

Phase Diagram에 의한 밀폐캐비티의 비정상 유동특성

김진구* · 조대환**

Unsteady Flow Characteristics of Closed Cavity by Phase Diagram

J. G. Kim · D. H. Cho

Key words : Closed Cavity(밀폐캐비티), Unsteadiness(비정상성), Critical Reynolds Number(임계레이놀즈수), Primary Vortex(주와류), Phase Diagram(위상도), Total Kinetic Energy(전운동에너지)

Abstract

In this study, a phase diagram has been used to investigate the unsteadiness of two-dimensional lid-driven closed flows within a square cavity for twelve Reynolds numbers : 7.5×10^3 , 8×10^3 , 8.5×10^3 , 9×10^3 , 9.5×10^3 , 10^4 , 1.5×10^4 , 2×10^4 , 3×10^4 , 5×10^4 , 7.5×10^4 and 10^5 . The results indicate that the first critical Reynolds number at which the flow unsteadiness of sinusoidal fluctuation appears from the temporal variation of total kinetic energy curves is assumed to be in the neighbourhood of $Re=8.5 \times 10^3$. The second critical Reynolds number where the periodic amplitude and frequency collapse to random disturbance being existed around $Re=1.5 \times 10^4$. The exponentially decreasing vortices formed at the lower two corners are found commonly at the time-mean flow patterns of $Re=3 \times 10^4$.

1. 서론

무한벨트에 의해 구동되는 2차원 정방형 캐비티 흐름은 전형적인 밀폐흐름이며 CFD 및 실험연구에서 간단한 경계조건으로 인하여 자주 채택되어 연구되어 왔다.

현¹⁾은 밀폐흐름의 내부에 전단응력을 기계적으

로 전달하거나 온도에 의해서 에너지를 공급하는 캐비티 유동을 포함한 여러 종류의 밀폐흐름을 폭넓게 고찰하였다. Ghia 등²⁾은 유선함수식과 과도 전달방정식 및 다중격자를 이용한 계산을 통하여 2차원 덮개구동 정방형 캐비티를 연구하였고 고레이놀즈수($Re=10^4$)까지의 유동특성을 정량적으로 보고하였다. Koseff 등³⁾은 3차원 입방 캐비티 유동에 대하여 실험을 행하였다. 이들은 $Re=3.2 \times 10^3$

* 정회원, 충북도립 옥천대학 기계과(원고접수일 : 99년 6월)

** 정회원, 목포해양대학교 기관공학부

에서 가시화 기법을 동원하여 난류의 특성을 설명하고 있으며, 스펠방향의 중앙단면에 대한 속도 측정(LDV)으로부터 $Re=10^4$ 까지의 난류특성을 보고하고 있다. 이 결과에서 스펠방향으로 회전하는 와류의 쌍들이 캐비티 유동현상을 지배하며 이를 Taylor-Göertler Like(TGL)와류라고 명칭하였다.

Huser 등⁶⁾은 고레이놀즈수에서의 전단구동(shear-driven)에 의한 정방향 캐비티 흐름에 대하여 엇갈림격자상에서 차분법 및 시분할법(time splitting method)을 채택하여 완전히 발달한 유동장에서 충분히 긴 시간까지의 계산을 행하였다. 그 결과 $Re=3 \times 10^4$ 의 계산에서 다수의 작은 와류(eddy)가 캐비티 모서리 부의 박리영역에서 발생하며, 이들의 거동이 매우 불규칙한 비정상 난류의 유동특성을 나타내고 있음을 보고하고 있다. 또한 $x=0.2, y=0.084$ 의 위치에서 시계열로 얻은 수평 및 수직성분의 속도성분의 상을 2차원적으로 도시(phase diagram)하여 SLA(spaghetti like appearance)라 칭하고 비정상성을 나타내었다. Vestapen⁵⁾ 등은 2차원 정방향 캐비티 유동장에 대하여 333×333 개의 등간격 격자를 이용한 MAC법⁶⁾을 적용하여 DNS의 수치해석을 행하였다. 그 결과 $Re=2.2 \times 10^4$ 에서의 유동장은 카오스적임을 보이고 있다. Lee⁷⁾ 등은 SOLA-VOF⁶⁾에 대해 대류항 수정 기법을 제시하였다. 그리고 SOLA 중심과 도나셀 대류항 스킴으로부터 부등간격 격자분포에서 내분의 원리를 적용하여 대류항 기법에서도 보존형을 유지하도록 변수 보간 방법을 채택하였다.

이 연구에서는 7.5×10^3 에서 10^5 까지 12가지 레이놀즈수에 대해 수치계산을 행하고 고레이놀즈수에 대해 유동특성에 관한 보다 체계적인 고찰을 행하고 특히 불규칙한 유동과 비정상성이 나타나기 시작하는 임계레이놀즈수를 Phase diagram⁴⁾에 의해 파악하고자 하였다. 그 결과 전운동에너지 곡선의 시간변화로부터 첫째 사인곡선 유동특성 현상이 나타나는 비정상유동특성의 임계 레이놀즈수는 $Re=8.5 \times 10^3$ 근방임을 추정되었고 주기적인 진폭과 주파수가 붕괴되어 불규칙한 유동특성이 나타나는 두 번째 임계레이놀즈수는 $Re=1.5 \times 10^4$ 근방에 존재함을 알 수가 있었다.

2. 계산방법

MAC계열의 차분법은 전산유체역학분야에서 자주 인용되고 있으며, 지금까지 이에 관련된 많은 연구결과가 발표되고 있다.

그러나 보존형의 대류항 기법은 등간격 격자 상에서만 가능하며 부등간격의 격자분포에서도 보존형 및 정도를 그대로 유지할 수 있는 기법은 아직까지 보고된 바가 없다. 일반적으로 보존형의 기법은 비보존형에 비하여 정도면에서 우수한 것으로 알려져 있으나, 무엇보다 전자의 경우에는 운동량이 보존됨으로서 물리적인 근거를 유지하고 있는 점이 평가될 수 있다. 이와 같은 배경으로부터 부등간격의 격자 상에도 보존형을 그대로 유지할 수 있는 이산화식이 제공된다면 보존형의 장점을 유지하면서 공간해상도를 높일 수 있을 것으로 예상하였다.

이 연구에서는 MAC법에서 제시한 등간격 격자 상에서 2차 정도 보존형 스킴의 중심차분형을 보정하여 부등간격 격자 상에서 보간식을 적용하였다. 즉, 부등간격의 격자 상에서 내분의 원리를 이용한 1차의 선형내삽방법으로 검사면적의 운동량 플럭스를 계산하였으며, 압력항 및 점성항에 관해서도 부등간격격자를 고려한 보정을 행하고 속도 및 압력에 관한 완화기법으로서는 SOLA의 방법을 택하였다. 이 경우 벽면에서의 부등간격 격자분포의 장점을 유지 할 수 있다.

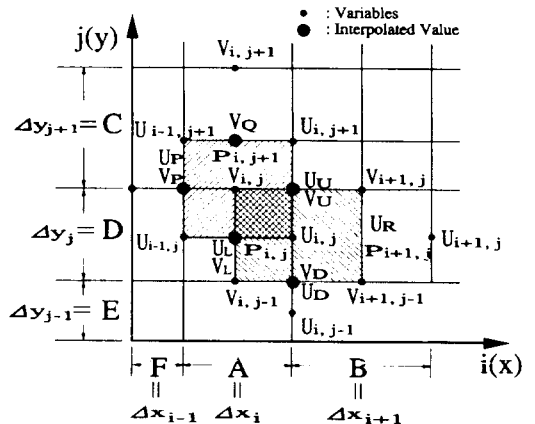


Fig.1 Definition of Variables Allocation

그림 1은 대류항에서 필요한 변수의 정의를 나타낸다. 첨자의 D, P, U, 의 이산화된 변수와 R, L, Q 평균 변수는 격자 공간 보정방법으로 MAC의 대류항에서 직접적으로 인용하였다. A는 Δx_i 를 의미하며 B는 Δx_{i+1} , D는 Δy_i 이다.

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} \doteq 2(u_R^2 - u_L^2)/(A+B) \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial uv}{\partial y} \doteq (v_U u_U - v_D u_D)/D \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial uv}{\partial x} \doteq (u_U v_U - u_P v_P)/A \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial v^2}{\partial y} \doteq 2(v_Q^2 - v_L^2)/(C+D) \tag{2.4}$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) \doteq \frac{2}{s(s+1)} \tag{2.5}$$

$$\frac{u_{i+1,j} - (1+s)u_{i,j} + su_{i-1,j}}{A^2}, s=B/A \tag{2.5}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) \doteq \frac{2}{(A+B)} (p_{i+1,j} - p_{i,j}) \tag{2.6}$$

점성항과 압력구배항도 2차 정도를 유지하도록 수정되었다. 수정된 항을 x방향에 대해서만 나타내었다. 이상에서와 같은 이산화방정식에 대한 정도는 제안된 Hirt⁹⁾의 안정성해석에 의해 확인하였다. 시간적분은 오일러기법에 의해 인공점성항을 포함하여 식(2.5-2.6)처럼 등간격 상에서 2차원 비선형 대류항의 결과를 나타낸다. 수정된 보존형 스킴으로부터 전 인공점성항은 x 방향만을 고려하면 식(2.7)으로 표현할 수 있다. 여기서 G_1, G_2 는 테일러급수 전개식의 형태로 표현되는 인공점성항이며 선도항의 절단오차는 $(B-A)$ 또는 $(C-D)$ 로 이웃하는 격자 크기의 미소한 차이이다. 이 결과는 제안된 방법이 2차정도에 접근하는 공간해상도를 유지함을 나타내고 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial x} - g_x \\ & = \left(v - \frac{\Delta t}{2} u^2 - G_1\right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \left(v - \frac{\Delta t}{2} v^2 - G_2\right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ G_1 & = (B-A)u + \frac{1}{2} (A^2 - AB - B^2) \frac{\partial u}{\partial x} \\ & \quad + \frac{1}{8} (B-A) (A^2 + B^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ G_2 & = \frac{1}{8} \left\{ (C-E)v + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} (C+2D \right. \\ & \quad \left. + E)D + \frac{D^2}{8} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} (C-E) \right\} \end{aligned} \tag{2.7}$$

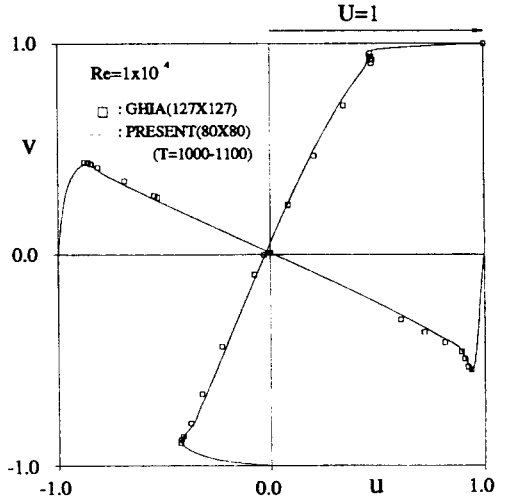


Fig. 2 Comparison with Previous Results

이 연구에서 채택한 2차원 정방형 캐비티의 부등간격 격자는 80×80 으로 하였다. 벽면에서의 최소 격자 크기는 $1/400(H)$ 는 캐비티 높이)전후이며, 캐비티 중앙부분에서의 최대 크기는 $1/53H$ 이다.

수치계산에 있어서 격자의 크기는 계산 결과의 정확도에 큰 영향을 미치므로 이 계산을 수행하기 전에 예비적으로 레이놀즈수 $Re=10^4$ 에 대하여 격자 의존성을 조사하였다. 먼저 그림2는 이 계산에서 채택하고 있는 대류항의 차분기법의 신뢰성을 확인하기 위하여 $Re=10^4$ 의 경우에 대하여 Ghia²⁾ 등의 결과와 비교한 것이다. 무차원시간 $T=1000-1100$ 사이에서 0.25 간격으로 데이터를 저장하여 이를 시간평균한 값을 이용하였다. 그 결과 중앙단면에서 강제와류와 유사한 속도분포를 얻고 있으며 특히 우측 및 하부벽면 근처에서 최대속도 값이 잘 일치하는 것을 알 수가 있다. 격자는 식(2.8)에 의해 배치하였다.

$$\begin{aligned} \Delta X(i) & = \left\{ \sin\left(\pi \frac{i}{M-1}\right) + CF \right\} / \\ & \quad \sum_{j=1}^{M-2} \left\{ \sin\left(\pi \frac{i}{M-1}\right) + CF \right\} \end{aligned} \tag{2.8}$$

$i, j = 1, 2, 3, \dots, M-1$

여기서 M 은 격자 수를 나타내고 CF 는 격자의 크기를 조절할 수 있는 가중계수이다. 이 값은

0.01로 하였다. 경계조건으로는 강제 벽면에서 No Slip 조건을 부여하고 상부의 일정한 덮개 속도 ($U=1$)를 만족하도록 격자 내부에서 외삽 하였다. 시간간격은 Courant 수와 확산수를 동시에 만족 시키도록 자동적으로 결정된다.

실제로는 이 값에 안정계수를 곱하여 수치 불안정성의 발생을 억제하였다. 각 레이놀즈수에 대한 안정계수는 $0.8(Re=8.0 \times 10^3 \sim 2 \times 10^4)$, $0.4(Re=3 \times 10^4)$ 그리고 $0.1(Re=5 \times 10^4, 7.5 \times 10^4, 10^5)$ 이다. 평균 시간 간격은 $Re=3.0 \times 10^4$ 에서 0.001이다. 매 사이클마다 모든 격자 점에서의 발산 값이 0.002이하가 되면 시간진행이 되도록 하였다. 계산시간은 Fortran Power Station Ver4.0에서 $Re=3 \times 10^4$ 의 경우 완전히 발달한 유동장에 대하여 무차원 시간 100당 펜티엄 PC(150MHz)에서 약 14 CPU 시간을 요하였다.

3. 결과 및 고찰

그림3은 $Re=3.0 \times 10^4$ 의 유선도 이다. 무차원시간으로 $T=1,000$ 과 $T=1,100$ 의 순간에 유동현상을 나타내고 있으며, 각 모서리에서 매우 활발한 와의 거동이 발생한다. 예비검토에서 $Re=1.5 \times 10^4$ 의 경우로부터 유사한 유동특성을 보였다. 그들의 유동현상은 레이놀즈수 증가에 따라 더욱 뚜렷함을 나타내었다.

그림3(a)과 그림3(b)에서 보면 주와류의 영향으로 발생된 2차와류의 형상이 변화하며 각 모서리에서의 와의 방출 규모를 개략적으로 파악할 수 있다. 연속된 그림에서 보면 커다란 와류(eddy)의 성장 각 모서리와의 발생은 벽면을 따라 이동하여 궁극적으로 각 모서리에서 방출된다. 벽과 와 방출의 상호작용과 활발한 박리유동에 의한 매우 불규칙한 비정상성은 난류의 발달에 밀접한 관계가 있을 것으로 추정되며 이와 같은 현상은 고레이놀즈수의 밀폐구동 캐비티 흐름의 고유의 특성 중의 하나로 보여진다.

그림 4(a)는 $Re=3 \times 10^4$ 에서 시간평균 속도분포를 나타낸다. 시간 의존 유동과는 반대로 평균 경향은 고레이놀즈수에서 순간적인 불규칙한 유동을 지배하는 조직적인 구조를 나타낸다. 하부의 양

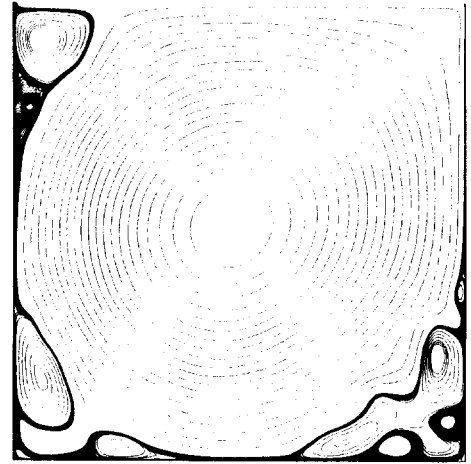
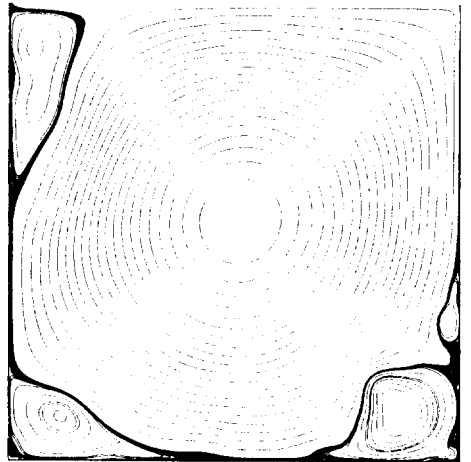
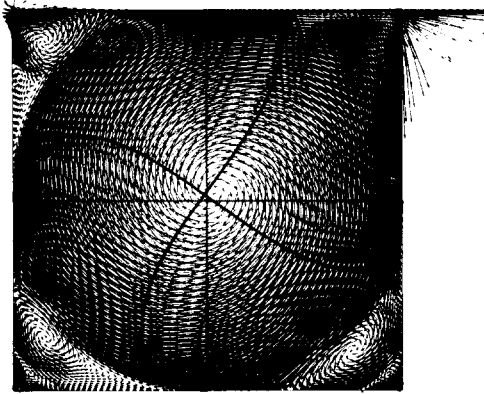
(a) $t=1000$ (b) $t=1100$

Fig. 3 Instantaneous Streamlines at $Re=3 \times 10^4$

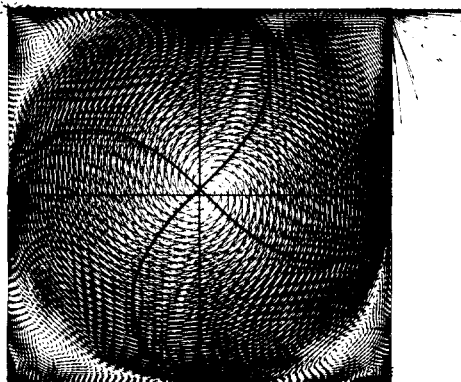
쪽 모서리 영역에서 미약한 제 4 와류(quaternary vortex)가 새롭게 나타나고 있다.

그림 4(b)는 $Re=7.5 \times 10^4$ 의 결과이다. 수직과 수평 2개의 기하학적 중심선에서 시간평균 중앙속도 분포를 보면 그림4(a)와 유사한 유동 패턴임을 알 수 있다.

이것은 이동벨트로부터 공급받은 운동에너지의 일부가 모서리의 박리영역으로 유입하여 이 부분에서 다수의 와류가 지속적으로 운동을 하면서 이 에너지를 소비하기 때문으로 보여진다. 이와 같은 대표적 특징은 나머지 고레이놀즈수에서도 또한 유사함이 발견되었으나 그림은 생략하였다. 그리



(a) $Re=3 \times 10^4$



(b) $Re=7.5 \times 10^4$

Fig. 4 Time-mean Velocity Distribution

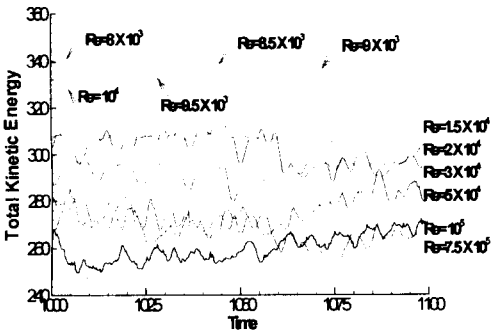


Fig. 5 Temporal Fluctuation of Total Kinetic Energy ($t=1000-1100$)

고 이동벽 바로 하부 벽에서의 u 속도 분포에서 나타나는 kink 현상은 $Re=2 \times 10^4$ 이상에서 오른쪽 벽 부근의 v 속도 분포에서도 특징적으로 발견되었다. 모든 격자 점에 분포된 전운동에너지의 성분

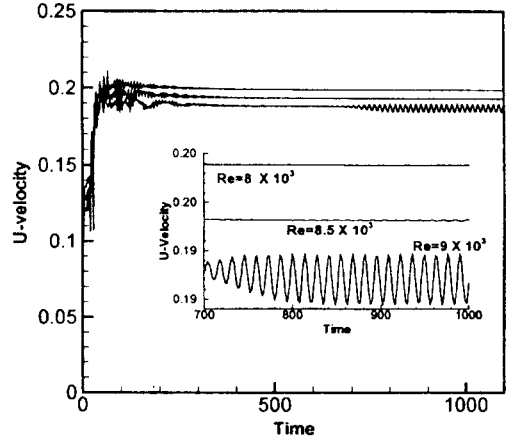
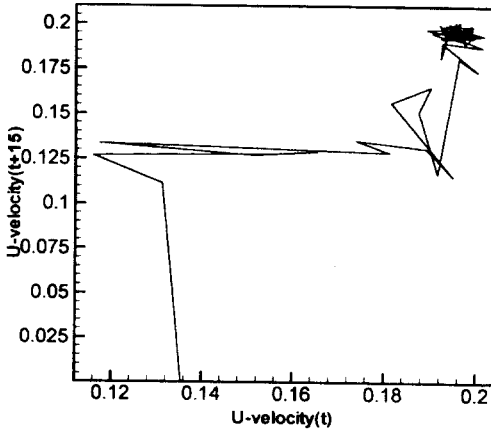


Fig. 6 Temporal Fluctuation of U-Velocity Component at $x/h=0.83, y/h=0.12$

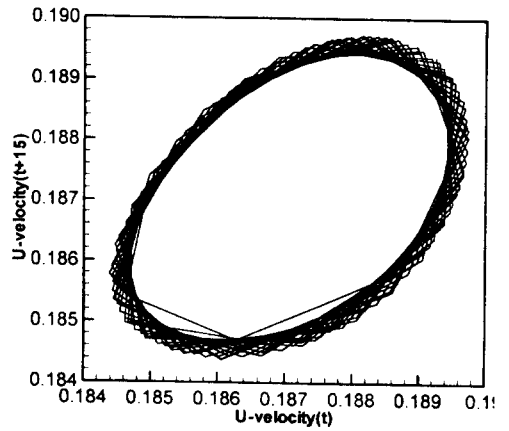
$(1/2(u^2+v^2))$ 을 전 유동장에 걸쳐 더한 값을 이용하여 고레이놀즈수 유동장에서 비정상 유동특성을 알아볼 수 있다. 이 연구에서는 데이터 저장간격을 0.25로 하여 무차원시간 $t=1000-1100$ 까지 400개의 데이터를 저장하여 전운동에너지를 구하였다.

그림 5는 무차원 시간 $T=0-1100$ 까지 12가지 레이놀즈수의 전운동에너지의 순간변화이다. 전운동에너지는 1,600개의 모든 계산격자의 운동에너지성분을 산술평균하여 구한 것이다. 시간진행에 따라 주와류의 외곽과 덮개구동의 직하부에서 속도에너지가 압력에너지로 전환되면서 전운동에너지의 값은 작아지는 결과를 보이고 있다. 즉, 모서리부 등 대부분의 위치에서 전운동에너지는 레이놀즈수의 증가에 따라 증가하지만 전 유동장의 시간평균의 값은 감소하게 된다. $Re=10^4$ 이하에서는 전운동에너지의 규칙적인 정현파의 변동 파형을 나타낸다. 그리고 주기적인 변동 파형은 $Re=1.5 \times 10^4$ 에서 붕괴되기 시작하고 있다.

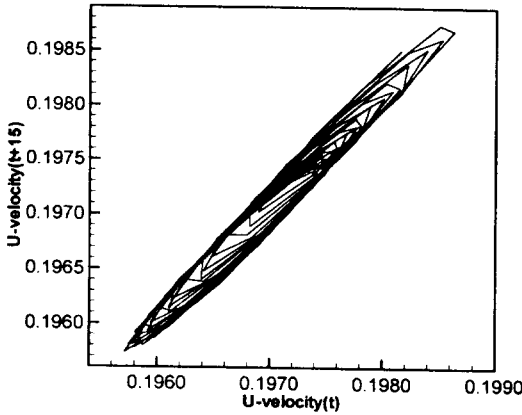
이것은 불규칙한 유동이 나타나는 또 다른 임계 레이놀즈수는 $Re=1.5 \times 10^4$ 근방이며 그 이상에서는 내부유동의 형태가 매우 복잡하게 됨을 알 수 있다. 그리고 에너지 변동곡선의 고주파수는 레이놀즈수 증가와 함께 지배적이다. 밀폐캐비티에서의 임계레이놀즈수는 점성력과 관성력의 비율에 의하여 유동의 안정범위를 나타낸다.



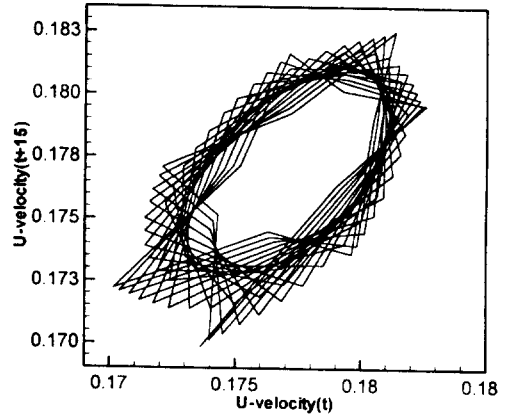
(a) $T=0-1800$



(a) $Re=9 \times 10^3$



(b) $T=1500-1800$

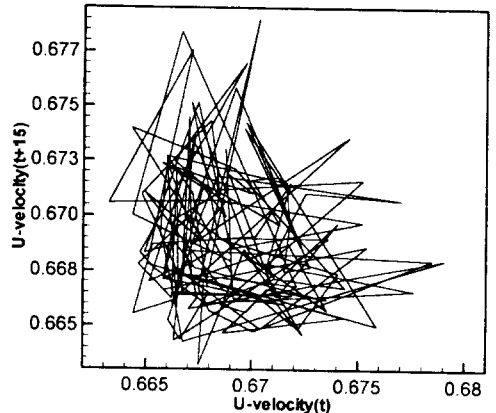


(b) $Re=10^4$

Fig. 7 Phase Diagram of U-Velocity Component at $Re=8.5 \times 10^3$

그림6은 $x/h=0.83$, $y/h=0.12$ 에서 무차원시간 $T=0 \sim 1100$ 까지의 수평속도성분을 무차원시간 2.0의 간격을 두고 도시하였으며 무차원시간 700 ~ 1000까지에 대해 확대하여 함께 나타내었다. 그림에서 보면 $Re=9 \times 10^3$ 의 경우 유동장이 충분히 발달하는 것은 무차원시간으로 $T=800$ 전후이며 레이놀즈수가 감소할수록 많은 시간이 소요됨을 알 수 있다.

주기성을 파악하기 위해서는 x 축에 대하여 일정한 위상을 두고 y 축에 도시하면 변화성분이 도형으로 나타나게된다. 주기성이 없을 경우 직선으로 나타나게되며 불규칙성은 SLA(spaghetti like appearance)로 도시된다. 이 연구에서는 비정상성



(c) $Re=1.5 \times 10^4$

Fig. 8 Phase Diagram of U Component

이 나타나는 임계레이놀즈수를 예측하기 위하여 이와 같은 Phase diagram을 이용하였다.

그림7은 수평속도성분을 무차원시간 $T=15$ 의 위상을 두고 도시한 것이다. $Re=8.5 \times 10^3$ 의 경우에 조그만 진폭의 주기적인 변동이 유동장이 충분히 발달한 상황에서 Phase diagram으로 나타남을 알 수 있다. 따라서 정방형 밀폐캐비티에 있어서 비정상성의 흐름이 시작하는 임계레이놀즈수는 $Re=8.5 \times 10^3$ 근방으로 판단된다. 그림8(a)에서는 타원형의 형태를 보이고 있으며 이것은 그 폭만큼의 일정한 주기성을 갖는 비정상유동특성으로 해석된다. 그림8(b)은 $Re=10^4$ 의 경우로서 이러한 주기성이 다소 흐트러지기 시작하며 그림8(c)에서는 SLA(spaghetti like appearance)의 경향이 나타나고 있다.

4. 결 론

2차원 정방형 밀폐캐비티의 수치해석을 12가지 고레이놀즈수에 대해 행하였다. 부등간격 격자(80×80) 상에서 보존형의 중심차분 대류항스킴을 정도를 유지하기 위하여 보정하였다. 그 결과 Phase diagram으로부터 정현파의 속도 파형의 비정상성이 나타나는 첫 번째 임계레이놀즈수는 $Re=8.5 \times 10^3$ 근방임을 추정하였다. 그리고 전운동에너지 곡선의 순간변화로부터 불규칙한 변동으로 주기적인 진폭과 주파수가 붕괴하는 두 번째 임계레이놀즈수는 $Re=1.5 \times 10^4$ 근방에 존재함을 알 수 있었다.

$Re=2 \times 10^4$ 이상의 고레이놀즈수에서는 이동벨트로부터 공급받은 운동에너지의 일부가 모서리의 박리영역으로 유입되어 고차 와류의 비정상 거동을 촉진하므로 수직과 수평의 기하학적 중심선에서 시간평균 중앙속도 분포가 유사한 곡선을 나타내었다.

후 기

이 연구는 옥천대학 교내연구비의 지원으로 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. J.M.Hyun, "Some Fundamental Notions of Mechanically-Driven Cavity Flows," Plenary Lecture of the 3rd JSME/KSME Fluids Eng. Conf., 1995
2. U.Ghia, K.N. Ghia and C.T. Shin, "High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multi-grid Method," J. Comp. Phys. Vol. 48, pp.387~411, 1982
3. J.R. Koseff, R.L. Street, "The Lid-Driven Cavity Flow : A Synthesis of Qualitative and Quantitative Observations," Trans. ASME J. Fluids Eng. Vol. 106, pp.390~398, 1984
4. A.Huser and S. Biringen, "Calculation of Two-Dimensional Shear-Driven Cavity Flows at High Reynolds Numbers," Int. J. Num. Meth. in Fluids, Vol. 14, pp.1087~1109, 1992
5. R.Verstappen, J.C.Wissink and A.E.P. Veldman, "Direct Numerical Simulation of Driven Cavity Flows," Appl. Sci. Res. Vol. 51, pp.377~381, 1993
6. F.H.Harlow and J.E. Welch, "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", Phy. Fluids, Vol. 8, No.12, pp.2182~2189, 1965
7. Y.H.Lee, "Active Control of Aerodynamic Properties of the 2-D Square Prism by Backward Ejection", Proc. 5th ACFM, pp.554~557, 1992
8. C.W. Hirt and B.D. Nichols, "Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", J. Comp. Phys. Vol. 39, pp.201~225, 1981
9. C.W. Hirt, "Heuristic Stability Theory for Finite Difference Equations", J. Comp. Phys. Vol. 2, pp.339~355, 1968

저 자 소 개



김진구(金鎮九)

1982년 한국해양대학교 기관학과 졸업,
1997년 한국해양대학교 대학원 기관공학과
졸업(박사), 옥천대학 기계과 전임강사, 당
학회 정회원



조대환(趙大煥)

1986년 한국해양대학교 기관학과 졸업,
1998년 한국해양대학교 대학원 기계공학과
졸업(박사), 목포해양대학교 기관공학부 전
임강사, 당학회 증신회원