

2차원 Random-Walk 모형을 이용한 자연하천의 횡확산 해석

Modeling of Transverse Mixing in Natural Streams Using 2-D Random-Walk Model

서 일 원* / 정 태 성**

Seo, Il Won / Cheong, Tae Sung

Abstract

The two-dimensional Random-Walk model in which fluid and pollutant particles are tracked using statistical concept was developed to simulate dispersion processes in natural streams. The calibration of the model shows that the error decreases as the number of grid increases, and/or the number of particles in each grid increases. The proposed model is tested against the dispersion data collected in the Grand River, Canada. The simulation results show that the 2-D Random-Walk model describes two-dimensional mixing phenomena occurred in the irregular meandering stream very accurately.

Keywords: transverse mixing, natural streams, Random-Walk model, conservative or non-conservative solutes

요 지

자연하천에 유입된 오염물질의 확산거동을 해석하기 위하여 통계학적인 개념을 이용하여 오염물질 입자의 운동을 묘사하는 2차원 Random-Walk 모형을 개발하였다. 개발된 모형을 검증한 결과, 고정격자의 개수를 증가시키거나 각각의 고정격자 내에 포함된 입자개수의 평균값을 증가시키면 해의 정밀도가 증가하는 것으로 나타났다. 본 모형의 현장 적용성을 검토하기 위하여 캐나다에 위치한 Grand River에서 수행된 정상상태의 색소실험 결과와 본 모형에 의한 계산결과를 비교하였다. 그 결과 본 모형은 단면과 곡률이 불규칙하게 변하는 자연하천에서의 횡확산을 정확하게 모의하는 것으로 나타났다.

핵심용어 : 횡혼합, 자연하천, Random-Walk 모형, 보존성 또는 비보존성 오염물질

* 서울대학교 공과대학 토목공학과 부교수

Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., Seoul National Univ., Seoul 152-742, Korea

** 서울대학교 공과대학 토목공학과 박사수료

Doctoral Candidate, Dept. of Civil Engrg., Seoul National Univ., Seoul 152-742, Korea

1. 서 론

하폭이 비교적 넓은 중·대규모의 자연하천에 오염물질이 유입되었을 때, 연직방향의 혼합은 짧은 시간에 완료되지만 횡방향 혼합은 오염물질의 유입지점에서부터 상당히 떨어진 지점까지 지속된다. 횡방향 혼합에 영향을 미치는 인자는 유체의 성질, 하천의 흐름특성, 그리고 지형인자 등이다. 연직방향 확산이 완료된 후의 횡확산거동은 주로 2차원 이송-확산 방정식을 이용하여 모의한다. 이 경우, 2차원 이송-확산 방정식의 수치적인 해를 얻기 위하여 많이 사용하는 Eulerian 방법은 이송항이 지배적인 경우, 수치확산 및 수치진동의 문제를 야기시킨다. 따라서 Eulerian 고정격자를 그대로 이용하면서 과도한 수치오차를 제어하기 위하여 Lagrangian 방법의 장점만을 이용하는 Eulerian-Lagrangian 방법이 개발되어 왔다(진경수와 이길성, 1993, 1994; 서일원과 김대근, 1995; 전경수, 1996).

Random-Walk 모형은 이송-확산과정을 해석하기 위하여 오염물질 입자의 궤적을 추적하므로 입자추적 방법(particle tracking method, PTM)이라고도 한다. Random-Walk 모형은 연속성을 가진 오염물질의 이송-확산과정을 미소질량을 갖는 이산적인 입자의 독립적이고 불규칙한 운동으로 표현한다. 이 때 이송과정에 의한 이동거리는 확성론적인 방법으로 결정하게 되므로 이송항의 처리에 따른 수치오차를 완전히 제거할 수 있으며, 확산에 의한 이동거리는 무작위 과정으로 가정하여 계산한다. Alonso(1981)는 유사입자의 1차원적인 이송-확산거동을 해석하기 위하여 통계학적인 개념을 도입하였으며, 이 개념을 이용하여 개개 입자의 운동을 묘사하는 Random-Walk 모형의 물리적 개념을 확립하였고 이 모형을 이용하여 자연하천에 유입된 유사의 확산거동을 해석하였다. Prickett과 Longquist(1981)는 Random-Walk 모형을 이용하여 미국 Illinois 주의 지하수에 유입된 오염물질의 확산거동을 해석하였다. 서승원(1993)은 여러가지 Eulerian-Lagrangian 방법의 개념을 정립하였으며, 2차원 Eulerian-Lagrangian 모형을 이용한 연안해역의 확산해석을 통하여 장기간에 걸쳐서 연속적 또는 단속적으로 방류되는 방조제 공사시의 토사의 확산거동을 효율적으로 모의할 수 있음을 밝혔다. 서일원과 정태성(1994)은 2차원 Random-Walk 모형을 이용하여 보존성 또는 비보존성 오염물질의 횡확산거동에 대한 민감도 분석을 수행하여 입자의 개수 및 격자간격이 해

의 정확도에 가장 큰 영향을 미친다는 것을 밝혔으며, 미국 Illinois주에 위치한 Fox river에 2차원 Random-Walk 모형을 적용하여 횡확산을 모의하였다. 이종섭과 김호진(1995)은 해석해가 존재하는 단순영역에서 1, 2차원 Random-Walk 모형과 해석해와의 결과에 대한 비교를 통하여 매개변수에 대한 민감도 분석을 수행하였는데, 그 결과 입자의 개수가 해의 정확도에 가장 큰 영향을 미친다는 것을 밝혔다.

본 연구에서는 자연하천에 유입된 오염물질의 2차원적인 확산거동을 해석하기 위하여 2차원 Random-Walk 모형을 개발하였다. 개발된 수치모형을 해석해가 존재하는 단순영역에 적용하여 무차원 입자의 개수 및 무차원 거리증분에 따른 해의 민감도를 분석하였다. 나아가서 본 연구에서 개발된 모형의 적용성을 검토하기 위해서 캐나다에 위치한 Grand River에 적용하여, 수치모의 결과와 실측자료를 비교, 분석하였다.

2. 수학적 모형

2.1 2차원 이송-확산모형

하천에서 연직방향의 확산이 완료된 후의 종방향 및 횡방향 확산거동은 2차원 Fickian 확산모형(Fischer 등, 1979)을 이용하여 모의한다. 오염물질의 생·화학적 감소 및 생성이 일어나지 않는 보존성오염물질에 대한 2차원 확산모형은 다음과 같다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U\frac{\partial C}{\partial x} + V\frac{\partial C}{\partial y} = D_x\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (1)$$

여기서 C 는 오염물질의 평균 농도[M/L^3], U , V 는 각각 종방향 및 횡방향 수심 평균 유속, D_x , D_y 는 각각 종방향 및 횡방향 확산계수, x , y 는 각각 종방향 및 횡방향 거리, 그리고 t 는 시간이다.

연직방향으로 일정한 농도를 갖는 오염물질(선오염원, line source)이 순간적으로 유입된 경우에 대한 초기조건 및 경계조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C(x, y, 0) = M\delta(x-x_0)\delta(y-y_0), \quad 0 < x < \infty \quad (2)$$

$$C(x = \pm\infty, t) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0, W} = 0 \quad (4)$$

여기서 M 은 오염물질의 총질량[M/L], δ 는 Dirac delta함수, x_0, y_0 는 방류지점의 중, 횡축좌표, 그리고 W 는 하폭이다. 이 때 해석하는 중첩의 원리를 이용하여 다음과 같이 유도된다(Fischer 등, 1979).

$$C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \left[\exp\left\{-\frac{(x-x_0-Ut)^2}{4D_x t}\right\} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(y-y_0+2nW-Vt)^2}{4D_y t} - \frac{(y-y_0-2nW-Vt)^2}{4D_y t}\right\} \right] \quad (5)$$

여기서 n 은 $0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 이다.

비보존성 오염물질이 하천에 유입되었을 때, 생·화학적 작용으로 인한 감소 및 생성을 1차원 반응식으로 표현할 경우 2차원 물질이동 모형은 다음과 같다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - K_r C \quad (6)$$

여기서 K_r 은 반응감소계수이다. 순간적으로 유입된 선오염원에 대한 초기조건과 경계조건은 식 (2)~(4)와 동일하며, 이 때 해석하는 다음 식으로 주어진다.

$$C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \left[\exp\left\{-\frac{(x-x_0-Ut)^2}{4D_x t} - K_r t\right\} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(y-y_0+2nW-Vt)^2}{4D_y t} - \frac{(y-y_0-2nW-Vt)^2}{4D_y t}\right\} \right] \quad (7)$$

2.2 Random-Walk 모형

확률통계학적 관점에서 오염물질의 이송-확산 과정을 표현해 보면, 개별 오염물질 입자가 각 방향으로 독립적이고 불규칙하게 이동한다고 가정할 수 있다(Alonso, 1981). 이 때 오염물질 각각의 입자가 x 방향의 진후로 Δx 만큼 움직일 확률을 p, q 로 가정하고, y 방향의 좌, 우로 Δy 만큼 움직일 확률도 p, q 라고 가정한다. 정상상태와 마코프(Markov)과정(Ochi, 1990)을 가정할 때, Δt 시간 이후의 각 방향 x, y 지점에 오염물질 입자가 위치할 확률은 다음과 같은 미분방정식 형태로 나타낼 수 있다.

$$P(x, t + \Delta t) = pP(x - \Delta x, t) + qP(x + \Delta x, t) \quad (8)$$

$$P(y, t + \Delta t) = pP(y - \Delta y, t) + qP(y + \Delta y, t) \quad (9)$$

여기서 $P(\cdot)$ 는 확률을 나타낸다. 식 (8)과 (9)의 각 항을 Taylor정리를 이용하여 확장한 후 정리하면 식 (10)과 (11)을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(x, t) &= (q-p) \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} P(x, t) \\ &+ \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x, t) + O[(\Delta t)^2, (\Delta x)^3] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(y, t) &= (q-p) \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{\partial}{\partial y} P(y, t) \\ &+ \frac{(\Delta y)^2}{2\Delta t} \frac{\partial^2}{\partial y^2} P(y, t) + O[(\Delta t)^2, (\Delta y)^3] \end{aligned} \quad (11)$$

해석구간의 $\Delta x/\Delta t$ 의 비가 일정하다면, 오염물질 개별 입자가 t 시간 동안 움직인 총 거리는 각 방향으로 매 $t/\Delta t$ 시간 동안에 독립적으로 이동한 거리의 총합과 같다. 이 때, 오염물질 개별 입자가 각 방향 x, y 지점에 위치할 확률은 평균이 각각 $(p-q)\Delta x, (p-q)\Delta y$ 이고 분산이 각각 $4pqt(\Delta x)^2/\Delta t, 4pqt(\Delta y)^2/\Delta t$ 인 정규분포를 갖는다. 이 때 각 방향의 평균과 분산의 크기는 각각 $p-q = O(\Delta x), p-q = O(\Delta y)$ 와 $(\Delta x)^2/\Delta t = O(1), (\Delta y)^2/\Delta t = O(1)$ 이 되고, 이들간의 관계는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$d_x = \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}; \quad c_x = (p-q) \frac{d_x}{\Delta x} \quad (12)$$

$$d_y = \frac{(\Delta y)^2}{2\Delta t}; \quad c_y = (p-q) \frac{d_y}{\Delta y} \quad (13)$$

여기서 d_x, c_x, d_y 그리고 c_y 는 상수이다. 따라서 오염물질 개별 입자가 t 시간 이후에 각 방향 x, y 지점에 위치할 확률의 평균은 각각 $2c_x t, 2c_y t$ 이 되고 분산은 각각 $2d_x t, 2d_y t$ 가 된다. 만약 $2c_x, 2c_y$ 를 각 방향 평균유속 U, V 로, d_x, d_y

를 각 방향 종확산계수 D_x, D_y 로 변환하고 x, y 각 방향 변위를 서로 독립적이라고 가정하면, 오염물질 각 입자의 2차원적인 거동은 x 방향과 y 방향 각 방향으로 이동한 변위의 합으로써 나타낼 수 있다. 이 경우, 식 (10)과 식 (11)을 결합하면, 다음과 같은 오염물질의 거동에 관한 확률 방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial P}{\partial t} + U\frac{\partial P}{\partial x} + V\frac{\partial P}{\partial y} = D_x\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + D_y\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \quad (14)$$

식 (14)에서 P 는 확률, $P(\cdot)$ 를 의미한다. 식 (1)이 오염물질 각 입자의 이송-확산과정이 일어난 후의 위치를 나타내는 물리적인 과정을 표현한 식이라면, 식 (14)는 오염물질 각 입자의 이송-확산과정이 일어난 후의 확률을 나타내는 확률적인 과정을 표현한 식이다. 식 (14)로 부터 시간 t 일 때 미소농도를 갖는 오염물질 입자가 (x, y) 지점에 존재할 확률, $P(x, y)$ 을 구할 수 있으며, 이러한 과정을 많은 수의 오염물질 입자에 대해 반복하여 적용하면, 오염물질 전체 입자가 (x, y) 지점에 존재할 확률을 구할 수 있다. (x, y) 지점에서의 오염물질의 농도는 그 지점에 존재하는 입자의 총량과 각각의 입자가 갖는 미소농도의 곱과 같으므로, 식 (14)로 부터 구한 확률에 투입한 오염물질의 미소농도를 곱하면 그 지점에서의 농도를 구할 수 있다. 따라서 이송-확산방정식으로 표현되는 물리적 과정(식 (1))은 통계적인 개념을 이용한 평균과 분산으로 표현될 수 있음을 식 (14)를 통해서 알 수 있다.

2.3 이송-확산항 분리

본 연구에서는 오염물질 각 입자의 이동거리를 이송과 확산에 의한 것으로 분리한 후 이송항을 확정론적인 것으로 결정하였다. 이 경우, p 는 1, q 는 0의 값을 가정하여 평균은 $\Delta x, \Delta y$, 분산은 0인 분포를 사용하였다. 확산항의 경우, 무작위 과정으로 이동한다고 보고 p 와 q 의 값 모두를 1/2로 같다고 가정하여 각 방향 평균은 0, 분산은 $(\Delta x)^2 t / \Delta t, (\Delta y)^2 t / \Delta t$ 인 정규분포를 사용하였다.

x, y 각 방향의 오염물질 입자의 이송거리는 평균과 같으며 다음 식을 이용하여 구한다(그림 1 참조).

$$x \text{ 방향 이송이동거리} = U\Delta t \quad (15)$$

$$y \text{ 방향 이송이동거리} = V\Delta t \quad (16)$$

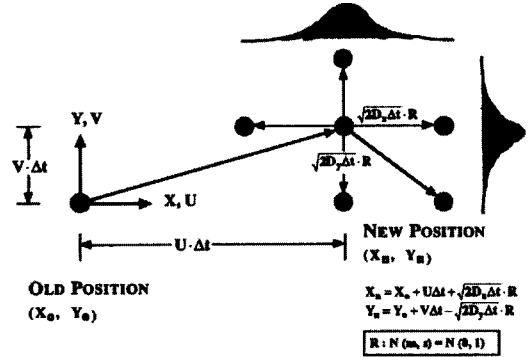


그림 1. Random-Walk 모형의 이송-확산 과정

x, y 각 방향의 오염물질 입자의 확산에 의한 이동거리는 각각의 분산과 같으며 다음 식을 이용하여 구한다.

$$x \text{ 방향 확산이동거리} = \sqrt{2D_x \Delta t} R \quad (17)$$

$$y \text{ 방향 확산이동거리} = \sqrt{2D_y \Delta t} R \quad (18)$$

여기서 R 은 평균이 0이고 표준편차가 1인 정규분포를 갖는 난수(random number)이다. 본 연구에서는 Box-Müller 방법을 이용하여 생성된 난수를 적용하였다.

보존성 오염물질입자의 경우 이송과 확산이 완료된 후 x, y 방향으로의 위치는 다음 식 (19)와 (20)으로 주어진다.

$$x \text{ 방향 현위치} = x \text{ 방향 전위치} + (U\Delta t + \sqrt{2D_x \Delta t} R) \quad (19)$$

$$y \text{ 방향 현위치} = y \text{ 방향 전위치} + (V\Delta t + \sqrt{2D_y \Delta t} R) \quad (20)$$

식 (19)와 식 (20)에 의해 각각의 입자는 Δt 시간 동안 이송 이동거리에 확산 이동거리를 더한 만큼 이동하게 되는데, 이런 과정을 반복함으로써 계산하고자 하는 시간에서의 각 입자의 위치를 계산할 수 있다. 이런 과정을 미소농도를 갖는 많은 수의 입자에 대해 반복한 후 고정격자내에 포함된 입자의 개수를 구한다. 이렇게 구한 입자의 개수에 미소농도를 곱하면, 원하는 지점에서의 농도분포를 구할 수 있다.

2.4 비보존성 오염물질의 반응항

비보존성 오염물질의 이송-확산후의 위치는 보존성 오염물질의 경우와 동일하게 구할 수 있다. 그러나 보존성 오염물질의 경우 농도가 보존되는 것과는 달리, 비보존성 오염물질의 경우에는 각 입자의 미소농도가 시간의 경과에 따라 점차 감소한다. 본 연구에서는 식 (21)을 이용하여 시간 t 에서의 비보존성 오염물질 입자의 미소질량을 결정하였다.

$(t + \Delta t)$ 시간에서의 각 입자의 미소질량 =

$$\frac{M}{N_p} \exp(-K_r \Delta t) \quad (21)$$

여기서 N_p 는 미소질량을 갖는 입자의 총 개수이다. 식 (21)은 비보존성 오염물질 입자의 개수는 일정하게 유지되고 입자 각각의 질량이 시간에 따라 감소되는 것을 표현한 식으로서 비교적 적용이 용이한 장점을 가지고 있다.

3. 모형의 검정

해석해가 존재하는 단순영역에 본 연구에서 개발한 Random-Walk 모형을 적용한 후, 농도계산에 필요한 고정격자의 개수와 고정격자내에 포함된 입자개수의 평균값에 따른 RMS오차를 비교하여 수치해의 정확도를 분석하였다. 수치실험에 사용한 수리량 및 수치계산 자료는 표 1과 같다.

그림 2는 하천 우안($x_0' = 0, y_0' = 0$)에 순간적으로 유입된 보존성 오염물질 입자들의 위치를 2차원 Random-Walk 모형을 이용하여 계산한 결과인데, 시간이 경과할수록 오염물질 입자들의 분포가 넓게 확산되고 있음을 알 수 있다. 여기서 종, 횡방향거리는 모두 무차원화된 값으로서 $x' = xD_y / UW^2, y' = y/W$ 를 이용하여 구한 값들이다. 수치실험에서 사용된 모형의 하폭은 120 m이며, x' 는 횡방향 혼합이 완료되는데 필요한 거리로서 Fischer 등(1979)은 오염물질이

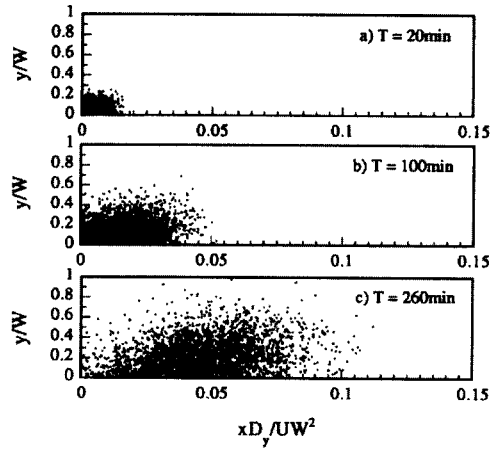


그림 2. 시간 변화에 따른 보존성 오염물질 각 입자의 이송-확산 후의 위치

하천의 중앙부에서 방류된 경우에 대해 x' 를 0.1로 제한하였다.

그림 3은 보존성 오염물질이 유입된 경우의 입자 개수에 따른 농도분포를 해석해와 비교하여 도시한 것이다. 그림 3에서 농도분포는 입자 개수가 증가할수록 해석해에 근접하는 것으로 나타났다. 그림 4는 비보존성 오염물질이 유입된 경우 입자 개수에 따른 농도분포를 해석해와 비교하여 도시한 것으로서, 입자 개수가 증가할수록 해석해에 근접하는 것으로 나타났다.

그림 5는 농도분포를 계산하는데 필요한 고정격자의 개수, $L_x L_y / \Delta x \Delta y$ 에 따른 RMS오차를 도시한 것이다. 여기서 L_x, L_y 는 다음 식으로 주어진다.

$$L_x = Ut + \sqrt{2D_x t} \quad (22)$$

$$L_y = Vt + \sqrt{2D_y t} \quad (23)$$

따라서 L_x 와 L_y 는 t 시간 동안 x 와 y 의 각 방향으로 오염물질이 이동할 수 있는 최대거리를 의미한다.

표 1. 수치실험에 사용한 수리량 및 수치계산 자료

평균유속 (m/s)		확산계수 (m ² /s)		초기농도 (mg/l)	계산시간 (min)	입자개수 (개)	시간중분 (sec)	거리중분 (m)	
U	V	D_x	D_y	C	t	N_p	Δt	Δx	Δy
1.5	0.0	0.5	0.3	420	60	1,000~20,000	1~4	1~3	1~3

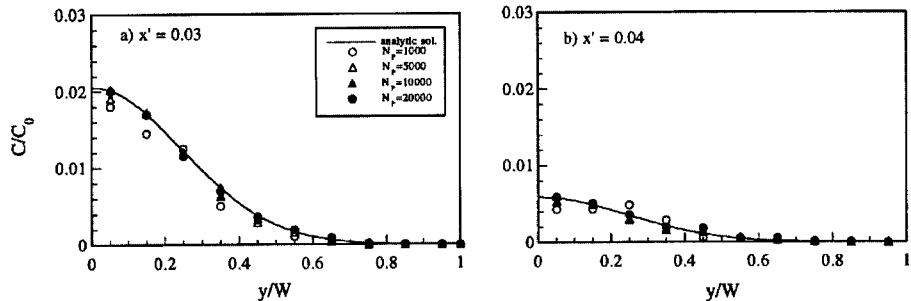


그림 3. 보존성 오염물질이 유입된 경우의 입자 개수에 따른 농도분포 비교 ($t = 60 \text{ min}$)

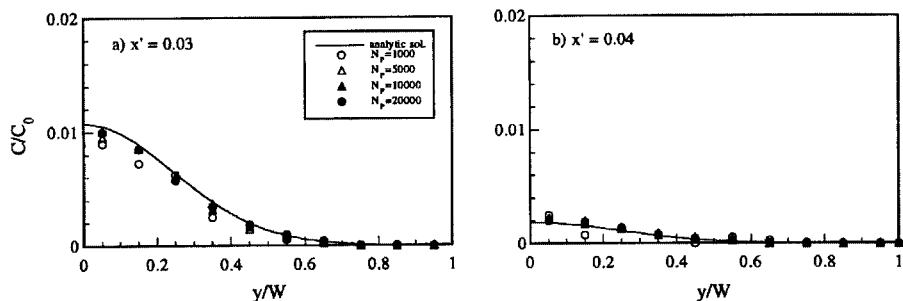


그림 4. 비보존성 오염물질이 유입된 경우의 입자 개수에 따른 농도분포 비교 ($t = 60 \text{ min}$)

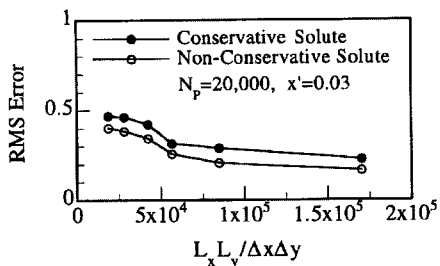


그림 5. 보존성 및 비보존성 오염물질이 유입된 경우 무차원 거리증분에 따른 RMS오차 비교

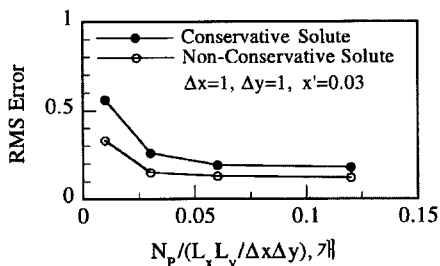


그림 6. 보존성 및 비보존성 오염물질이 유입된 경우 무차원 입자 개수에 따른 RMS오차 비교

그림 5에서 보존성과 비보존성 오염물질 모두 고정 격자의 개수가 많아질수록 RMS 오차는 작아지며, 고정 격자의 개수가 약 85,000 이상에서는 해석해와 거의 일치하는 것으로 나타났다. 그림 6은 각각의 고정 격자 내에 포함된 입자개수의 평균값, $N_p / \left[\frac{L_x L_y}{\Delta x \Delta y} \right]$ 에 따른 RMS 오차를 비교하여 도시한 것이다. 그림 6에서 보존성과 비보존성 오염물질 모두 각각의 고정 격자 내에 포함된 입자개수의 평균값이 증가할수록 오차는 감

소하며, 고정 격자 내에 포함된 입자개수의 평균값이 0.05 이상이면 해석해와 거의 일치하는 것으로 나타났다. 고정 격자의 개수가 증가할수록 해의 정도는 증가하지만 고정 격자 내에 포함된 입자개수의 평균값이 감소하게 되어 총입자의 개수를 증가시켜야 하므로 계산시간 및 계산용량이 증가하게 된다. 즉, 계산수행의 용이성을 위해서는 고정 격자의 개수와 총입자의 개수를 적절하게 선정하는 것이 필요한데, 이런 경우 그림 5와 6을 이용할 수 있다.

4. 모형의 적용

4.1 하천자료

자연하천에서의 적용성을 검토하기 위하여 Lau와 Krishnappan(1981)이 캐나다의 Grand River에서 측정된 확산실험자료를 이용하였다(그림 7 참조). 본 모의 구간의 길이는 약 1,200 m로 사행도는 약 1.1이고 폭류반경은 약 400 m이다. 실험당시 평균유량은 $10.4 \text{ m}^3/\text{s}$ 였으며, 색소는 우안의 한 지점에서 연속적으로 투입되었고 그림 7에 도시한 바와 같은 6개 단면에서 농도 횡분포자료를 수집하였다. 각 단면의 수리량 및 분산자료는 표 2에 주어진 바와 같다. 표 2에서 D_x 는 다음 식을 이용하여 계산한 것이다.

$$D_x = 5.93 dU_* \quad (24)$$

여기서 d 는 수심, U_* 는 마찰속도를 나타낸다.

4.2 모의 결과

Lau와 Krishnappan(1981)의 실험은 정상상태하에

서 수행되었으므로, 본 연구에서는 각 단면에 오염물질의 중심이 도달한 시간에 대해 수치모의를 수행하였다. 2차원 Random-Walk 모형의 적용을 위해서 Δx 와 Δy 는 각각 1 m의 값을 사용하였으며, Δt 는 3 sec 를 이용하였다. 횡확산계수는 Lau와 Krishnappan(1981)이 제시한 값을 그대로 이용하였다. 본 모형에 사용된 입자의 총개수는 15,060개이며, 수치모형의 초기조건으로는 단면 1의 농도분포를 이용하였다. 이 경우 고정격자의 개수는 40,000~570,000의 범위내에 있으며, 고정격자내에 포함된 입자개수의 평균값은 0.03~0.37의 범위내에 있다. 횡방향 각 지점에서의 초기 유입농도는 미소질량을 갖는 입자의 개수로 표현하였는데, 각 지점에서의 입자의 개수는 해당 지점에서의 농도값을 단면 전체농도로 나눈값에 입자의 총 개수를 곱하여 구하였다. 본 모형에서는 표 2에 제시된 평균 유속이 각 단면의 측선에 직각방향으로 작용한다고 보고 측선의 기울기(그림 7 참조)를 이용하여 종방향 유속과 횡방향 유속을 분리하여 각 단면의 2차원 유속으로 사용하였는데, 이들 값을 표 2에 수록하였다.

서일원과 김대근(1995)은 자연하천에 유입된 오염물

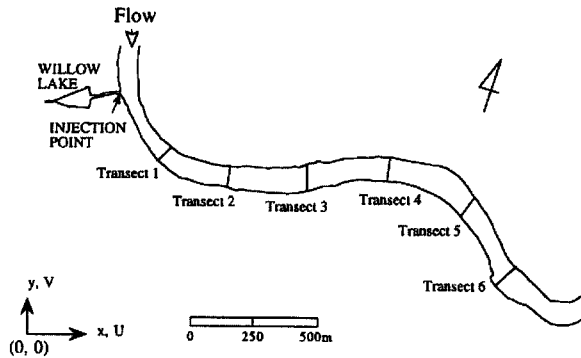


그림 7. 본 모형의 적용구간인 캐나다의 Grand River

표 2. Grand River의 수리량 및 확산계수

단면	하폭(m)	수심(m)	평균유속(m/s)	2차원 유속(m/s)		마찰속도(m/s)	확산계수 (m^2/s)	
				U	V		D_x	D_y
1	49.0	0.47	0.46	0.32	-0.32	0.067		
2	60.0	0.57	0.29	0.29	0.00	0.074	0.25	0.015
3	60.0	0.42	0.42	0.42	0.00	0.063	0.16	0.012
4	55.7	0.28	0.70	0.70	0.00	0.052	0.09	0.007
5	57.0	0.65	0.29	0.23	-0.18	0.079	0.30	0.007
6	79.5	0.55	0.23	0.17	-0.17	0.072	0.23	0.013

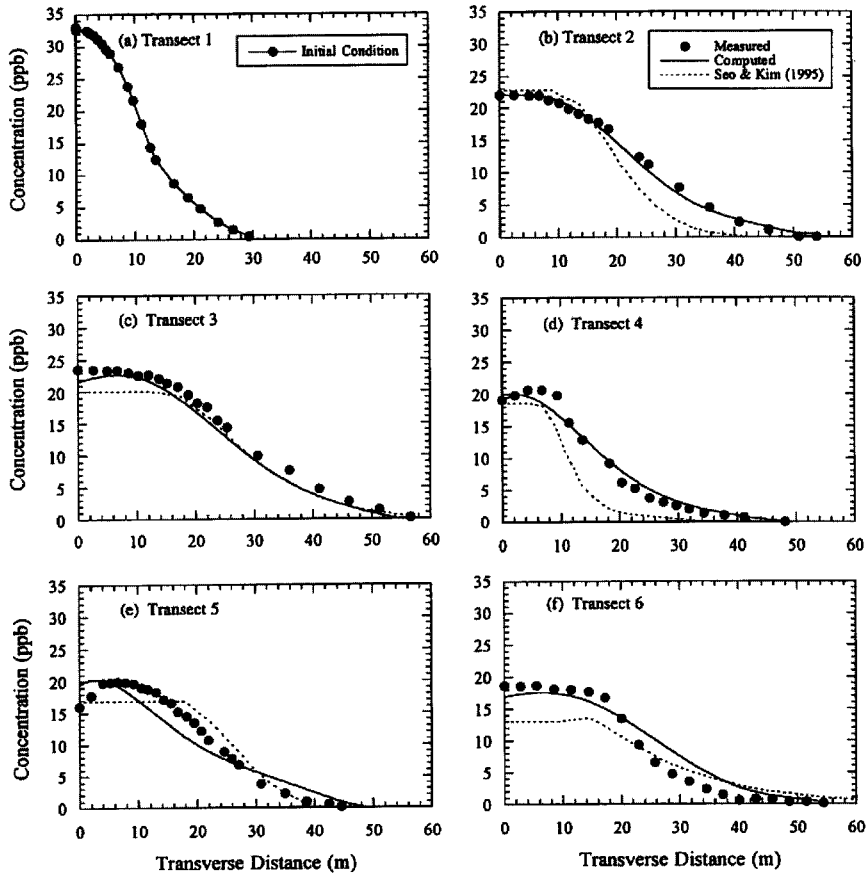


그림 8. 각 단면에서의 농도분포 비교

질의 2차원 확산과정을 2차원 유관확산모형을 사용하여 해석한 바 있다. 그들은 수치오차를 줄이기 위하여 이송 및 확산과정을 분리하여 이송항은 특성곡선법을 사용하여 해를 구하고, 확산항은 유한차분법의 하나인 중앙차분법을 적용하여 수치모형을 구성하였다. 더불어 그들은 개발한 모형의 검증에 위하여, 본 연구에서 채택한 Lau와 Krishnappan(1981)이 Grand River에서 수행한 실험자료를 이용한 바 있으므로 본 연구에서는 Random-Walk 모형에 의한 계산결과를 실측치 및 서일원과 김대근(1995)의 유관확산모형에 의한 계산치와 비교, 검토하였다.

그림 8은 본 모형의 결과를 실측치 및 서일원과 김대근(1995)의 계산결과와 비교하여 도시한 것이다. 실측치와 계산치들과의 RMS오차를 표 3에 요약하였다. 본 연구에서 개발한 수치모형은 비교적 직선구간인 단면 2~단면 4의 경우, 실측치를 매우 정확하게 모의

표 3. 본 모형과 서일원과 김대근(1995)의 계산결과에 대한 RMS오차 비교

단 면	본연구	서일원과 김대근(1995)
2	0.93	4.10
3	1.43	1.94
4	1.11	4.49
5	2.33	2.00
6	2.37	4.26

하고 있음을 알 수 있다. 반면에 만곡부인 단면 5 및 단면 6의 경우 다소 오차가 발생하고 있음을 알 수 있는데, 그 이유는 고정격자내에 포함된 입자개수의 평균 값이 단면 2~단면 4에 비해 작게 주어졌기 때문인 것으로 보인다. 서일원과 김대근(1995)의 유관확산모형의 경우, 전단면에 걸쳐서 해의 정확도가 본 연구에서 개발한 Random-Walk 모형에 비해 뒤떨어지는 것으로

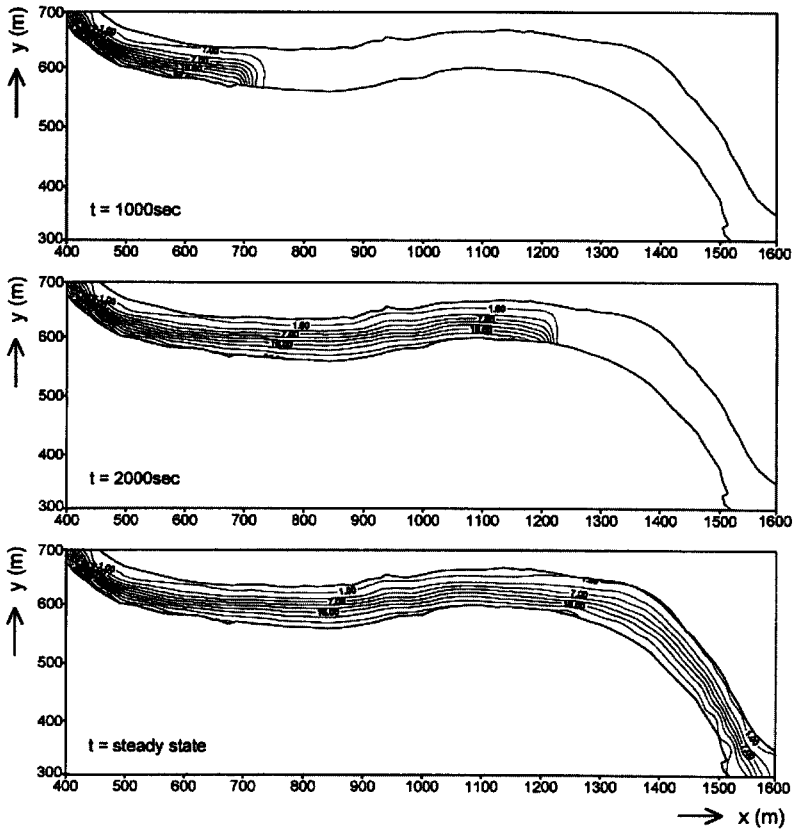


그림 9. 시간 변화에 따른 Random-Walk 모형 계산 결과

나타났다. 그 이유는 서일원과 김대근(1995)의 유관확산모형의 경우 횡방향 축점이 14개뿐이어서 침투농도를 정확하게 재현하는 데 한계가 있으며, 횡방향 유속을 전혀 고려하지 않고 종방향 유속만을 사용하므로 하천단면의 불규칙성 및 사행에 의해 야기되는 저장효과로 인한 왜곡된 농도분포를 정확하게 재현하지 못하는 단점 때문에 본 모형에 비해 큰 오차가 발생한 것으로 보인다.

그림 9는 모의 구간 전 영역에 걸쳐서 시간에 따른 2차원 농도분포를 도시한 것이다. 그림 9에서 시간이 흐름에 따라 오염물질이 하류로 이동하면서 횡방향으로 확산되어 가는 것을 볼 수 있다. Grand River는 하폭이 50 m 정도의 소하천임에도 불구하고 유입된 오염물질이 반대편 제방에는 거의 도달하지 않고 흘러가고 있음을 알 수 있으며, 이러한 경우의 오염물질 확산거동은 2차원 이송-확산모형을 이용하여야 함을 알 수 있다.

5. 결 론

자연하천에 유입된 오염물질의 2차원적인 확산거동을 해석하기 위하여, 본 연구에서 개발한 2차원 Random-Walk 모형을 검증한 결과, 보존성 또는 비보존성 오염물질 모두 고정격자의 개수가 많아질수록 RMS 오차는 작아지며, 고정격자의 개수가 약 85,000 이상에서는 해석해와 거의 일치하는 것으로 나타났다. 각각의 고정격자내에 포함된 입자개수의 평균값이 증가할수록 오차는 감소하며, 고정격자내에 포함된 입자개수의 평균값이 0.05 이상이면 해석해와 거의 일치하는 것으로 나타났다.

본 연구에서 개발한 2차원 Random-Walk 모형을 캐나다의 Grand River에 적용하여 오염물질의 2차원 확산과정을 해석한 결과, 직선구간에서는 실측치를 매우 정확하게 모의하는 반면, 고정격자내에 포함된 입자개수의 평균값이 상대적으로 작은 하천하류의 만곡구

간에서는 다소 오차가 발생하는 것으로 나타났다. 본 연구에서 개발한 Random-Walk 모형에 비해 서일원과 김대근(1995)의 유관확산모형의 해의 정확도가 뒤떨어지는 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

서승원 (1993). "2차원 Eulerian-Lagrangian 모형을 이용한 연안해역의 확산해석." 한국해양해양공학학회논문집. 한국해양해양공학학회, 제5권, 제3호, pp. 173-181.

서일원, 김대근 (1995). "자연하천에서 오염물질의 횡확산에 관한 수치모형." 한국수자원학회논문집. 한국수자원학회, 제28권, pp. 151-162.

서일원, 정태성 (1994). "2차원 Random-Walk모형을 이용한 횡확산 해석." 제36회 수공학 연구발표회 논문집, 한국수문학회, pp. 191-198.

이종섭, 김호진 (1995). "Random-Walk모형에 의한 확산해의 민감도 분석." 대한토목학회논문집. 대한토목학회, 제15권, 제5호, pp. 1267-1277.

전경수 (1996). "난류전단 흐름에서의 비정상 수평선오염원의 확산에 관한 수치해법." 한국수자원학회논문집. 한국수자원학회, 제29권, 제4호, pp. 187-198.

전경수, 이길성 (1993). "Eulerian-Lagrangian 혼합 모형에 의한 종확산방정식의 수치해법." 한국수자원학회논문집. 한국수자원학회, 제26권, 제3호,

pp. 137-148.

전경수, 이길성 (1994). "종확산방정식에 대한 Eulerian-Lagrangian 연산자 분리방법." 한국수자원학회논문집. 한국수자원학회, 제14권, 제1호, pp. 131-141.

Alonso, C.V. (1981). "Stochastic models of suspended-sediment dispersion." *J. of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 107, No. HY6, pp. 733-757.

Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brooks, N.H. (1979). *Mixing in inland and coastal waters*, Academic Press, INC.

Lau, Y.L., and Krishnappan B.G. (1981). "Modeling transverse mixing in natural streams." *J. of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 107, No. HY2, pp. 209-226.

Ochi, M.K. (1990). *Applied probability and stochastic processes in engineering and physical sciences*, John Wiley & Sons.

Prickett, T.A., and Lonquist, C.G. (1981). *A random-walk solute transport model for selected groundwater quality*, Authority of the State of Illinois.

(논문번호:98-065/접수:1998.10.22/심사완료:1998.12.16)