

자동선반 기어박스의 진동방지

김재실*, 최현오**

Vibration Reduction for the Gear Box of an NC Machine

Chaesil Kim*, Heon-oh Choi**

Abstract

This article proposes the analytical and experimental approaches for the reduction of vibration generated in the gear box of an NC machine. The lateral critical speed of main spindle and torsional natural frequencies were analyzed and the impact testing of gear box was performed. These results were compared with the forced operating speeds. The vibration was much diminished by redesign of gear module and reinforcement of box structure.

Key Words : Vibration (진동), Rotordynamics (회전체역학)

1. 서 론

공작기계의 고속화와 고정도화는 공작기계의 탄생과 더불어 끊임없이 추구·발전되어 왔으며, 보다 높은 생산성과 고품위를 추구하기 위하여 이러한 추세는 앞으로 이어질 것이다. 이로 인한 주축고속화에 따른 시스템의 안정성 문제 및 각 구성품의 진동 문제가 대두되고 있다. 최근 들어 국내의 공작기계 개발 및 생산능력이 상당히 진보되었지만 선진국에 비해 국내의 기술수준이 미흡한 실정이며, 특히 소음 및 진동 측면에서는 초보적인 단계이다.

중소기업 기술지도의 일환으로 현재 업체에서 자체 설계하여 생산 중인 소형 NC 선반의 동력전달과정에서 발

생하는 진동의 방지 대책에 대하여 연구하였다. 먼저, 운전조건에 따른 가진주파수를 계산하였고, 유한요소법을 사용하여 주축의 횡진동에 대한 위험속도를 해석하였다. 그리고 Gear-Shaft의 비틀림 동적 거동을 해석하였으며, 기어박스 각면의 고유진동수를 찾기 위하여 충격시험을 실시하였다. 또한 기어박스 시스템의 가진주파수를 규명하고 해석 및 실험을 비교, 분석하여 기어박스의 진동 발생원인을 찾아내고 그 방지책을 수립하였다.

2. 진동 원인분석

2.1 주축의 횡진동 해석

주축의 횡진동 해석을 위해 Palazzolo⁽¹⁾ 및 Kim⁽²⁾이 제

* 창원대학교 기계공학과
** 한국기계연구원

시한 유연축 시스템의 고유값(eigenvalues)문제를 사용하였다.

이 모델링 방법에 의해 주축의 상태공간 모델식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{X}} \\ \dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (1)$$

또는

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{QZ} \quad (2)$$

회전체 시스템은 복소수 형태의 고유값과 고유벡터들을 가지므로 식 (1)의 해를 식 (3)과 같이 가정할 수 있다.

$$\mathbf{Z}_j = \mathbf{\Psi}_j e^{\lambda_j t} \quad (3)$$

여기서

$$\lambda_j = a_j + ib_j \quad (4)$$

식 (1)은 전형적인 복소수 고유값 문제로 상용화된 IMSL(특이값 서브루틴)을 이용하여 수치해석적으로 구하여 그 고유값의 허수로부터 고유진동수를 산출한다.

Fig. 1은 NC선반의 주축을 총 20개의 요소(element)와 21개의 절점(node)으로 이산시킨 유한요소 모델이다. 이 때 중공축의 외경 변화와 요소의 길이를 고려하여 각 절점들을 구성하였다. 두 개의 베어링은 주축의 7번과 19번 절점에 있으며 강성이 x, y 방향으로 2,700 N/μm인 스프링 요소이다.

주축의 임계속도(critical speed)는 고유값(eigenvalues)의 허수부인 고유진동수와 일치되는 주축의 회전속도로 Table 1과 같다.

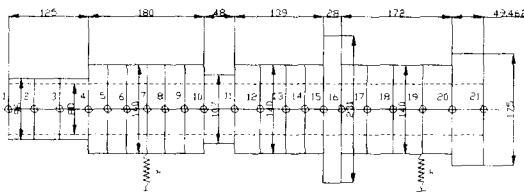


Fig. 1 주축의 유한요소 모델

Table 1 주축의 임계속도

1번째 임계속도	2번째 임계속도	3번째 임계속도
1115 Hz	1569 Hz	1644 Hz
66896 rpm	94141 rpm	98636 rpm

2.2 운전 조건에 따른 가진 주파수

소형 NC공작기계의 동력 전달계는 Fig. 2와 같으며, ①번 축은 구동축을, ②번 축은 전달축을, 그리고 ③번 축은 주축을 나타낸다.

기어의 잇수와 동작속도를 감안한 운전조건에 따른 각 기어들의 가진주파수는 각 기어열의 회전주파수와 기어 잇수의 곱과 같으며⁽³⁾ 식 (5)와 같다.

$$\text{가진주파수} = \text{기어열의 회전주파수} \times \text{기어잇수} \quad (5)$$

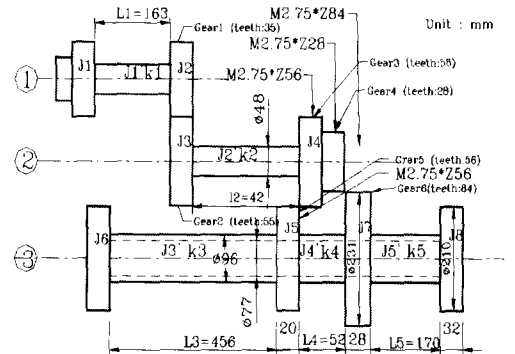


Fig. 2 Gear-Shaft 시스템의 개략도

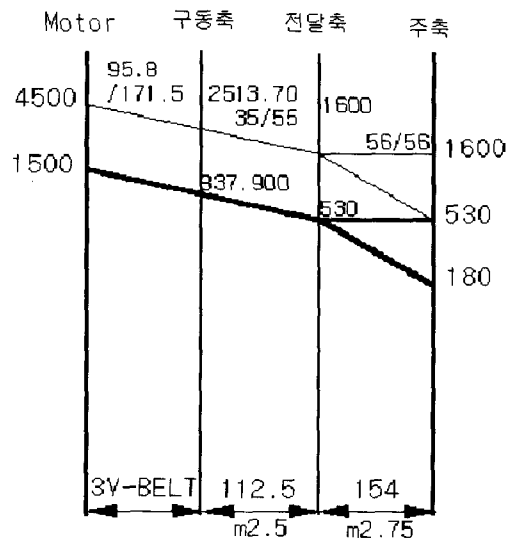


Fig. 3 NC선반의 동작속도별 운전조건(단위 : rpm)

Table 2 각 기어열의 회전주파수

모터회전속도	각 기어열의 회전주파수(Hz)		
	구동축	전달축	주축
고속(4500rpm)	41.9	26.7	26.7 / 8.84
저속(1500rpm)	14.0	8.84	8.84 / 3.0

Table 3 운전조건에 따른 각 기어들의 가진주파수

(a) 모터회전 : 4500rpm 일 때

각 기어들의 가진주파수(Hz)	각 기어열의 운전조건		
	중립	고속단 (1600rpm)	저속단 (530rpm)
기어①	1466.325	1466.325	1466.325
기어②	1466.63	1466.63	1466.63
기어③	1493.296	1493.296	1493.296
기어④	746.648	746.648	746.648
기어⑤		1493.196	494.6648
기어⑥		2239.994	741.9972

(b) 모터회전 : 1500rpm 일 때

각 기어들의 가진주파수(Hz)	각 기어열의 운전조건	
	중립	고속단(530rpm)
기어①	488.775	488.775
기어②	485.8315	485.8315
기어③	494.6648	494.6648
기어④	247.3324	247.3324
기어⑤		494.6648
기어⑥		741.9972

Fig. 3은 NC 선반의 동작속도에 따른 운전조건을 보여 주고 있다. 운전조건에 따른 각 기어열의 회전 주파수는 Table 2와 같으며, 운전조건에 따른 각 기어들의 가진주파수를 계산한 결과는 Table 3과 같다.

2.3 Gear-Shaft System의 비틀림 진동 해석

Fig. 2의 Gear-Shaft 시스템에 대하여 각 축의 기어는 디스크로서 서로 맞물려 작용하는 비틀림계라고 가정하면 Fig. 4와 같이 해석적으로 모델링할 수 있다.

j 번째 질량관성 모멘트 J_j 는 디스크의 관성모멘트와 j 번째와 $j+1$ 번째 사이의 보의 관성모멘트를 합한 값의 이등분 값이다. 그리고 j 번째 스프링의 강성 K_j 는 식 (6)과 같다.

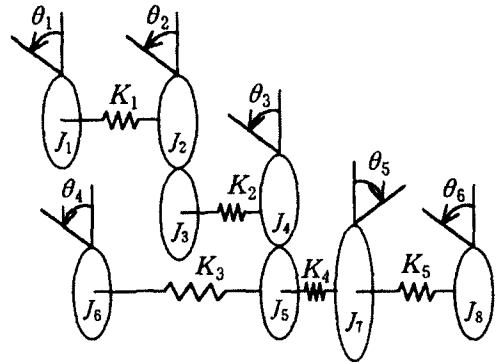


Fig. 4 Gear-Shaft 시스템의 수학적 모델링

$$K_j = \frac{G_j I_j}{L_j} \tag{6}$$

여기서 G 는 전단계수, I 는 축 단면의 극관성모멘트이다. 각 디스크의 질량관성모멘트 J_j 에 대한 진동계의 운동방정식은 Lagrange 방정식을 이용하여 일반좌표 항으로 간단하게 유도된다.^(4,9) n 자유도계 비보존계에 대한 Lagrange 방정식은 식 (7)과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) = \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0 \tag{7}$$

$j = 1, 2, L, n$

여기서 $\dot{q}_j (= \partial q_j / \partial t)$ 는 일반화 속도이다.

식 (7)은 n 개의 일반 좌표 각각에 대응하는 n 개의 미분방정식을 갖는 시스템을 나타낸다. 운동에너지 T 와 위치에너지 V 를 구하여 식 (7)에 대입하면 식 (8)과 같이 표현된다.

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\dot{\theta}\} = 0 \tag{8}$$

여기서 J 는 시스템의 질량관성행렬, K 는 시스템의 비틀림 강성행렬을 나타낸다.

구동축, 전달축, 그리고 주축에 대하여 각 축과 축에 부착된 기어들을 고려한 5가지 case에 대하여 비틀림 진동 해석을 수행하였다.

중립

(Case 1) 구동축과 전달축만을 고려한 경우

고속단

각 축들이 모두 구동될 때 전달축과 주축은 56 : 56의

기어비로 동력을 전달한다.

(Case 2) 주축의 비틀림을 고려한 경우

(Case 3) 주축의 비틀림을 고려하지 않는 경우

지속단

각 축들이 모두 구동될 때 전달축과 주축은 28 : 84의 기어비로 동력을 전달한다.

(Case 4) 주축의 비틀림을 고려한 경우

(Case 5) 주축의 비틀림을 고려하지 않는 경우

중립상태(Case 1)에 대한 시스템의 질량관성행렬과 비틀림 강성행렬은 다음과 같다.

$$[J] = \begin{bmatrix} 0.037155 & 0 & 0 \\ 0 & 0.012026 & 0 \\ 0 & 0 & 0.008067 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 0.4409 \times 10^6 & -0.6926 \times 10^6 & 0 \\ -0.6926 \times 10^6 & 1.9758 \times 10^6 & -0.8871 \times 10^6 \\ 0 & -0.8871 \times 10^6 & 0.8871 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

각 Case의 비틀림 고유진동수는 Jacobi method를 이용하여 구하였고 그 결과는 Table 4와 같다.

Table 4 비틀림 진동 해석결과

Case No.	#1	#2	#3	#4	#5
고유 진동수 (Hz)	4.2998	2.794	0	4.0241	0
	1145.30	45.716	465.848	465.848	742.202
	2436.38	1162.30	2118.44	1232.58	1487.40
		1487.06	3924.63	1513.83	2243.87
		2122.01		2275.69	
		3273.27			

2.4 충격 시험

Fig. 5는 기어박스의 충격 시험을 개략적으로 나타낸 것이다. 충격 시험¹⁰⁾은 Fig. 5와 같이 500N의 충격 해머(impact hammer)로 기어박스의 정면, 윗면 및 Chuck면에 가진시키고 측정범위(measuring range) ±50g의 가속도계(accelerometer)로 박스의 응답 신호를 감지한다.

충격해머로부터의 입력 신호와 가속도계로 부터의 응답 신호를 주파수 응답 분석기(FFT)에 연결하여 두 신호 사이의 전달함수를 주파수 영역에서 분석함으로써 기어박스 벽면의 실험적인 고유진동수를 구하였다.

Fig. 6의 기어박스의 각 벽면에 대해 충격시험을 실시한

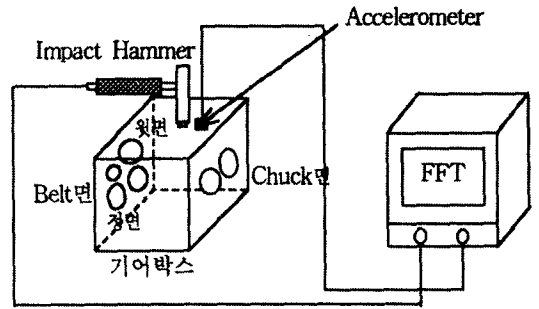


Fig. 5 NC 선반의 충격 시험 장치도

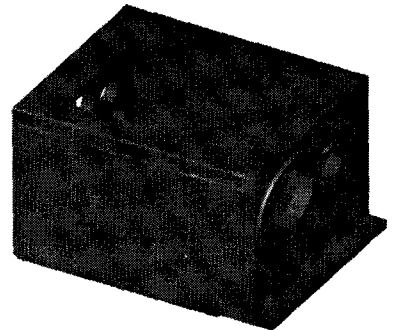
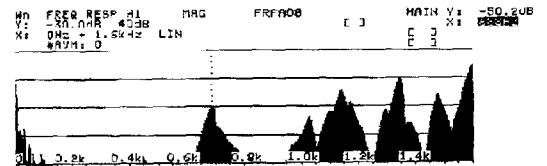
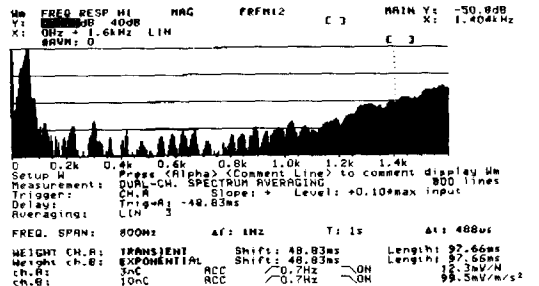


Fig. 6 기어박스 형상



(a) 정면



(b) Chuck면

Fig. 7 기어박스 충격시험에 대한 주파수 응답

Table 5 충격시험에 의한 각 면의 고유진동수

측정면	정면	윗면	Chuck면
실험 고유 진동수 (단위:Hz)	674	176	698
	1030	376	1030
	1160	578	1112
	1216	648	1152
	1332	825	1358
	1476	998	1480
	1516	1392	
		1526	

결과 Table 5와 같으며 Fig. 7에는 정면과 Chuck면에 대한 충격시험 결과를 나타내고 있다.

2.5 진동원인 분석 결과

주축의 횡진동 해석 결과, 시스템의 1차 임계속도는 66896 rpm에 존재함을 알 수 있다. 그러나 시스템의 운전속도 범위는 530~1600 rpm이므로 횡진동에 의한 공진은 발생하지 않을 것으로 판단된다.

Table 4의 Gear-Shaft 시스템의 비틀림 고유진동수와 Table 3의 가진주파수를 비교한 결과, 465Hz, 740Hz 그리고 1480Hz 대역의 비틀림 고유진동수가 기어열의 가진 주파수 대역에 존재함을 알 수 있다. 이는 공진에 의한 과대진동을 야기할 가능성이 많음을 예상할 수 있다.

또한 기어박스 벽면의 충격시험 결과, 기어박스의 정면과 chuck면의 1480Hz 대역의 고유진동수가 기어열의 가진 주파수 대역에 존재함을 알 수 있다.

3. 진동 방지 대책

3.1 기어 잇수비 변경

기존의 기어박스의 크기를 변경시키지 않고, 즉 각 기어의 지름을 그대로 유지하고 또, 주축의 동작속도를 그대로 유지하여야 하는 설계 조건하에서 기어열의 가진주파수와 Gear-shaft 시스템의 비틀림 고유진동수와 공진문제를 해결하기 위하여 축간의 잇수비를 그대로 유지한 채 기어의 module 즉, 기어 잇수를 변경하였다. Fig. 1에서 기어 1, 2의 잇수비를 35/55에서 40/63으로, 기어 3, 5의 잇수비는 56/56에서 62/62로, 그리고 기어 4, 6의 잇수비는 28/84에서 22/66으로 재설계하였다.

Table 6 기어 잇수비 재설계후 운전조건에 따른 각 기어의 가진주파수

(a) 모터회전 : 4500rpm 일 때

각 기어들의 가진주파수	각 기어열의 운전조건		
	중립	고속단 (1600rpm)	저속단 (530rpm)
기어① (Hz)	1843	1843	1843
기어② (Hz)	1843	1843	1843
기어③ (Hz)	1656	1656	1656
기어④ (Hz)	587	587	587
기어⑤ (Hz)		1656	505
기어⑥ (Hz)		583	1756

(b) 모터회전 : 1500rpm 일 때

각 기어들의 가진주파수	각 기어열의 운전조건	
	중립	고속단(530rpm)
기어① (Hz)	560	560
기어② (Hz)	557	557
기어③ (Hz)	552	552
기어④ (Hz)	194	194
기어⑤ (Hz)		552
기어⑥ (Hz)		583

Table 6은 각 기어 잇수비의 재설계 후, 운전조건에 따른 기어들의 가진 주파수의 계산 결과를 보여 주고 있다.

Table 6과 Table 4를 비교한 결과, 기어 잇수비 재설계 후 공진의 우려가 있는 465Hz, 740Hz와 1480Hz 대역의 진동수가 나타나지 않는 것을 확인하였다.

3.2 보강재 설치

Fig. 6의 기어박스의 충격시험 결과[Table 5] 윗면 부의 170Hz, 570Hz 대역의 고유진동수가 잇수비 재설계 후의 가진 주파수 대역[Table 6]에 존재하므로 기어박스 벽면의 고유진동수를 변화시키기 위하여 기어 트레인의 형상, 각 축사이의 위치 및 각 축의 보완지지 등을 고려하여 Fig. 8과 같이 기어박스의 윗부분과 양 옆부분에 보강재를 설치하였다.

보강 후 기어박스의 충격시험 결과, Table 7과 Fig. 9에서 보는 바와 같이 170Hz, 570 Hz 대역의 고유진동수는 없어졌으며 모든 주파수 대역이 공진을 피할 수 있는 충분한 여유를 가짐을 알 수 있다.

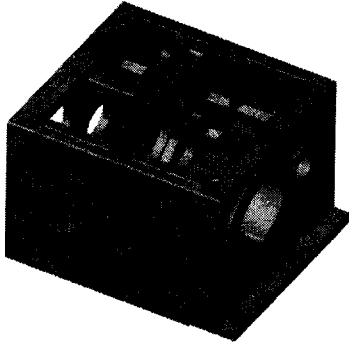
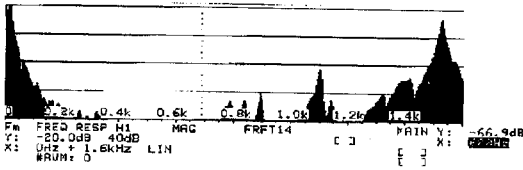
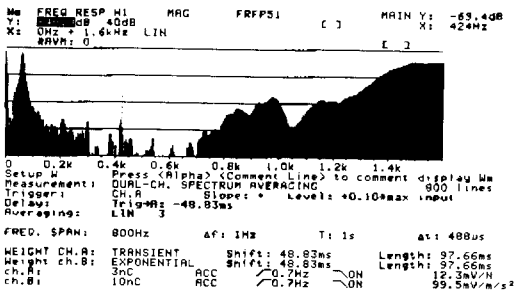


Fig. 8 보강후 기어박스



(a) 정면



(b) Chuck면

Fig. 9 보강후 기어박스 충격시험에 대한 주파수 응답

Table 7 보강후 충격시험에 의한 각 면의 고유진동수

측정면	정면	윗면	Chuck면
	844	376	324
	960	658	838
실험 고유	1050	978	898
진동수	1160	1132	1102
(단위: Hz)	1244	1298	1140
			1322
			1528

4. 결론

- (1) 자동선반 기어박스의 진동발생 원인을 분석하기 위하여 주축의 횡진동 해석에 의한 위험속도와 동작속도의 비교 및 운전조건에 따른 가진주파수 분석, Gear-shaft 시스템의 비틀림 해석, 그리고 기어박스에 대해 충격시험을 수행하여 가진주파수와 각 고유진동수와의 비교하였다.
- (2) 운전조건에 따른 각 기어들의 가진주파수들과 Gear-shaft 시스템의 비틀림 고유진동수를 비교 분석한 결과, 465Hz, 740Hz와 1480Hz 대역에서 공진의 우려가 있어 기어 1, 2의 잇수비를 35/55에서 40/63으로, 기어 3, 5의 잇수비는 56/56에서 62/62로, 그리고 기어 4, 6의 잇수비는 28/84에서 22/66으로 재설계하였다. 재설계된 각 기어들의 가진주파수들과 Gear-shaft 시스템의 비틀림 해석 결과 비교 분석한 결과, 공진의 우려가 있는 465Hz, 740Hz와 1480Hz 대역의 진동수 대역이 나타나지 않는 것을 확인하였다.
- (3) 기어박스 윗면 부의 170 Hz, 570Hz 대역의 고유진동수가 잇수비 재설계 후의 가진 주파수 대역에 존재함으로 기어박스 벽면의 고유진동수를 변화시키기 위하여 기어 트레인의 형상을 고려하여 기어박스의 윗부분과 양 옆부분에 보강재를 설치하였고, 그 결과 170Hz, 570 Hz 대역의 고유진동수는 없어졌으며 모든 주파수 대역이 공진을 피할 수 있는 충분한 여유를 가지게 되어 자동선반 기어박스의 진동에 대한 방지책을 마련하였다.

참고 문헌

- (1) Palazzolo, A. B., 1981, "Vibrations of Locally Modified Mechanical and Structural Systems", Dissertation, Mechanical Engineering, University of Virginia.
- (2) Kim, C., 1995, "Magnetic Bearing Eddy Current Effects on Rotordynamics System Response", Dissertation, Mechanical Engineering, Texas A&M University. pp.15~25.
- (3) William T. Thomson, 1998, "Theory of Vibration with Applications",

- (4) Andrew Dimarogonas, 1996, "Vibration for Engineers", 2nd Edition, pp. 314~361.
- (5) Rao, S. S., 1991, "Mechanical Vibration", 2nd Edition, pp. 290~311.
- (6) Rao, J. S., 1983, "Rotor Dynamics", 2nd edition, pp. 9~24.
- (7) John M. Vance, 1987, "Rotordynamics of Turbomachinery", pp. 57~115.
- (8) Wilson, W. K., 1965, "Practical Solution of Torsional Vibration Problems", Vol. III.
- (9) M. L. James, G. M. Smith, J. C. Wolford, P. W. Whaley, 1989, "Vibration of Mechanical and Structural Systems : With Microcomputer Applications",
- (10) Kenneth G. McConnell, 1995, "Vibration Testing: Theory and Practice", pp. 23~35.