

## 論文

## 다양한 형상을 갖는 복합재료 판의 자유진동에 대한 실험적 연구

이 영 신\* · 최 명 환\*\*

**An Experimental Study on the Free Vibration of Composite Plates with Various Shapes**

Young-Shin Lee\* and Myoung-Hwan Choi\*\*

**ABSTRACT**

This paper describes the results of experiments to analyze the free vibration of the laminated composite and hybrid composite plates with various shapes and boundary conditions. The materials of specimens were the carbon fiber reinforced plastic (CFRP), the glass fiber reinforced plastic (GFRP), the GFRP-Aluminum hybrid composite and the CFRP-GFRP hybrid composite. The natural frequencies and nodal patterns of plates with various shapes were experimentally obtained by impact exciting test using an impact hammer and an accelerometer. The experimental results were presented with normalized frequency parameters. The effects of composite material properties, fiber orientation angles, various geometrical shapes and boundary conditions on the vibration characteristics of composite plates were evaluated. To compare and verify these experimental results, the finite element analysis was carried out, and was well agreed with experimental results.

## 초 록

다양한 형상 및 경계조건을 갖는 적층 복합재료 및 혼합적층 복합재료 판의 자유진동해석을 위한 실험적 연구결과에 대하여 고찰하였다. 실험에 사용한 판의 재료는 탄소섬유강화(CFRP), 유리섬유강화(GFRP) 복합재료, 알루미늄-GFRP, CFRP-GFRP 혼합적층 복합재료이다. 충격해머와 가속도계를 이용한 충격가진법을 통하여 판의 고유진동수 및 노달패턴을 얻었고, 결과는 무차원화된 진동수매개변수로 제시하였다. 복합재료의 물성, 적층각도, 판의 기하학적 형상과 경계조건 등이 복합재료 판의 진동특성에 미치는 영향에 대하여 평가하였다. 실험결과와 비교/검증을 위하여 유한요소해석을 수행하였고, 서로 잘 일치함을 보였다.

## 1. 서 론

섬유강화 복합재료는 비강성 및 비강도의 우수한 기계적 성질로 인하여 산업현장에서 널리 이용되고 있으

며, 이에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 특히 다양한 형상을 갖는 판은 로켓의 날개나 꼬리, 고속 비행체 그리고 로터 시스템 등과 같은 구조물을 근사화하기 위해 사용되고 있으며, 이들 구조물에 복합재료가

\* 정회원, 충남대학교 기계설계공학과

\*\* 충남대학교, 기계설계공학과, 박사후과정

채용되고 있다. 따라서 이러한 여러 형상, 즉 사각형, 평행사변형, 삼각형의 복합재료 판에 대한 진동의 정보는 정적 혹은 동적 하중을 받는 구조물의 공진으로 인한 손상의 예측이나 설계, 응용에 있어서 필요하다.

판의 기하학적 형상은 진동문제의 해를 구하는데 필요한 방법을 선택하는데 있어 중요한 역할을 한다. Rayleigh-Ritz법, Galerkin법, 중첩법, 변분법과 같은 다양한 방법이 문제에 따라서 사용될 수 있으며, 이러한 모델에 대한 해석적 방법을 통한 결과의 검증에 의하여 실험이 수행되기도 한다. Leissa[1,2]는 다양한 형상과 경계조건을 갖는 판의 진동에 대한 연구 결과를 제시하였으며, 사각판의 진동에서 여러 경계조건에 따른 진동거동에 대하여 연구하였다. Gorman[3]은 중첩법(superposition)을 이용하여 외팔형 판에 대한 급수형태의 해를 얻었고, Narita등[4]은 대칭 적층된 사각판의 자유진동해석을 위하여 Ritz법을 적용하여, 고유진동수와 모드형상의 수치결과를 얻었다. Gustafson등[5]은 실험적 방법에 의하여 다양한 종횡비(aspect ratios)와 후퇴각(sweepback angles)을 갖는 외팔형의 사각판과 사다리꼴(trapezoidal) 판의 고유진동수 및 노달라인을 제시하였다. Kim과 Dickinson[6]은 직교이방성 판 뿐만 아니라 특수 직교이방성 판에 대한 결과를 제시하였고, Liew[7]는 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 사다리꼴 적층 복합재료 판의 동적거동에 대하여 연구하였다. Hosokawa등[8]은 대칭 적층된 평행사변형 판의 경사각(skew angle)과 섬유방향각이 자유진동 특성에 미치는 영향을 그린함수(Green function)를 이용한 수치적 방법을 통하여 연구하였다.

임의의 형상을 갖는 판의 자유진동에 관한 연구로서 Barik등[9]은 임의의 형상을 모델하기 위하여 등매개변수(isoparametric) 요소를 사용하였고, Bambill등[10]은 사각형, 사다리꼴, 삼각 형상을 갖는 직교이방성 판의 진동해석을 위하여 Rayleigh-Ritz법과 기본진동수를 최소화하기 위한 인자들과 최적화 매개변수를 포함하는 삼각좌표 함수를 이용하였다. 또한 Lee등[11-14]은 실험에 의하여 다양한 형상과 경계조건을 갖는 복합재료 판의 진동해석과 혼합 적층된 복합재료 사각판에 대한 선형 및 비선형 해석을 수행하였으며, Iyengar등[15]은 Galerkin법을 사용하여 혼합적층된 경사판의 자유진동응답을 얻었다.

해석적 방법에 의한 판 구조물의 진동연구는 많은 연구자에 의하여 수행되었으나 이들 결과들이 실험에 의하여 비교된 정보는 많지 않다. 특히 적층 복합재료

판의 경우에는 제작상의 제한이나 실험장치의 구성등에 번거로움이 있기 때문이라 생각된다. 따라서 본 연구에서는 다양한 기하학적 형상을 갖는 적층 복합재료 및 혼합적층된 복합재료 판의 진동특성인 고유진동수 및 모드형상에 대한 노달패턴을 얻는데 실험적 방법을 적용하였다. 복합재료로 제작된 사각형, 사다리꼴, 삼각형의 다양한 형상 판에 대한 처음 5차까지의 고유진동수를 주파수분석기를 이용한 진동실험으로 얻었고, 결과들은 무차원화된 진동수 매개변수로 제시하였다. 또한 실험 결과의 비교를 위하여 상용유한요소 프로그램인 ANSYS[16]를 이용한 해석을 수행하였고, 이들 실험과 해석결과를 통하여 판의 기하학적 형상, 경계조건, 복합재료의 적층각등에 따른 진동특성의 변화에 대하여 고찰하였다.

## 2. 진동실험

### 2.1 해석모델 및 시편

본 연구에서 고려한 다양한 형상을 갖는 판의 기하학적 형상은 Fig. 1과 같다. 여기서 섬유방향각(fiber orientation angle)은  $\theta$ , 경사각(skew angle)은  $\phi$ , 종횡비(aspect ratio)는  $a/b$ , 익현비(chord ratio)는  $cr(c/b)$ 로 표현하였다. 다양한 기하학적 형상을 갖는 판은 다음과 같이 경사각과 익현비에 따라 정의하였다. 즉, Fig. 1에서 사각판은 경사각이 없고,  $c$ 와  $b$ 의 비인 익현비가 1인 경우이고, 삼각판은 경사각이 없고,  $c$ 가 0인 경우이며, 사다리꼴판은 ( $= 15^\circ$ 의 경사각을 갖는 경우)이다.

사각판(Rectangular plate) : ( $= 0^\circ, a/b=1, cr = 1$ )

삼각판(Triangular plate) : ( $= 0^\circ, a/b=1, cr = 0$ )

사다리꼴판(Trapezoidal plate) : ( $= 15^\circ, a/b=1, cr = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ )

사다리꼴 판에 대하여 익현비는 0.25(1.0의 범위)에 대하여 고려하였고, 익현비 1.0은 평행사변형 판에 해당한다.

실험을 위하여 제작한 실험시편은 탄소섬유강화(Carbon Fiber Reinforced Plastic: CFRP)복합재료, 유리섬유강화(Glass Fiber Reinforced Plastic: GFRP) 복합재료, 알루미늄/GFRP/알루미늄(Al/GFRP/Al) 혼합적층 복합재료 판, CFRP/GFRP 혼합적층 복합재료 판이다. 시편은 T300 탄소섬유 프리프레그(prepreg), E-glass 유리섬유 프리프레그, 알루미늄 재료를 사용하여 오토클레이브(autoclave)에서 제

작되었다. Fig. 2는 복합재료 판의 경화 사이클(cure cycle)을 나타내고, 7 kg/cm<sup>2</sup>의 압력과 125℃의 온도에서 90분간 가해 제작되었다. 제작된 복합재료 시편의 적층과 두께에 대한 상세한 사항은 Table 1에 나타내었다.

시험편은 판의 경계를 따라 고정(clamped: C)되었거나 자유(free: F)인 상태에 대하여 고려하였다. 사각판의  $x=0$ ,  $a$ 와  $y=0$ ,  $b$ 에서 CCCC, CFCC, CFCF 그리고 CFFF 경계조건이 고려되었고, 여기서 경계조건을 표현하는 기호, 예를들면 CFCC는  $C(x=0)$ - $F(x=a)$ - $C(y=0)$ - $C(y=b)$  경계에서의 구속조건을 나타낸다. 마찬가지로 삼각판의  $x=0$ ,  $y=0$ 에서 고정되고 나머지 경계는 자유 상태인 CCF의 경계조건이 고려되었으며, 사다리꼴 판은  $x=0$ 에서만 고정된 외팔형의 경계조건이 고려되었다. 고정 경계조건은 약 70 kg의 다용도 고정 블록을 이용하였고, 시편의 한쪽 단에 대하여 6.5mm 직경의 볼트 14개를 사용하여 고정

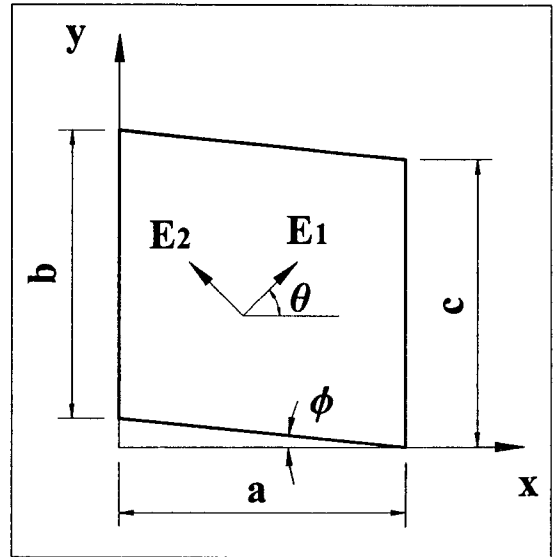


Fig. 1. The geometric configuration and fiber orientation angle of various laminated composite plates

Table 1. Stacking sequence and thickness of test specimens

Material	Stacking sequence	Thickness (mm)	
		Triangular	Rectangular
CFRP	[0°] <sub>20</sub>	3.00	2.80
	[45°] <sub>20</sub>	2.40	2.80
GFRP	[0°] <sub>20</sub>	2.80	2.30
	[45°] <sub>20</sub>	2.40	3.10
HYBRID	[Al/(0° <sub>GL</sub> ) <sub>10</sub> /Al]	Trapezoidal	
	(0°/0° <sub>GL</sub> ) <sub>10</sub>	3.40	
Isotropic	Aluminum	2.60	
	Steel	1.10	2.00

하였다.

### 2.2 실험장치 및 실험방법

진동실험은 일반적으로 많이 사용되는 충격해머와 가속도계를 사용한 충격 가진법을 이용하였다. 두 채널을 갖는 주파수분석기를 이용한 충격 가진법에서는 해머에 의한 충격력이 입력신호가 되고, 가속도 센서에 의한 가속력이 응답신호가 된다. 어떤 구조물의 공진점에서는 입력과 응답신호를 이용한 전달함수에서 위상각의 변화를 일으키고, 이들 점이 고유진동수가 된다. 한 구조물의 고유진동수를 얻기 위한 실험데이터는 8회의 평균화를 통하여 얻어졌고, 측정된 고유진동수는 2000Hz의 범위 내에서 처음 5차까지의 결과로 제시

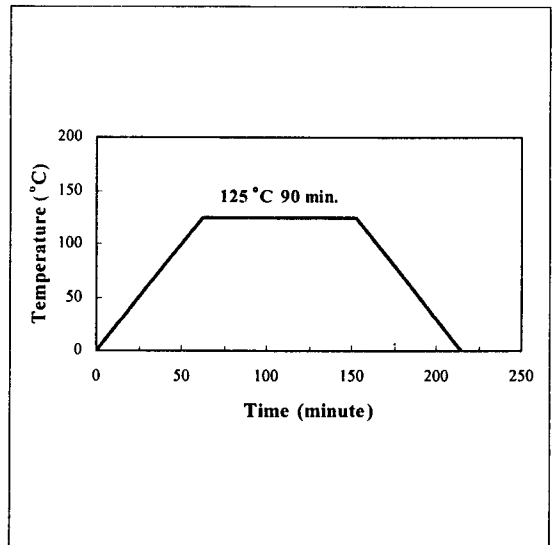


Fig. 2. Cure cycle for the composite specimens

하였다.

판의 고유진동수에 대한 각 방향 모드는 모드형상을 통하여 확인할 수 있으며, 이는 구조물의 상대적인 변위를 나타내는 고유벡터이다. 본 연구에서는 실험을 통하여 여러 형상을 갖는 복합재료 판의 횡방향 진동 모드형상을 결정하였다. 모드형상을 얻기 위하여 실험전에 시편에 일정한 간격의 눈금을 표시하고, 각 점에서

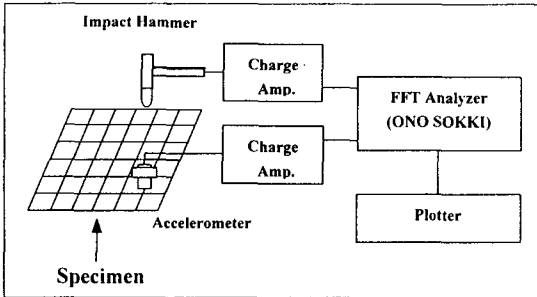


Fig. 3. Schematic diagram of the experimental modal test

의 상대변위를 얻었다. 이때 측정된 점의 개수는 사각판과 사다리꼴 판에 대하여 49점과 삼각판에 대하여 36점을 이용하였다. 측정된 각 점에서의 상대변위를 연결하면 모드형상을 얻을 수 있으며, 이때 변위가 발생하지 않는 점들이 노달라인(nodal line)이 된다. 따라서 실험을 통한 모드형상들은 각 모드에서 노달라인의 분포를 나타내는 노달패턴으로 제시하였다. Fig. 3은 실험에서 고유진동수와 모드형상을 얻기 위한 진동 실험의 개략도를 나타내었다.

### 3. 유한요소해석

실험결과와의 비교를 위하여 상용 유한요소해석 프로그램 ANSYS[16]를 이용한 해석을 수행하였고, 고유진동수 및 모드형상을 비교/검토했다. 자유진동을 하는 구조물에 대하여 일반적인 운동방정식은 감쇠를 무시하여 다음과 같이 표현된다.

$$[M]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (1)$$

선형계에 대한 자유진동 문제에서 변위는 조화함수로 표현할 수 있으며, 이를 이용하면, 다음과 같은 구조물의 고유진동수 방정식을 얻을 수 있다.

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (2)$$

여기서 [M]과 [K]는 각각 구조물의 질량과 강성행렬이고,  $\omega$ 는 radians/sec. 단위의 각 진동수(angular frequency)이다.

유한요소 해석을 통한 자유진동 해석에 주로 사용되는 모달해석 방법에는 축소(reduction)법과 부공간(subspace)법이 있는데, 본 연구에서는 축소된 계의 행렬을 푸는 축소법을 사용하였다. 또한 ANSYS에서의

축소법은 고유치와 고유벡터를 계산하기 위하여 HBI 알고리즘(Householder-Bisection-Inverse iteration)을 사용한다. 본 해석에 사용된 요소는 절점당 6자유도를 갖는 8절점의 적층 쉘요소(SHELL99)를 사용하였다. 이 요소의 각 절점에서는 다양한 층 두께, 섬유방향 각 그리고 이방성 물성들에 대하여 정의할 수 있다. 유한요소 모델의 생성은 다양한 판의 실제 형상과 크기를 고려하여  $8 \times 8 (a \times b)$ 의 메쉬 형성을 하였다.

### 4. 결과 및 고찰

다양한 형상을 갖는 판의 해석모델은 Fig. 1과 같으며, 이들의 두께 및 적층에 대해서는 Table 1에 제시하였다. 등방성 및 CFRP, GFRP 복합재료 판에 대하여 사용된 물성은 3점 굽힘시험(three point bending tests)을 통하여 결정하였으며, Table 2에 제시하였다 [12]. 측정된 고유진동수는 무차원화된 진동수매개변수로 제시하였고, 유한요소해석 결과와 비교하였다. 진동수매개변수는 고유진동수, 판의 길이방향 크기와 두께, 물성들을 이용하여 다음과 같이 표현되었다.

$$\lambda = 2\pi f a^2 \sqrt{\rho h / D_{11}} \quad (3)$$

여기서,  $\lambda$ 는 무차원화된 진동수 매개변수이고,  $f$ 는 고유진동수(Hz) 그리고  $D_{11}$ 은 굽힘강성계수,

$$D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

이다. 여기서  $E_1$ 은 섬유방향의

탄성계수이고,  $h$ 는 두께,  $\nu_{12}$ 는 포와송 비를 나타낸다. 위의 무차원화된 진동수 매개변수식을 고유진동수의 식으로 다시 표현하면 다음과 같다.

$$f = \frac{\lambda}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{D_{11}}{\rho h}} \quad (4)$$

Table 2. Material properties of the isotropic and laminated composite plates

Material	Steel	Aluminum	CFRP	GFRP
a,b[cm]	20.00	20.00	20.00	20.00
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7800	2770	1480	1780
$E_1$ [GPa]	210.00	72.40	106.20	34.64
$E_2$ [GPa]	210.00	72.40	6.86	7.18
$G_{12}$ [GPa]	80.00	28.00	3.57	3.82
$\nu_{12}$	0.30	0.30	0.33	0.26

Table 3은 등방성 강 재료의 외팔형 사각판에 대한 실험결과이며, Leissa[2]와 Gorman[3] 그리고 유한요소해석 결과의 비교를 나타내었다. 결과들은 고유진동수(Hz)와 진동수 매개변수( $\lambda$ )로 나타내었다. 실험과

유한요소해석 결과의 차이는 최대 4%의 차이를 보이며 잘 일치하였고, 다른 연구자들의 결과와도 잘 일치하여 실험방법 및 결과의 신뢰성을 확인하였다.

Table 3. Natural frequencies and non-dimensional frequency parameters ( $\lambda$ ) of the isotropic cantilever rectangular plate(a=b=25.4 cm, h=2.0 mm)

Mode	Experiment		ANSYS		Ref.[2]	Ref.[3]	Diff. (%)*
	Hz	$\lambda$	Hz	$\lambda$	$\lambda$	$\lambda$	
1 <sup>st</sup>	25.75	3.32	26.80	3.46	3.4917	3.459	4.05
2 <sup>nd</sup>	67.50	8.71	66.43	8.58	8.5246	8.356	-1.52
3 <sup>rd</sup>	160.50	20.72	166.74	21.52	21.429	21.09	3.72
4 <sup>th</sup>	220.00	28.40	212.64	27.45	27.331	27.06	-3.46
5 <sup>th</sup>	236.75	30.56	245.79	31.73	31.111	30.55	3.68

$$* \frac{(\text{ANSYS-EXP.})}{\text{ANSYS}} \times 100(\%)$$

Table 4와 5는 다양한 경계조건을 갖는  $[0^\circ]_{20}$ 과  $[45^\circ]_{20}$  적층된 GFRP 복합재료 사각판의 처음 5차까지의 실험과 유한요소해석 결과를 나타내었고, Fig. 4는  $[0^\circ]$  적층된 판에 대한 경계조건의 영향을 그림으로 나타내었다. 전체적으로 실험결과들은 유한요소해석 결

과와 잘 일치하였고, 고정된 경계가 많아짐에 따라 판의 강성증가로 인해 고유진동수는 증가하였다. Fig. 5는 사변이 완전 고정된(CCCC) 경우의 섬유방향각의 영향을 나타낸 것으로 5차까지의 모드에 대하여 섬유방향각이  $[45^\circ]$  일때의 진동수가  $[0^\circ]$ 인 경우보다 평균

Table 4. Natural frequencies and non-dimensional frequency parameters ( $\lambda$ ) of the rectangular  $[0^\circ]_{20}$  GFRP composite plates with various boundary conditions

Stacking sequence	Boundary Conditions	Mode sequence number					
		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	
$[0^\circ]_{20}$	CCCC	Exp.	26.84 (315.0)*	41.32 (485.0)	59.64 (700.0)	68.16 (800.0)	94.58 (1110.0)
		ANSYS	26.26 (308.2)	40.98 (480.9)	66.01 (774.7)	66.57 (781.3)	81.03 (951.0)
	CFCC	Exp.	12.57 (147.5)	26.63 (312.5)	33.02 (387.5)	45.80 (537.5)	62.63 (735.0)
		ANSYS	11.71 (137.5)	27.72 (325.4)	29.86 (350.5)	45.11 (529.4)	58.00 (680.6)
	CFCF	Exp.	4.90 (57.5)	14.38 (168.7)	21.94 (257.5)	31.53 (370.0)	35.49 (416.5)
		ANSYS	4.70 (55.2)	12.62 (148.2)	22.90 (269.7)	29.82 (349.9)	31.31 (367.5)
	CFFF	Exp.	3.20 (37.5)	5.54 (65.0)	15.34 (180.0)	20.13 (236.3)	23.75 (278.7)
		ANSYS	3.50 (41.1)	5.69 (66.8)	13.56 (159.2)	22.15 (259.9)	24.91 (292.3)

\* : Natural frequency (Hz)

12%정도의 높은 값을 보였다. 이것은 일반적으로 판의 고유진동수 식이 굽힘강성(bending stiffness:  $D_{ij}$ )과 경계조건에 따른 상수의 관계식으로 표시되는데

[17-18], 대칭 적층된 cross-ply의 경우  $D_{16}=D_{26}=0$ 이고, angle-ply인 경우  $D_{16}=D_{26} \neq 0$ 이기 때문에 굽힘강성이 큰  $[45^\circ]$  적층판의 진동수가 높게 나타난 것이다.

Table 5. Natural frequencies and non-dimensional frequency parameters( $\lambda$ ) of the rectangular  $[45^\circ]_{20}$  GFRP composite plates with various boundary conditions

Stacking sequence	Boundary Conditions	Mode sequence number					
		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	
$[45^\circ]_{20}$	CCCC	Exp.	31.53 (370.0)*	56.24 (660.0)	64.76 (760.0)	75.83 (890.0)	103.52 (1215.0)
		ANSYS	32.66 (383.3)	59.92 (703.3)	73.34 (860.8)	92.08 (1080.7)	118.60 (1391.9)
	CFCC	Exp.	17.89 (210.0)	35.36 (415.0)	47.08 (552.5)	60.28 (707.5)	71.78 (842.5)
		ANSYS	20.45 (240.1)	35.67 (418.6)	54.75 (642.5)	63.10 (740.6)	80.09 (940.0)
	CFCF	Exp.	6.60 (77.5)	18.96 (222.5)	25.99 (305.0)	39.83 (467.5)	50.70 (595.0)
		ANSYS	7.01 (82.3)	19.41 (227.8)	27.56 (323.5)	39.36 (462.0)	54.12 (635.2)
	CFFF	Exp.	2.77 (32.5)	7.67 (90.0)	16.62 (195.0)	22.37 (262.5)	27.59 (323.8)
		ANSYS	2.79 (32.7)	7.82 (91.7)	17.15 (201.3)	21.03 (246.9)	29.67 (348.2)

\* : Natural frequency (Hz)

Table 6은 CCF 경계조건을 갖는  $[0^\circ]_{20}$ 와  $[45^\circ]_{20}$  적층된 복합재료 삼각판의 진동수를 나타내었다. 같은 섬유방향각을 갖는 경우에 대하여 GFRP 복합재료 삼

각판은 CFRP의 경우보다 더 큰 진동수를 보였다. 또한 같은 재료에 대하여  $[45^\circ]_{20}$  적층의 경우가  $[0^\circ]_{20}$  적

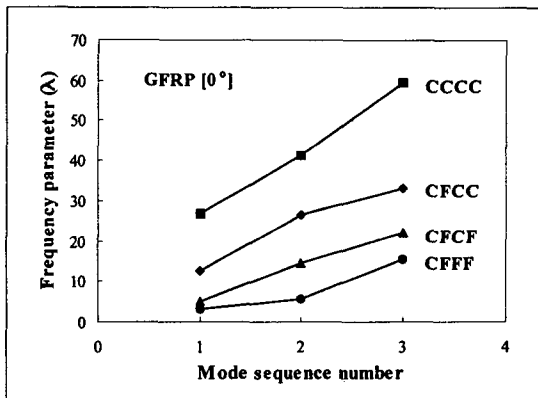


Fig. 4. Effects of boundary conditions for the rectangular  $[0^\circ]_{20}$  GFRP composite plates

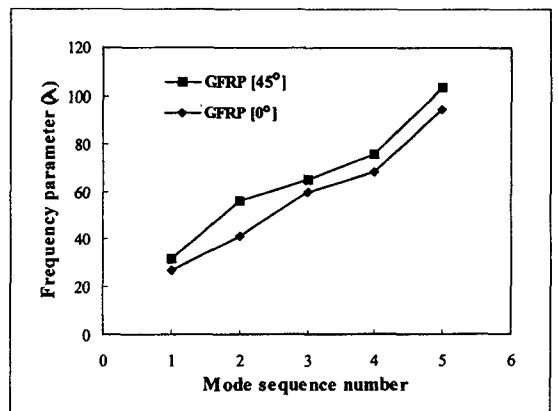


Fig. 5. Comparison of frequency parameters of the rectangular  $[0^\circ]_{20}$  and  $[45^\circ]_{20}$  GFRP composite plates with the CCCC boundary condition

층의 경우보다 진동수는 약간 증가하였고, 증가량에서는 CFRP 보다는 GFRP 삼각판의 경우에 더 크게 나

타났다. Fig. 6은 CFRP 복합재료에 대한  $[0^\circ]_{20}$ 와  $[45^\circ]_{20}$  적층된 경우의 결과를 비교하고 있다.

Table 6. Natural frequencies and non-dimensional frequency parameters( $\lambda$ ) of the triangular  $[0^\circ]_{20}$  and  $[45^\circ]_{20}$  composite plates with the CCF boundary condition

Material	Boundary Conditions	Mode sequence number					
		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	
CFRP	$[0^\circ]_{20}$	Exp.	12.29 (360.0)*	24.76 (725.0)	38.08 (1115.0)	45.59 (1335.0)	57.88 (1695.0)
		ANSYS	12.39 (362.7)	27.30 (799.5)	43.71 (1280.0)	51.33 (1503.0)	67.96 (1990.0)
	$[45^\circ]_{20}$	Exp.	14.09 (330.0)	28.17 (660.0)	42.69 (1000.0)	58.91 (1380.0)	67.45 (1580.0)
		ANSYS	13.65 (319.7)	33.43 (783.1)	47.81 (1120.1)	58.17 (1362.7)	69.71 (1633.0)
GFRP	$[0^\circ]_{20}$	Exp.	17.85 (255.0)	37.44 (535.0)	51.79 (740.0)	68.94 (985.0)	79.44 (1135.0)
		ANSYS	17.78 (254.0)	40.48 (578.3)	59.71 (853.1)	71.75 (1025.2)	100.15 (1431.0)
	$[45^\circ]_{20}$	Exp.	18.78 (230.0)	39.19 (480.0)	57.57 (705.0)(870.0)	71.04 (1070.0)	87.37
		ANSYS	19.00 (232.7)	45.03 (551.5)	61.61 (754.5)	78.99 (967.5)	94.80 (1161.0)

\* : Natural frequency (Hz)

Table 4,5,6의 복합재료 판에 대한 실험과 유한요소 해석 결과는 서로 잘 일치하고 있으나, 고차모드로 갈수록 특히 5차 모드에서의 실험과 해석 사이의 오차는

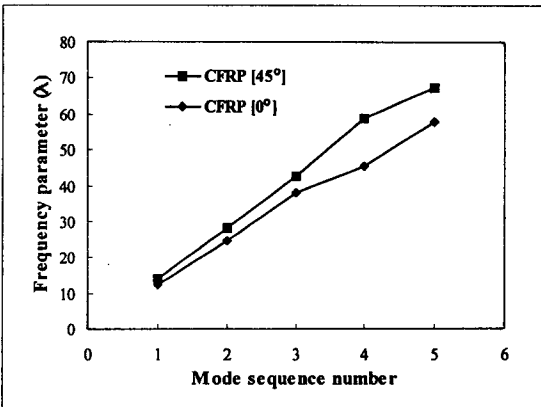


Fig. 6. Comparison of frequency parameters of the triangular  $[0^\circ]_{20}$  and  $[45^\circ]_{20}$  CFRP composite plates with the CCF boundary condition

증가하고 있다. 이에 대한 원인은 몇 가지로 생각할 수 있는데, 첫째 고차모드로 갈수록 굽힘과 비틀림 모드가 혼합되어 복잡한 모드가 나타나는데 이들 모드순서가 바뀌기 때문에 발생할 수 있고, 둘째 실험에 있어서 완전한 고정 경계조건을 구현하지 못하기 때문에 발생할 수 있으며, 상대적으로 유한요소해석에 의한 결과들이 상계된 값을 보이기 때문에 나타날 수 있다. 마지막으로 시편제작상의 미소한 문제들 즉, 적층각, 성형과정에 있어서의 접착강성 등이 모두 일치하지는 않기 때문에 발생하는 오차로 보인다.

다양한 익현비에 따른 외팔형의  $[Al/(0^\circ_{GL})_{10}/Al]$  혼합 적층된 사다리꼴 판에 대한 진동수 매개변수를 Table 7과 Fig. 7에 나타내었다. 실험결과는 해석결과와 좋은 일치를 보였고, 익현비의 증가에 따라서 진동수는 감소하였다. 이것은 익현비의 증가에 따라 증가하는 질량의 변화가 전체 사다리꼴 판의 진동수에 영향을 미치기 때문이다. 또한 Table 7의 결과는 Table 4,5,6에 비하여 고차모드에서 실험과 유한요소해석 사

이의 오차가 적다. 이는 Table 7의 결과가 [Al/GFRP/Al]의 혼합적층 판으로서 등방성 재료와 복합재료의 혼합적층을 함으로서 구조물의 이방성 특성이 많이 줄어 등방성에 가까운 거동을 하기 때문에 고차모드에서도 결과들이 잘 일치하는 것이다. Fig. 8은 단일 방향인  $(0^{\circ}_c / 0^{\circ}_{GL})_{10}$ 로 혼합 적층된 외팔 사다리꼴 판의 익현비에 따른 진동수 변화를 보인다. 익현비 증가에 따른 기본진동수의 감소는 매우 작게 나타났는데,

이는 1차 모드가 굽힘모드이고 판의 질량변화가 고유진동수에 미치는 영향이 고차모드에 비하여 작기 때문으로 생각된다. 그러나 다른 고차모드에서의 진동수는 익현비의 증가에 따라 크게 감소함을 알 수 있고, 익현비에 따른 진동수 감소의 경향은 Fig. 7과 유사하지만 전체적인 진동수 크기는 알루미늄-GFRP 혼합적층된 경우보다 CFRP-GFRP 혼합적층된 경우에 더 낮게 나타났다.

Table 7. Natural frequencies and non-dimensional frequency parameters( $\lambda$ ) of the cantilever trapezoidal [Al/( $0^{\circ}_{GL}$ )<sub>10</sub>/Al] hybrid composite plates with various chord ratios( $c_r$ )

Material	Chord ratio( $c_r$ )	Mode sequence number					
		1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	
[Al-GFRP-Al] Hybrid	0.25	Exp.	4.35	17.15	25.34	40.70	63.74
			(85.0)*	(335.0)	(495.0)	(795.0)	(1245.0)
		ANSYS	4.63	18.52	26.94	44.84	67.96
			(90.4)	(361.7)	(526.2)	(875.9)	(1327.5)
	0.50	Exp.	3.99	13.82	22.78	35.07	61.95
			(78.0)	(270.0)	(445.0)	(685.0)	(1210.0)
		ANSYS	4.16	14.73	24.10	38.60	64.01
			(81.3)	(287.8)	(470.8)	(754.0)	(1250.3)
	0.75	Exp.	3.84	11.39	22.78	33.00	49.40
			(75.0)	(222.5)	(445.0)	(645.0)	(965.0)
		ANSYS	3.92	11.51	23.57	33.68	49.57
			(76.6)	(224.8)	(460.4)	(657.9)	(968.3)
1.00	Exp.	3.58	8.83	21.89	28.03	35.07	
		(70.0)	(172.5)	(427.5)	(547.5)	(685.0)	
	ANSYS	3.76	9.25	23.30	28.32	36.58	
		(73.5)	(180.7)	(455.2)	(553.2)	(714.6)	

\* : Natural frequency (Hz)

다양한 형상을 갖는 복합재료 및 혼합적층된 복합재료 판의 노달패턴을 진동실험을 통하여 구하였고, 이들 노달패턴 결과를 유한요소해석을 통한 모드형상과 함께 Fig. 9~14에 제시하였다. 모든 형상의 판에 대하여 처음 1차 모드는 횡방향의 굽힘모드(bending mode)이고, 이 모드에서는 변위가 발생하지 않는 노달라인은 나타나지 않는다.

실험결과들은 유한요소해석 결과와 비교하여 생성되는 노달라인의 위치에는 약간 차이가 있으나, 각 방향에 대한 반파수에 있어서는 서로 잘 일치하였다. 그러나 고차모드에서의 일부 결과들은 모드의 순서가 바뀌어 나타나는 경우가 있는데, 이것은 유한요소해석의 모

델과 비교하여 시편의 기하학적 형상 및 제작상의 미소한 차이와 실험에서의 완전한 고정 경계조건을 구현하지 못하는 것으로 인한 판의 강성차이 때문에 나타나는 것으로 보인다.

Fig. 9와 10은 여러 경계조건에 따른 단일방향  $[0^{\circ}]$ 로 적층된 GFRP 복합재료 사각판의 노달패턴을 나타내었다. 섬유방향각의 영향으로 인해 y방향의 반파수가 먼저 나타나고, 노달라인은 고정된 부분의 경계보다는 자유 상태인 경계 부근으로 근접해 나타나는 경향을 보였다. 즉 Fig. 1의 모델에서 주 섬유방향은 x방향이기 때문에  $[0^{\circ}]$  적층의 경우 x방향 강성이 강한 구조물이 된다. 따라서 판의 모드는 강성이 약한 y방향으로



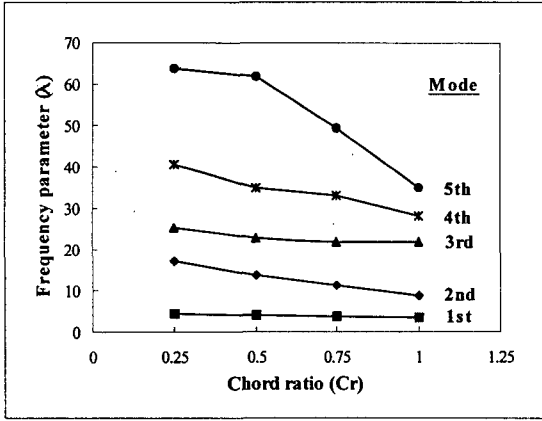


Fig. 7. Experimental frequency parameters of the unidirectional cantilever(x=0 clamped) trapezoidal  $[Al/(0^\circ_{GL})_{10}/Al]$  hybrid laminated composite plates with the chord ratio(cr)

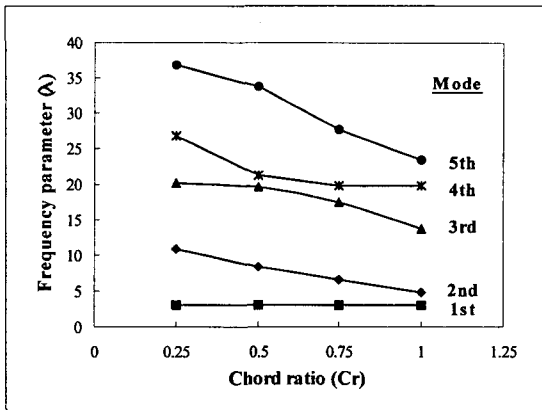


Fig. 8. Experimental frequency parameters of the unidirectional cantilever (x=0 clamped) trapezoidal  $(0^\circ_c /0^\circ_{GL})_{10}$  hybrid laminated composite plates with the chord ratio(cr)

먼저 나타나게 되며, 이들 노달패턴은 구속력이 없는 자유경계 쪽으로 생성된다.

Fig. 11과 12는 CCF의 경계조건을 갖는 CFRP와 GFRP 복합재료 삼각판의 노달패턴을 나타내었다. 전체적인 노달패턴은 섬유방향각인  $[0^\circ]$ 와  $[45^\circ]$  방향을 따라서 형성되었고, 이방성 매개변수( $E_1/E_2$ )가 GFRP 보다 큰 CFRP에서 섬유방향에 따른 노달패턴의 영향이 더 뚜렷하게 나타났다. Fig. 13과 14는  $(0^\circ_c /0^\circ_{GL})_{10}$  혼합적층된 외팔형 사다리꼴 판의 익현비에 따른 노달패턴의 변화를 보인다. 익현비가 비교적 큰 0.75, 1.0에서의 노달패턴은 사각판의 모드와 유사하

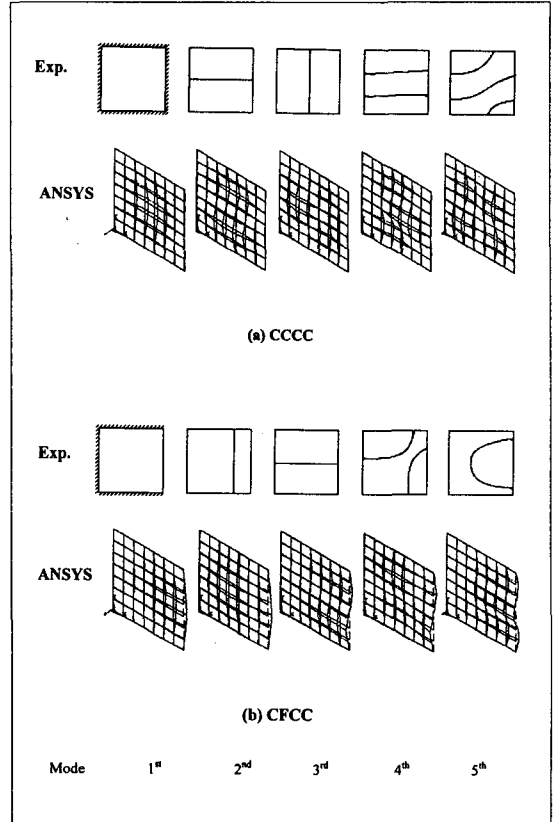


Fig. 9. Nodal patterns of the  $[0^\circ]_{20}$  GFRP composite rectangular plates with CCCC and CFCC boundary conditions

게 거동하고 있음을 Fig. 10의 CFFF 지지된 사각판 모드와의 비교를 통하여 알 수 있다. 또한 익현비가 작아져서 경사각을 갖는 삼각판에 가까워 짐에 따라 노달패턴은 3,4,5차 모드에서 큰 변화를 보이는데 이것은 판의 형상변화로 인해서 나타나는 것이다.

### 5. 결론

다양한 형상 즉, 삼각형, 사각형, 사다리꼴의 복합재료 및 혼합적층된 판에 대한 자유진동 특성을 실험과 유한요소해석을 통하여 연구하였다. 경계를 따라 자유와 고정의 여러 조합에 따른 결과들을 제시하였고, 실험 결과들은 유한요소해석 결과들과 잘 일치함을 확인하였다. 사각판의 진동수는 경계의 구속이 증가함에 따라 강성의 증가로 증가하고, 고려된 경계조건에서 CFRP와 GFRP 복합재료 판의 고유진동수는 섬유방

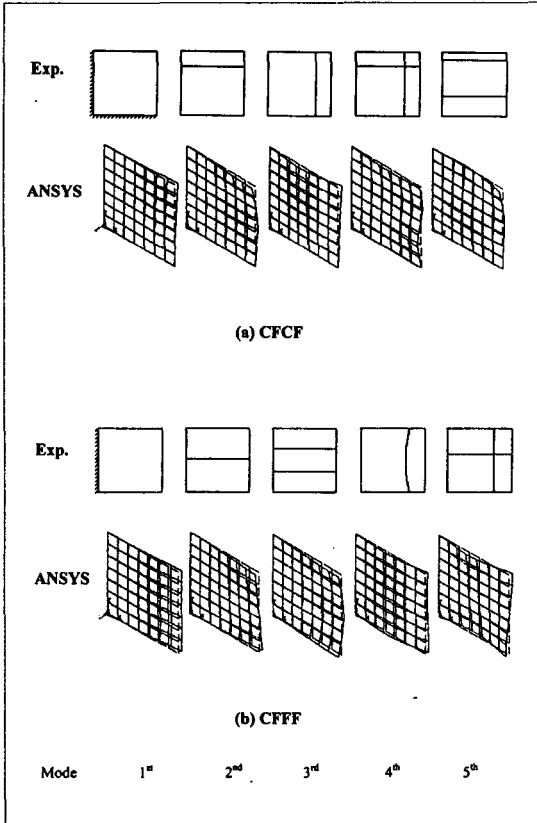


Fig. 10. Nodal patterns of the  $[0^\circ]_{20}$  GFRP composite rectangular plates with CFCF and CFFF boundary conditions

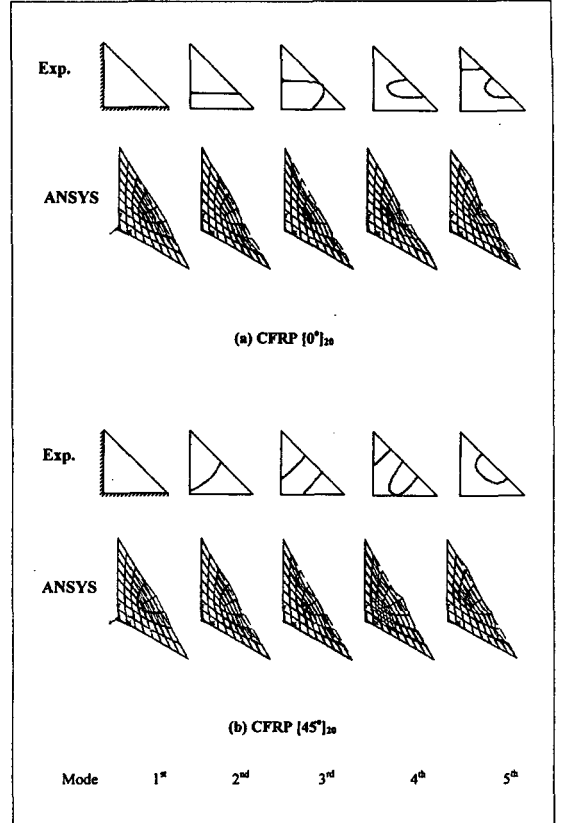


Fig. 11. Nodal patterns of the CFRP composite triangular plates with the CCF boundary condition

향각  $[0^\circ]$ 보다  $[45^\circ]$ 에서 더 큰 값을 보였다. 혼합적층된 사다리꼴 판의 고유진동수는 CFRP-GFRP 혼합적층된 경우보다 알루미늄-GFRP 혼합적층된 경우에 더 큰 값을 보였고, 익현비가 커짐에 따라 질량의 감소로 인해 고유진동수는 감소하였다. 또한 실험을 통한 노달 패턴은 섬유방향각, 경계조건, 판의 형상에 크게 영향을 받고, 복합재료의 이방성이 큰 경우에 섬유방향각의 영향이 더 뚜렷하게 나타난다.

참고 문헌

1. Leissa, A.W., Vibration of Plates (NASA SP-160), Washington, D. C. : U.S. Government Printing Office, 1969.
2. Leissa, A.W., "The Free Vibration of Rectan-

- gular Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 31, No. 3, 1973, pp. 257~293.
3. Gorman, D.J., "Free Vibration Analysis of Cantilever Plates by the Method of Superposition", Journal of Sound and Vibration, Vol.49, No.4, 1976, pp. 453~467.
4. Narita, Y., and Leissa, A.W., "Frequencies and Mode Shapes of Cantilevered Laminated Composite Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol.154, No.1, 1992, pp. 161~172.
5. Gustafson, N.P., Stokey, A.F., and Zorowsky, C.F., "An Experimental Study of Natural Vibrations of Cantilevered Triangular Plates", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol.20, No.5, 1953, pp.331~337.
6. Kim, C.S., and Dickinson, S.M., "The Free

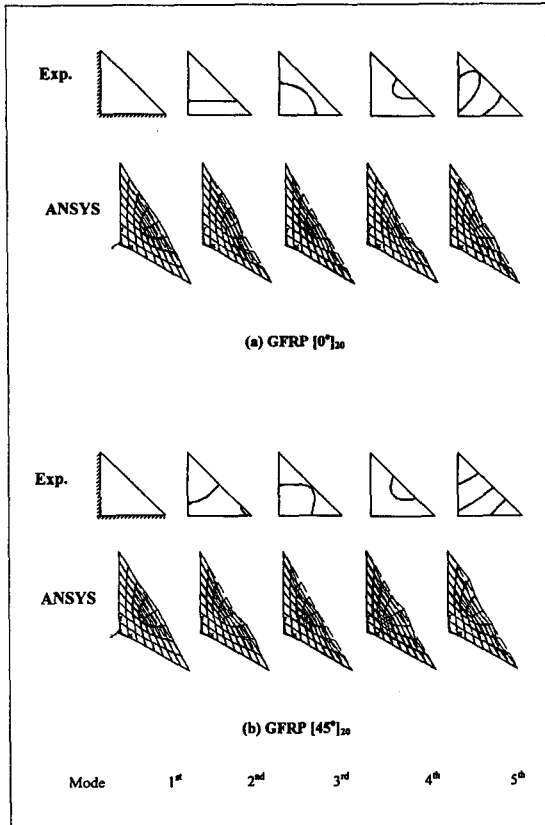


Fig. 12. Nodal patterns of the GFRP composite triangular plates with the CCF boundary condition

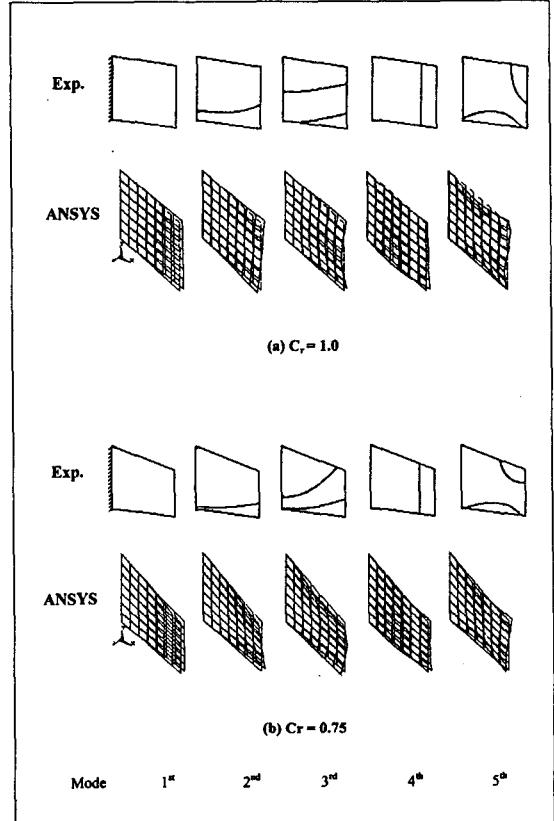


Fig. 13. Nodal patterns of the cantilever ( $0^{\circ}\text{C} / 0^{\circ}\text{GL}$ )<sub>10</sub> hybrid composite trapezoidal plates with chord ratios,  $Cr=1.0$  and  $0.75$

Flexural Vibration of Right Triangular Isotropic and Orthotropic Plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.141, No.2, 1990, pp. 291~311.

7. Liew, K.M., “Vibration of Symmetrically Laminated Cantilever Trapezoidal Composite Plates”, *Int. J. Solids & Structures*, Vol.34, No.4, 1992, pp. 299~308.

8. Hosokawa, K., Terada, Y., and Sakata, T., “Free Vibrations of Clamped Symmetrically Laminated Skew Plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 189, No. 4, 1996, pp. 525~533.

9. Barik, M., and Mukhopadhyay, M., “Finite Element Free Flexural Vibration Analysis of Arbitrary Plates”, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 29, No. 2, 1998, pp. 137~151.

10. Bambill, D.V., Laura, P.A.A., and Rossi,

R.E., “Transverse Vibrations of Rectangular, Trapezoidal and Triangular Orthotropic, Cantilever Plates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 210, No. 2, 1998, pp. 286~290.

11. Lee, Y.S., Choi, M.H., and Song, S.Y., “Vibration Analysis of the Triangular, Rectangular and Trapezoidal Composite and Composite-Al Hybrid Plates”, *Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference (IMAC-15)*, 1997, pp. 216~222.

12. 이영신, 최명환, “외팔형 복합재료 및 혼합적층 삼각판의 자유진동해석”, *한국소음진동공학회지*, 제3권, 제3호, 1993, pp. 259~269.

13. 이영신, 최명환, “외팔형 복합재료 및 혼합적층 사각판의 자유진동해석”, *대한기계학회논문집*, 제18권, 제8호, 1994, pp.1899~1909.

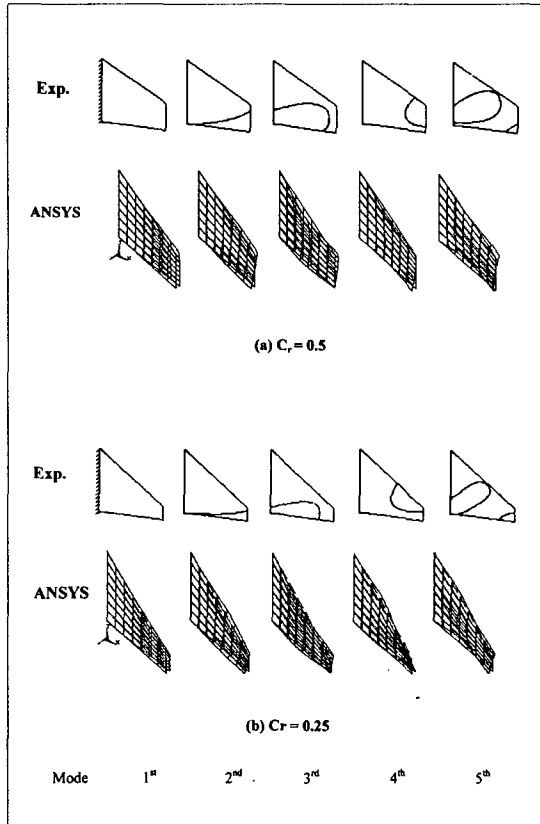


Fig. 14. Nodal patterns of the cantilever  $(0^{\circ}_C/0^{\circ}_{GL})_{10}$  hybrid composite trapezoidal plates with chord ratios,  $Cr=0.5$  and  $0.25$

14. Lee, Y.S., and Kim, Y.W., "Analysis of Nonlinear Vibration of Hybrid Composite Plates", *Computers & Structures*, Vol. 61, No. 3, 1996, pp. 573~578.

15. Iyengar, N.G.R., and Umaretiya, J.R., "Transverse Vibrations of Hybrid Laminated Plates", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 104, No.3, 1986, pp. 425~435.

16. Desalvo, G.J., and Gorman, R.M., *ANSYS Engineering Analysis System User's Manual*, Swanson Analysis System, Inc., 1992.

17. Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials*, Hemisphere Publishing Co., New York, 1975.

18. Whitney, J.M., *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*, Technomic Publishing Co., Lancaster, Pennsylvania, 1987.