

<논 문>

구름 베어링의 결함 주파수 규명을 위한 방향 스펙트럼의 이용

Identification of Defect Frequencies in Rolling Element Bearings Using Directional Spectra of Vibration Signals

박 종 포* · 이 종 원**

Jong-Po Park and Chong-Won Lee

(1999년 1월 14일 접수 ; 1999년 3월 11일 심사완료)

Key Words : Rolling Element Bearing(구름 베어링), Defect Frequency(결함 주파수), Maximum Likelihood Estimator(최소분산 추정자), Directional Spectrum (방향 스펙트럼)

ABSTRACT

Defect frequencies of rolling element bearings are experimentally investigated utilizing the two-sided directional spectra of the complex-valued vibration signals measured from the outer ring of defective bearings. The directional spectra make it possible to discern backward and forward defect frequencies. The experimental results show that the directional zoom spectrum is superior to the conventional spectrum in identification of bearing defect frequencies, in particular the inner race defect frequencies.

1. 서 론

진동신호 해석에 의한 구름 베어링의 결함 검출에는 충격파 감시, 크레스트 계수(crest factor) 분석, 크토시스(kurtosis), 스펙트럼 분석 및 파워 스펙트럼 밀도의 엔빌롭(envelope) 해석 등 많은 방법이 있다^(1~3). 베어링의 결함은 기어, 축 등의 다른 기계 요소의 진동에 의해 가려질 정도의 낮은 진동 레벨을 자주 나타내므로 복조 공진 해석(demodulated resonance analysis) 이라고도 불리는 엔빌롭 해석은 결함 주파수 검출에 유용한 방법이라 알려져 왔다. 하지만, 이 방법은 스펙트럼을 간접적으로 이용하기 때문에 스펙트럼에 담긴 모든 정보를 이

용하지는 못한다⁽⁴⁾. 이 스펙트럼에는 베어링 결함 주파수뿐만 아니라 회전하는 결함과 관련된 전방(forward) 및 후방(backward) 주파수 정보를 포함한다⁽⁵⁾.

최근에 복소 진동신호의 방향 파워 스펙트럼(directional power spectrum (dPS))은 회전기계의 진단 도구로서 매우 유용하게 사용되어 왔다.^(5~7) 이 방법의 주된 개념은 운전중인 로터의 평면 선회 운동을 방향 스펙트럼으로 후방(로터의 회전과 반대 방향) 및 전방(로터의 회전과 같은 방향) 조화 성분으로 분리해, 이들 후방 및 전방 성분의 변화를 회전기계의 결함 진단에 이용하는 것이다. 방향 스펙트럼은 원래 회전기계를 위해 개발되었지만 왕복동 기계에도 효과적이다^(8~10). 한편, FFT 스펙트럼 추정자는 주기성분과 협대역 랜덤성분의 구분능, 주파수 분해능 및 가변성 등에 관련된 고유의 제한점을 갖는 반면, ML(Maximum Likelihood) 추정자는

* 정회원, 한국중공업(주) 기술연구원

** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

파워 추정치에 보다 우수한 성능을 보인다^(4,11,12). 본 논문에서는 복소 신호 처리를 위해 방향 ML 스펙트럼 추정자^(9,10)를 도입하고, FFT 추정자의 보조로 사용된다.

본 논문은, 내륜 및 외륜에 각각 결함을 가진 볼 베어링의 외륜에서 측정된 복소신호의 방향 스펙트럼을 이용하여 볼 베어링의 전방 및 후방 결함 주파수를 실험적 방법으로 조사한다. 그리고 방향스펙트럼에 의한 방법이 구름 베어링의 결함 주파수 규명에 효과적임을 보이고, 기존의 일반적인 스펙트럼을 이용한 방법과 비교한다.

2. 베어링 결함주파수

Fig. 1에서와 같이 일정한 축방향 하중을 받는 정지 외륜과 일정 속도 Ω 로 회전하는 내륜과 볼로 구성된 결함을 가진 볼 베어링을 고려하자. 베어링 표면 위의 결함이 다른 표면과 만날 때마다 충격이 생성되고 베어링은 임펄스(impulse) 응답의 결과를 낳는다. 결함과 상대 표면의 접촉은 주기적이기 때문에, 임펄스는 결함의 위치에 따라 특정한 일정 시간 간격으로 재현된다. 이때의 임펄스 발생 주파수를 결함 특성 주파수(characteristic defect frequency)라 부른다. 내륜과 외륜에 결함이 있을 때 각각의 볼 통과 주파수(ball pass frequency) f_i (BPFI) 및 f_o (BPFO)는 다음 식으로 주어진다.⁽¹⁾

$$f_i = n(\Omega - f_c) = \frac{n\Omega}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (1)$$

$$f_o = nf_c = \frac{n\Omega}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (2)$$

여기서

$$f_c = \frac{\Omega}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos \alpha \right) \quad (3)$$

d 와 D 는 각각 볼 직경 및 피치원 직경, n 은 볼의 개수, α 는 접촉각을 나타낸다. 여기서 BPFI 및 BPFO는 결함이 있는 각각의 베어링 레이스에 고정된 좌표계에서 관측된 것이다.

결함 신호 분석의 편의성을 위해 Fig. 1에서와 같이 정지 좌표계 xyz 와 회전속도 Ω 의 내륜에 고정된 회전 좌표계 $x\xi\eta$ 를 도입하자. 정지 및 회전 좌표계에서 복소 신호는 식 (4) 및 식 (5)로 각각 표현할 수 있다.

$$p(t) = y(t) + jz(t) \quad (4)$$

$$q(t) = \xi(t) + j\eta(t) \quad (5)$$

여기서 $y(t)$, $z(t)$ ($\xi(t)$, $\eta(t)$)는 정지 (회전) 좌표계에서 y, z (ξ, η) 방향으로 측정된 진동신호를, j 는 단위허수를 나타낸다. 두 좌표계에서 정의된 두 복소신호의 관계는 식 (6)으로 주어진다.

$$p(t) = q(t) \exp(j\Omega t) \quad (6)$$

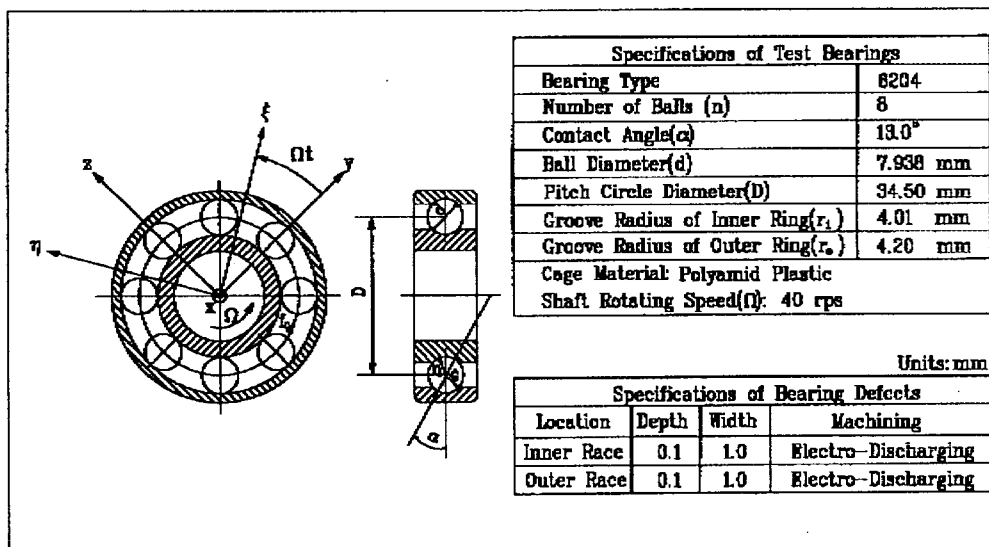


Fig. 1 Coordinate systems and specifications of test bearings

내륜 결함에 의해 야기되는 주기적인 임펄스는 외륜 결함의 경우와는 달리 회전수 $+\Omega$ 로 내륜 또는 축과 함께 회전한다. 내륜 결함으로 야기된 진동신호는 정지 좌표계에서 관찰할 때 식 (7)과 같이 근사화 할 수 있다.

$$p_i(t) = q_i(t) \exp(j\Omega t) \\ = \sum_{k=1}^{\infty} [q_k^b \exp\{-j(kf_i - \Omega)t\} + q_k^f \exp\{j(kf_i + \Omega)t\}] \quad (7)$$

여기서 $q_i(t)$ 는 내륜 결함으로 야기된 복소 진동신호를 회전 좌표계에서 측정된 것을 나타내고, 위 첨자 b 와 f 는 복소 진동신호의 후방 및 전방 성분을 각각 뜻한다. 외륜은 정지되어 있으므로, 외륜 결함에 의한 진동신호는 식 (8)과 같이 근사화 할 수 있다.

$$p_o(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [p_k^b \exp(-jkf_o t) + p_k^f \exp(jkf_o t)] \quad (8)$$

식 (7)과 식 (8)에서의 고차 조화 성분은 결함에 의해 야기된 주기적 임펄스 응답에 기인한다. 식 (7)에서 후방 및 전방 결함 주파수의 차이는 2Ω 임을 나타낸다. 식 (7)을 푸리에 변환을 하면 식 (9)와 같이 표현된다.

$$P_i(f) = Q_i(f - \Omega) \quad (9)$$

여기서 $P_i(f)$ 와 $Q_i(f)$ 는 $P_i(t)$ 와 $Q_i(t)$ 의 푸리에 변환을 각각 나타내고, f 는 주파수를 뜻한다. 식 (9)는 회전 좌표계에서 정지 좌표계로의 좌표변환에 의해 내륜 결함인 경우의 응답 스펙트럼의 주파수가 $+\Omega$ 만큼 이동됨을 보여준다.

식 (4)에 정의된 복소 신호 $p(t)$ 의 방향 파워 스펙트럼은 다음과 같이 주어진다.⁽⁸⁻¹⁰⁾

$$P_{pp}(f) = P_{yy}(f) + P_{zz}(f) + j(P_{yz}(f) - P_{zy}(f)) \quad (10)$$

여기서 $P_{ik}(f)$, $i, k = y, z$,는 파워 스펙트럼을 나타낸다. 식 (10)에 정의된 방향 파워 스펙트럼은 기존의 파워 스펙트럼과 달리 $y-z$ 평면상에 운동의 모양과 방향 및 주파수 정보를 제공한다. 그래서 방향 파워 스펙트럼은 기존의 파워 스펙트럼보다 평면운동에 관해 더 많은 정보를 제공한다.

3. 실험 장치

Fig. 2는 볼 베어링 결함진단을 위한 실험장치를 보여준다. 실험에 사용된 베어링과 결함의 사상은 Fig. 1에서 보여주고, Fig. 3은 인공적으로 만든 결함의 사진을 보여준다. 반경방향 진동이 $2 \mu\text{m}$ 이내인 실험실에서 제작된 5 축 능동 자기 베어링 시스템을 스피ن들의 정밀한 구동을 위해 본 실험에 사용하였다. 실험 동안 스피ن들의 회전수를 40 rps로

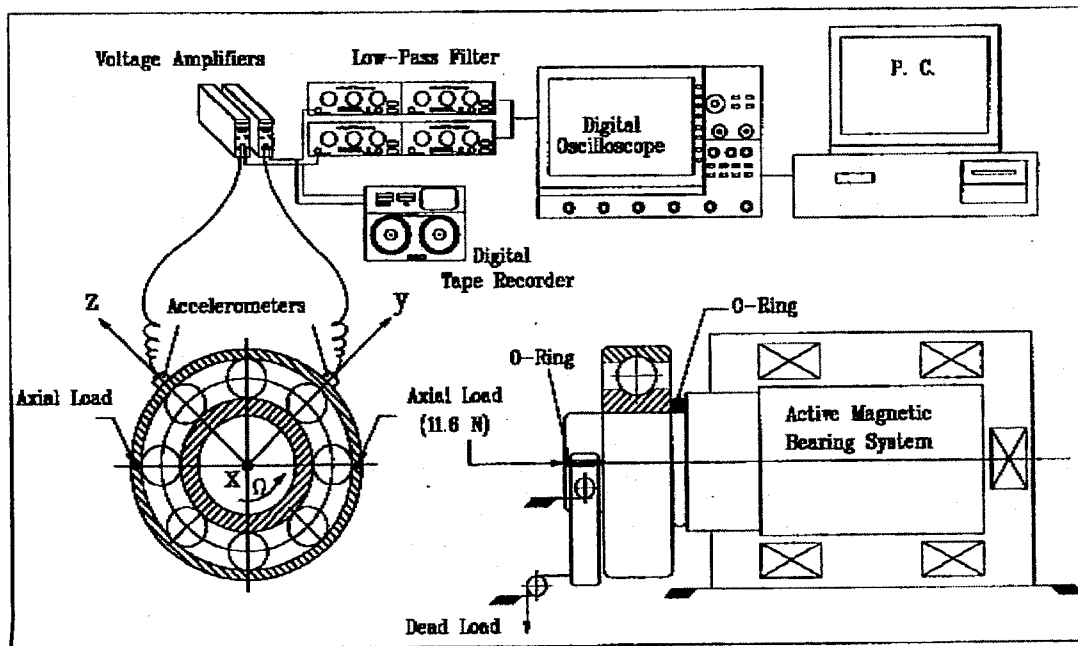


Fig. 2 Schematic diagram of experimental set-up for ball bearing diagnosis

일정하게 유지하였다. 베어링에서의 불 미끄럼을 방지하기 위하여 정하중 11.6 N을 시험 베어링의 외륜에 가하였고, 그리스 대신 미네랄 윤활유를 사용

하였다. 위와 같은 하중조건에서 접촉각 α 는 13° 로 계산되었다. y 및 z 방향의 진동은 외륜 자유 결 표면에 서로 직각으로 부착된 압전형 가속도계로 측정 증폭하여 디지털 레코더에 기록하였다. 기록된 신호는 컷오프 주파수 6 kHz의 엘리머싱 방지 아날로그 필터를 거쳐 4 채널 디지털 파형 분석기에서 20 kHz로 등 간격 샘플링된 후 PC에서 해석되었다. 두 가속도계가 부착된 외륜의 고유 모드를 점검하기 위하여 예비 모드 시험을 수행한 결과 주파수 4.15 kHz를 갖는 1차 링 모드의 존재를 확인하였다.

4. 결과 및 토의

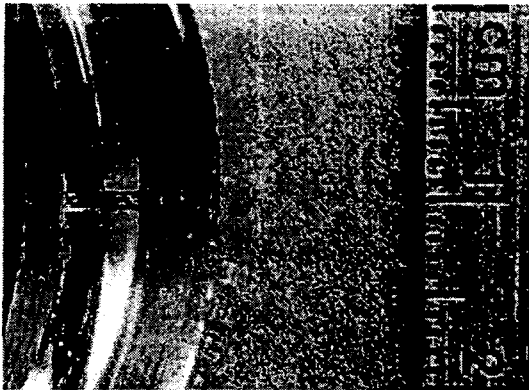
측정 전에 접촉각 13° , 회전수 40 rps 조건하에 시험 베어링의 결함 특성 주파수를 식 (1)과 식 (2)를 이용하여 구한 결과 다음과 같다.

$$BPFI, f_i = 195.9 \text{ Hz} \approx 4.9X$$

$$BPFO, f_o = 124.1 \text{ Hz} \approx 3.1X$$

여기서 X 는 내륜의 회전수를 나타낸다. 관측을 정지 좌표계에서 할 때, 식 (7)과 식 (9)를 이용하여 내륜 결함인 경우의 후방 및 전방 결함 주파수를 계산하면 각각 $-3.9X$ 및 $+5.9X$ 임을 알 수 있다.

그리고, 이 절에서는 측정된 진동신호의 서로 다른 네 가지 해석 방법- 파형 해석, 베이스밴드 스펙트럼 해석, 엔빌롭 스펙트럼 해석 및 줌 스펙트럼 해석-을 통해 결함 주파수 규명을 하고자 한다.

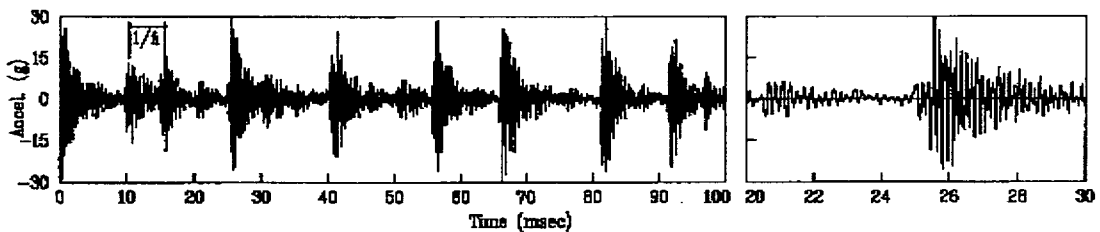


(a) Defect in outlet race

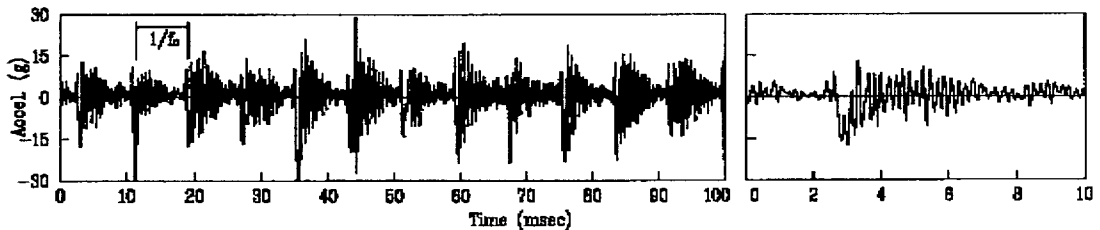


(b) Defect in inner race

Fig. 3 Artificial defects in outer and inner races



(a) Inner race defect



(b) Outer race defect

Fig. 4 Acceleration signals from defective bearings

4.1 진동 파형

Fig. 4는 시험베어링으로부터 측정되어 20 kHz로 샘플링된 가속도 신호를 보여준다. 볼이 결함 위를 지나면서 발생된 임펄스는 외륜의 1차 고유 모드를 가진해 지수적으로 감쇠 되는 일련의 주기적 파열 (burst) 진동신호를 발생시킨다.^(2,3) 여기서 진동의 주파수와 감쇠율은 외륜의 고유진동수와 감쇠에 의해 결정된다. Fig. 4(a)에서 내륜 결함인 경우, 후방 및 전방 결함 주파수(-3.9X 및 +5.9X)의 구분은 어려울 뿐만 아니라 결함 특성 주파수 BPFI(4.9X)와 관련된 주기성 확인조차 불명확하다. 이는 회전 좌표계에서의 내륜 결함 주파수 4.9X가 식 (6)과 식 (7)에서 보듯이 좌표변환에 의해 회전수 + Ω 로 진폭 변조되기 때문이다. 부록의 Fig. A-1은 이 관측을 뒷받침한다. 한편, Fig. 4 (b)에서 외륜 결함 주파수 (3.1X)에 관련된 임펄스 응답의 주기성은 쉽게 관측할 수 있다.

4.2 베이스밴드 스펙트럼

Fig. 5(a) 및 Fig. 6(a)는 내륜 결함을 가진 베어링에서 측정된 진동신호의 베이스밴드 방향 파워 스펙트럼 밀도를 보여준다. 회전속도의 조화 성분과 달리 결함 특성 주파수는 관측되지 않는데, 이는 Fig. 4(a) 및 Fig. 5(a)에서 보듯이 결함 진동 신호가 외륜 공진 주파수와 진폭 변조되기 때문이다. 스펙트럼에서 또한 거의 모든 스펙트랄 에너지는 강한 측대역 군집과 함께 공진 주파수 부근에 집중 분포함을 알 수 있다. Fig. 6(a)와 Fig. 6(c)에서 약한 3.1X 성분은 결함 없는 정상적인 베어링에서 기계 가공 공차에 의한 외륜의 진원도 오차에서 기인한

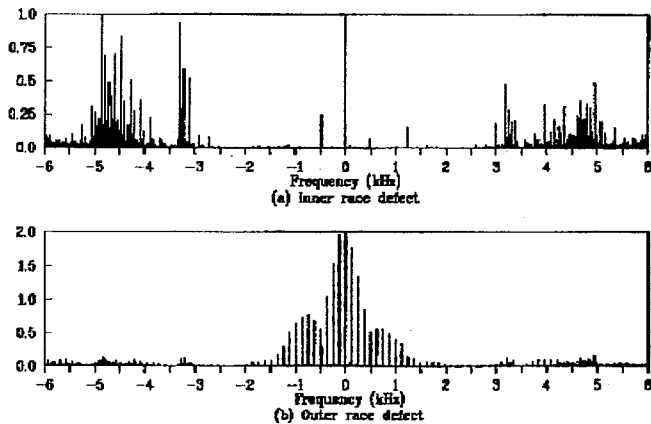


Fig. 5 Typical baseband dPSDs of vibration signals from defective bearings

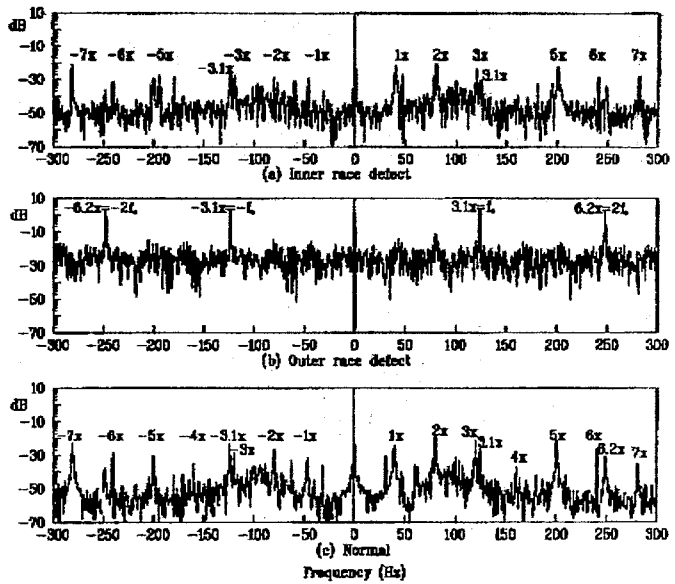


Fig. 6 dPSDs of vibration signals from test bearings

것으로 추정된다. 한편, 외륜 결함의 경우 결함 특성 주파수와 이의 고차 조화 성분은 Fig. 5(b) 및 Fig. 6(b)에서 보듯이 명확히 관측할 수 있다. Fig. 5(b)는 거의 모든 스펙트랄 에너지는 결함 주파수와 고차 조화 성분에 집중되어 있고 약간의 에너지가 공진 주파수와 그 측대역에 분포하고 있음을 보여준다. 이 두 경우에서 진폭변조 정도에 큰 차이를 보인 것은 가진원과 응답측정 위치 사이의 경로가 서로 다르기 때문이고, 외륜 결함의 경우 직접 경로, 내륜 결함의 경우 간접 경로이다.

4.3 엔빌롭 스펙트럼

진폭 변조된 신호의 에너지 파열의 주기성을 검출하기 위하여 신호의 엔빌롭을 구하는 진폭복조 기법이 공통적으로 사용된다.^(1,13) Fig. 7은 진동신호 엔빌롭의 파워 스펙트랄 밀도를 보여주고 있다. 방향 스펙트랄 밀도는 y 및 z 방향의 엔빌롭을 각각 실수부 및 허수부로 하는 복소 엔빌롭을 FFT하여 구하였다. 엔빌롭은 원래 파열 진동신호에 내재한 방향성 정보를 상실하기 때문에 내륜 결함의 경우 + Ω 만큼의 주파수 이동 및 결함 주파수(-3.9X 및 +5.9X)를 관측할 수 없다. 부록의 Fig. A-2는 이것을 뒷받침한다.

4.4 줌 스펙트럼

후방 및 전방 결함 주파수를 규명하기 위하여 진술한 방법의 대체 수단으로 외륜의 1차 고유진동수

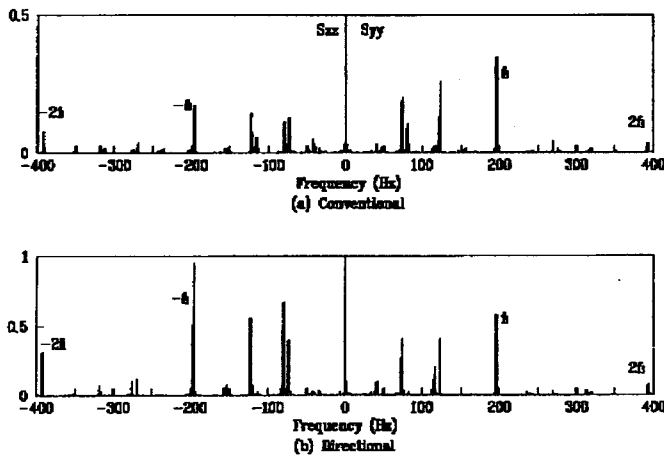


Fig. 7 Envelope PSDs of vibration signal from a bearing with an inner race defect

4.15 kHz에 중심을 둔 줌(zoom) 주파수 해석을 수행하였다. 줌 방향 파워 스펙트럼을 계산하기 위해서, 이미 샘플링된 32768 복소 데이터포인트를 3.65 kHz~4.65 kHz의 주파수 밴드로 디지털 필터링 후, 3.5 kHz의 코사인 정현파로 진폭 변조하여 1.15 kHz의 주파수 밴드로 로우 패스 필터링하였다. 필터링된 데이터를 5 kHz로 재샘플링하여 최종 8192 복소 데이터포인트를 취득하였다. 5 kHz로 감소된 재샘플링 주파수는 ML 모델 차수의 증가에 따라 ML 스펙트럼이 신호 스펙트럼에 빠르게 수렴하도록 한다.^(4,8~10)

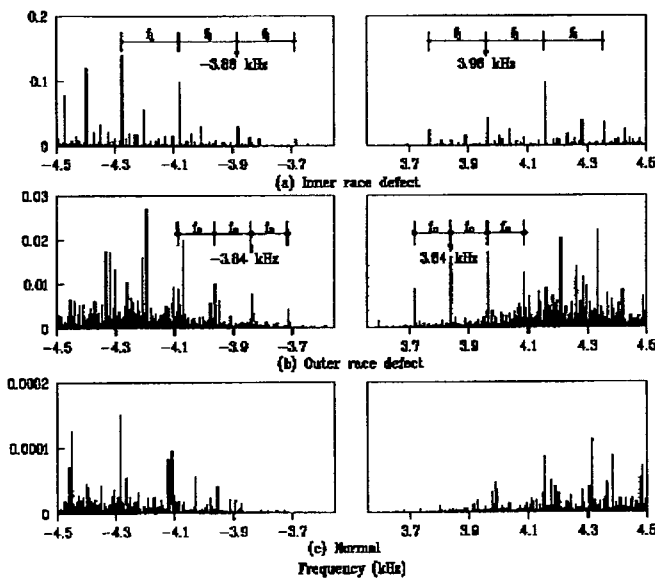


Fig. 8 Zoomed dPSDs of vibration signals from test bearings

Fig. 8의 줌 스펙트럼에서 운반(carrier) 주파수 부근에 등 간격의 결함 특성 주파수의 측대역 피크들을 관측할 수 있다. 다수의 측대역 피크들의 존재는 진폭변조 전 베어링 결함에 대한 응답 $p(t)$ 가 결함 주파수의 역인 주기를 갖는 진동신호이지만 순수 정현파가 아님을 알려준다. 내륜(외륜) 결함의 경우 진폭 변조된 신호 $r_i(t)$ ($r_o(t)$)는 식 (7) (식 (8))의 결함 신호에 운반 신호를 곱하여 식 (11) (식 (12))와 같이 표현할 수 있다.

$$r_i(t) = p_i(t) [A_i^b \exp(-j\omega_o t) + A_i^f \exp(j\omega_o t)] \quad (11)$$

$$r_o(t) = p_o(t) [A_o^b \exp(-j\omega_o t) + A_o^f \exp(j\omega_o t)] \quad (12)$$

여기서 아래 첨자 $i(o)$ 는 내륜(외륜) 결함인 경우를, ω_i (ω_o)는 내륜(외륜) 결함의 경우 외륜의 공진 또는 운반 주파수를 의미한다. Fig. 9는 내륜 결함의 경우 진동응답신호의 ML 방향 파워 스펙트럼을 보여주는데, 모델 차수 p 를 증가 시킴에 따라 결함 주파수 또는 변조 주파수 성분이 단조 수렴함을 명확히 관측할 수 있다.^(4,8~10) 이러한 것은 Fig. 8(a)와 같이 FFT에 의한 스펙트럼에서는 다소 불명확하였다. Fig. 9의 방향 스펙트럼에서 내륜 결함의 경우 잘 분리된 후방 및 전방 결함 특성 주파수 뿐만 아니라, $+\Omega$ 만큼의 주파수 이동을 관측할 수 있다. 이것은 내륜 결함의 경우, 후방 및 전방 결함 주파수가 각각 $-f_i + \Omega$ 및 $f_i + \Omega$ 임을 증명한다. 또한 부록 Fig. A-3은 위 사실을 잘 뒷받침한다.

Fig. 8 과 Fig. 10의 비교를 통해, 기존의 스펙트럼은 방향 스펙트럼과 달리 단측 주파수 영역에 후방 및 전방 결함 주파수가 서로 겹쳐 포개진 결과를 줌을 알 수 있다. 그래서, 내륜 결함의 경우 기존의 스펙트럼으로 후방 및 전방 결함 주파수와 주파수 이동을 관측하기란 거의 불가능에 가깝다. 이와 같은 이유로 과거에 기존 스펙트럼을 사용하여 내륜 결함의 경우와 같이 회전하는 결함 주파수를 관측할

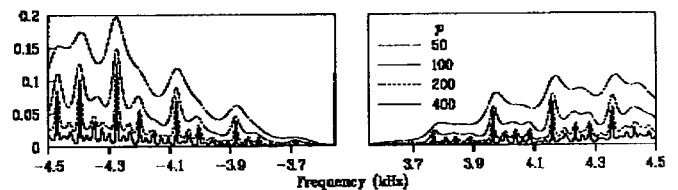


Fig. 9 Zoomed ML dPSDs of vibration signals from a bearing with an inner race defect

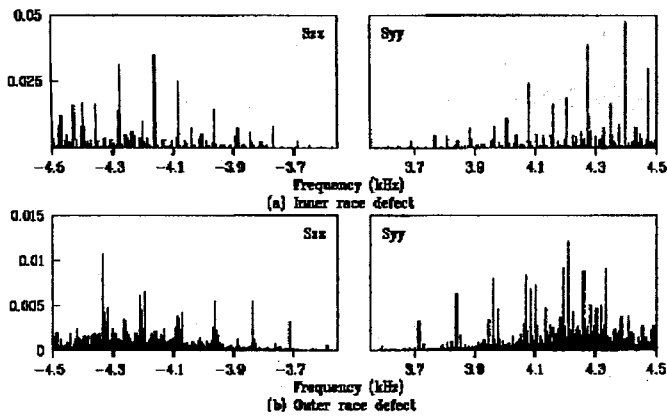


Fig. 10 Conventional PSDs of vibration signals from defective bearings

수 없었던 것으로 생각된다.

결론적으로 외륜 고유진동수에 중심을 둔 방향 파워 스펙트럼의 좁 해석은 베어링의 결함 주파수를 규명하는데 효과적임을 알 수 있다.

5. 결 론

정지된 베어링 외륜의 공진 주파수에 중심을 둔 방향 파워 스펙트럼의 좁 해석기법을 베어링 결함 주파수 규명을 위하여 개발하였다. 기존 스펙트럼은 단축 주파수영역에 후방 및 전방 결함 주파수가 서로 겹쳐 포개진 결과를 주므로 이를 이용한 효과적인 후방 및 전방 결함 주파수 규명은 거의 불가능하지만, 방향 스펙트럼은 주파수 영역에서 분리된 후방 및 전방 결함 주파수를 주므로 내륜 결함에서와 같이 특히 회전하는 결함과 관련된 후방 및 결함 주파수 규명에 제안한 기법의 사용은 효과적임을 알 수 있다.

참 고 문 헌

(1) Bell, D. H., 1985, "An Enveloping Technique for Early Stage Detection and Diagnosis of Faults in Rolling Element Bearings," Proc. 10th ASME Biennial Conf. on Mechanical Vibration and Noise, pp. 65~69.
 (2) McFadden, J. M. and Smith, J. D., 1984, "Vibration Monitoring of Rolling Element Bearings by the High-Frequency Resonance Technique-a Review," Tribology International, Vol. 17(1), pp. 3~10.

(3) White, G., 1991, "Amplitude Demodulation - A New Tool for Preventive Maintenance," Sound and Vibration, Vol. 25(9), pp. 16~19.
 (4) Sherman, P. J. and Lou, K. N., 1989, "Application of the ML Spectral Estimates for Identification of Defects in Rotating Machinery," Proc. 7th Int. Conf. on Modal Analysis, Las Vegas, USA, pp. 1587~1590.
 (5) Lee, C. W., 1993, "Vibration Analysis of Rotors," Kluwer Academic Publishers.
 (6) Lee, C. W. and Joh, C. Y., 1994, "Use of Directional Spectra for Diagnosis of Asymmetry/ Anisotropy in Rotor Systems," Proc. 4th Int. Conf. on Rotor Dynamics, Chicago, USA, pp. 97~101.
 (7) Joh, C. Y. and Lee, C. W., 1996, "Use of dFRFs for Diagnosis of Asymmetric/ Anisotropic Properties in Rotor-Bearing System," ASME J. Vibration and Acoustics, Vol. 117, pp. 64~69.
 (8) Lee, C. W., Park, J. P., and Han, Y. S., 1995, "Use of Directional AR and ML Spectra for Detection of Misfired Engine Cylinder," Proc. 15th ASME Biennial Conf. on Vibration and Noise 3(A), Boston, USA, pp. 1397~1403.
 (9) Lee, C. W., Han, Y. S., and Park, J. P., 1997, "Use of Directional Spectra for Detection of Engine Cylinder Power Fault," J. of Shock and Vibration, Vol. 4(5), pp. 391~401.
 (10) 박종포, 한윤식, 이종원, 1999, "방향 시계열 스펙트럼에 의한 엔진 실화 탐지," 대한기계학회 지논문집, 제 23 권, 제 2 호, pp. 310~317.
 (11) Kay, S. M., 1988, Modern Spectral Estimation, Prentice-Hall.
 (12) Sherman, P. J., 1991, "Three Techniques for Harmonic Retrieval in Unknown Colored Noise," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 5(3), pp. 183~197.
 (13) Randall, R. B., 1987, Frequency Analysis, B & K Co. Ltd., 3rd ed.

부 록

진폭변조신호의 스펙트럼

실험 데이터 해석을 뒷받침하기 위하여 진폭변조

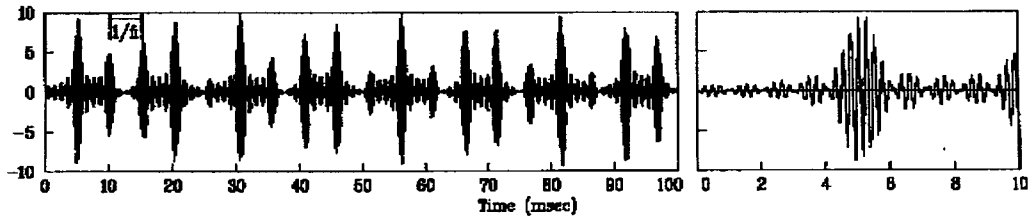


Fig. A-1 Waveform of amplitude modulated signal

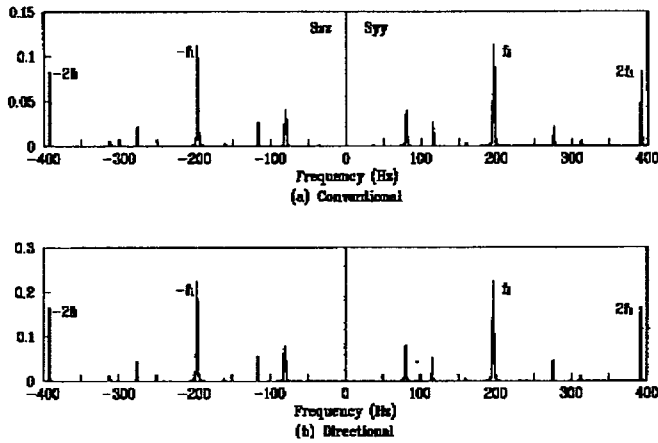


Fig. A-2 Envelope PSDs of amplitude modulated signals

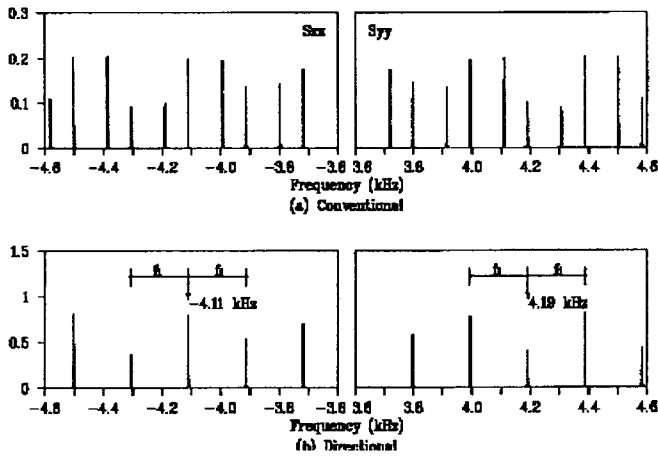


Fig. A-3 PSDs of amplitude modulated signals

신호의 파형과 스펙트럼을 수치적으로 구하였다. 진폭변조 신호를 다음과 같이 정의한다.

$$r(t) = q(t)u(t)v(t) \quad (A-1)$$

여기서

$$q(t) = \sum_{k=1}^K [\exp(-jkf_i t) + \exp(jkf_i t)] + 1$$

$$u(t) = \exp(j\Omega t)$$

$$v(t) = \exp(-j\omega t) + \exp(j\omega t)$$

복소 진동 신호 $q(t)$, $u(t)$ 및 $v(t)$ 는 각각 회전 좌표계에서 관측한 내륜 결함 주파수 성분, 회전 좌표계에서 정지 좌표계로의 좌표변환 및 외륜의 공진 주파수를 나타낸다. 신호 $r(t)$ 는 $f_i = 2\pi \times 196$ rad/sec, $K = 2\pi$, $\Omega = 2 \times 40$ rad/sec, $\omega = 2\pi \times 4150$ rad/sec로 하여 계산하였다. Figs. A-1, A-2 및 A-3는 신호의 파형, 엔빌롭 스펙트럼 및 증 스펙트럼을 각각 보여준다.