- (논문번호:99-001, 접수:1999.01.18, 심사완료:1999.08.18)