구조물 동특성 변경 관련 연구 분야 및 동향 (IV)

박 윤 식·박 용 화
(한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터)

지난 호까지는 구조 변경 후의 동특성을 예측하는 정방향 문제(forward problem)에 대해서 서술했다. 이번 호부터는 구조물의 설계에 관계 된 역방향 문제(inverse problem)를 서술하고자 한다. 즉 원하는 고유진동수, 모드 형상, 또는 주파수 응답함수를 만족하는 설계 변수 및 구조변경을 도출하는 역방향의 구조 변경법을 서술한다. 특별히 이번 호에서 모드 영역(modal domain)의 방법을 다루고 다음 호에는 주파수 응답 함수(frequency response function)를 사용한 응답 영역(frequency domain)의 방법 및 기타의 방법을 중점적으로 다루고자 한다.

Problem 7 :
Given $\overline{\Lambda}$ and $\overline{\Phi} \Rightarrow$ Find and K and M
Given $\overline{H}(\omega) \Rightarrow$ Find K and M

이 문제는 모드 모델(modal model) 혹은 응답 모델(response model)로부터 공간 모델(spatial model)을 구성하는 역문제(inverse problem)이다. 이 문제는 기존 구조물의 공간 모델을 사용하지 않고 동적 특성만으로 질량과 강성, 혹은 설계 변수를 구해내는 방법이다. 물리적으로 존재하는 구조물의 공간 모델(spatial model)을 구하는 역 고유치 문제(inverse eigenvalue problem)와 지정된 동특성을 갖는 수학적 행렬을 구하는 spatial model reconstruction으로 구분 할 수 있다.

7.1 역 고유치 문제(Inverse Eigenvalue Problem)

Gladwell은 이 문제의 선구적인 연구자로서 수학적인 관점에서 기초 연구를 수행하였다[7-1-1]. 단순질량, 보, 로드 등의 질량 행렬과 강성 행렬의 특징을 먼저 파악하고 동특성과의 관계를 관찰하였다. 이때 이산 시스템(discrete system) 및, 연속 시스템(continuous system)에 대해서 Jacobi matrix, Oscillatory matrix등의 행렬특성을 관찰하였으며 란쵸스 방법(Lanczos method), 그린의 적분 방법(Green's integral method)등을 사용하였다. Lancaster과 Starek등도 이와 동일한 방법으로 행렬의 특성을 이용하여 이문제의 수학적 특성을 다루었다[7-1-2,3]. 이 방법들을 연속 시스템에 적용하여 Ram은 로드 문제를, Lowe는 보의 문제를 다루었다[7-1-4,5].

한편 이산 시스템(discrete system)의 역고유치 문제에 관해서는 Braun등이 다수의 점질량, 선강성, 로드와 보의 문제에 적용하였다[7-1-6,7]. 일반적으로 몇 가지 가정을 통해 계의 질량 및 강성 행렬을 단순화하고 행렬 내부의 계수들을 미지수로 놓고 고유치 문제를 만족하도록 미지수를 정하는 방법을 사용한다. Jinbo는 단순질량-선강성 계를 다루었다[7-1-8]. 한편 Deng은 보 문제를 단순질량-선강성의 문제로 치환하여 문제를 풀었다[7-1-9]. Braun은 로드와 보에 대해서 많은 연구를 수행 하였으며 이때 몇 가지의 경계조건에 대해서 지배방정식을 유한 차분법으로 나타내고 질량 및 강성 행렬을 단순화 하였다[7-1-10,11]. Fixed-free 로드에 대한 강성과 질량행렬은 다음과 같다.

$$K = EAE^T, \quad A = diag(k_1, k_2, \ldots, k_N) \qquad (7\text{-}1)$$

$$M = diag(m_1, m_2, \ldots, m_N) \qquad (7\text{-}2)$$

이때 강성행렬은 밴드폭이 3인 banded

diagonal 행렬이다. 로드는 강성에 관계 되서 탄성계수와 단면의 크기, 두 가지 변수를 가지고 질량의 경우에도 단면과 밀도의 두 변수가 있으나 물리적으로 단면의 크기에 대해서는 동특성이 변화하지 않고, 또한 유한 차분법에서도 이 단면은 질량과 강성 행렬에 공통된 항이므로 고유치 문제에 영향을 주지 못한다. 따라서 강성과 질량 행렬의 경우에 한가지 변수, $k_j(j=1,2,\cdots,N)$로 표현하였으며 질량도 단순 점 질량, $m_j(j=1,2,\cdots,N)$로 표현하였다. 단순화된 행렬을 본 원고 (I)편의 식 (1)의 고유치 문제에 대입하여 대수방정식을 얻고 행렬내부의 계수를 구한다. 이때 2개의 모드만 있으면 모든 계수들을 구해낼 수 있다는 것을 관찰하였다.

보 문제의 clamped-free 경계조건의 경우에 질량과 강성행렬을 다음과 같이 놓았다.

$$K = EH^{-1}EAE^{T}H^{-1}E^{T},$$

$$A = diag(k_1, k_2, \ldots, k_N),$$

$$H = diag(h_1, h_2, \ldots, h_N) \tag{7-3}$$

$$M = diag(m_1, m_2, \ldots, m_N) \tag{7-4}$$

이때에도 로드 문제와 마찬가지로 유한 차분법에 의해서 질량을 점질량으로 모델링하고 강성을 banded diagonal 행렬로 두었다. 이때 강성에는 단면의 2차 모멘트가 변수로서 추가 되었다. 위의 행렬을 바탕으로 고유치 문제를 만족하는 계수들을 대수식을 통하여 구하면 세 개의 모드만으로 모든 계수를 구할 수 있다. 유한요소법을 사용하여 행렬의 band가 커진 경우에 적절한 행렬의 단순화를 통하여 계수를 구하는 방법을 추가로 연구하였다.

한편, 행렬을 단순화하기 어려운 일반적인 구조물에 있어서는 다음과 같이 유한 요소 모델을 구성하고 상기의 방법을 통해서 수치적으로 계산된 질량, 강성행렬과 비교하여, 물리적인 의미를 갖는 설계변수를 최소 오차자승 방법(least square error method)을 사용하여 구한다[7-1-12]. 보의 문제는 다음과 같다.

$$M_{phy} = \sum_{i=1}^{k} \rho A_i B_i^T M_e B_i \tag{7-5}$$

$$K_{phy} = \sum_{i=1}^{k} EI_i B_i^T K_e B_i \tag{7-6}$$

다음과 같은 목적함수를 최소화하여 물리적 변수, ρA_i와 $EI_i(i=1,2,\cdots,k)$를 구한다.

$$J_1 = \|M - M_{phy}\|,\quad J_2 = \|K - K_{phy}\| \tag{7-7}$$

이 방법은 행렬의 형식이 알려진 구조물에 주로 적용되었으며 구조 변경의 목적 보다는 문제의 특징을 수학적으로 다루거나 물리적인 의미를 파악하는 목적으로 많이 연구되었다. 일반적인 구조물의 역문제를 풀기위해서는 질량과 강성 행렬의 구성과 함께 물리적인 설계변수를 찾아내는 방법론이 추가로 필요하다.

7.2 Spatial Model Reconstruction

이 문제는 모드 모델(modal model) 혹은 응답 모델(response model)로부터 공간 모델(spatial model)을 구성하는 역문제(inverse problem)로서 구조 변수 규명(system identification) 방법중의 하나이다. 부분적으로 측정된 고유진동수, 모드 형상 또는 주파수 응답함수 등의 동특성을 만족하는 질량, 강성 및 감쇠 행렬을 수학적으로 구하는 문제이다. 구한 행렬은 물리적인 설계 변수와의 관계를 살피기 어려운 수학적인 행렬인 경우가 많다. 따라서 구조물 제어나 강제진동 해석 등을 위한 수치모델 수립을 목적으로 주로 사용되는 방법이며 물리적인 설계변수를 다루는 구조 변경의 분야에는 설계변수의 경향이나 수학적인 특징을 파악하기 위한 목적으로 사용되고 있다.

구조 변수 규명(system identification)은 크게 세가지 방법으로 나눌 수 있다. 시스템 행렬, M, K를 구성하기 위해 모드 모델(modal model) 사용하는 방법, FRF등의 응답 모델(response model)을 사용하는 방법, 그리고 시간축의 정보를 사용하는 방법이다.

첫째로 모드 모델(modal model) 사용하는 방법으로서, 일반적으로 본 원고 (I)편의 관계식 (4)를 직접 이용한다. 시스템의 공간 모델(spatial model)인 M, K는 다음과 같이 측정된 고유진동수와 모드 형상으로부터 구

한다.

$$K = \Phi^{-T} \Lambda \Phi^{-1}, \quad M = \Phi^{-T} \Phi^{-1} \qquad (7\text{-}8)$$

식 (7-8)에서 완전 모드(complete mode)를 사용하면 정확한 값을 얻는다. 일반적으로 불완전 모드(incomplete mode)를 측정할 수 밖에 없으므로 다음과 같이 가역변환(pseudo-inverse)를 통해서 M, K를 구한다[7-2-1].

$$K = [\Phi^T]^+ \Lambda [\Phi]^+, \quad M = [\Phi^T]^+ [\Phi]^+ \qquad (7\text{-}9)$$

식 (7-9)로 구한 M, K는 물리적인 의미를 갖는 값이 아니며 단지 수학적으로 고유진동수와 모드 형상을 만족하는 행렬이다. 이러한 행렬은 무수히 많다. 이 불충분 모드와 구한 행렬간의 관계를 수학적인 관점에서 Berman 등이 심도 있게 다루었다. 이때 식 (7-9)에서 구한 행렬, M, K로 고유치 해석을 할 경우에 고차 모드로 갈수록 오차가 커짐을 보였고 질량 구조 변경이 있을 경우에 모드의 변화가 작은 경우 구한 M, K가 유용하게 쓰여질 수 있음을 관찰했다[7-2-2,3]. 또한 간단한 보 구조물의 예에서 구한 M, K는 유일한 답이 아님을 관찰 하였다[7-2-4]. Luk은 이 방법을 사용해서 점질량-선강성 시스템의 M, K를 구하였다[7-2-6]. Link는 모드 형상의 역변환의 효과가 전체 자유도로 확산되어 구해진 행렬 M, K의 물리적인 의미를 파악하기 힘듦을 관찰하였다[7-2-7].

둘째 방법은 주파수 응답 함수를 이용하여 M, K를 구하는 방법이다. 이 방법은 기본적으로 본 원고 (I)편의 식 (6)을 사용한다. 기본식은 다음과 같다.

$$H(\omega)[K - \omega^2 M] = I \qquad (7\text{-}10)$$

윗 식을 통해 주파수를 바꾸어가면서 각각의 특정 주파수에 대해 선형 방정식을 구성하고 M, K을 구성하는 계수를 구하여 M, K를 구성한다[7-2-8]. Richardson은 이 방법을 통해 점질량-선강성 시스템의 M, K를 구했으며 양경택은 보 구조물의 M, K를 구했다[7-2-9]. 이때 식 (7-10)을 직접 풀지 않고 Singular value decomposition을 사용해 잡음에 둔감한 결과를 얻었다. Crema는 트러스 구조물에 적용했다[7-2-10]. Chen은 최소 자승 오차법을 사용해 감쇠행렬을 정확하게 구하는 방법을 제안하였다[7-2-11]. Mottershead는 positive definite Matrix, M, K를 얻기 위한 방법을 제안하였다[7-2-12]. 이 방법은 주파수 응답 함수를 사용하므로 고차 모드를 충분히 고려할 수 있다. 그러나 주파수 응답 함수와 질량, 강성 간의 크기 차이가 크므로 선형대수 방정식을 풀 때 잡음의 효과에 민감한 단점이 있다. 또한 주파수 응답 함수의 측정 위치 및 고려하는 주파수에 따라 민감한 결과를 얻을 수가 있으며 negative definite의 M, K가 구해질 수도 있다.

세번째 방법은 시간축 측정치를 사용해서 구조물의 동응답을 모델링하고 시스템 행렬을 구하는 방법이다. 구조물의 시간축 정보는 다음과 같이 M, C, K행렬을 포함하는 state space model로 나타내진다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} f \qquad (7\text{-}11)$$

위의 1차 미분 방정식의 시스템 행렬을 규명하고 그 결과로 M, C, K를 구한다. Alvin 과 Park은 진동응답을 나타낼 수 있는 최초 차수(minimal order) M, C, K를 찾았으며[7-2-13,14] 그밖의 많은 연구가들이, Markov Parameter 등을 이용한 ERA(eigensystem realization algorithm), 그리고 출력 오차 방법(output error method) 등을 사용해 시스템 행렬을 구하는 연구를 하였다[7-2-16~19]. 이 방법은 구조물 변경이나 질량, 강성의 파악보다는 구조물 제어나 강제 진동해석 등을 위해서 필요한 수치적 행렬을 구하는 목적으로 주로 연구되었다.

Problem 8 :

Given K, M, $\overline{\Lambda}$ and $\overline{\Phi}$ ⇒ Find ΔK and ΔM

이 문제는 기존 구조물의 유한요소 모델 등 수치 모델을 수립하고 고유진동수 및 모드 형상의 동특성의 개선을 위해 최적 설계를 하거나 부분적인 구조 변경을 하는 문제이다. 이는 유한 요소 해석을 바탕으로 하는 최적설계, 유한요소 모델 보정이 이에 해당한다. 가장 방대한 연구가 이루어져 왔으며 구조진동 문제에 있어서 조인트 규명(joint identification), 동 흡진기 설계(dynamic damper design), 지지점 선정(support location), 이상 진단(fault diagnosis) 등의 국부적인 설계변수의 규명에도 많은 활용이 있어왔다.

한편 고유진동수의 최적화를 위한 해석적 연구로서는, Wang은 단순질량/강성 계의 강성과 질량의 최적해를 해석적으로 구했으며 로드를 단순질량/강성 계로 모델링하고 최적해를 구했다(8-1). Elwany는 바(bar)의 비틀림 운동을 연속계로 모델링하고 그 단면의 최적해를 해석적을 구했다(8-2).

8.1 Structural Optimization Based on FEM

유한 요소 해석을 바탕으로 하는 최적설계 기법은 가장 많이 쓰이고 있는 재설계 방법이다. 이 방법은 고려하는 설계변수에 따라 크게 두 가지로 나눌 수 있는데 첫째는 구조물의 탄성, 두께, 단면적 등을 설계변수로 하는 sizing problem으로서 전통적인 방법이다. 둘째는 길이, 부분 구조간의 연결 각도 및 위치, 구조물의 영역, 등의 일반적인 설계 변수를 다루는 구조물 형상 설계 기법으로 최근에 많이 연구되고 있다. 이 문제는 기본적으로 다음과 같은 최적화 문제를 푸는 것으로 정의 된다.

$$\text{Minimize} \quad W(b) \qquad (8\text{-}1)$$
$$\text{Subject to} \quad \omega_n^{low} \le \omega_n(b) \le \omega_n^{high}$$

또는 동일한 최적화 문제를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{Maximize} \quad \omega_n(b) \qquad (8\text{-}2)$$
$$\text{Subject to} \quad W^{low} \le W(b) \le W^{high}$$

여기서 $\omega_n(b)$는 고유진동수이고 $W(b)$는 구조물의 중량이다. 위의 최적화 문제를 설계변수 b에 대해서 풀어 최적치를 구한다. Brach는 식 (8-1)과 식 (8-2)의 최적해의 존재를 이론적으로 탐구 했으며 식 (8-1)의 최소 중량(minimum weight) 문제와 식 (8-2)의 최대 고유진동수(maximum natural frequency) 문제의 결과가 동일함을 수학적으로 보였다(8-3).

(1) Sizing Problem (Sensitivity Method, Inverse Perturbation Method)

이 방법은 구조물을 나타내는 좌표가 고정된 상태에서 탄성계수, 밀도, 두께, 단면적 등의 설계변수를 주로 다루는 문제이다. 위의 최적화문제는 기본적으로 본 원고 (II)편의 2.2절의 섭동법 또는 2.3절의 고유진동수 및 모드 형상의 민감도를 사용한다(8-1-1). 이때 식 (2-9)의 고유진동수 민감도 방향이 steepest direction이다. 이 방법의 관건은 수치 계산의 효율을 높여 제품개발의 소요 시간을 단축하는 것이다.

고유진동수는 설계변수에 대해서 비선형적인 변동을 보이므로 이 문제는 nonlinear constrained optimization문제이다. 이문제의 풀이를 위해 다양한 nonlinear programming기법을 사용하여 반복 계산을 통해 구한다(8-1-2,3). 광범위하게 사용되는 방법으로서 steepest decent method, gradient projection method, feasible direction method, panalty method등이 있으며 ANSYS, NASTRAN등의 유한요소 상용 S/W에 내장되어있다. 한편 이와는 별도로 optimality criteria방법, optimal control방법 등이 원용이 되어서 수치해석의 소요시간을 줄이려는 연구가 진행되고 있다(8-1-4).

수치계산의 효율을 높이기 위한 이론적인 연구로서, Kim이 본 원고 (II)편의 2.2절의 섭동법을 보완하여 predictor-corrector방법으로 최적화를 다루는 nonlinear inverse perturbation기법을 제시하였고(8-1-5,6) 기타 섭동법을 이용한 여러가지 방법이 제시되었다(8-1-7,9). 또한 요소 행렬이 설계변수에 비례하도록 하여 민감도 해석을 간단히 하는 방법 등이 제시되었다(8-1-10). 이때 2절에서 설명한 고유치 재해석 기법이 일반적으로 사용되며 Wang등은 2.4절의 모드 합성법을 사용해 재해석의 효율을 높였다(8-1-11). Zeischska와 Wang은 식 (7-5,6)과 같이 설계변수가 요소 모델에 비례하는 트러스, torsion bar등의 효율적인 최적화 과정을 제시했다(8-1-10,12).

적용 예로서, Yang은 보의 두께를 설계변수로 하여 보의 최적 형상을 구하였다(8-1-13). Yim, Huang, Lee 등은 자동차 구조물의 조인트 강성 등의 최적화를 민감도를 통해서 계산했다(8-1-14~16). Abe는 stiffener를 차량에 부착하는 실험을 통해서 주파수의 변동을 실험적으로 관찰했다(8-1-17).

위의 유한요소법을 이용한 구조 변경은 해

석적인 모델이 정확할 때 유용하다. 유한 요소 방법으로 구한 최적 설계 결과의 유용성에 대해서 Adelman은 트러스의 최적설계 결과와 실험치를 비교하여 관찰하였다[8-1-18]. 정확한 유한 요소 모델을 얻기 위해서는 정밀한 모델링 과정이 필요하며 이는 많은 시간과 계산이 소요된다. 정확한 모델을 효율적으로 얻으려면 모델 단순화와 더불어 모델 보정이 필요하다. 이는 8.2절의 유한요소 모델 보정법에서 설명할 것이다.

(2) Topology/Shape Problem (Configuration Sensitivity Method, Homogenization Method, Energy Method)

이 방법은 구조물을 나타내는 좌표를 설계변수로 잡는 방법이다 이 설계변수에는 구조물이 존재하는 영역, 즉 길이나 넓이, 또는 부분 구조물 간에 연결이 있을 때 그 연결의 위치, 각도 혹은 특정한 영역 안에서 구조물이 가질 수 있는 형상을 설계변수로 하는 가장 포괄적인 최적 설계방법이다. 이 방법의 관건은, 구조물의 형상을 적합한 설계변수를 선정하여 나타내고 그 설계변수에 대한 고유진동수의 민감도를 구하는 것이다. 본 논문에서는 선행연구에 대해서 간략히 언급하고 그 적용을 서술하겠다. 형상설계는 설계변수의 종류에 따라서 다음과 같이 나눌 수 있다.

첫번째 방법은 지지점의 위치 최적화 문제이다. 이 방법은 기본적으로 라그랑지 승수(lagrange multiplier)방법을 사용한다. 지지점의 위치 변경에 대한 고유진동수의 민감도를 Wang, Liu등의 여러 연구가가 수식화 했으며, 고유진동수의 민감도는 지지 위치의 모드 형상의 기울기와 반력의 합으로 나타남을 고찰 하였다[8-1-19,20]. 원광민은 이 방법을 이용해 평판의 최적 지지점을 찾는 방법을 제안했다[8-1-21].

두번째는 가장 기본적으로 쓰이는 방법으로서 continuum approach이다. 구조물을 연속체로 보고 그 경계의 위치가 특정한 함수를 가지고 변할 때 고유진동수의 민감도를 구하여 최적 설계를 진행한다. Choi 등은 control volume approach를 통하여 구조물의 영역이 변할 때의 고유진동수 민감도를 구하였다[8-1-22~24]. Liu와 Tada는 BEM을 사용하여 경계면의 위치에 대한 고유진동수의 민감도를 구하였다[8-1-25,27]. Braibant는 이때 B-Spline을 사용하여 계산의 효율을 높였다[8-1-28]. Son은 control volume방법을 사용해 구조물의 경계조건을 설계변수로 두고 최적 설계를 했다[8-1-29].

세번째 방법은 node layout design이다. 절점(node)의 위치를 설계변수로 잡고 민감도를 구하여 유한 요소 모델의 절점의 위치를 변경하여 형상설계를 한다[8-1-30~32]. 이때 구조물의 절점의 위치에 대한 민감도를 수식화하고 트러스 구조의 layout design에 활용하였다.

네번째 방법은 biological growth approach이다. 이 방법은 구조물의 자유진동시 구조요소의 내부 에너지를 구하고 그 크기에 비례하여 요소의 부피를 늘이거나 줄여나가는 방법이다[8-1-33]. 이 방법은 요소의 부피를 조절한다는 점에서 엄밀하게 형상설계라고 보기는 힘드나 결과적으로 최적의 형상을 얻는다고 볼 수 있다. Kawabe, Chen 등은 요소의 부피를 변경시켜가면서 형상 설계를 하였다[8-1-34,35]. 이때 자유진동시 내부 에너지가 작은 요소를 삭제해 나간다. Kirsch는 트러스 멤버의 삭제후의 고유진동수 재해석을 통해서 구조물의 최적 배치(layout)를 구하였다[8-1-36].

다섯번째 방법은 domain method로서 feasible design domain을 설정하고 그 내부를 가운데 부분에 공동이 있는 특수한 요소로 채운 다음 공동의 크기를 조절하여 최적의 형상을 구하는 방법이다. Kumer는 triangular element를 사용하여 feasible domain에서 에너지가 작게 걸리는 요소를 삭제함으로써 최적 형상을 구하였다[8-1-37]. Kikuchi 등은 homogenization element를 사용하여 동공의 크기에 관한 설계변수에 대해서 고유진동수 민감도를 구하고 고유진동수 최적화를 위한 형상설계를 하였다[8-1-38~41]. 이 방법은 후처리 과정으로 image processing에 의한 filtering을 취하여 최적해를 간략화 한 다음에 설계과정으로 넘어간다[8-1-42].

여섯번째 방법은 heuristic method로 설계변수가 많은 경우에 민감도 수식화 과정 없이 적은 계산으로 최적치를 찾을 수 있다는 장점이 있다. 이에는 simulated anealing, genetic algorithm, neural network등의 방법이 사용된다. 이 방법은 설계변수의 다양한 조합을

고려하여 적은 계산으로 최적치를 찾는 특성이 있으며 특별히 민감도를 구하는 것은 아니다. chapman 등은 genetic algorithm을 사용하여 요소를 삭제해 나감으로서 형상 설계를 하였다[8-1-43,44]. Reddy는 simulated annealing 방법을 사용하였다[8-1-47,48].

형상 설계 방법은 이론적인 연구는 많이 있어왔으나, 수치 계산의 문제 등으로 산업계에서의 적용은 기존의 sizing problem에서 사용하는 민감도 방법과 비교하여 적은 편이며 부품 설계에 주로 적용되어 왔다[8-1-47,48].

8.2 FE Model Updating Using Modal Data

이 방법은 실험으로 측정된 고유치와 모드 형상을 이용하여 유한요소 모델의 정확도를 높이는 방법이다. 정확한 유한 요소 모델은 구조 해석에 필수적이다. 유한 요소 모델은 정밀하게 할수록 정확도가 좋지만 수치 계산 등의 이유로 모델을 단순화 하는 것이 필요하다. 일반적으로 이러한 유한요소 모델은 모델 변수 오차(model parameter error), 이산화 오차(discretization error)등이 존재한다.

유한요소 해석결과로 얻어지는 고유치와 모드 형상이 실험으로 구해진 값과 동일한 값을 가지도록 모델의 변수를 개선 준다. 실험치와의 비교를 위해서는 측정점의 자유도와 수치모델의 자유도가에 일치하여야 하며 이를 위해서는 유한 요소 모델을 축약하는 방법이나 실험으로 구해진 모드 형상의 자유도를 확장하는 부가적인 과정이 필요하다. 이 문제는 추후에 서술할 Problem 14에서 별도로 다룬다. 모델 보정 방법을 크게 두가지로 나눌 수 있다. 첫째는 행렬의 특성을 이용하여 한번의 계산으로 강성과 질량행렬을 보정하는 방법과 수치 반복 계산을 통하여 보정하는 방법이 있다.

첫째로, 행렬식을 이용한 방법으로서 대표적인 방법이 reference basis method이다[8-2-1~12]. 최초로 Berman과 Baruch에 의해서 개발 되었다. 이는 라그랑지 승수를 이용하는 방법으로서 다음과 같이 변경량의 크기를 제한하면서 측정한 고유치 를 만족하도록 목적함수를 구성하고 이를 최소화하는 질량과 강성행렬 변화 $\Delta M, \Delta K$를 얻는다.

$$J_M = \left\| M^{-1/2} \Delta M M^{-1/2} \right\| + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} L_{ij}^1 \left[\overline{\Phi}^T (M + \Delta M) \overline{\Phi} \right]_{ij} \tag{8-3}$$

$$J_K = \left\| M^{-1/2} \Delta K M^{-1/2} \right\| + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} L^2{}_{ij} \left[(K + \Delta K) \overline{\Phi} - (M + \Delta M) \overline{\Phi \Lambda} \right]_{ij}$$
$$+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} L^3{}_{ij} \left[\overline{\Phi}^T (K + \Delta K) - \overline{\Lambda} \right]_{ij} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} L^4{}_{ij} \left[(K + \Delta K) - (K + \Delta K) \overline{\Phi \Lambda} \right]_{ij} \tag{8-4}$$

목적함수를 최소화하는 행렬변화를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta M = M \overline{\Phi} m_A^{-1} (I - m_A) m_A^{-1} \overline{\Phi}^T M \tag{8-5}$$

$$\Delta K = (M + \Delta M) \overline{\Phi} (\overline{\Phi}^T K \overline{\Phi} + \Lambda) \overline{\Phi}^T (M + \Delta M) - K \overline{\Phi} \overline{\Phi}^T (M + \Delta M) \tag{8-6}$$

한편 행렬의 계산을 사용하는 다른 방법으로서 matrix mixing방법이 있다[8-2-13~17]. 이것은 식 (7-8)의 역문제 방법에서 저차 모드는 측정치를 사용하고 고차 모드는 유한요소 해석으로 구한 모드를 사용하는 방법이다. 이로부터 보정후의 행렬 $\overline{M}, \overline{M}$를 구하면 다음과 같다.

$$\overline{M} = \left[\overline{\Phi} \vdots \Phi \right]^{-T} \left[\overline{\Phi} \vdots \Phi \right]^{-1},$$
$$\overline{K} = \left[\overline{\Phi} \vdots \Phi \right]^{-T} \begin{bmatrix} \overline{\Lambda} & 0 \\ 0 & \Lambda \end{bmatrix} \left[\overline{\Phi} \vdots \Phi \right]^{-1} \tag{8-7}$$

이 방법은 질량, 강성 행렬의 오차 추적에 주로 사용되었다.

또 하나의 방법으로는 고유특성 지정 방법(eigenstructure assignment method)이다[8-2-18,23]. 이 방법은 7.2절의 시간축 측정치를 이용한 방법을 개선한 것이다. 이때 질량행렬은 정확하다고 보고 보정하지 않는다. 측정한 고유진동수와 모드 형상을 갖도록 state space model의 이득 행렬(gain matrix), G를 선정해주고 이로부터 강성 행렬의 변경을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta K = B_1 G B_2 \tag{8-8}$$

여기서 행렬 B_1과 B_2는 각각 수진 위치와 가진 위치에 관계된 행렬이다. 그 외에 Alvin 등은 통계적인 방법을 사용하였다[8-2-24~26].

위의 방법 들은 한번의 계산으로 행렬 보정을 할 수 있다는 장점이 있으나 구해지는

행렬은 물리적으로 의미가 없는 수학적 행렬이며 구조물의 연결성이 모든 자유도로 확장되는 결과를 주므로 수치계산의 관점에서 매우 불리하다. 행렬의 연결성을 유지해주기 위해서 Kabe는 강성행렬 변경을 다음과 같이 놓고 보정치를 구하였다(8-2-27).

$$\Delta K = K \otimes C \tag{8-9}$$

여기서 $\otimes$는 요소간의 곱을 나타낸다. 여기서 C는 보정 변수로 이루어진 행렬이며 식(8-4)를 최소화하도록 보정 변수를 구하고 강성행렬을 보정한다.

한편, 수치적인 반복계산으로 구하는 방법에서는 목적함수를 다음과 같이 측정된 동특성과 수치해석 결과 사이의 차이로 두고 목적함수를 최소화하는 구조변경을 얻는다(8-2-28).

$$J = w_1\|\overline{\Lambda}(b) - \Lambda(b)\| + w_2\|\overline{\Phi}(b) - \Phi(b)\| \tag{8-10}$$

이 방법은 이론상으로 8.1절의 최적화 문제와 동일하며 고유진동수 및 모드 형상의 보정계수에 대한 민감도를 이용한다. 이때 보정 계수는 설계변수가 될 수도 있고 요소 행렬의 계수로 잡아줄 수도 있다. 요소 행렬의 계수로 잡는 경우에는 행렬의 연결성이 유지되는 장점이 있으므로 대개 다음과 같이 보정계수, b_{Mi}와 b_{Ki} ($i = 1,2,\cdots,k$)를 취하여 질량과 강성을 보정해준다(8-2-29,30).

$$\Delta M = \sum_{i=1}^{k} b_{Mi} B_i^T M_e B_i \tag{8-11}$$

$$\Delta K = \sum_{i=1}^{k} b_{Ki} B_i^T K_e B_i \tag{8-12}$$

유한요소 보정법의 단점은 고려하는 수치모델의 자유도가 실험의 자유도와 일치 하여야 하므로 수치 모델의 자유도 축약이 필요하다는 것이다(8-2-31). 축약된 수치모델은 행렬의 band 폭이 커지며, 행렬내의 계수들의 물리적 의미가 모호해지는 단점이 있다(8-2-32). 또한 유한요소 모델보정의 결과는 유일하지 않으며 목적함수를 동일하게 만족하는 보정 행렬은 무수히 많다(8-2-33,34). 이는 설계변수의 수가 고유진동수나 모드 형상의 정보보다 대개 많으므로 이 문제가 underdetermined problem이 되기 때문이다. 이러한 방법을 보완하기 위해서는 타당한 기준에 의해서 보정 전에 보정 계수 들을 선정해주거나 최대한 많은 모드를 고려해야 한다. 또는 다음호에서 서술할 주파수 응답함수를 이용하여 실험치로부터 더욱 많은 정보를 이용할 필요가 있다.

8.3 Parameter Identification Using Modal Data (Joint Identification, Dynamic Damper Design, Support Location, Fault Detection)

이 방법은 지정된 동특성을 만족하는 설계변수의 계산이라는 점에서 상기의 방법과 그 방법론이 유사하며 관심 있는 설계변수가 구조물에 분산되어 있지 않고 조인트 부위나 동흡진기, 혹은 지지부위에 국한된 다는 점에서 차이가 있다. 기존 구조물의 강성과 질량 행렬, 그리고 실험으로 측정한 모드 특성을 알 때 국부적인 설계변수를 규명한다. 수학적 엄밀해를 이용한 크랙 감지, 고유진동수 민감도(eigenvalue sensitivity)를 이용한 구조물 이상진단, state space모델을 기본으로 하는 ERA(eigensystem realization algorithm) 방법, 행렬의 관계식을 이용한 reference basis method, 오차 행렬 방법(error matrix approach) 등의 방법이 있다. 한편 경계조건의 위치가 고유진동수에 미치는 영향을 고려한 지지점 선정(support location selection) 등이 있다.

첫째로 수학적인 엄밀해를 가지고 크랙을 알아내는 방법은 수학적인 해가 존재하는 보나 평판의 문제에 적용되고 있다. Silva 등은 clamped beam의 수학적인 해를 가지고 크랙의 위치를 알아내었다(8-3-1).

둘째로 고유진동수 민감도(eigenvalue sensitivity)와 최적화 프로그래밍 기법을 이용해 측정치를 만족하는 조건으로부터 설계변수를 규명하는 방법이 있다(8-3-2~5). 이 방법은 기본적으로 식(8-10,11,12)을 사용해서 요소의 설계변수를 규명함으로써 요소의 이상을 진단한다. Farhat은 이 방법을 사용하여 트러스 구조물의 누락된 요소를 색출하였다(8-2-30). 셋째로 7.2절의 ERA(eigensystem realization algorithm)방법(8-3-6~10), 8.2절의 reference basis method 등을 원용한 방법이다(8-3-11~13). 식(8-5,6,8)을 사용해서 측정된 동특성을 만족

하는 강성계수를 구하여서 damage detection에 활용하였다.

넷째로 행렬의 성질을 이용한 오차 행렬 방법(error matrix approach)이다[8-3-14~24]. 이 방법은 기본적으로 다음과 같이 본 원고 (I)편의 식 (4)를 이용해 실험치로부터 구해진 flexibility matrix를 사용한다. 이 방법은 8.2절의 유한요소모델 보정의 matrix mixing방법과 유사하다.

$$\bar{F}=[\bar{\Phi}:\Phi]\begin{bmatrix}\bar{\Lambda} & 0\\ 0 & \Lambda\end{bmatrix}^{-1}[\bar{\Phi}:\Phi]^T \qquad (8\text{-}13)$$

윗 식을 사용해 유한요소 모델의 강성 행렬과의 곱을 취하면 다음과 같은 오차행렬(error matrix)이 구해진다.

$$E=\bar{F}K-I \qquad (8\text{-}14)$$

이때 행렬 E의 0이 아닌 자유도가 강성행렬 K에 이상이 있는 부분이다. Lin은 이방법을 통해 트러스 구조물의 이상을 진단하였다. 한편 Doebling등은 이 방법을 사용함에 있어서 변형률의 모드 형상이 구조물 이상 진단을 할 때 정확한 값을 구할 수 있음을 관찰하였다[8-3-21,22]. 오차행렬(error matrix)은 다양한 방법으로 구해질 수 있다. To는 강성행렬과 질량행렬의 직교성을 직접 이용하여 다음과 같이 대수 방정식을 구성하고 질량과 강성의 오차를 구하였다[8-3-23].

$$\bar{\Phi}^T(M+\Delta M)\bar{\Phi}=I \qquad (8\text{-}15)$$

$$\bar{\Phi}^T(K+\Delta K)\bar{\Phi}=\Lambda \qquad (8\text{-}16)$$

한편 Nobari는 유한요소 모델의 flexibility를 구하여 강성행렬의 오차행렬(error matrix)을 구성했다[8-3-24].

$$\Delta K=K\left[K^{-1}-[\bar{\Phi}:\Phi]\begin{bmatrix}\bar{\Lambda} & 0\\ 0 & \Lambda\end{bmatrix}^{-1}[\bar{\Phi}:\Phi]^T\right]K \qquad (8\text{-}17)$$

오차 행렬 방법은 본 원고 (I)편의 모드영역(modal domain) 과 공간영역(spatial domain) 간의 관계식 (4)를 기본적으로 사용한 것이다. 이방법의 장점은 손쉬운 계산으로 이상의 위치와 크기를 파악할 수 있다는 점이지만, 측정치가 저차 모드로 제한되어있는 경우는 오차의 효과가 규명된 오차행렬(error matrix)안에서 여러 자유도로 분산된 형태로 나타내지므로 물리적인 의미를 갖는 오차를 힘들 수가 있다.

모드 모델(modal model)을 이용한 구조변수 규명 방법은 구조변수가 동특성의 개수보다 많으면 underdetermined problem이 되므로 색출된 구조변수의 물리적인 의미를 알기 힘들다[8-3-25]. 따라서 구조변수의 개수 만큼 고유진동수 등의 동특성의 개수를 늘려주어야 한다. 또한 측정 오차에 강건한 결과를 얻기 위해서는 측정점 및 가진점의 선증에 관한 부가 연구가 필요하다[8-3-26]. 또한 수치적으로 규명된 값들과 실제 구조변수와의 관계를 규명하는 작업도 필수적으로 부가 되어야 한다. 이를 위한 하나의 방법으로서 식 (8-11,12)를 이용해 물리적으로 의미를 갖는 설계변수로 치환해 주는 작업이 별도로 필요하다[7-1-12, 8-2-29,30]. 이때 강성계수, 밀도, 보의 단면적, 단면 모멘트 등의 설계변수는 그 계수와 직접적인 연관이 있으나 평판의 두께, 형상 등, 복잡한 구조물의 설계변수에 이상이 있을 때는 보정 계수로부터 물리적인 설계 변수로 치환해주는 작업이 필수적이다.

참 고 문 헌

Problem 7

7-1 Inverse Eigenvalue Problem

(7-1-1) Gladwell, G. M. L., 1986, "Inverse Problems in Vibration," Martenus Nejhoff Publishers.

(7-1-2) Lancaster P. and Maroulas J., 1987, "Inverse Eigenvalue Problems for Damped Vibrating Systems," Journal of Mathematical Analysis and Applications 123, pp. 238~261.

(7-1-3) Starek L. and Inman D. J. and Kress A., 1992, "A Symmetric Inverse Vibration Problem," Transactions of the ASME, Vol. 114, pp. 564~568.

(7-1-4) Ram Y. M., 1994, "An Inverse Mode Problem for the Continuous Model of an Axially Vibrating Rod," Transactions of the ASME, Vol. 61, pp. 624~628.

(7-1-5) Lowe B. D., 1993, "On the Construction of an Euler-Bernoulli Beam From Spectral Data," Journal of Sound and Vibration 163(1), pp. 165~171.

(7-1-6) Ram Y. M., 1994, "Inverse Mode Problems for the Discrete Model of a Vibrating Beam," Journal of Sound and Vibration 169(2) pp. 239~252.

(7-1-7) Ram Y. M., 1994, "The Construction of Physical Models From Eigendata," IMAC, pp. 269~271.

(7-1-8) Jianbo Z. and Zhongyi C., 1990, "Identification of Physical Parameters of Vibration System by Means of Solving Inverse Eigenvalue Problems," IMAC, pp. 814~818.

(7-1-9) Deng Z. and Zhou C., 1992, "Inverse Eigenvalue Problem for Beam and Vibration Design," IMAC, pp. 836~839.

(7-1-10) Ram Y. M. and Gladwell G. M. L., 1994, "Constructing a Finite Element Model of a Vibratory Rod from Eigendata," Journal of Sound and Vibration 169(2), pp. 229~237.

(7-1-11) Ram Y. M. and Elhay S., 1995, "The Construction of Band Symmetric Models for Vibratory Systems from Modal Analysis Data," Journal of Sound and Vibration 181(4), pp. 583~591.

(7-1-12) Ram Y. M. and Braun S. G., 1991, "An Inverse Problem Associated with Modification of Incomplete Dynamic Systems," Journal of Applied Mechanics, Vol. 58, pp. 233~237.

7-2 Spatial Model Reconstruction

<u>Modal Domain Method</u>

(7-2-1) Luk Y. W., 1987, "Identification of Physical Mass, Stiffness and Damping Matrices Using Pseudo-Inverse," IMAC, pp. 679~685.

(7-1-2) Berman A. and Flannelly W. G., 1971, "Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures," AIAA Journal, Vol. 9, No. 8, pp. 1481~1487.

(7-2-3) Baruch M., "Modal Data Are Insufficient for Identification of Both Mass and Stiffness Matrices," AIAA Journal, Vol. 35, No. 11: Technical Notes, pp. 1797~1798.

(7-2-4) Berman A., 1989, "Non-unique Structural System Identification," IMAC, pp. 355~359.

(7-2-5) Chen S. Y. and Fuh J. S., 1984, "Application of the Generalized Inverse in Structural System Identification," AIAA Journal, Vol. 22, No. 12, pp. 1827~1828.

(7-2-6) Luk Y. W., "System Modeling and Modification via Modal Analysis," IMAC, pp. 423~429.

(7-2-7) Link M., 1986, "Identification of Physical System Matrices Using Incomplete Vibration Test Data," IMAC 1986, pp. 386~393.

<u>FRF method</u>

(7-2-8) Shye K. and Richardson M., 1987, "Mass, Stiffness, and Damping Matrix Estimates from Structural Measurements," IMAC, pp. 756~761.

(7-2-9) Yang K. T. and Kim H. S., 1998, "An Alternative Approach to Modeling of Structures Using Dynamic Stiffness Matrices," IMAC, pp. 674~680.

(7-2-10) Balis Crema L. and Mastroddi F. and Benedetti L., 1997, "A Spatial Model Identification by Using FRF Data," IMAC, pp. 1284~1291.

(7-2-11) Chen S. Y. and Ju M. S. and Tsuei Y. G., 1996, "Estimation of Mass, Stiffness and Damping Matrices from Frequency Response Functions," Transactions of the ASME, Vol. 118, pp. 78~82.

(7-2-12) Mottershead J. E. and Tee T. K. and Lees A. W., 1988, "Identification of a Positive Definite Mass Matrix, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design," Vol. 110, pp. 49~52.

<u>State Space Realization</u>

(7-2-13) Alvin K. E. and Peterson L. D. and Park K. C., 1995, "Minimal-Order Experimental Component Mode Synthesis : New Results and Challenges," AIAA Journal Vol. 33, No. 8, pp. 1477~1485.

(7-2-14) Alvin K. F. and Park K. C., 1994, "Second-Order Structural Identification Procedure via State-Space-Based System Identification," AIAA Journal, Vol. 32, No. 2, pp. 397~406.

(7-2-15) Fritzen C. P., 1986, "Identification of Mass, Damping, and Stiffness Matrices of Mechanical Systems, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design," Vol. 108, pp. 9~16.

(7-2-16) Roemer M. J. and Mook D. J., 1992, "Mass, Stiffness, and Damping Matrix Identification : An Integrated Approach," Transaction of the ASME, Vol. 114, pp. 358~363.

(7-2-17) Chen C. W. and Juang J. N. and Lee G., 1994, "Frequency Domain State-Space System Identification, Journal of Vibration and Acoustics," Vol. 116, pp. 523~528.

(7-2-18) Li K. and Xu Z., 1990, "Complete Identification of Physical Parameters of Linear Structure Part 1," IMAC, pp. 565~569.

(7-2-19) Pilkey D. F. and Inman D. J., 1998, "A Survey of Damping Matrix Identification," IMAC 1998, pp. 104~110.

Problem 8

(8-1) Wang B. P., 1991, "Closed Form Solution for Minimum Weight Design with a Frequency Constraint," AIAA Journal, Vol. 29, No.1, pp. 152~154.

(8-2) Elwany M. H. S. and Barr A. D. S., 1979, "Minimum Weight Design of Beams In Torsional Vibration With Several Frequency Constraints," Journal of Sound and Vibration, Vol. 62, No. 3, pp. 411~425.

(8-3) Brach R. M. 1973, "Technical Note On Optimal Design of Vibrating Structures," Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 11, No. 6, pp. 662~667.

8-1 Structural Optimization based on FEM

<u>Sizing Problem</u>

(8-1-1) Haug E. J., Arora J. S., and Matsut K., 1976, "A Steepest-Descent Method for Optimization of Mechanical Systems," Journal of Optimization theory and Applications, Vol. 19 No. 3, pp. 401~423.

(8-1-2) Bazara, M. S., Sherali, H. D. and Shetty, C. M., 1993, "Nonlinear Programming: Theory and Algorithms." Singapore: John Wiley and Sons, Inc. second edition. See pp.

(8-1-3) Arora J. S. and Belegundu A. D., "Structural Optimization by Mathematical Programming Methods," AIAA Journal, Vol. 22, No. 6, pp. 854~856.

(8-1-4) Baldwin J. F. and Hutton S. G., 1985, "Natural modes of modified structure," Vol. 23, No. 11, pp. 1737~1743.

(8-1-5) Kim K. O., Anderson W. J., and Sandstrom R. E., 1983, "Nonlinear Inverse Perturbation Method in Dynamic Analysis," AIAA Journal, Vol. 21, No. 9, pp. 1310~1316.

(8-1-6) Hoff C. J., Bernitsas M. M. Sandstrom R. E. and Anderson W. L., 1984, "Inverse Perturbation Method for Structural Redesign with Frequency and Mode Shape Constraints," AIAA Journal, Vol. 22, No. 9, pp. 1304~1309.

(8-1-7) Bernitsas M. and Kang B. S., 1991, "Admissible Large Perturbations in Structural Redesign," AIAA Journal, Vol. 29, No. 1, pp. 104~109.

(8-1-8) Smith M. J. and Hutton S. G., 1992, "Frequency Modification Using Newton's Method and Inverse Iteration Eigenvector Updating," AIAA Journal, Vol. 30, No. 7, pp. 1886~1891.

(8-1-9) Smith M. J. and Hutton S. G., 1994, "A Perturbation Method for Inverse Frequency Modification of Discrete, Undamped Systems," Journal of Applied Mechanics, Vol. 61, pp. 887~892.

(8-1-10) Zeischska H. and Storrer O., 1988, "Calculation of Modal Parameter Sensitivities Based on a Finite Element Proportionality Assumption," IMAC, pp. 1082~1087.

(8-1-11) Wang B. P., 1987, "Structural Dynamic Optimization Using Reanalysis Techniques," Journal of Modal Analysis, pp. 50~58.

(8-1-12) Wang W. and Zhang Q., 1990, "Optimization of Structural Redesign with Dynamic Constraints," IMAC, pp. 946~953.

(8-1-13) Yang R. J. and Botkin M., "A Modular Approach for Three-Dimensional Shape Optimization of Structures," AIAA Journal, Vol. 25, No. 3, pp. 492~497.

(8-1-14) Yim H. and Lee S. B., 1997, "Design

Optimization of Vehicle Structures for Idle Shake Vibration," IMAC, pp. 432~437.

(8-1-15) Huang S. L. and Chen L. M., 1988, "Application of the Model and Sensitive on the Automobile," IMAC, pp. 994~999.

(8-1-16) Lee K. and Nikolaidis E., 1992, "Identification of Flexible Joints in Vehicle Structures," AIAA Journal, Vol. 30, No. 2, pp. 482~489.

(8-1-17) Abe K. and Kojima S. and Itabashi T. and Isono T. and Habara, 1988, "On the Relation Between the Stiffness of a Car body and NVH," IMAC, pp. 987~993.

(8-1-18) Adelman, H. M., 1992, "Experimental Validation of the Utility of Structural Optimization," Structural Optimization Vol. 5, pp. 3~11.

Topology/Shape Problem

(8-1-19) Wang B. P., "Eigenvalue Sensitivity with Respect to Location of Internal Stiffness and Mass Attachments," AIAA Journal, Vol. 31, No. 4, Technical Notes, pp. 791~794.

(8-1-20) Liu Z. S. and Hu H. C., "New Method for Deriving Eigenvalue Rate with Respect to Support Location," Vol. 34, No. 4, AIAA Journal, Technical Notes, pp. 864~865.

(8-1-21) Won, K. M. and Park Y. S., 1998, "Optimal Support Positions for a Structure to Maximize Its Fundamental Natural Frequency," Journal of Sound and Vibration, Vol. 213, No. 5, pp. 801~812.

(8-1-22) Meric R. A., "Shape Design Sensitivity Analysis of Dynamic Structures," AIAA Journal, Vol. 26, No. 2, pp. 206~212.

(8-1-23) Twu, S. L. and Choi K. K., 1992, "Configuration Design Sensitivity Analysis of Built-up Structures," International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 35, pp. 1127~1150.

(8-1-24) Chen C. J. and Choi K. K., 1994, "Continuum Approach for Second-Order Shape Design Sensitivity of Three-Dimensional Elastic Solids," AIAA Journal, Vol. 32, No. 10, pp. 2099~2107.

(8-1-25) Liu H. B., Chen S. H., and Wang J. L., 1992, "Boundary Element Perturbation For Shape Design: Sensitivity Analysis of Vibration Modes," Computers & Structures, Vol. 44, No. 3, pp. 653~656.

(8-1-26) Tada Y., Matsumoto R. and Imamura O., 1991, "Optimum Shape Design of Structures under Uncertain Loading by Boundary Element Method, JSME International Journal," Series A, Vol. 34, No. 1, pp. 23~29.

(8-1-27) Yamazki K. and Sakamato J. and Kitano M., 1994, "Three-Dimensional Shape Optimization Using the Boundary Element Method," AIAA Journal, Vol. 32, No. 6, pp. 1295~1301.

(8-1-28) Braibant V. and Fleury C., 1984, "Shape Optimal Design Using B-Splines," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 44, pp. 247~267.

(8-1-29) Son J. H. and Kwak B. M., 1993, "Optimization of Boundary Conditions for Maximum Fundamental Frequency of Vibrating Structures," AIAA Journal, Vol. 31, No. 12, pp. 2351~2357.

(8-1-30) Shim P. Y. and Manoochehri S., 1996, "A Shape Optimization Method Based on Implicit Differentiation and Node Removal Techniques," Transactions of the ASME, Vol. 118, pp. 154~156.

(8-1-31) Sadek E. A., 1986, "Dynamic Optimization of Framed Structures with Variable Layout," International Journal For Numerical Methods In Engineering, Vol. 23, pp. 1273~1294.

(8-1-32) Penersen P. "On the Optimal Layout of Multi-Purpose Trusses," Computers & Structures, Vol. 2, pp. 695~712.

(8-1-33) Azegami H., 1990, "A Proposal of a Shape-Optimization Method Using a Constitutive Equation of Growth (In the Case of a Static Elastic Body)," JSME International Journal Series I, Vol. 33, No. 1, pp. 64~71.

(8-1-34) Kawabe Y. and Yoshida S., 1996, "Structural Optimization by Density Distribution for Maximization of Natural Frequency," Journal of Mechanical Design, Vol. 118, pp. 157~159.

(8-1-35) Chen J. L. and Tsai W. C., 1993, "Shape Optimization by Using Simulated Biological

Growth Approaches," AIAA Journal, Vol. 31, No. 11, pp. 2143~2147.

(8-1-36) Kirsch U. and Liu S., 1997, "Structural Reanalysis for General Layout Modification," AIAA Journal, Vol. 35, No. 2, pp. 382~388.

(8-1-37) Kumar A. V. and Gossard D. C., 1996, "Synthesis of Optimal Shape and Topology of Structures," Transactions of the ASME, Vol. 118, pp. 68~74.

(8-1-38) Bendsoe M. P. Kikuchi N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 71, pp. 197~224.

(8-1-39) Ma Z. D. and Kikuchi N., 1995, "Cheng H. C., and Hagiwara I., Topological Optimization Technique for Free Vibration Problems," Trans of The ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 62, pp. 200~207.

(8-1-40) Diaz A. R. and Kikuchi N., "Solutions to Shape and Topology Eigenvalue Optimization Problems Using a Homogenization Method," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 35, pp. 1487~1502.

(8-1-41) Diaz A. R. and Belding B., 1993, "On Optimum Truss Layout by a Homogenization Method," Journal of Mechanical Design, Vol. 115, pp. 367~373.

(8-1-42) Guedes J. M. and Kikuchi N., 1990, "Pre-processing and Post-processing for Materials Based on the Homogenization Method with Adaptive Finite Element Methods," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 83, pp. 143~198.

(8-1-43) Gage P. J., Kroo I. M. and Sobieski I. P., 1995, "Variable-Complexity Genetic Algorithm for Topological Design," AIAA Journal, Vol. 33, No. 11, pp. 2212~2217.

(8-1-44) Chapman C. D. and Jakiela M. J., 1996, "Genetic Algorithm-Based Structural Topology Design with Compliance and Topology Simplification Considerations," Journal of Mechanical Design, Vol. 118, pp. 89~98.

(8-1-45) Reddy G. M. and Cagan J., 1995, "Optimally Directed Truss Topology Generation Using Shape Annealing," Transactions of the ASME Vol. 117, pp. 206~209.

(8-1-46) Reddy G. and Cagan J., 1995, "An Improved Shape Annealing Algorithm for Truss Topology Generation," Journal of Mechanical Design, Vol. 117, pp. 315~321.

(8-1-47) Ding Y., 1986, "Shape Optimization of Structures: A Literature Survey," Computer & Structures, Vol. 24, NO. 6, pp. 985~1004.

(8-1-48) Haftka R. T. and Grandhi R. V., 1986, "Structural Shape Optimization-A Survey," Computer Methods In Applied Mechanics and Engineering 57, pp. 91~106.

8-2 FE Model Updating Using Modal Data

(8-2-1) Berman A., 1979, "Comment on Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes," AIAA Journal, Vol. 17, No. 8, pp. 927~928.

(8-2-2) Berman A., 1980, "Improved Orthogonality Check for Measured Modes," AIAA Journal, Vol. 18, No. 9, pp. 1151~1152.

(8-2-3) Berman A., 1979, "Mass Matrix Correction Using an Incomplete Set of Measured Modes," AIAA Journal, Vol. 17, No. 10, pp. 1147~1148.

(8-2-4) Berman A. and E. J. Nagy, 1983, "Improvement of a Large Analytical Model Using Test Data," AIAA Journal, Vol. 21, No. 8, pp. 1168~1173.

(8-2-5) Fuh J. S. and Berman A., 1986, "Comment on Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data," AIAA Journal, Vol. 24, pp. 1405~1406.

(8-2-6) Berman A., 1998, "Validity of Improved Mathematical Models, A Commentary," IMAC, pp. 681~691.

(8-2-7) Baruch M., 1984, "Methods of Reference Basis for Identification of Linear Dynamic Structures," AIAA Journal, Vol. 22, No. 4, pp. 561~564.

(8-2-8) Baruch M. and Itzhack I. Y. B., "Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes," Vol. 16, No. 4, AIAA Journal, pp. 346~351.

(8-2-9) Baruch M., "Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Tests," AIAA Journal, Vol. 16, No. 11, pp. 1208~1210.

(8-2-10) Baruch M., 1982, "Correction of Stiffness Matrix Using Vibration Tests," AIAA Journal, Vol. 20, No. 3, pp. 441~444.

(8-2-11) Chen J. C. and Garba J. A., "Analytical Model Improvement Using Modal Test Results," AIAA Journal, Vol. 18, No. 6, pp. 684~690.

(8-2-12) Kammer D. C., "Optimum Approximation for Residual Stiffness in Linear System Identification," Vol. 26, No. 1, AIAA Journal, pp. 104~112.

(8-2-13) O'Callahan J. C. and Leung R. K., 1985, "Optimization of Mass and Stiffness Matrices Using A Generalized Inverse Technique using the Measured Models," IMAC, pp. 75~79.

(8-2-14) Fissette E. and Ibrahim S., 1988, "Error Location and Updating of Analytical Dynamic Models Using a Force Balance Method," IMAC, pp. 1063~1070.

(8-2-15) Lieven N. A. J., and D. J. Ewins, 1990, "Error Location and Updating of Finite Element Models Using Singular Value Decomposition," IMAC, pp. 768~773.

(8-2-16) Lawrence C., 1987, "Identification of Differences Between Finite Element Analysis and Experimental Vibration Data," IMAC, pp. 1681~1691.

(8-2-17) O'Callahan J. C. and Chou C. M., 1988, "Localization of Model Changes For Optimized System Matrices Using Modal Test Data," IMAC, pp. 49~55.

(8-2-18) Minas C. and Inman Daniel J., 1988, "Correcting Finite Element Models With Measured Modal Results Using Eigenstructure Assignment Methods," IMAC, pp. 583~587.

(8-2-19) Minas C. and Inman D. J., 1990, "Matching Finite Element Models to Modal Data," Trans. of the ASME, Vol. 112, pp. 84~92.

(8-2-20) Schulz M. J. and Inman D. J., 1994, "Model Updating Using Constrained Eigenstructure Assignment," Journal of Sound and Vibration, Vol. 178, No. 1, pp. 113~130.

(8-2-21) Zimmerman D. C. and Widengren M, "Correcting Finite Element Models Using a Symmetric Eigenstructures`Assignment Technique," AIAA Journal, Vol. 28, No. 9, pp. 1670~1676.

(8-2-22) Andry Jr. A. N., Shapiro E. Y., Chung J. C., 1983, "Eigenstructure Assignment for Linear Systems," IEEE Trans, On Aerospace and Electronic Systems, Vol. Aes-19, No. 5, pp. 711~729.

(8-2-23) Umar S. Srinathk, 1978, "Eigenvalue/Eigenvector Assignment Using Output Feedback," IEEE Trans On Automatic Control, Vol. Ac-23, No. 1, pp. 79~81.

(8-2-24) Alvin K. F., 1997, "Finite Element Model Update via Bayesian Estimation and Minimization of Dynamic Residuals," AIAA Journal, Vol. 35, No. 5, pp. 879~886.

(8-2-25) Collins J. D. and Hart G. C. and Hasselman T. K. and Kennedy B., 1974, "Statistical Identification of Structures," Vol. 12, No. 2, AIAA Journal, pp. 185~190.

(8-2-26) Glaser R. J., Kuo C. P., Wada, B. K., 1992, "Improvement of Structural Models Using Covariance Analysis and Nonlinear Generalized Least Squares," AIAA Journal, Vol. 30, No. 1, pp. 226~233.

(8-2-27) Kabe A. M., 1985, "Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data," AIAA Journal, Vol. 23, No. 9, pp. 1431~1436.

(8-2-28) Imregun M. and Ewins D. J. and Hagiwara I. and Ichikawa T., 1994, "A Comparison of Sensitivity and Response Function Based Updating Techniques," IMAC, pp. 1390~1400

(8-2-29) Lim T. W., 1990, "Submatrix Approach to Stiffness Matrix Correction Using Modal Test Data," AIAA Journal, Vol. 28, No. 6, pp. 1123~1130.

(8-2-30) Farhat C. and Hemez F. M., 1993, "Updating Finite Element Dynamic Models Using an Element-by-Element Sensitivity Methodology," AIAA Journal, Vol. 31, No. 9, pp. 1702~1711.

(8-2-31) He J. and Ewins D. J., "Compatibility of Measured and Predicted Vibration Modes in

Model Improvement Studies," Vol. 29, No. 5, AIAA Journal, pp. 798~803.

(8-2-32) Hemez F. M., 1998, "Can Model Updating Tell the Truth?," IMAC, pp. 1~7.

(8-2-33) Janter T. and Sas P., 1990, "Uniqueness Aspects of Model-Updating Procedures," AIAA Journal, Vol. 28, No. 3, pp. 538~543.

(8-2-34) Ibrahim S. R., Stavrinidis C., Fissette E., and Brunner O., 1989, "A Direct Two Response Approach For Updatig Analytical Dynamic Models of Structures with Emphasis On Uniqueness," IMAC, pp. 340~346.

8-3 Parameter Identification Using Modal Data

(8-3-1) Silva J. M. M. e, and Gomes A. J. M. de A., 1994, "Crack Identification of Simple Structural Elements Through the Use of Natural Frequency Variations: The Inverse Problem," IMAC, pp. 1728~1735.

(8-3-2) Wolfgang Luber and Albert Lotze, 1990, "Application of Sensitivity Methods For Error Localization In Finite Element Systems," IMAC, pp. 598~604.

(8-3-3) Chon C. T., "Sensitivity of Total Strain Energy of a Vehicle Structure to Local Joint Stiffness," AIAA Journal, Vol. 25, No. 10, pp. 1391~1395.

(8-3-4) Lam H. F., Ko J. M. and Wong C. W., 1998, "Localization of Damaged Structural Connections Based on Experimental Modal and Sensitivity Analysis," Journal of Sound and Vibration 210(1), pp. 91~115.

(8-3-5) Stubbs N., Kim J. T. and Farrar C. R., 1995, "Field Verification of a Nondestructive Damage Localization and Severity Estimation Algorithm," IMAC, pp. 210~218.

(8-3-6) Lim T. W., Bosse A. and Fisher S., 1996, "Structural Damage Detection Using Real-Time Modal Parameter Identification Algorithm," AIAA Journal, Vol. 34, No. 10, pp. 2370~2376.

(8-3-7) Lim T. W. and Kashangaki T. A. L., 1994, "Structural Damage Detection of Space Truss Structures Using Best Achievable Eigenvectors," AIAA Journal, Vol. 32, No. 5, pp. 1049~1057.

(8-3-8) Cobb R. G. and Liebst B. S., 1997, "Structural Damage Identification Using Assigned Partial Eigenstructure," AIAA Journal, Vol. 35, No. 1, pp. 152~158.

(8-3-9) Zimmerman D. C. and Kaouk M., 1992, "Eigenstructure Assignment Approach for Structural Damage Detection," AIAA Journal, Vol. 30, No. 7, pp. 1848~1855.

(8-3-10) Kaouk M. and Zimmerman D. C., 1994, "Structural Damage Assessment Using a Generalized Minimum Rank Perturbation Theory," AIAA Journal, Vol. 32, No. 4, pp. 836~842.

(8-3-11) Zimmerman D. C. and Kaouk M., 1994, "Structural Damage Detection Using a Minimum Rank Update Theory," Transactions of the ASME, Vol. 116, pp. 222~231.

(8-3-12) Mottershead J. E. and Weixun S., 1993, "Correction of Joint Stiffnesses and Constraints for Finite Element Models in Structural Dynamics," Journal of Applied Mechanics, Vol. 60, pp. 117~122.

(8-3-13) Baruh H. and Meirovitch L., 1985, "Parameter Identification In Distributed Systems," Journal of Sound and Vibration 101(4), pp. 551~564.

(8-3-14) Lin C. S., "Location of Modeling Errors Using Modal Test Data," AIAA Journal, Vol. 28, No. 9, pp. 1650~1654.

(8-3-15) Cornwell P. J., Kam M. Carlson B. and Hoerst B. Doebling S. W., "Comparative Study of Vibration-Based Damage ID Algorithms," IMAC 1998, pp. 1710~1716.

(8-3-16) Targoff W. P., 1976, "Orthogonality Check and Correction of Measured Modes," AIAA Journal, Vol. 14, o. 2, pp. 164~167.

(8-3-17) Gysin H., 1990, "Comparison of Expansion Methods for FE Modeling Error Localization," IMAC, pp. 195~204.

(8-3-18) Natke H. G. and Cempel C., 1991, "Fault Detection and Localization In Structures: A Discussion," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 5, No. 5, pp. 345~356.

(8-3-19) Zhang Q. and Lallement G., 1987, "Dominant Error Localisation In a Finite Element Model of a Mechanical Structure," Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.

1, No. 2, pp. 141~149.

(8-3-20) Doebling S. W., 1996, "Minimum-Rank Optimal Update of Elemental Stiffness Parameters for Structural Damage Identification," AIAA Journal, Vol. 34, No. 12, pp. 2615~2621.

(8-3-21) Doebling S. W., Hemez F. M., Peterson L. D. and Farhat, C., 1997, "Improved Damage Location Accuracy Using Strain Energy-Based Mode Selection Criteria," AIAA Journal, Vol. 35, No. 4, pp. 693~699.

(8-3-22) Kahl K. and Sirkis J. S., 1996, "Damage Detection in Beam Structures Using Subspace Rotation Algorithm with Strain Data," AIAA Journal, Vol. 34, No. 12., pp. 2609~2614.

(8-3-23) To W. M., Lin R. M. and Ewins D. J., 1990, "A Criterion for the Localization of Structural Modification Sites Using Modal Data," IMAC, pp. 961~967.

(8-3-24) Nobari A. S., Robb D. A. and Ewins D. J., 1993, "Model Updating and Joint Identification Methods : Applications, Restrictions and Overlap," The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis v8. N 2. pp. 93~105.

(8-3-25) Contursi T., Mangialardi L. M. and Messina A., 1998, "Detection of Structural Faults by Modal Data, Lower Bounds and Shadow Sites," Journal of Sound and Vibration 210(2), pp. 267~278.

(8-3-26) Cobb R. G. and Liebst B. S., 1997, "Sensor Placement and Structural Damage Identification from Minimal Sensor Information," AIAA Journal, Vol. 35, No. 2, pp. 369~374.