

한강수계 복합 저수지 시스템의 최적 수력발전 운영을 위한 LINEAR TRACKING 의 적용

Application of Linear Tracking to the Multi-reservoirs System Operation in Han River for Hydro-power Maximization

유 주 환* / 김 재 한** / 정 관 수***

Yoo, Ju Hwan / Kim, Jae Han / Jung, Kwan Sue

Abstract

The operation of a reservoir system is necessary for establishing the operation rule as well as designing the reservoirs for water resources planning or management. Increasingly complex water resource systems require more advanced operation techniques. As a result, various techniques have been introduced and applied until now. In this study Linear Tracking model based on optimal control theory is applied to the operation of the largest scale multi-reservoir system in the Han river and its applicability proved. This system normally supplies the water resources required downstream for hydro-power and plays a role in satisfying the water demand of the Capital region. For the optimal use of the water resources the Linear Tracking model is designed with the objective to maximize the hydro-power energy subject to the water supply demand. The multi-reservoir system includes the seven main reservoirs in Han river such as Hwachon, Soyanggang, Chunchon, Uiam, Cheongpyong, Chungju and Paldang. These reservoirs have been monthly operated for the past 21 years. Operation results are analyzed with respect to both hydro-power energy and water supply. Additionally the efficiency of the technique is assessed.

Keywords: Linear Tracking, optimal control, optimal operation, reservoir operation, system operation, hydro-power energy optimization

요 지

저수지의 시스템 조작은 수자원 계획 또는 관리 측면에서 저수지 설계 뿐 아니라 운영 기준을 마련하기 위해서 필수적이다. 한편 수자원 체계가 확장되고 복잡해짐에 따라 시스템 조작기법 또한 진보적인 방법이 요구된다. 이에 따라 다양한 기법이 도입되어 시스템 조작에 적용되어 왔다. 본 연구에서는 국내에서 최대 규모인 한강수계 저수지 계통의 시스템 조작에 최적제어 이론인 선형추적 모형을 적용하여 이용 가능성을 평가한다. 이때 한강 수계 저수지 계통은 수력발전 사용수량을 통하여 하류에 용수를 공급함으로써 수도권의 용수공급을 담당하고 있다. 이에 이수측면의 수자원 이용을 극대화하기 위해서 수력발전 최대화에 조작 목적을 두고 용수공급은 제약조건으로 하여 우선적으로 공급하도록 선형추적 모형을 설계하고 최적 제어율의 유도 및 적용을 통하여 저수지 조작을 수행한다. 이때 조작은 화천댐, 소양강댐, 춘천댐, 의암댐, 청평댐, 충주댐, 팔당댐 등 주요 7개 댐을 포함하고 월단위로 21년간을 수행한다. 그리고 조작결과는 수력발전과 용수공급 및 보장수량 측면에서 분석되고 조작 연산 효율성이 검토된다.

핵심용어 : 선형추적, 최적제어, 최적 운영, 저수지 조작, 시스템 조작, 수력발전 최적화

* 한국건설기술연구원 수자원환경연구부 선임연구원

Senior Researcher, Water Resources and Environmental Research Div., KICT, Koyang, Kyonggi 411-410, Korea

** 충남대학교 공과대학 토목공학과 교수

Professor, Dept. of Civil Engineering, Chungnam National Univ., Taejeon 305-764, Korea

*** 충남대학교 공과대학 토목공학과 조교수

Asistant Professor, Dept. of Civil Engineering, Chungnam National Univ., Taejeon 305-764, Korea

1. 서 론

수자원 흐름에서 은행의 역할을 하는 저수지는 홍수 조절을 포함하여 수력발전, 용수공급, 휴양 등 인간생활과 뿔 수 없는 커다란 위치를 차지하게 되었다. 반복 순환되는 수자원을 관리할 수 있는 저수지 시스템을 최적으로 관리하면 그 편익은 누가적으로 전파될 것이지만 저수지 시스템의 부재 또는 관리 부실로부터 오는 손실은 회복이 불가능하다. 따라서 저수지 시스템 편익을 최대로 하기 위하여 시스템 특성에 적합한 저수지 운영 방안을 마련하는 것은 매우 중요하다. 이 때문에 신규댐의 저수지 운영기준을 작성하거나 확장된 저수지 시스템의 조작기준을 재설정하는 노력이 계속되어 왔다.

이와 같은 저수지 조작을 위해서 OR(Operation Research) 기법인 선형계획법(Linear Programming, LP), 비선형계획법(Nonlinear Programming, NLP), 동적계획법(Dynamic Programming, DP), 모의조작 기법(Simulation), 제어이론(Control Theory) 등이 이용된다. 선형계획법은 프로그램의 완결성, 범용성 등의 장점을 갖고 있으나 시스템의 동적 특성을 반영시킬 수 없는 단점과 선형화에 따른 극단적인 단순화 때문에 시스템이 심하게 왜곡될 수 있는 결점이 있다. 비선형계획법은 시스템의 모형화에 있어서 선형계획법 보다는 유연성이 있지만, 비선형계획법 역시 동적 구조를 효과적으로 반영시킬 수 없고 온라인 조작에는 부적합한 단점을 갖고 있다. 동적계획법은 동적 특성의 모형화가 쉽고 프로그램 작성 원리도 비교적 간단하여 널리 쓰이고 있다. 다만 컴퓨터 용량과 연산시간의 제약을 극복하기 위하여 여러 가지 수정기법이 연구, 개발되었지만 대규모 저수지 시스템 적용이나 장기간의 저수지 조작은 기법특성상 쉬운 문제는 아니다. 그리고 모의조작 기법은 저수지 조작의 여러 조건별로 모의하는 편리하지만 최적해를 찾는 데는 어려움이 있다.

본 연구에서는 동적계획법과 본질적으로 동일한 해법이지만 접근 방법상 다른 최적제어를 적용하여 저수지 문제에 접근하였다. 1960년대 이후 현대 제어의 주류를 형성하여 로봇이나 항공기 또는 주요 기계산업에 응용되고 있는 최적제어(Optimal Control)는 시간, 에너지, 연료, 편차, 제어입력 등 여러 가지 목적에 따라 평가함수를 설계할 수 있다. 최적제어를 저수지 조작에 이용한 사례로 Papageorgion(1985)은 이산형 최대원리에 입각하여 10개 저수지계에 확정론적인 제

어이론을 적용하였다. 이 연구에서 상태변수 제약을 변칙함수로 처리하였고 제시된 모형이 문제의 차원 증가에 대하여 연산량이 선형적으로 증가한다고 하여 계산 효율성을 주장하였다. McLaughlin과 Velasco(1990)는 베네수엘라 Caroni 유역내 2개 댐에 대하여 보장 발전량 또는 계약 발전량을 LQG(Linear Quadratic Gaussian) 제어를 적용한 바 있다. Mizyed et al.(1992)는 스리랑카에 위치한 Mahaweli 대규모 복합적수지 시스템에 대한 확정론적인 저수지 조작에 최적제어를 적용하였다. 이들은 예측 유입량 및 수요량 정보를 가지고 차년도 운영방안을 도출하는 접근방법과 과거 기록 자료를 확장한 간접 추계학적 접근법(Implicit Stochastic Optimization)을 통한 선형 조작기준(Linear Decision Rule)을 만드는 접근법을 이끌어 내고 이를 통하여 대규모 시스템의 적용성을 밝힌다. 국내 연구로 권오현과 선우중호(1984)는 한강수계 6개 저수지 시스템의 용수공급 최대화를 위해서 연간 상시공급수량을 공급할 수 있도록 선형추적 이론을 적용하는 방법론을 제시하고 조작기간 36개월 최적해의 거동에 대하여 다각적인 분석을 수행하였다. 이 연구는 용수공급 측면에서 수행되고 최적치의 거동특성 분석 관점에서 저수지 조작이 이루어졌기 때문에 현재 한강수계 이수적 측면의 저수지 조작을 위해서는 재검토가 필요하다. 따라서 본 연구에서는 현 한강수계 저수지 시스템이 수력발전을 통하여 하류에 용수를 공급하고 있으므로, 이점을 감안하여 이수측면의 극대화 방안으로서 수력발전 최대화를 조작의 목적으로 두고 용수공급을 기본적으로 충족하도록 제약조건으로 반영시켜 최적제어 모형인 선형추적(Linear Tracking)을 모형화하고 최적제어를 유도하여 적용함으로써 저수지 조작을 수행하였다. 이로부터 얻은 최적조작 결과를 분석하고 동적계획법에 기준하여 연산의 효율성을 평가하였다.

2 선형추적 모형

본 연구에서는 수력발전이 정격낙차(rated head)에서 최대가 됨을 고려하여 정격저수상태를 유지할 목적으로 저수위가 정격수위를 따르도록 그 잔차(residuals)를 제곱을 최소화하도록 한다. 이는 2차식의 평가함수와 선형 제약식으로 구성되므로 선형추적 모형으로 접근할 수 있다. 여기서 평가함수는 상태 또는 제어 변수가 설계치에 어느 정도 접근하는가 평가하는 지표(Index) 함수로 저수위 수준과 정격수위 간

차의 제공으로 표시할 수 있다.

2.1 평가함수의 설계

저수지 조작에 수력발전 에너지 생산을 최대화하기 위하여 다음 기준에 따라 평가함수(performance measure)를 식 (1)과 같이 설계하였다.

① 전체 시간축에 걸쳐 저수지 수위를 정격수위에 근접시킨다.

② 무효(無效) 방류량을 줄이기 위해서 사용수량을 가급적 적게 한다.

③ 장기조작(long-term operation)임을 감안하여 마지막 저류 수준을 자유단(free terminal) 조건으로 설정한다.

$$\begin{aligned}
 J = & \frac{1}{2} [\mathbf{X}(N) - \hat{\mathbf{X}}(N)]^T \mathbf{V} [\mathbf{X}(N) - \hat{\mathbf{X}}(N)] \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \{ [\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k)]^T \mathbf{Q} [\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k)] \\
 & + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k) \equiv \frac{1}{2} \|\mathbf{X}(N) - \hat{\mathbf{X}}(N)\|^2_{\mathbf{V}} \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \{ \|\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k)\|^2_{\mathbf{Q}} + \|\mathbf{u}(k)\|^2_{\mathbf{R}} \} \quad (1)
 \end{aligned}$$

여기서, \mathbf{X} 는 $n \times 1$ 상태벡터(state vector), 저류수준, $\hat{\mathbf{X}}$ 는 $n \times 1$ 상태벡터 기대벡터(정격수두의 저류수준), \mathbf{u} 는 $m \times 1$ 제어벡터(control vector, 방류수준), \mathbf{V} 는 $n \times n$ 실수 대칭 가중행렬(positive semi-definite, PSD), \mathbf{Q} 는 $n \times n$ 실수 대칭 가중행렬(PSD), \mathbf{R} 은 $n \times m$ 실수 대칭 가중행렬(positive definite, PD, 陽定置), k 는 이산화된 시간축, N 은 조작기간 최종단계이다. 평가함수 첫번째 항은 마지막 단계에서 유지해야 할 목표 저류수준이고 두번째는 전기간에 걸쳐서 정격낙차를 유지시키려는 의도이고 셋째 항은 가급적 사용수량을 적게 쓰도록 한 것이다.

2.2 제약조건

2.2.1 시스템 방정식

저수지계의 연속 방정식은 동적 시스템으로 1계 선형 미분 방정식의 이산형은 다음과 같다.

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi \mathbf{X}(k) + \Psi \mathbf{u}(k) + \Phi \mathbf{y}(k) \quad (2)$$

여기서, Φ 는 단위행렬(\mathbf{I}_n), Ψ 는 저수지의 기하학

적 구성을 나타내는 행렬($n \times m$), \mathbf{y} 는 시스템 매개변수 벡터로서 $\mathbf{y}(k) = \mathbf{i}(k) - \mathbf{d}(k) - \mathbf{e}(k)$ 와 같이 구성되는데 이 때 $\mathbf{i}(k)$ 는 유입량, $\mathbf{d}(k)$ 는 저수지로 부터의 직접취수량, $\mathbf{e}(k)$ 은 증발량이다. 조작기간 동안 저수지의 구성이 변하지 않는다고 가정하고 Φ 와 Ψ 행렬은 시간불변(time-invariant)으로 하였다. 이 때 월 단위 조작이므로 저수지간 물의 이동시간은 고려하지 않았다.

2.2.2 변수 제약

저수지 시스템은 자연계의 물리적인 제약뿐 아니라 경제, 사회적 요구 등도 충족시켜야 하는 제약도 있을 수 있다. 본 연구에서는 이수적 측면에서 다음과 같은 변수 제약이 반영된다.

① 상태변수

상태변수(state variable)인 저류량은 식 (3)과 같이 상한과 하한의 제약을 받는다. 상한인 최대 저류량은 이수목적용 위한 저류의 상한선으로서 상시만수위 또는 제한수위 저수량이 되고 계절별 시간의 함수가 될 수 있다. 하한인 최소 저수량은 계절별로 변하지 않는 시간 불변값으로 취급하였다.

$$X_i^- \leq X_i(k) \leq X_i^+ \quad (3)$$

여기서, $X_i(k)$ 는 기간 k 일 때 저수지 i 의 저류량, $X_i^+(k)$ 는 최대 저류량이고 X_i^- 는 최소 저류량이다.

② 제어변수

제어변수(control variable) 상한제약인 최대 댐방류량은 댐의 여수로 통수능력과 하류부 하도능력 중에서 적은 값이 된다. 최소 방류량은 하류 기득 수리권을 만족시키고 하류 하도의 魚族 자원의 보호나 연안 생태계 및 환경보전을 위해 필요한 최소한의 유량인 하천유지유량이 된다.

$$u_i^- \leq u_i(k) \leq u_i^+ \quad (4)$$

여기서, $u_i(k)$ 는 기간 k 일 때 저수지 i 의 방류량, u_i^+ 는 저수지 i 의 최대 방류량으로 순(旬)단위나 월단위 조작에서는 비활성적(inactive)이고, u_i^- 는 저수지 i 의 최소 방류량이다.

2.3 모형 해법

2.3.1 확장함수 및 2점 경계치 문제 유도

평가함수식 (1)과 시스템 방정식 (2)로부터 확장방정식(Augmented equation)은 식 (5a, b)와 같다.

\mathbf{X} , \mathbf{u} 는 무제약(無制約) 제어 및 상태 벡터이고

$\hat{\mathbf{X}}$ 는 최대 발전이 출력 가능한 정격낙차에서의 저류 수준을 나타낸다. 여기서, $J_{aug.}$ 는 Lagrangian 확장함수이고, λ 는 공역상태벡터(costate vector)로서 미지수이다.

변수 무제약 상태의 최적해는 다음 필요조건 식 (5d, f)를 만족한다.

이를 적용하면 다음 식 (6)과 같은 2점 경계치 문제가 된다(유주환, 1998).

2.3.2 최적제어율(最適 制御律)

식 (6)의 경우에 상태변수는 초기조건에 의하여 순차로 풀어야 하고, 공역상태변수는 종기조건으로부터 역차로 풀어야 하므로 바로 그 해를 구할 수 없다. 이 차분 방정식의 해는 일반적으로 Laplace 변환에 의하

여 풀 수도 있으나 본 연구에서는 다음과 같이 Kalman의 Riccati형의 최적해를 유도하여 적용하였다.

우선, Kalman이 제시한 Riccati 형의 해는 (7)과 같이 구성된다.

$$\lambda(k) = \mathbf{P}(k) \mathbf{X}^*(k) + \mathbf{s}(k) \quad (7)$$

여기서, $\mathbf{P}(k)$ 는 $n \times n$ 대칭행렬로서 미지 행렬이고 $\mathbf{s}(k)$ 는 $n \times 1$ 미지 벡터이다. 식 (7)을 시간축에서 1 단계 전진하여 식 (6)에 대입하고 정리하면,

$$\begin{aligned} & [\mathbf{I} + \Psi \mathbf{R}^{-1} \Psi \mathbf{P}(k+1)] \mathbf{X}^*(k+1) \\ &= \Phi \mathbf{X}^*(k) \Psi \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(k+1) + \Phi \mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (8)$$

가 되고, 좌변 괄호의 역행렬이 존재한다고 가정하면,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^*(k+1) &= [\mathbf{I} + \Psi \mathbf{R}^{-1} \Psi \mathbf{P}(k+1)]^{-1} \Phi \mathbf{X}^*(k) \\ &\quad - [\mathbf{I} + \Psi \mathbf{R}^{-1} \Psi \mathbf{P}(k+1)]^{-1} \Psi \mathbf{R}^{-1} \Psi \mathbf{s}(k+1) \\ &\quad + [\mathbf{I} + \Psi \mathbf{R}^{-1} \Psi \mathbf{P}(k+1)]^{-1} \Phi \mathbf{y}^*(k) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} J_{aug.} &= J - \sum_{k=0}^{N-1} \lambda^T(k+1) [\mathbf{X}(k+1) - \Phi \mathbf{X}(k) - \Psi \mathbf{u}(k) - \Phi \mathbf{y}(k)] \\ &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X}(N) - \hat{\mathbf{X}}(N)\|^2_{\mathbf{v}} + \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k)\|^2_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \|\mathbf{u}(k)\|^2_{\mathbf{R}} \right. \\ &\quad \left. + \lambda^T(k+1) [\Phi \mathbf{X}(k) + \Psi \mathbf{u}(k) + \Phi \mathbf{y}(k)] - \lambda^T(k+1) \hat{\mathbf{X}}(k+1) \right\} \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X}(N) - \hat{\mathbf{X}}(N)\|^2_{\mathbf{v}} + \sum_{k=0}^{N-1} \{ \mathbf{H}[\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k), \lambda(k+1)] - \lambda^T(k) \mathbf{X}(k) \} \\ &\quad - \lambda^T(N) \mathbf{X}(N) + \lambda^T(0) \mathbf{X}(0) \end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}[\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k), \lambda(k+1)] &= \frac{1}{2} \|\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k)\|^2_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \|\mathbf{u}(k)\|^2_{\mathbf{R}} \\ &\quad + \lambda^T(k+1) [\Phi \mathbf{X}(k) + \Psi \mathbf{u}(k) + \Phi \mathbf{y}(k)], \mathbf{H} \equiv \text{Hamiltonian} \end{aligned} \quad (5c)$$

$$\lambda^*(k+1) = \partial \mathbf{H} / \partial \mathbf{X} \quad (5d)$$

$$\partial \mathbf{H}(\mathbf{X}^*, \lambda^*) / \partial \mathbf{u} = 0 \quad (5f)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}^*(k+1) \\ \lambda^*(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & -\Psi \mathbf{R}^{-1} \Psi \\ \mathbf{Q} & \Phi^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^*(k) \\ \lambda^*(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi \mathbf{y}(k) \\ -\mathbf{Q} \hat{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

한편, 식 (7)과 Euler-Lagrange 방정식 (6)으로부터,

$$P(k) \mathbf{X}^*(k) + \mathbf{s}(k) = Q \mathbf{X}^*(k) + \Phi^T \lambda^*(k+1) - Q \hat{\mathbf{X}} \quad (10)$$

식 (7)에서 시간축을 1 단계 전진시킨 λ^* 을 식 (10)에 대입한 다음 식 (9)를 포함시키서 \mathbf{X} , \mathbf{s} , \mathbf{y} , $\hat{\mathbf{X}}$ 에 관하여 정리하면,

$$\begin{aligned} & [P(k) - Q - \Phi^T [P^{-1}(k+1) + \Psi R^{-1} \Psi]^{-1} \Phi] \mathbf{X}^*(k) \\ & + [\mathbf{s}(k) + \Phi^T \{ [P^{-1}(k+1) + \Psi R^{-1} \Psi]^{-1} \Psi R^{-1} \\ & \Psi - \mathbf{I} \} \mathbf{s}(k+1) - \Phi^T [P^{-1}(k+1) + \Psi R^{-1} \Psi]^{-1} \\ & \Phi \mathbf{y}(k) + Q \hat{\mathbf{X}}] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

이 되고 식 (11)이 임의의 $\mathbf{X}(k)$ 에 관하여 성립될 필요충분조건은 식 (11)의 제 1 및 제 2 괄호의 값이 모두 영벡터(null vector)이어야 되므로,

$$P(k) = Q + \Phi^T [P^{-1}(k+1) + \Psi R^{-1} \Psi]^{-1} \Phi \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k) = & -\{ \Phi^T [P^{-1}(k+1) + \Psi R^{-1} \Psi]^{-1} \Psi R^{-1} \Psi \\ & - \Phi^T \} \mathbf{s}(k+1) + \Phi^T [P^{-1}(k+1) + \Psi R^{-1} \Psi]^{-1} \\ & \Phi \mathbf{y}(k) - Q \hat{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (13)$$

을 얻을 수 있다. 식 (12)에서 Q 를 좌변으로 이항하고 Φ^{-1} 를 후승(後承)하여(post-multiply) 식 (13)을 정리하면 다음 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k) = & -\{ [P(k) - Q] \Phi^{-1} \Psi R^{-1} \Psi - \Phi^T \} \mathbf{s}(k+1) \\ & + [P(k) - Q] \mathbf{y}(k) - Q \hat{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (14)$$

식 (7)의 시간축을 1단계 전진시키고 이에 식(10)을 대입하면,

$$\begin{aligned} P(k+1) \mathbf{X}^*(k+1) + \mathbf{s}(k+1) = \\ \Phi^{-T} [P(k) - Q] \mathbf{X}^*(k) + \Phi^{-T} \mathbf{s}(k) + \Phi^{-T} Q \hat{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (15)$$

가 된다. 이 식에서 Φ^{-T} 는 Φ 을 전치(轉置)하여

그 역행렬을 구한 결과를 뜻한다. 식 (7)의 시간축을 1 단계 전진시켜서 우변을 식 (15)로 대체하면,

$$\begin{aligned} \lambda^*(k+1) = & \Phi^{-T} [P(k) - Q] \mathbf{X}^*(k) \\ & + \Phi^{-T} \mathbf{s}(k) + \Phi^{-T} Q \hat{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (16)$$

되고, 식 (16)이 식 (5d, f)을 만족하면, 최적제어율은 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^*(k) = & -R^{-1} \Psi^T \Phi^{-T} [P(k) - Q] \mathbf{X}^*(k) \\ & - R^{-1} \Psi^T \Phi^{-T} \mathbf{s}(k) - R^{-1} \Psi^T \Phi^{-T} Q \hat{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (17a)$$

이를 정리하면,

$$\mathbf{u}^*(k) = F(k) \mathbf{X}^*(k) + \mathbf{g}(k) \quad (17b)$$

$$\text{여기서, } F(k) = -R^{-1} \Psi^T \Phi^{-T} [P(k) - Q] \quad (18a)$$

$$\mathbf{g}(k) = -R^{-1} \Psi^T \Phi^{-T} [\mathbf{s}(k) + Q \hat{\mathbf{X}}(k)] \quad (18b)$$

이 때 Φ^{-T} 는 Φ 을 전치하여 그 역행렬을 구한 결과를 뜻하고, $F(k)$ 는 Feedback Gain Matrix로서 Kalman Gains 라고 하며, $\mathbf{g}(k)$ 는 지시신호(command signal)로서, 평가함수에서 가중행렬과 미래의 상태 기대치를 현재의 제어 변수에 반영시키는 기능을 가지며, 이와 같은 제어는 그림 2와 같은 최적 이산폐쇄계통(closed-loop optimal discrete system)을 이룬다. 여기서, $n \times n$ 미지행렬 $P(k)$ 와 $n \times 1$ 미지벡터 $\mathbf{s}(k)$ 는 식 (12) 및 식 (13)에 경계조건식 (10)을 적용하여 역차로 풀 수 있다. 여기서 경계 조건은 즉 $k = N$ 일 때 식 (7)과 고정 시간축(fixed-final stage)에 임의의 단말조건(free terminal state)으로부터 식 (19)와 같이 된다(유주환, 1998).

$$P(N) = V \quad \text{및} \quad \mathbf{s}(N) = -V \hat{\mathbf{X}}(N) \quad (19)$$

2.3.3 추가적인 필요조건

변수제약하의 최적제어율은 식 (20)과 같다. 따라서 무제약의 최적제어율은 다음 식 (20)을 만족시켜야 되므로 다음 Pontryagin의 최소원리를 따르도록 연쇄보정을 실시해야 된다(권오현, 1984).

$$\mathbf{X}^*(k+1) = \Phi \mathbf{X}^*(k) + \Psi \mathbf{u}^*(k+1) + \Phi \mathbf{y}(k) \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} \lambda^*(k) &= \partial H / \partial \mathbf{X} \\ &= \mathbf{Q} \mathbf{X}^*(k) + \Phi^T \lambda^*(k+1) - \mathbf{Q} \hat{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (20b)$$

$$\begin{aligned} &H[\mathbf{X}^*(k), \mathbf{u}^*(k), \lambda^*(k+1)] \\ &\leq H[\mathbf{X}^*(k), \mathbf{u}^*(k), \lambda^*(k+1)], \quad \forall \mathbf{u} \in U \end{aligned} \quad (20c)$$

여기서 U는 \mathbf{u} 의 타당역(feasible region)이다. 이때 식 (20c)는 Pontryagin의 최소원리를 나타낸다. 즉 평가함수에 대한 최소 원리는 앞서 정의된 헤밀토니안(H)을 최소화시키는 것과 같다는 것이다. 즉 변수제약

경계면을 따라서 식 (20c)가 성립된다는 것이다.

3. 모형의 적용

3.1 적용 시스템 구성

본 연구는 국내 최대 규모인 한강유역내 저수지 시스템을 대상으로 하였다. 한강유역에는 화천댐, 춘천댐, 의암댐, 청평댐, 팔당댐, 괴산댐, 도암댐 등 6개 수력발전댐이 있고 다목적댐으로는 소양강댐과 충주댐 및 재조정지 등이 있다. 이중 도암댐, 괴산댐, 충주댐 재조정지 등 소규모 댐을 제외하고 화천댐, 소양강댐, 춘천댐, 의암댐, 청평댐, 충주댐, 팔당댐 등 7개 댐을 대상으로 한 시스템을 구성하였다. 본 대상 시스템내 댐의 공통된 특징은 수력발전을 함과 동시에 하류로 발전방류하여 하류의 용수공급을 충족시킨다는 점이다. 이를 감안하여 본 연구에서는 2001년 한강수계 용수공급을 충족시키면서 수력발전량을 최대화하도록 최적제어 모

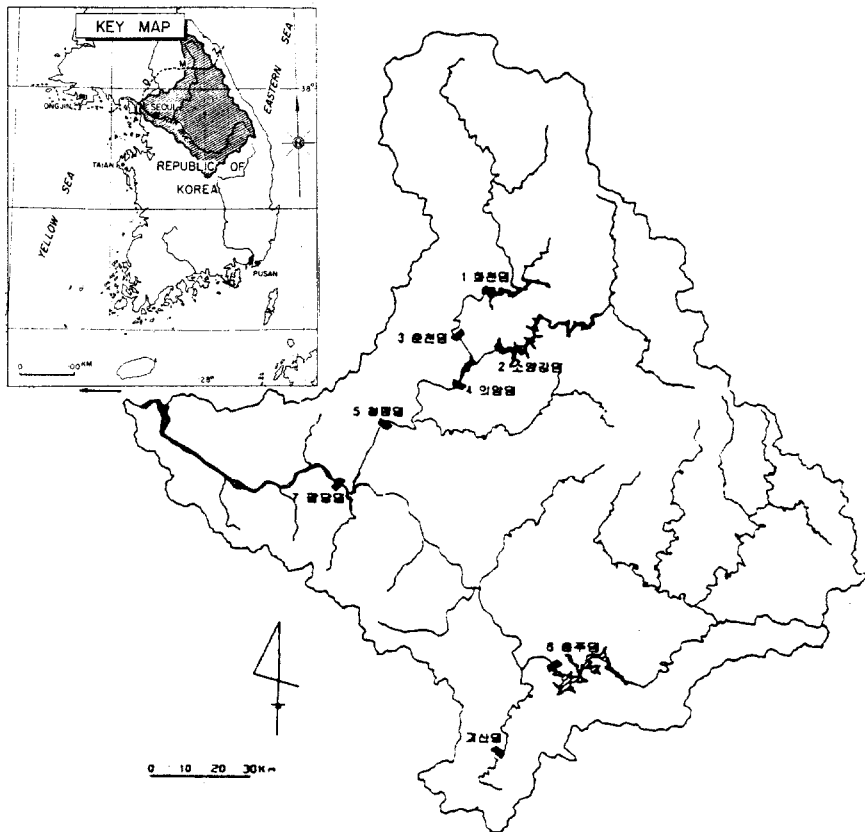


그림 1. 한강 유역도

형을 구상한 것이다.

3.2 해법

3.2.1 해법과정

댐별 최적 방류량은 선형추적에 의한 최적제어에 따라 그림 2와 같은 계통도에 따라 무제약 최적치를 구한다. 여기서 제어 계통도는 최적 제어변수를 계산하는 제어기(controller)와 피드백 시스템으로 상태변수를 계산하는 플랜트(plant)로 구성된다. 이에 필요한 매개변수는 별도 계산 장치(pre-estimation)을 통하여 계산되어 입력된다.

그리고 그림 3과 같이 폰트리아진의 원리에 따라 제어에 대한 보정을 실시한다. 여기서 k 는 조작 단계(stage)를 나타내고 L 은 총 조작기간을 표시한다.

3.2.2 입력자료 및 매개변수 결정

입력자료로 댐 제원 및 유역 수문 자료는 댐관리 기관이 보유하는 설계 및 댐관리 자료를 이용하였다. 유입량은 화전댐, 소양강댐, 충주댐의 월별 유입량(1974~1994)을 바탕으로 산출, 적용하였다. 충주댐 85년 이전 자료는 이 지점 유출자료를 이용하였다. 용수 수요는 2001년도 기준(한국수자원공사,1995)으로 하였다. 그리고 최대 발전량을 생산하는 정격수위는 다음에 설명되는 댐설계 자료를 이용하였다. 변환행렬인 Φ 와 Ψ 는 본 시스템 특성값으로 적용하였다. R , Q , V 행렬은 시스템의 수렴 또는 발산 등 시스템 특성을 나타내고 평가함수 식에서 상태변수, 제어에너지, 경계조건에

대한 분산을 최소화함에 있어서, Riccati 해의 에너지 집중도를 좌우하므로 시행착오 및 민감도 분석을 통하여 최적치를 적용하였다(유주환, 1998).

3.2.3 수력 발전 에너지

(1) 발전량 산정

일반적으로 발전량은 다음식에 의해서 계산될 수 있다.

$$E = \rho g \eta Q H T \quad (21)$$

여기서 ρ 는 물의 밀도, g 는 중력 가속도이고 η 는 수차 및 발전기의 합성효율을 나타내고 Q 는 발전 사용수량이고 H 는 저류 수준으로부터 계산된 낙차로서 저수지 수위에서 방수위, 손실수두를 뺀 값이다. 그리고 T 는 발전시간을 나타낸다. 이와 같은 발전량은 그림 4와 같이 시산 과정을 통하여 결정된 사용수량에 의하여 계산된다. 그림에서 Q_{max} 는 정격 사용수량이고 $Q1$ 과 $Q2$ 는 시산되는 사용수량을 표시한다. SWL은 저수량(X)에 의해서 결정되는 저수지 수위(storage water level)가 되고 TWL은 방수위(tailed water level)를 나타내고 H_l 은 손실수두(head loss)를 나타낸다. 이때 발전 낙차는 위치에너지 포텐셜이고 이로부터 발전 사용수량은 다음과 같이 결정된다.

① 소양강 다목적댐

$$H \leq H_R: Q = 1.38 H + 9.9 \quad (22a)$$

$$H > H_R: Q = Q_R (H_R/H)^{2.1} \quad (22b)$$

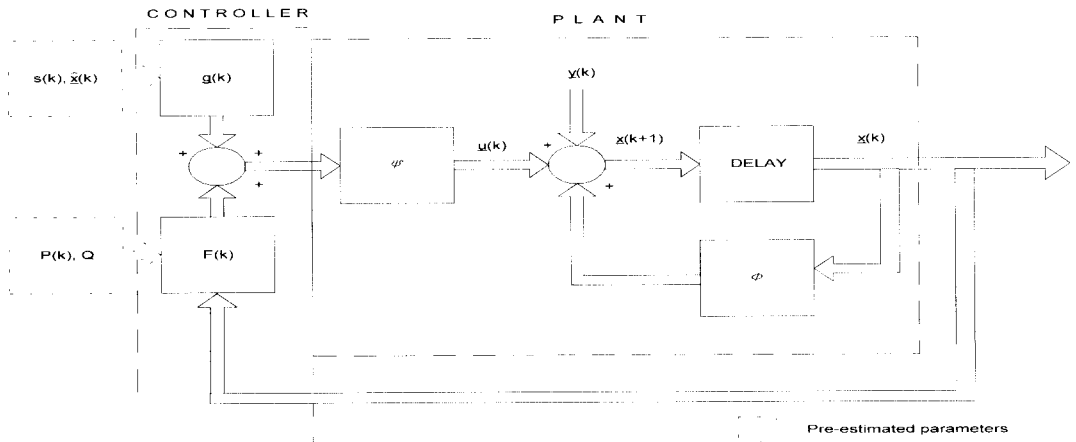


그림 2. 선형추적 계통도

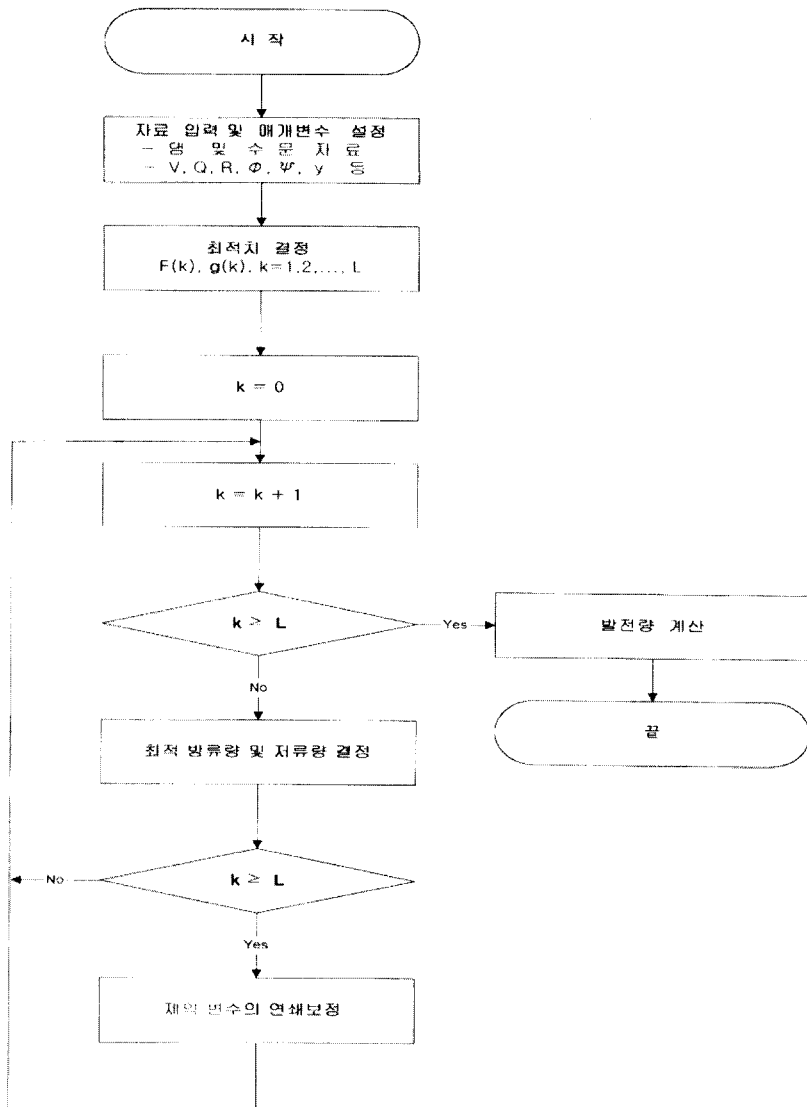


그림 3. 해법 흐름도

여기서 H_R , Q_R 는 정격 낙차와 정격 사용수량이다.

② 충주 다목적댐

$$H \leq H_R: Q = Q_R (H_R/H)^{0.5} \quad (23a)$$

$$H > H_R: Q = Q_R (\eta_R/\eta_H) (H_R/H) \quad (23b)$$

여기서 효율비 η_R/η_H 는 정격수위일 때의 효율의 상대치로 여기서는 1.02를 적용하였다.

③ 그 밖의 댐 : 충주 다목적댐의 식 (23)을 적용하고 이 때 효율비는 1.00을 적용하였다.

이와 같이 최적 저수지 조작에 따라 결정된 최적 방류량과 저류량에 대하여 각 발전소에서 설정된 기준 발전시간을 고려하여 발전량을 산정한다. 이때 시스템 내에서 수력발전 전용댐은 상시발전을 하고 다목적댐은 침투발전량을 생산한다. 즉 이를 감안하여 1차 에너지(primary energy)와 2차 에너지(secondary energy)를 포함하는 총 발전에너지를 산정한다. 여기

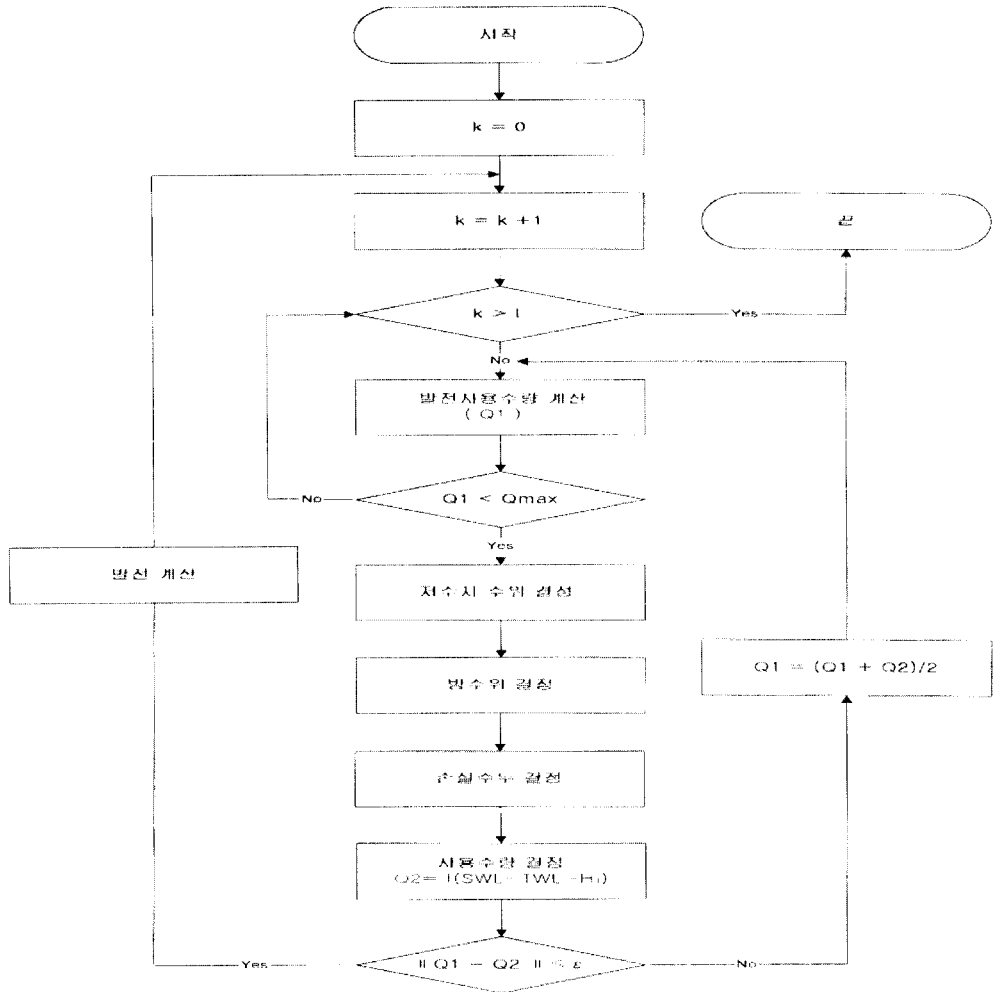


그림 4. 발전량 계산

서 1차 에너지는 발전소에서 설정된 기준 발전시간 동안에 생산되는 수력발전 에너지를 나타내고 2차 에너지는 초과되는 에너지를 의미한다. 2차 에너지는 전력 공급 체계상 개스터빈 등 기존 화력발전 시설과 운용의 묘(妙)를 살리면 실용화 가능할 것이다(권오현, 1980).

(2) 정격낙차 발전

정격 낙차(rated head)는 일반적으로 하천의 유량을 고려한 저수지 조작으로부터 95% 시간 보장출력일 때의 낙차라 할 수 있다. 정격낙차에서 수차가 완전 개도(開度)된 상태의 유량은 정격 사용수량으로 최대 사용수량이 된다. 즉 최대 발전은 정격낙차에서 발생된

다고 할 수 있다. 이에 본 연구에서 저수지 수위가 각 댐별 정격낙차가 되는 정격 수위를 따르도록 모형화한 것이다. 이때 정격수위는 방수위에 따라 변동될 수 있으나 이를 평균적으로 고려할 수 있으므로(권오현, 1995) 평균적인 상시 방수위를 고려하여 다음 표 1과 같이 정격수위를 설정하였다. 여기서 정격수위는 정격 유효낙차에 방수위와 손실수두를 합계한 것이다. 이때 정격 낙차 및 사용수량은 댐별 설계자료이다. 그리고 손실수두 값은 소양강댐 및 충주댐의 유량의 함수식이므로 정격유량일 때의 손실 수두를 고려하고 그 밖의 댐은 손실수두 공식이 알려져 있지 않으므로 표 1에서와 같은 일정치를 적용하였다.

표 1. 정격낙차 및 정격 사용수량

백구분	화천	소양	춘천	의암	청평	충주	팔당	비고
정격 낙차 (m)	62.7	90.0	28.8	15.9	25.4	57.5	11.8	
상시 방수위 (EL.m)	103.0	80.6	74.1	56.3	24.0	71.3	11.4	
손실수두 (m)	3.5	1.1	0.6	0.3	0.6	0.9	0.3	
적용 정격수위 (EL. m)	169.2	171.7	103.5	72.5	50.0	129.7	23.5	ㄹ 수위
정격 사용수량 (m ³ /s)	*203.5	*275.9	274.1	*374.0	*409.9	828.0	760.0	* 추정치

4. 주요 결과 및 결론

4.1 프로그램 결과 분석

최적제어 결과, 춘천댐, 의암댐, 청평댐, 팔당댐은 상대적으로 작기 때문에 상류로부터의 유입량은 크기 때문에 그림 5에서 볼 수 있는 바와 같이 전체 조작기간을 통하여 최대 또는 최소 제약의 경계면을 따르는 양상인 BANG BANG 형태로 저수량이 제어되지만 화천댐, 소양강댐, 충주댐은 자체 조절력을 갖고 운영됨을 보여준다. 실적치와 비교한 결과, 표 2와 같이 충주댐을 제외한 소양강, 화천, 춘천, 의암, 청평, 팔당댐은 크게 나타났고 전체시스템은 1.3배의 발전량 증산을

가져왔다. 이때 2001년도 용수 수요를 만족시키도록 제약조건으로 반영하였으므로 2001년도 수요를 만족하고도 30% 전력 증산을 가져온 것이다. 이는 최적연계 운영에 의한 이수 편의 확대 가능성을 보여준다.

그리고 용수측면에서 화천, 춘천, 청평댐 최소 보장수량은 실적치보다 크게 나타나고 소양강, 의암, 충주, 팔당 댐은 적게 나타났고 연평균 보장수량도 표 2와 같이 다소 적게 평가되었다. 이는 팔당댐에서 2001년도의 용수를 공급하기 때문에 실제보다 감소된 량이라고 할 수 있다. 그러나 연평균적인 보장공급 수량은 공급지점인 팔당댐 지점에서 동등함을 알 수 있다. 이는 최적화에 의하여 2001년도의 용수공급을 충족시키고도 팔당댐 지점의 하류 유황이 실적치와 비슷하게

OPTIMAL TRAJECTORY BY DAM

1974-1994

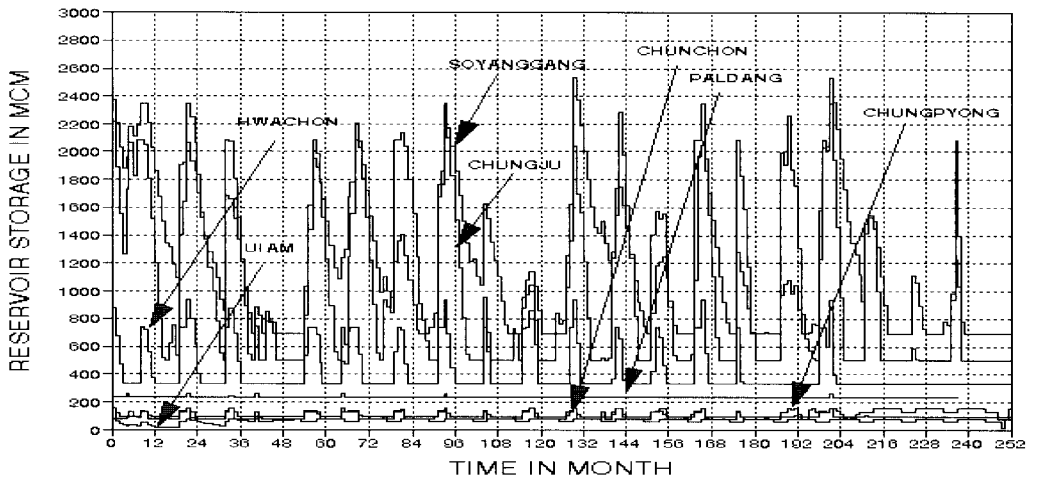


그림 5. 댐별 저수량의 최적상태 자취

표 2. 최적조작 결과의 실적치 대비(1974-1994)

구분	발전량 (10 ⁶ Kwh/년)			연간 보장수량 (m ³ /s)					비 고
	최적	실적	비교	최소 보장수량		연평균 보장수량		비교	
	A	B	A/B	본성과	실적	본성과, A	실적, B	A/B	
화천	381.9	229.4	1.66	31.2	29.7	76.9	92.1	0.83	실적 : 한국전력 (1995) * 1986-1994년
소양	798.1	450.1	1.77	40.2	42.5	64.1	64.7	0.99	
춘천	203.1	159.8	1.27	59.8	39.8	92.9	106.0	0.88	
의암	178.0	159.0	1.12	84.6	94.7	163.3	177.7	0.92	
청평	314.0	279.0	1.13	101.3	83.7	198.6	218.5	0.91	
충주*	613.8	689.1*	0.89	76.1	98.7	139.2	161.8*	0.86	
팔당	516.4	341.2	1.51	188.9	202.4	475.5	482.7	0.99	
계	3005.3	2307.6	1.30						

운영되었음을 보이는 것이다. 그리고 이것은 수계내 댐이 발전 사용수량을 통하여 용수공급을 하기 때문에 수력발전을 최대화한 것이 용수공급에 기여함을 나타낸 것이다. 이는 기존 연구(권오현, 1980)에서 기대한 것과 일치한다고 할 수 있다.

4.2 연산 효율성 평가

본 기법의 연산 성능을 평가하기 위해서 저수지 조작기법에 많이 적용되는 기존 동적계획법과 대체적으로 비교하였다. 동적계획법의 경우 차원 또는 시간축의 증가에 따라 지수적으로 연산량이 증가하는 반면 최적 제어의 경우 수렴시간은 시간축상의 모든 제어변수를 제어율에 따라 다차원 매트릭스 계산으로 일관적으로 해를 계산하기 때문에 상대적으로 수렴속도가 빠르다고 할 수 있다.

한편 본 모형과 계산 효율을 비교하기 위해서 선형 계획과 같이 표준적인 동적계획법이 필요하지만 기법 특성상 표준화하기 쉽지 않으므로 최근까지 활발히 적용되어 온 CNUDP와 CSUDP의 계산과 비교한다. 여기서 첫 번째 CNUDP는 권오현(1979)이 알고리즘

화하여 용담댐 타당성조사(건설부, 1990), 주암댐-이사천댐 연계 운영(권오현 등, 1992), 대청 다목적댐의 발전 신뢰성 평가(권오현과 유주환, 1993), 화천댐 및 평화의 댐 연계운영(권오현 등, 1996), 한강수계 수자원 이용방안 연구(1996), 섬진강 다목적댐 운영(권오현 등, 1997) 등에서 각 시스템에 적절히 적용한 바 있고 CSUDP는 콜로라도 대학(Labadie, 1980)에서 개발한 것으로 Ko(1989)에 의하여 국내에 처음으로 적용되어 저수지 운영에 다기준 의사결정 방안이 연구되었고 주암댐-이사천댐 연계 운영(고석구 등, 1992), 홍수시 댐군의 연계운영(이재형 등, 1992), 추계확적 저수지 운영률 개발(고석구 등, 1997), 분하강의 저수지 시스템과 펌핑 시스템 연계 운영(이광만 등, 1997), 구미 용수공급체계의 다목적 분석(Ko 등, 1997), 물수지 분석을 위한 대규모 시스템 적용(이광만, 이재웅, 1997)에서 적용성을 입증 받은 바 있다.

이 중에 다차원 저수지 조작에 적용한 최근 사례를 선택하여 동일한 하드웨어 상에서 연산시간을 나타내면 표 3과 같다. Ko et als.(1997)의 성과에서는 IBM-486 컴퓨터에서 저수지와 양수 시스템의 7일간

표 3. 기존 저수지 조작 사례

구분	댐갯수	시간스텝	연산시간	비 고
CNUDP	1	30년×12월	16분	한국수자원공사(1996)
CNUDP	3	20년×12월	23분	백산엔지니어링(1996)
CSUDP	10	30년×12월	2시간	이광만과 이재웅(1997)
Linear Tracking	7	100년×12월	6분	본 연구

CNUDP : 충남대학교 개발 프로그램
 CSUDP : 콜로라도대 개발 프로그램
 H/W : Pentium 133 기준

의 168 단계의 운영에서 35초 정도 소요됨을 밝히고 있다. 표 3의 연산시간은 최근 프로그램 운영자에 의하여 평가된 시간을 실은 것이다. 이때 각각의 DP 적용사례는 적용대상 및 목적과 수립 조건이 다르기 때문에 정확한 비교는 될 수 없다. 다만 저수지 운영상의 적절한 수립조건을 반영한 기존 성과이므로 전체적인 연산 효율성을 비교할 수 있다고 판단된다. 본 연구에서 모형 검증 기간을 21년간으로 할 경우에는 수 초 내에 수립하고 저수지 조작기준을 작성하기 위해서 확장한 100년간의 조작에는 6분 정도의 시간이 소요되었다. 이는 기존의 동적계획법에 기준할 때 저수지 조작에 적용하기 위한 적절한 연산 효율성으로 평가할 수 있다.

4.3 결 론

한강수계내 저수지 시스템의 이수 운영을 위해서 수력발전 최대화를 조작목표로 두고 제약조건으로 2001년도 용수공급을 설정한 모형을 선형추적 모형에 의하여 조작한 본 연구의 결론은 다음과 같다.

(1) 2001년도 용수공급을 충족시키면서 저수지 시스템의 전체 발전량은 30% 증산을 보였다. 이는 전체 시스템의 연계 최적화한 효과라고 할 수 있다.

(2) 그리고 용수공급 보장 측면에서는 연평균 보장수량이 실적치보다 다소 적게 평가되었으나 팔당댐 지점에서는 거의 동등하게 평가되었다. 용수공급을 충족시키고도 팔당댐 지점의 유황을 유지함은 수력발전을 통하여 보장 공급수량도 증가함을 나타내는 것이다.

(3) 적용된 선형추적 모형의 연산효율은 저수지 조작에 지금껏 많이 이용되고 있는 동적계획법에 기준해 볼 때 계산상의 효율을 평가할 수 있다.

(4) 본 연구에서는 한강수계 다차원 시스템의 전체 에너지 최대화에 관점에서 문제를 풀었기 때문에 실제 운영실적과 다소 차이를 알 수 있다. 이는 전체 시스템을 연계하여 운영할 경우에 에너지 증산 등의 이수 편익을 도모할 수 있고 다차원 시스템 조작에서 각 댐별 가중치에 따라 달라질 수 있음을 나타낸다고 할 수 있다.

(5) 본 결과는 한강수계의 저수지 계통의 이수적 조작기준 개발 등을 위한 시스템 조작에 본 모형의 적용 가능성을 보여 준다.

참 고 문 헌

건설부 (1990). 용담다목적댐 타당성 조사 보고서.

고석구, 권오현, 김선배, 이광만 (1992). "2차원 동적 계획기법에 의한 주암댐 계통의 월단위 최적 조작과 운영을 개발." 한국수문학회 수공학연구발표회논문집, 한국수문학회, pp. 448-456.

고석구, 이광만, 이한구 (1997). "양해 추계학적 동적계획법에 의한 저수지 운영률 개발." 한국수자원학회논문집, 수자원학회, 제30권, 제3호, pp. 269-278.

권오현 (1979). "저수지군의 다단계 최적 입안에 관한 연구." 석사학위논문, 건국대학교.

권오현, 박창근, 유주환 (1996). "화천댐 및 평화의댐 시스템 이수효과 분석." 한국수자원학회 학술 발표회논문집, pp. 421-430.

권오현, 선우중호 (1984). "이산형 선형추적에 의한 제약 저수지계의 최적제어." 대한토목학회지, 대한토목학회, 제5권, 제3호, pp. 1-12.

권오현, 성세진 (1980). "북한강 유역 댐군의 최적운영을 위한 시스템 모델의 개발." 한국수문학회지, 한국수문학회, 제28권, 제4호, pp. 95-104.

권오현, 유주환, 김선배 (1992). "1차원 Dynamic Program에 의한 주암댐 계통 최적조작과 5일 단위 운영률 개발." 한국수문학회 수공학연구발표회논문집, pp. 457-465.

권오현, 유주환 (1993). "저수지 유입량의 신뢰도를 고려한 최적제약 전력량의 결정." 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제13권, 제2호, pp. 141-149.

권오현, 정동국, 유주환, 박명기, 김정엽 (1997). "다 목표 댐운영 방안 수립에 관한 연구." 한국수자원학회학술논문집, 한국수자원학회, pp. 379-384.

벽산엔지니어링 (1996). 한강수계 수자원의 합리적 이용을 위한 팔당댐 운영개선방안 검토 보고서.

유주환 (1998). "LINEAR TRACKING에 의한 한강수계 댐군의 최적 수력발전 운영." 박사학위논문, 충남대학교.

이광만, 이우석, 유양수 (1997). "저수지 시스템과 연계된 펌핑 시스템의 최적운영." 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제30권, 제2호, pp. 107-118.

이광만, 이재웅 (1997). "물수지분석을 위한 대규모 시스템 해석." 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제30권, 제6호, pp. 629-639.

이재형, 이길성, 정동국 (1992). "Incremental DP에

- 의한 홍수시 댐군의 연계 운영.” 한국수문학회지, 한국수문학회, 제25권, 제2호, pp. 47-59.
- 한국전력공사 (1995). 수력발전소 운용 자료집(1971~1994).
- Georgakakos, A., and Marks, D. H. (1987). “A New Method for the Real-time Operation of Reservoir System.” *Water Resources Research*, Vol. 23, No. 7, pp. 1376-1390.
- Ko, S. K.(1989). *Optimizing Reservoir Systems Operation with Multiobjective Decision Analysis*. Dissertation Submitted for the Degree of Ph. D., Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Ko, S. K., and Oh, M. H., and Fontane, D. G. (1997). “Multiobjective Analysis of Service-Water-Transmission Systems.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, Vol. 123, No. 2, pp. 78-83.
- McLaughli, D. and Velasco, H. L. (1990). “Real-Time Control of a System of Large Hydropower Reservoirs.” *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 4, pp. 623-635.
- Mizyed, N. R., Loftis, J. C., and Fontane, D. G. (1992). “Operation of Large Multireservoir Systems Using Optimal Control Theory.” *J. of Water Resources Planning and Management*, ASCE, Vol. 118, No. 4, pp. 371-387.
- Papageorgion, M. (1985). “Optimal Multireservoir Control by the Discrete Maximum Principle.” *Water Resources Research*, Vol. 21, No. 12, pp. 1824-1830.
- Wasimi, S., and Kitanidis, P. (1983). “Real-time Forecasting and Daily Operation of a Multireservoir System during Floods by Linear Quadratic Gaussian Control.” *Water Resources Research*, Vol. 19, No. 6, pp. 1511-1522.

(논문번호:99-018/접수:1999.03.04/심사완료:1999.08.16)