

기동하는 표적의 추적을 위한 연합형 가변차원 입력추정필터

Federated Variable Dimension Kalman Filters with Input Estimation for Maneuvering Target Tracking

황보 승욱, 홍금식, 최성린, 최재원
(Seong-Wook Hwang Bo, Keun-Shik Hong, Sung-Lin Choi, and Jae-Won Choi)

Abstract : In this paper, a tracking algorithm for a maneuvering single target in the presence of multiple data from multiple sensors is investigated. Allowing individual sensors to function by themselves, the estimates from individual sensors on the same target are fused for the purpose of improving the state estimate. The filtering method adopted in the local sensors is the variable dimensional filter with input estimation technique, which consists of a constant velocity model and a constant acceleration model. A *a posteriori* probability for the maneuvering hypothesis is newly derived. It is shown that the relation function of the *a posteriori* probability is a function of only the covariance of the fused estimates. Simulation results are provided.

Keywords : Kalman filter, maneuvering target tracking, sensor fusion, federated filters, variable dimensional filter with input estimation.

I. 서론

기동(maneuver)하는 표적의 추적에 대한 연구는 다양하게 발표되고 있다[1][2][4][6]-[9][13][22]-[24]. 기동이라 함은 표적이 등속도 운동을 하다가 기동입력에 의해 가속도 운동으로 변하게 되는 것을 의미한다. 일반적으로 단일센서(single sensor) 환경에서 최적의 추적필터는 표적의 운동을 표현할 수 있는 최소차수의 모델을 적용함으로써 얻을 수 있다고 알려져 있다. 그러므로 표적이 기동하지 않을 경우에는 등속도 운동모델을 사용하여 표적의 상태를 추정하고, 표적의 기동이 있을 경우에는 등가속도 운동모델로 전환하여 표적의 상태를 추정하는 기법이 제안되고 있다[6].

등속도 운동모델에서 등속의 표적이 갑자기 기동을 하면 추적필터의 잔류오차가 증가하게 된다. 잔류오차의 증가는 등속도 운동모델에 추가된 외부 입력으로 발생하기 때문에, 추적필터의 잔류오차에 대한 정보로부터 표적의 기동입력을 추정하는 입력추정기법이 제안되고 있다[2][9][13][22]. Bogler[9]는 표적의 기동입력 뿐만 아니라 기동시점까지도 추정할 수 있는 기법을 제안하고 있다. 민병윤 외 2인[1]은 기동하는 표적에 대해 기존의 칼만필터를 사용하지 않고 FIR필터를 이용하여 계산량을 줄일 수 있음을 제안하고 있다. Park의 2인[22]은 가변차원(variable dimension)기법과 입력추정(input estimation) 기법을 결합한 가변차원 입력추정필터를 제안하고 있으며, 기동입력추정의 전과정을 순환적(recursive)구조로 유도하여 입력추정과정에서의 계산량을 줄이고 있다.

그러나, 기동표적의 상태추정은 센서에서 수리되는 측정치에 의존하므로, 단일센서보다는 다중센서(multiple

sensors) 환경에서 좀 더 정확한 상태추정이 이루어질 수 있다. 단일센서로서는 다양한 형태의 표적을 측정하기 어렵고, 측정시간 간격도 일정하게 정해진다. 그러므로 다중센서 환경에서 표적추적 기법에 대한 연구의 중요성이 부각된다. 또한, 다중센서를 보유한 상황에서 개개의 센서들은 평상시에는 독립적으로 운용하되 동일한 표적에 대해서 여러 개의 데이터가 얻어질때 이들 데이터를 융합하여 추적성능을 높이고자 하는 것은 당연한 일이다.

다수의 센서들로부터 수리된 측정치를 융합하고 최종적인 추정치를 얻는 방법에는 시스템의 구현방법에 따라서 중앙집중형(centralized) 구조와 분산처리형(decentralized) 구조[16][18]가 있다. 그리고 이 두 가지의 혼합된 형태가 연구 중에 있다[3][11][12][15]. 중앙집중형 구조는 모든 측정치를 중앙처리부에서 동시에 처리하여 표적의 상태를 추정하는 방법으로써 중앙집중형 칼만필터(centralized Kalman filter)가 이에 속한다. 즉, 모든 측정치를 하나의 중앙필터에서 처리하는 방식이다. 분산처리형 구조에는 여러 개의 센서로부터 나오는 측정치를 각 센서에 국한된 부필터(local filter)에서 필터링하고 얻어진 상태추정치를 중앙처리부로 전송하는 방식으로, Hashemipour[16]가 제시한 분산형 칼만필터(decentralized Kalman filter)가 이에 속한다. 분산형 칼만필터는 각 센서에 속한 부필터에서 표적의 상태를 일차 추정하고 중앙처리장치의 주필터(master filter)에서 이를 융합(fusion)하여 표적의 상태를 추정하는 구조이다. 여기서 부필터는 각각의 센서에서 운용되는 칼만필터를 의미하며, 주필터는 각각의 부필터에서 나온 상태추정치와 오차 공분산행렬을 융합하여 최종적인 상태추정치와 오차 공분산행렬을 계산하는 중앙처리부의 필터라고 할 수 있다.

분산형 칼만필터는 융합된 정보가 다시 부필터로 피드백 되지 않는데 비하여 연합형 칼만필터(federated

접수일자 : 1998. 7. 22., 수정완료 : 1999. 6. 28.

황보승욱 : 부산대학교 대학원, 현재 한국생산기술연구원

홍금식, 최재원 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

최성린 : 국방과학연구소

Kalman filter)는 융합된 추정치를 부필터에서 다음 스텝에서의 상태를 추정하기 이전에 각각의 부필터로 재분배하게 된다. Carlson[11][12]은 정보량 분배법칙을 이용하면 연합형 칼만필터의 결과식이 중앙집중형 칼만필터와 동일하게 됨을 보이고 있다.

일반적으로 다중센서 환경에서 측정치의 융합과 필터링에 관한 연구는 일반적인 칼만필터만을 이용하여 응용분야의 상황에 적합하게 구현하는 방식으로 발전되고 있다. 이러한 예들은 global positioning system 분야에서 많이 찾을 수 있다. 그러나, 추적필터의 경우에는 표적의 기동성 때문에 고정된 차원의 칼만필터 만으로는 표적의 상태를 정확하게 추정할 수 없다.

본 논문에서는 다중센서 환경에서 단일표적이 등속으로 운동을 하다가 기동입력에 의해 등가속도 운동을 하거나, 등가속도 운동에서 새로운 등가속도 운동을 할 경우, 그리고 등가속도 운동에서 등속도 운동으로 다시 전환하는 다양한 상황에 대해서 빠르게 대처할 수 있는 추적필터의 알고리즘을 제시한다. 표적이 등속도 운동만 한다면 일반적인 칼만필터 만으로 거의 정확한 표적의 상태를 추정할 수 있다. 하지만, 등가속도 운동으로 전환할 경우에는 기동을 발생시키는 기동입력 값을 추정할 수 있을 때 비로소 정확한 표적의 상태를 추정할 수 있다. 그러므로 기동시 칼만필터의 잔류오차와 비기동시 칼만필터의 잔류오차 정보로부터 최소사승추정(least squares estimation) 기법[5][9][19][22]을 이용하여 기동입력 값과 기동시점을 추정한다. 추적필터는 추정된 기동입력 값을 이용하여 등가속도 운동모델의 초기값을 설정하고, 표적 모델을 등가속도 운동모델로 전환하여 표적의 상태를 계속 추정한다. 그리고 등가속도 운동에서 또 다른 등가속도 운동으로 전환하는 경우에 대해서도 같은 방식으로 기동입력 추정치와 기동시점을 구할 수 있다.

본 논문의 특징을 다음과 같이 요약한다. 첫째, 표적의 기동여부에 따라 시스템방정식을 변경하는 가변차원 입력추정필터와 다중센서로 부터의 데이터를 융합하는 방법인 연합형 칼만필터를 결합한 새로운 추적필터를 유도한다. 여러 개의 센서로 동일표적을 추적할 경우 시스템방정식은 동일하지만, 측정방정식은 독립적이라고 할 수 있다. 따라서, 측정치 융합방식으로 분산형 칼만필터를 이용하여 기동가설의 사후확률을 구할 경우에는 각 센서의 측정치들 사이에는 상관함수(correlation function)가 존재하게 된다. 또한, 이러한 측정치 상관함수는 각 부필터들의 상태추정치들의 함수로 표현이 되기 때문에 계산량이 많은 것이 단점이다. 본 논문에서는 연합형 칼만필터의 융합식과 분배조건을 이용하여 기동가설의 사후확률식을 새롭게 유도한다. 유도된 기동가설의 사후확률식에서는 측정치 상관함수가 주필터의 공분산 만의 함수로 표현이 되므로 계산량을 크게 감소시키게 된다. 또, 표적의 운동형태를 다양하게 설정하고, 이에 적합한 추적필터의 알고리즘을 제시하였다. 여기서, 모든 계산과정은 순환적인 구조를 갖도록 유도하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 연합형 칼

만필터의 구조에 대해 살펴보고, III장에서는 다중센서 환경에서 표적이 등속도 모델에서 기동을 할 경우와 등가속도 모델에서 기동을 할 경우에 대해 표적의 기동입력을 추정할 수 있는 알고리즘을 살펴본다. IV장에서는 시뮬레이션을 통해서 각 센서의 부필터와 중앙의 주필터 사이의 필터링 단계에서 기존의 분산형 칼만필터를 이용한 기동하는 표적의 추적필터 보다 연합형 칼만필터와 가변차원 입력추정필터를 결합한 추적필터의 구조가 우수한 추적성능을 가짐을 보인다. V장에서 결론을 기술한다.

II. 연합형 칼만필터

본 절에서는 다중센서 환경에서 가속도 변화가 없는 표적의 상태추정방법에 대하여 기술한다. 다중센서 시스템의 구조로는 직렬(cascade)구조와 병렬(parallel)구조로 분류될 수 있다. 병렬구조는 직렬구조보다 처리속도에서 빠르고 다양한 측정치를 수리할 수 있다는 장점이 있다. 병렬형 다중센서 환경에서 구현되는 것으로써 집중형 및 분산형 칼만필터가 있으며, 분산형 칼만필터에 정보 재분배 개념을 도입한 연합형 칼만필터가 있다. 그림 1은 연합형 칼만필터의 구조를 보이고 있다.

1. 등속도 모델

N개의 다중센서 환경에서 표적이 2차원 등속도 운동을 할 경우 표적의 시스템방정식 및 측정방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$x(t+1) = Fx(t) + Gv(t), \tag{1}$$

$$z_i(t) = H_i x(t) + w_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{2}$$

여기서,

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

$x \in R^4, v \in R^2, z_i \in R^2, w_i \in R^2$ 이다. T는 샘플링 시간이다. $z_i(t)$ 는 i번째 센서에 수리되는 표적추정치들을 나타내며,

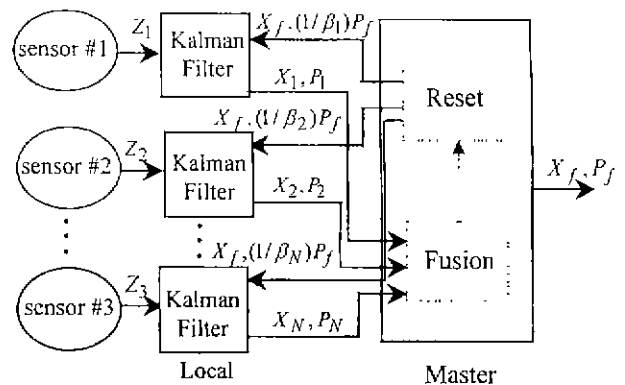


그림 1. 연합형 칼만필터의 구조.
Fig. 1. The structure of federated Kalman filters.

본 논문에서는 직교좌표계에서 표적의 x 방향 및 y 방향의 위치를 측정하는 것으로 한다. $w_i(t)$ 는 i 번째 센서에서의 측정잡음, 그리고 $v(t)$ 는 표적의 공정잡음을 나타낸다. 동일표적의 경우에 (1)의 시스템방정식은 각 센서마다 동일하지만, 측정방정식은 센서에 따라 측정잡음 공분산이 달라지게 된다. 모든 센서는 각각 독립적으로 작동하며 표적추정치의 검출확률은 1로 가정한다. 공정잡음과 측정잡음은 영평균 백색 정규 잡음(zero mean white Gaussian noise)이라 가정하고, 상태벡터의 초기값과 공정잡음은 서로 연관성이 없다고 보면 다음 식을 만족한다.

$$E[v(t)] = 0, \quad E[Gv(t)v^T(m)G^T] = Q(t)\delta_{tm}, \quad (3)$$

$$E[w_i(t)] = 0, \quad E[w_i(t)w_i^T(m)] = R_i(t)\delta_{tm}, \quad t = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

이제, 위와 같은 표적모델들을 근거로 하여 다중센서에서의 칼만필터 구조를 살펴본다. 연합형 칼만필터는 이전 시간의 주필터에서 융합된 표적의 상태추정치와 오차공분산을 정보량 분배의 법칙에 따라서 각각의 부필터에 재분배(reset mode)하고, 분배된 상태추정치 및 오차공분산 값을 이용하여 부필터에서는 현재시간에서 얻어진 측정치를 활용하여 상태추정치와 오차공분산을 갱신하게 된다. 이를 주필터에서 다시 융합하여 최적의 표적 상태 추정치를 얻는 구조로 되어 있다. 분산형 칼만필터와의 다른 점은 정보량 분배계수와 상태변수의 융합-재분배(fusion-reset)에 있다. 각 부필터의 필터링된 추정치와 공분산 만을 이용하여 주필터에서 융합하므로 계산량이 줄어든 것이 장점이다. 연합형 칼만필터의 수학적 표현을 간략히 유도한다[3][11][12].

(1)과 (2)에 대한 중앙집중형 칼만필터의 상태추정치와 오차공분산식들을 살펴보자[11][12][15].

$$\hat{x}(t|t-1) = F\hat{x}(t-1|t-1), \quad (5)$$

$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + P(t|t) \sum_{i=1}^N H_i^T R_i^{-1}(t) [z_i(t) - H_i \hat{x}(t|t-1)], \quad (6)$$

$$P(k|k-1) = FP(k-1|k-1)F^T + Q(k-1), \quad (7)$$

$$P(t|t) = P(t|t-1) - P(t|t-1) \sum_{i=1}^N H_i^T [H_i P(t|t-1)H_i^T + R_i^{-1}(t)]^{-1} H_i P(t|t-1). \quad (8)$$

중앙집중형에서는 (6)에서처럼 각 센서들로부터의 측정치 융합과 상태벡터 추정치의 갱신이 동시에 이루어진다. 그러나, 연합형 칼만필터의 경우에는 각 센서마다 독립적인 부필터가 작동하게 되는데, 그들의 상태추정치와 오차공분산식들은 다음과 같다.

$$\hat{x}_i(k|k-1) = F\hat{x}_i(k-1|k-1), \quad (9)$$

$$\hat{x}_i(t|t) = \hat{x}_i(t|t-1) + P_i(t|t)H_i^T R_i^{-1}(t)[z_i(t) - H_i \hat{x}_i(t|t-1)], \quad (10)$$

$$P_i(k|k-1) = FP_i(k-1|k-1)F^T + Q_i(k-1), \quad (11)$$

$$P_i(t|t) = P_i(t|t-1) - P_i(t|t-1)H_i^T [H_i P_i(t|t-1)H_i^T + R_i^{-1}(t)]^{-1} H_i P_i(t|t-1), \quad (12)$$

여기서 $i = 1, 2, \dots, N$ 이다. 만약, N 개의 상태추정치가 서로 독립이라면 추정오차를 최소화 하는 최적의 융합식은 일반화된 밀만(Milman)의 정리[19]에 의해 융합될 수 있다. 즉, 서로 독립인 추정치 $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N$ 과 이들의 오차공분산을 P_1, P_2, \dots, P_N 이라 할 때, 최적의 추정치 및 오차공분산은 다음과 같다.

$$P = [P_1^{-1} + P_2^{-1} + \dots + P_N^{-1}]^{-1}, \quad (13)$$

$$P^{-1}\hat{x} = [P_1^{-1}\hat{x}_1 + \dots + P_N^{-1}\hat{x}_N]. \quad (14)$$

그러나, 단일표적의 경우 각 부필터의 시스템방정식은 같고 측정방정식만 독립으로 볼 수 있으므로 각 부필터들로부터의 상태추정치가 서로 독립이라 할 수 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 Carlson[11]은 주필터에서 최종적으로 융합된 결과치를 매 스텝마다 부필터로 재분배하는 연합형 칼만필터 방식을 제안하고 있다.

예비정리[11] : 시스템방정식 (1), (2)와 각 부필터 (9)-(12)를 고려하자. 부필터의 추정치와 오차공분산을 주필터에서 다음과 같이 융합하자.

$$P(t|t) = [P_1^{-1}(t|t) + P_2^{-1}(t|t) + \dots + P_N^{-1}(t|t)]^{-1}, \quad (15)$$

$$\hat{x}(t|t) = P(t|t)[P_1^{-1}(t|t)\hat{x}_1(t|t) + \dots + P_N^{-1}(t|t)\hat{x}_N(t|t)] \quad (16)$$

또한, 각 센서들에 대한 정보량 분배계수 β_i 를 다음과 같이 정의하자

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{\beta_i} = 1, \quad 0 \leq \frac{1}{\beta_i} \leq 1. \quad (17)$$

이제, 각 부필터에 대한 정보분배를 다음과 같이 실시하면 (15), (16)과 같이 융합된 연합형 칼만필터의 최종 추정치는 중앙집중형 칼만필터 (5)-(8)의 결과와 동일하게 된다.

1) 부필터의 초기상태 설정 :

$$P_i(0) = \beta_i P(0), \quad i = 1, \dots, N, \quad (18)$$

$$\hat{x}_i(0) = \hat{x}(0), \quad i = 1, \dots, N. \quad (19)$$

2) 추정치 및 공분산의 재분배 :

$$P_i(t|t) = \beta_i P(t|t), \quad i = 1, \dots, N, \quad (20)$$

$$\hat{x}_i(t|t) = \hat{x}(t|t) \quad i = 1, \dots, N, \quad (21)$$

$$Q_i(t) = \beta_i Q(t), \quad i = 1, \dots, N \quad (22)$$

2. 등가속도 모델

표적이 등가속도 운동을 할 경우 시스템방정식과 각 센서의 측정방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x(t+1) = Fx(t) + Gv(t), \quad (23)$$

$$z_i(t) = H_i x(t) + w_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (24)$$

여기서, $x \in R^6, v \in R^2, z_i \in R^2, w_i \in R^2$,

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

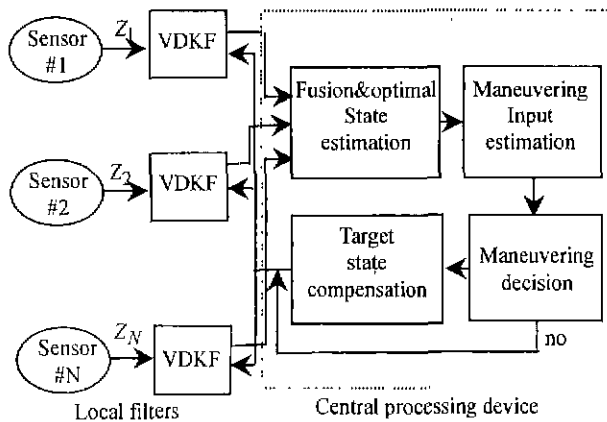
이며, 공정잡음, 측정잡음 및 샘플링 시간 T 에 대한 정의는 등속도 운동모델과 동일하다.

$$E[v(t)] = 0, E[Gv(t)v^T(m)G^T] = Q(t)\delta_{tm}, \quad (25)$$

$$E[w_i(t)] = 0, E[w_i(t)w_i^T(m)] = R_i(t)\delta_{tm}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (26)$$

III. 기동표적의 상태추정

본 절에서는 속도 변화가 있는 표적에 대하여 상태벡터와 기동입력의 추정방법에 대하여 기술한다. 그림 2는 입력추정을 수행하는 가변차원의 연합형 칼만필터에 대한 구조를 보이고 있다. 본 논문에서는 관계식의 표현을 간단하게 하기 위하여 센서의 수를 2개로 제한한다. 그러나, 일반적인 경우에도 같은 방식으로 전개될 수 있다. 먼저, 1절에서 표적이 등속도 운동을 하다가 기동이 발생할 경우 상태추정 및 기동발생 여부를 판별할 수 있는 방법에 대해 서술한다. 기동의 발생은 칼만필터의 잔류오차를 분석함으로써 판별한다. 이와 동시에 기동시점도 추정을 하고 기동입력 값이 가속도항이 되므로, 표적의 상태변수에 기동입력 값을 추가한 등가속도 운동모델로



VDKF : Variable Dimensional Kalman Filter

그림 2. 입력추정을 이용한 연합형 가변차원 칼만 필터의 구조.

Fig. 2. The structure of federated variable dimensional Kalman filters.

전환하기 위한 초기치 설정방법에 대해서도 기술한다. 2절에서는 표적이 등가속도 운동을 하다가 또 다른 등가속도로 기동을 할 경우나 등속운동으로 다시 전환하는 경우에 대해 기동입력과 기동시점을 추정한다.

1. 등속운동 중에 기동 발생시 기동입력 추정

본 절의 표적추적의 대상은 2차원 공간상에서 기동하는 표적으로 한다. 먼저 등속도 운동모델에서 표적이 기동을 할 경우 기동입력 값과 기동시점을 추정한다. 표적이 기동을 하면, 시스템 방정식은 등속모델의 (1)에서 다음과 같이 기동모델로 다르게 표현할 수 있다.

$$x(t+1) = Fx(t) + Bu(t) + v(t), \quad (27)$$

여기서 $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix}$ 이며, F 와 $v(t)$ 는 (1)식과 동일하다.

그러므로, 기동전의 각 부필터에서의 상태추정식은 등속도 운동모델을 이용한 칼만필터로써 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{x}_i(t|t) = F\hat{x}_i(t-1|t-1) + K_i(t)[z_i(t) - H_iF\hat{x}_i(t-1|t-1)], \quad t \leq n, i = 1, 2 \quad (28)$$

여기서, $K_i(t)$ 는 각 부필터의 칼만필터 게인이다. 그리고, 시간 $t = n$ 에서 표적이 기동입력 $u(t)$ 로 기동하였다고 가정하면 표적의 상태추정식은 기동모델 (27)에 의해 다음과 같이 된다.

$$\hat{x}_i(t|t) = F\hat{x}_i(t-1|t-1) + Bu(t-1) + K_i(t)[z_i(t) - H_i(F\hat{x}_i(t-1|t-1) + Bu(t-1))], \quad t > n, i = 1, 2. \quad (29)$$

따라서, 표적의 기동시점 $t = n$ 과 그 시점에서 입력되는 기동입력 값 $u(t)$ 를 알 수 있다면 (29)로부터 표적의 기동시점 이후의 상태도 계속적으로 추정할 수 있다.

표적이 시간 $t = n$ 에서 일정한 가속도 입력 u 의 크기로 기동을 개시하는 경우의 가설을 $\Omega(n)$ 이라 표시하고, 기동이 없을 경우를 $\Omega(0)$ 라고 표시하자. 또, 기동시 상태추정치를 $\hat{x}_i^{\Omega}(t|t)$ 라 하고, 비기동시 상태추정치를 $\hat{x}_i(t|t)$ 라고 표시하자. 표적이 기동할 경우와 기동하지 않을 경우에 대한 부필터의 상태추정식들 사이의 관계식을 유도하기 위하여, 부필터의 칼만필터 전이행렬(transition matrix)을 $T_i(t)$ 로 표시하고, 다음과 같이 정의한다.

$$T_i(t) \equiv [I - K_i(t)H_i]F, \quad i = 1, 2. \quad (30)$$

그러면 (28)과 (30)으로부터 기동검출 이전까지 부필터의 상태추정식은 다음과 같다.

$$\hat{x}_i(t|t) = T_i(t)\hat{x}_i(t-1|t-1) + K_i(t)z_i(t), \quad t \leq n, i = 1, 2. \quad (31)$$

그러나, 기동검출 이후의 상태추정식은 (29)와 (30)으로부터 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^{\Omega}(n+1|n+1) &= T_i(n+1)\hat{x}_i^{\Omega}(n|n) + T_i(n+1)F^{-1}Bu(n) \\ &\quad + k_i(n+1)z_i(n+1) \\ &= T_i(n+1)\hat{x}_i(n|n) + T_i(n+1)F^{-1}Bu(n) \\ &\quad + k_i(n+1)z_i(n+1), \\ \hat{x}_i^{\Omega}(n+2|n+2) &= T_i(n+2)T_i(n+1)\hat{x}_i(n|n) \\ &\quad + T_i(n+2)T_i(n+1)F^{-1}Bu(n+1) \\ &\quad + T_i(n+2)F^{-1}Bu(n) \\ &\quad + T_i(n+2)k_i(n+1)z_i(n+1) \\ &\quad + k_i(n+2)z_i(n+2) \end{aligned} \quad (32)$$

$i=1,2.$

그리고, 표적의 기동입력은 일정한 값이므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u(t-1) = u, \quad t = n+1, n+2, \quad (33)$$

기동 전후에 부필터의 상태추정식은 (30)-(33)을 이용하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{x}_i^{\Omega}(t|t) = \hat{x}_i(t|t) + T_i^{\Omega}(t)Bu, \quad i=1,2 \quad (34)$$

여기서, $T_i^{\Omega}(t)$ 는 부필터의 기동보상 행렬이며 (30)-(33)으로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_i^{\Omega}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq n \\ T_i(t)[T_i^{\Omega}(t-1) + F^{-1}], & t > n \end{cases} \quad (35)$$

또, 주필터의 칼만필터 전이행렬을 $T(t)$ 로 표시하고, 다음과 같이 정의한다.

$$T(t) \equiv [I - K(t)H]F. \quad (36)$$

(5)-(8) 및 (18)-(22)으로 $T_i(t)$ 와 $T(t)$ 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} T_i(t) &\equiv [I - K_i(t)H_i]F \\ &= P_i(t|t)P_i^{-1}(t|t-1)F \\ &= P(t|t)P^{-1}(t|t-1)F \\ &= T(t), \quad i=1,2. \end{aligned} \quad (37)$$

즉, 부필터의 칼만필터 전이행렬과 주필터의 칼만필터 전이행렬이 서로 같다.

기동 전후에 주필터의 상태추정식을 유도하기 위해서 주필터의 기동보상 행렬을 $T^{\Omega}(t)$ 라 표시할 때, (30)-(32)의 전개과정과 (37)로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} T^{\Omega}(t) &= T_i^{\Omega}(t) = \begin{cases} 0 \\ T_i(t)[T_i^{\Omega}(t-1) + F^{-1}] \end{cases} \\ &= \begin{cases} 0, & t \leq n \\ T(t)[T^{\Omega}(t-1) + F^{-1}], & t > n. \end{cases} \end{aligned} \quad (38)$$

즉, (38)과 같이 부필터와 주필터의 기동 보상행렬도 같게 된다. 또한, 부필터 및 주필터의 상태추정식들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^{\Omega}(t|t) &= \hat{x}_i(t|t) + T_i^{\Omega}(t)Bu \\ &= \hat{x}_i(t|t) + T^{\Omega}(t)Bu, \quad i=1,2 \\ \hat{x}^{\Omega}(t|t) &= \hat{x}(t|t) + T^{\Omega}(t)Bu. \end{aligned} \quad (39)$$

i 번째 센서에서 시간 t 까지 수리된 측정치들의 집합을 $Z_i(t)$ 라고 하자. 시간 t 에서만 수리된 측정치들을 $z_i(t)$ 라고 하자. 즉, 센서의 수를 2개라고 가정할 경우 시간 t 까지 수리된 측정치집합은 $\{Z_1(t), Z_2(t)\}$ 이 되며, 시간 t 에서만 수리된 측정치집합은 $\{z_1(t), z_2(t)\}$ 이 된다. (39)에서 유도한 일반적인 표적의 상태추정식과 기동가설을 이용하여 매 스텝마다 기동가설의 사후확률을 계산하면, 그 사후확률을 최대로 하는 기동입력 값이 기동입력 추정치가 된다. 그리고 표적이 기동하는 시점은 기동가설의 사후확률을 최대로 하는 기동입력 추정치의 시점이다. 표적의 기동검출은 매 스텝마다 추정된 기동시점에서의 기동입력의 신뢰도를 계산하여 미리 설정된 신뢰도 기준보다 커지면, 표적이 기동한다고 판정하고 등가속도 운동모델로 전환하여 표적의 상태를 계속 추정한다. 다음의 정리는 전체 센서로부터 수리된 표적 측정치 집합에 대하여 기동가설 사후확률 식을 유도한다.

정리 1 기동가설의 사후확률을 시간 t 까지 누적된 측정치들에 대한 조건부 확률로써 정의할 때 그 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p[\Omega(n)|Z_1(t), Z_2(t)] &= \frac{1}{\alpha} p[z_1(t)|\Omega(n), Z_1(t-1)] \\ &\quad \cdot p[z_2(t)|\Omega(n), Z_2(t-1)] \\ &\quad \cdot \Phi[t, \Omega(n)] p[\Omega(n)|Z_1(t-1), Z_2(t-1)] \end{aligned} \quad (40)$$

여기서, α 는 정규화 상수이며, $\Phi[t, \Omega(n)]$ 는 측정치들의 상관함수로써 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \Phi[t, \Omega(n)] &= \frac{1}{\alpha_n} \int N[m(x(t); \hat{x}^{\Omega}(t|t)), P(t|t)] dx(t) \\ &= \left[\frac{1}{\beta_1 \beta_2 \|P(t|t)\|} \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

증명 : 시간 t 까지의 모든 측정치 집합으로부터 기동가설 사후확률을 베이즈의 법칙(Bayes' rule)을 사용하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p[\Omega(n)|Z_1(t), Z_2(t)] &= \frac{p[\Omega(n), z_1(t), z_2(t), Z_1(t-1), Z_2(t-1)]}{p[Z_1(t), Z_2(t)]} \\ &= \int \left\{ \frac{p[\Omega(n), x(t), z_1(t), z_2(t), Z_1(t-1), Z_2(t-1)]}{p[Z_1(t), Z_2(t)]} \right\} dx(t) \\ &= \frac{1}{\alpha} \int \{ p[z_1(t), z_2(t)|x(t), \Omega(n), Z_1(t-1), Z_2(t-1)] \\ &\quad \cdot p[x(t)|\Omega(n), Z_1(t-1), Z_2(t-1)] \\ &\quad \cdot p[\Omega(n)|Z_1(t-1), Z_2(t-1)] \} dx(t). \end{aligned} \quad (42)$$

각 센서의 측정치들은 서로 독립적으로 얻어지고, 센서의 측정잡음도 서로 독립이므로 (42)의 피적분함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} p[z_1(t), z_2(t)|x(t), \Omega(n), Z_1(t-1), Z_2(t-1)] &= \frac{p[z_1(t), x(t), \Omega(n), Z_1(t-1)] p[z_2(t), x(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]}{p[x(t), \Omega(n), Z_1(t-1), Z_2(t-1)]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{p[z_1(t), x(t), \Omega(n), Z_1(t-1)]p[z_2(t), x(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]}{p[x(t), \Omega(n), Z_1(t-1)]p[x(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]} \\
 &= p[z_1(t)|x(t), \Omega(n), Z_1(t-1)]p[z_2(t)|x(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]. \quad (43)
 \end{aligned}$$

(43)에서 각 센서의 측정치 조건부 확률들은 베이스의 법칙을 사용하여 다시 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 &p[z_i(t)|x(t), \Omega(n), Z_i(t-1)] \\
 &= \frac{p[x(t)|z_i(t), \Omega(n), Z_i(t-1)]p[z_i(t)|\Omega(n), Z_i(t-1)]}{p[x(t)|\Omega(n), Z_i(t-1)]}, \quad i=1,2 \quad (44)
 \end{aligned}$$

그러므로 (43)과 (44)을 (42)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &p[\Omega(n)|Z_1(t), Z_2(t)] \\
 &= \frac{1}{\alpha} p[z_1(t)|\Omega(n), Z_1(t-1)]p[z_2(t)|\Omega(n), Z_2(t-1)] \\
 &\quad \Phi[t, \Omega(n)]p[\Omega(n)|Z_1(t-1), Z_2(t-1)] \quad (45)
 \end{aligned}$$

여기서, 측정치 상관함수 $\Phi[t, \Omega(n)]$ 의 유도는 그 길이가 긴 관계로 부록A에 별도로 수록한다.

일반적으로 각 지역센서에서 계산되는 추정치들은 각 센서의 측정방정식은 서로 독립이지만, 시스템방정식의 동일성 때문에 상관관계가 존재하게 된다. 하지만, (41)에서 알 수 있듯이 연합형 칼만필터의 분배조건에 의한 융합된 상태추정식과 오차공분산을 이용하면 측정치 상관함수가 각 센서의 상태추정치의 함수가 아닌 주필터의 융합된 공분산만의 함수로 표현됨을 알 수 있다.

기동입력 추정치는 기동가설 사후확률을 가장 크게 하는 값이다. 그러므로 기동이 발생하는 시점인 이후부터 현재시간 $t=k$ 까지 기동이 있을 경우의 사후확률 값과 기동이 없을 경우의 사후확률 값에 대한 확률대수 공산비(probability log likelihood ratio)를 최대화 하는 값이 기동입력 추정치가 된다. 확률대수 공산비는 아래의 식과 같다.

$$\begin{aligned}
 L(k) &= \sum_{j=n+1}^k \log_e \left\{ \frac{p[z_1(j)|\Omega(n), Z_1(j-1)]}{p[z_1(j)|\Omega(0), Z_1(j-1)]} \right. \\
 &\quad \left. \frac{p[z_2(j)|\Omega(n), Z_2(j-1)]\Phi[j, \Omega(n)]}{p[z_2(j)|\Omega(0), Z_2(j-1)]\Phi[j, \Omega(0)]} \right\} \quad (46)
 \end{aligned}$$

(46)의 각각의 기동가설 사후확률은 칼만필터 정리[14]에 의해 (46)에서 우변의 각 항이 정규분포 확률밀도 함수로 표현된다. 따라서 각 센서의 측정치 조건부 확률은

$$\begin{aligned}
 &p[z_i(t)|\Omega(n), Z_i(t-1)] \\
 &= \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}[z_i(t)-H_i\hat{x}_i^{\Omega}(t|t-1)]^T S_i^{-1}(t)[z_i(t)-H_i\hat{x}_i^{\Omega}(t|t-1)]\right\}}{\sqrt{(2\pi)^{\dim(\epsilon)} \|S_i(t|t)\|}} \quad i=1,2 \quad (47)
 \end{aligned}$$

이 된다. (47)에서 $S_i(t)$ 는 칼만필터 잔류오차 $z_i(t)-H_i\hat{x}_i^{\Omega}(t|t-1)$ 의 공분산을 나타낸다. $\hat{x}_i^{\Omega}(t|t-1)$ 은 가설 $\Omega(n)$ 하에서의 표적상태 예측 추정치이다. 그러므로 기동이 발생하는 $t=n$ 시점 이후부터 현재시간 $t=k$ 까지 (41)과 (47)을 (46)에 대입하여 정리하면 확률대수 공산비는 기동시 칼만필터의 잔류오차 $\epsilon_i^{\Omega}(t)$ 와 비기동시 칼만필터 잔류오차 $\epsilon_i(t)$ 의 함수로 표현된다. 여기서 $\epsilon_i^{\Omega}(t)$ 와 $\epsilon_i(t)$ 는 칼만필터 정리와 (39)를 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_i^{\Omega}(t) = z_i(t) - H_i[F\hat{x}_i^{\Omega}(t-1|t-1) + Bu(t-1)], \quad i=1,2 \quad (48)$$

$$\epsilon_i(t) = z_i(t) - H_i F\hat{x}_i(t-1|t-1), \quad i=1,2 \quad (49)$$

$$\epsilon_i(t) = \epsilon_i^{\Omega}(t) + H_i[FT^{\Omega}(t-1) + I]Bu(t-1), \quad i=1,2. \quad (50)$$

(48)-(50)에서 비기동시 칼만필터 잔류오차는 기동입력 항에 백색잡음 형태의 기동시 칼만필터 잔류오차가 더해지는 형태로 표현된다[9][23]. 그러므로 기동가설의 사후확률을 최대화 하는 기동입력 추정치는 백색잡음 형태로 가해지는 기동시 칼만필터 잔류오차를 최소화 하는 값이다. 센서의 수가 2개이므로 (48)-(50)로부터 기동입력 항과 기동시 칼만필터 잔류오차 그리고 비기동시 칼만필터 잔류오차를 벡터로 표시하자.

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \begin{bmatrix} \epsilon_1(t) \\ \epsilon_2(t) \end{bmatrix}, \quad e(t) = \begin{bmatrix} \epsilon^{\Omega}_1(t) \\ \epsilon^{\Omega}_2(t) \end{bmatrix}, \\
 \theta(t) &= \begin{bmatrix} H_1[FT^{\Omega}(t-1) + I]B \\ H_2[FT^{\Omega}(t-1) + I]B \end{bmatrix}. \quad (51)
 \end{aligned}$$

위의 식으로부터 최소자승 추정기법을 사용하여 기동입력 값을 추정하기 위해 다음의 식을 정의한다.

$$Y_n(k) = \Theta_n(k)u + E_n(k) \quad (52)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 Y_n(k) &= \begin{bmatrix} y(n+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}, \quad E_n(k) = \begin{bmatrix} e(n+1) \\ \vdots \\ e(k) \end{bmatrix}, \\
 \Theta_n(k) &= \begin{bmatrix} \theta(n+1) \\ \vdots \\ \theta(k) \end{bmatrix} \quad (53)
 \end{aligned}$$

이다. 최소자승 추정기법에서 최소화 하고자 하는 성능지수(performance index)는 다음과 같다.

$$J(u) = \frac{1}{2}[Y_n(k) - \Theta_n(k)u]^T M^{-1}(k)[Y_n(k) - \Theta_n(k)u] \quad (54)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 M(k) &= \text{diag}\{S(n+1), \dots, S(k)\}, \\
 S(t) &= \text{diag}\{s_1(t), s_2(t)\} \quad (55)
 \end{aligned}$$

이고, $s_i(t)$, $i=1,2$ 는 각 센서의 기동시 칼만필터 잔류오

차의 공분산이다. 그러면 기동입력 추정치는 최소자승 추정법에 의거하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{u}(k) = \arg \min_u J(u) \\ = [\Theta_n^T(k)M^{-1}(k)\Theta_n(k)]^{-1}\Theta_n^T(k)M^{-1}(k)Y_n(k). \quad (56)$$

하지만, (56)에서 구한 기동입력 추정치는 각 부필터들의 칼만필터 잔류오차 함수로 표현이 되므로 다음의 정리로부터 주필터의 상태추정치와 오차공분산 함수로 표현할 수 있다.

정리 2. 기동입력 추정치 $\hat{u}(k)$ 는 연합형 칼만필터 알고리즘을 이용하여 (56)을 전개하면 다음과 같다.

$$\hat{u}(k) = \left\{ \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T [P^{-1}(j|j-1) - P^{-1}(j|j-1) \cdot P(j|j-1)P^{-1}(j|j-1)][FT^{\Omega}(j-1) + IB]^{-1} \cdot \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T P^{-1}(j|j-1)[\hat{x}(j|j) - F\hat{x}(j-1|j-1)] \right\} \\ = \left\{ \sum_{j=n+1}^k W(j) \right\}^{-1} \left\{ \sum_{j=n+1}^k X(j) \right\} \quad (57)$$

여기서,

$$W(j) = B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T [P^{-1}(j|j-1) - P^{-1}(j|j-1)P(j|j-1)P^{-1}(j|j-1)] [FT^{\Omega}(j-1) + IB], \quad (58)$$

$$X(j) = B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T P^{-1}(j|j-1) \cdot [\hat{x}(j|j) - F\hat{x}(j-1|j-1)] \quad (59)$$

이다.

증명 : 칼만필터의 알고리즘과 연합형 칼만필터의 융합 식으로부터 다음과 같은 관계식이 성립함을 알 수 있다.

$$\sum_{i=1}^2 H_i^T S_i^{-1}(t) \varepsilon_i(t) = P^{-1}(t|t-1)[\hat{x}(t|t) - F\hat{x}(t-1|t-1)] \\ = [FP(t-1|t-1)F^T + Q(t-1)]^{-1} \cdot [\hat{x}(t|t) - F\hat{x}(t-1|t-1)]. \quad (60)$$

$$\sum_{i=1}^2 H_i^T S_i^{-1}(t) H_i = P^{-1}(t|t-1) - P^{-1}(t|t-1)P(t|t)P^{-1}(t|t-1). \quad (61)$$

그리고 (56)을 전개하면 기동입력 추정치는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{u}(k) = \left\{ \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T \cdot \sum_{i=1}^2 H_i^T S_i^{-1}(j) H_i [FT^{\Omega}(j-1) + IB] \right\}^{-1}$$

$$\cdot \left\{ \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T \left\{ \sum_{i=1}^2 H_i^T S_i^{-1}(j) \varepsilon_i(j) \right\} \right\}. \quad (62)$$

그러므로 (62)는 (60)과 (61)을 이용하여 다시 표현하면 (57)과 동일하게 된다. 즉,

$$\hat{u}(k) = \left\{ \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T [P^{-1}(j|j-1) - P^{-1}(j|j-1)P(j|j)P^{-1}(j|j-1)][FT^{\Omega}(j-1) + IB] \right\}^{-1} \\ \cdot \left\{ \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^{\Omega}(j-1) + I]^T P^{-1}(j|j-1) \cdot [\hat{x}(j|j) - F\hat{x}(j-1|j-1)] \right\} \quad (63)$$

정리2로부터 구한 기동입력 추정치의 오차 공분산은 다음과 같다.

$$\Gamma(k) = E[\hat{u}(k) - u][\hat{u}(k) - u]^T \\ = \left\{ \sum_{j=n+1}^k W(j) \right\}^{-1}. \quad (64)$$

그리고 (57)의 두번째 항을 다음과 같이 정의하자.

$$\Psi(k) = \sum_{j=n+1}^k X(j) \quad (65)$$

기동입력 추정치와 오차공분산은 (64)와 (65)을 이용하면, 다음과 같이 순환적인 형태로 표현할 수 있다.

$$\Gamma^{-1}(k+1) = \Gamma^{-1}(k) + W(k+1), \\ \Psi(k+1) = \Psi(k) + X(k+1), \\ \hat{u}(k+1) = \Gamma(k+1)\Psi(k+1). \quad (66)$$

표적의 기동시점은 기동가설 사후확률을 최대로 하는 기동입력 추정치의 시점이다. 즉, 최소자승 추정기법에서 기동이 없을 경우의 성능지수와 기동이 있을 경우의 성능지수와의 차가 최대가 되는 시간 $t = n$ 이다.

$$\hat{n} = \arg \max_n \{J(0) - J(\hat{u}(k))\},$$

$$J(0) = \frac{1}{2} Y_n^T(k) M^{-1}(k) Y_n(k), \\ J(\hat{u}(k)) = \frac{1}{2} Y_n^T(k) M^{-1}(k) Y_n(k) - \frac{1}{2} \hat{u}^T(k) \Gamma^{-1}(k) \hat{u}(k). \quad (67)$$

여기서 \hat{n} 은 추정된 기동시점이며, 성능지수의 차는 카이 자승 분포(chi-square distribution)를 따른다. 그러므로 표적의 기동여부는 카이 자승 분포에 따른 임계치(h)를 기준으로 판정한다. 아래의 식과 같이 성능지수의 차가 임계치보다 크면 기동으로 판정하게 된다.

$$J(0) - J(\hat{u}(k)) > h. \quad (68)$$

위의 기동검출에 대한 신뢰도를 조사하여 기동한다고 판

정되면 표적모델은 등가속도 운동모델로 전환하게 된다. 등가속도 운동모델로 전환하기 위해서는 상태추정치에 기동입력 추정치를 추가하여 추적필터의 초기치를 재설정하여야 한다. 등가속도 운동모델에 대한 추적필터의 초기 상태추정치는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\hat{x}_s^\Omega(k|k) = \begin{bmatrix} \hat{x}(k|k) + T^\Omega(k)B\hat{u}(k) \\ \hat{u}(k) \end{bmatrix}. \quad (69)$$

(39)을 (69)에 대입하여 오차공분산을 유도하면 다음과 같다.

$$\hat{x}_s^\Omega(k|k) = \begin{bmatrix} \hat{x}^\Omega(k|k) + T^\Omega(k)B(\hat{u}(k) - u) \\ \hat{u}(k) \end{bmatrix}, \quad (70)$$

$$P_s(k|k) = E\{[\hat{x}_s^\Omega(k|k) - x(k)][\hat{x}_s^\Omega(k|k) - x(k)]^T\} \\ = E\left\{ \begin{bmatrix} [\hat{x}^\Omega(k|k) - x(k)] + T^\Omega(k)B[\hat{u}(k) - u] \\ \hat{u}(k) - u \end{bmatrix} \right. \\ \left. \begin{bmatrix} [\hat{x}^\Omega(k|k) - x(k)] + T^\Omega(k)B[\hat{u}(k) - u] \\ \hat{u}(k) - u \end{bmatrix}^T \right\} \\ = \begin{bmatrix} P(k|k) + T^\Omega(k)B\Gamma(k)B^T T^{\Omega T}(k) & T^\Omega(k)B\Gamma(k) \\ \{T^\Omega(k)B\Gamma(k)\}^T & \Gamma(k) \end{bmatrix} \quad (71)$$

(70)에서 $\{\hat{u}(k) - u\}$ 는 영평균 백색 정규 잡음이므로, $\{\hat{x}^\Omega(k|k) - x(k)\}$ 와는 상관관계가 존재하지 않는다. 지금까지 표적이 기동할 경우에 대해 기동입력 추정치와 기동시점에 대한 식을 유도해 보았다. 다음 절에서는 표적이 등가속도운동을 하다가 새로운 등가속도 운동으로 기동할 경우에 대해 기동입력 추정치와 기동시점에 대한 식을 유도해 본다.

2. 새로운 등가속도 운동 발생시 기동입력 추정

표적이 등가속도 모델로 운동하다가 새로운 등가속도 모델로 운동할 경우 (23)의 시스템방정식에 가해지는 기동입력 값은 펄스입력으로 정의된다. 그러므로 표적의 시스템 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x(t+1) = Fx(t) + Bu(t) + Gv(t) \quad (72)$$

여기서, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ 이며, F와 G, 그리고 v(t)는 (23)과 동일하다. 그러면 1절에서 유도한 기동가설에서의 표적 상태추정치와 비기동가설에서의 표적 상태추정치의 관계를 유도해 보면 (39)와 같은 형태로 표현이 되지만 기동 보상행렬 $T^\Omega(t)$ 은 다른 형태로 유도된다.

$$\hat{x}^\Omega(t|t) = \hat{x}(t|t) + T^\Omega(t)Bu, \quad (73)$$

$$T^\Omega(t) = \begin{cases} 0 & , & t < n \\ I & , & t = n \\ T(t)[T^\Omega(t-1)], & & t > n. \end{cases} \quad (74)$$

기동가설과 비기동가설에 대한 칼만필터 잔류오차의 판

계식은 다음과 같이 유도된다.

$$\varepsilon_i(t) = \varepsilon_i^\Omega(t) + H_i FT^\Omega(t-1)Bu, \\ t = n+1, n+2, \dots, k \quad i=1,2. \quad (75)$$

1절에서 유도된 과정과 동일하게 적용하면 (75)는 다음과 같이 표현된다.

$$Y_n(k) = \Theta_n(k)u + E_n(k) \quad (76)$$

여기서,

$$y(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \end{bmatrix}, \quad e(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon^{\Omega 1}(t) \\ \varepsilon^{\Omega 2}(t) \end{bmatrix}, \\ \theta(t) = \begin{bmatrix} H_1 FT^\Omega(t-1)B \\ H_2 FT^\Omega(t-1)B \end{bmatrix}, \quad (77)$$

$$Y_n(k) = \begin{pmatrix} y(n+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{pmatrix}, \quad E_n(k) = \begin{pmatrix} e(n+1) \\ \vdots \\ e(k) \end{pmatrix}, \\ \Theta_n(k) = \begin{pmatrix} \theta(n+1) \\ \vdots \\ \theta(k) \end{pmatrix} \quad (78)$$

이다. 기동입력 추정치와 오차공분산은 (76)-(78)과 정리 2의 증명과정을 이용하면, 다음과 같이 각각 유도될 수 있다.

$$\hat{u}(k) = \left\{ \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^\Omega(j-1)]^T [P^{-1}(j|j-1) - P^{-1}(j|j-1)P(j|j)P^{-1}(j|j-1)FT^\Omega(j-1)B]^{-1} \right. \\ \left. \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^\Omega(j-1)]^T P^{-1}(j|j-1) [\hat{x}(j|j) - F\hat{x}(j-1|j-1)] \right\}. \quad (79)$$

$$\Gamma(t) = \left\{ \sum_{j=n+1}^k B^T [FT^\Omega(j-1)]^T [P^{-1}(j|j-1) - P^{-1}(j|j-1)P(j|j)P^{-1}(j|j-1)FT^\Omega(j-1)B]^{-1} \right\} \quad (80)$$

표적이 등가속도 운동모델에서 새로운 등가속도 운동 모델로 전환하거나 다시 등속도 운동모델로 전환하는 경우에 대하여 표적의 가속도와 관련된 성분들로부터 기동 여부를 판단할 수 있다.

$$\sum_{j=k-p+1}^k \hat{x}^T(j|j,a)P^{-1}(j|j,a)\hat{x}(j|j,a) < h', \quad (81)$$

여기서 $\hat{x}(j|j,a)$ 와 $P^{-1}(j|j,a)$ 는 추적필터의 상태추정치와 오차공분산의 가속도와 관련된 성분을 의미하며, h' 는 신뢰도 검증을 위한 임계값으로써 이 값보다 작으면 표적이 등가속도 운동에서 등속도 운동으로 전환할 경우를 의미하고 임계값보다 크면 표적모델의 전환이 없다는 것을 의미한다. p 는 신뢰도 보장을 위한 표본추출 구간의 크기이다. 표적모델의 전환이 없을 경우에는 표적의 기

동여부를 판단하기 위해서 앞에서 구한 기동검출 알고리즘을 이용한다. 여기서 기동이 검출되면 추적필터의 초기치를 다시 설정하여야 한다. 그러므로 등가속도 운동에서 새로운 등가속도 운동을 할 경우 표적의 상태초기치와 오차공분산은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\hat{x}_s^{\Omega}(k|k) = \hat{x}(k|k) + T^{\Omega}(k)B\hat{u}^n(k), \quad (82)$$

$$P_s(k|k) = P(k|k) + T^{\Omega}(k)B\Gamma(k)B^T T^{\Omega T}(k). \quad (83)$$

지금까지 연합형 칼만필터를 이용하여 표적이 등속도 운동에서 등가속도 운동으로 전환할 경우와 등가속도 운동에서 새로운 등가속도 운동으로 전환할 경우에 대하여 기동입력 추정치와 오차공분산을 유도하였다. 다음장에서는 시물레이션을 통하여 본 논문에서 제안된 기법이 다중센서 환경에서 효과적임을 보인다.

VI. 시물레이션 및 검토

본 장에서는 본 논문에서 제안된 입력추정기법을 이용한 연합형 가변차원 칼만필터의 성능을 평가하기 위하여 Bar-Shalom[6]에서 사용한 것과 동일한 조건을 사용하여 시물레이션을 수행한다. 또한 그 결과를 분산형 가변차원 입력추정필터와 비교한다. 먼저 두개의 표적시나리오에 대해서 기존의 필터와 제안된 필터사이에 위치오차 및 속도오차를 비교 분석한다.

· 시나리오 #1

표적은 2차원 평면운동을 한다고 가정한다. 그림 3은 0-100sec 동안의 표적의 이동궤적을 보이고 있다(시나리오 #1). 초기위치 $x_0 = 21,600m$, $y_0 = 10,800m$ 에서 출발하여, 초기속도 $v_x = -10m/sec$, $v_y = -400m/sec$ 로 0-30초 동안 등속도 운동을 한다. 30-45초 사이에 $a_x = a_y = 30\sqrt{2} m/sec^2$ 로 등가속도로 기동을 하고, 다시 45초-70초 사이에는 등속운동($a_x = a_y = 0$)을 하다가 70초-85초 사이에 $a_x = a_y = 20\sqrt{2}m/sec^2$ 의 등가속도로 기동을 한다. 나머지 구간은 등속운동을 하게 된다

· 시나리오 #2

표적의 시간에 따른 이동경로 궤적은 그림 4에 제시

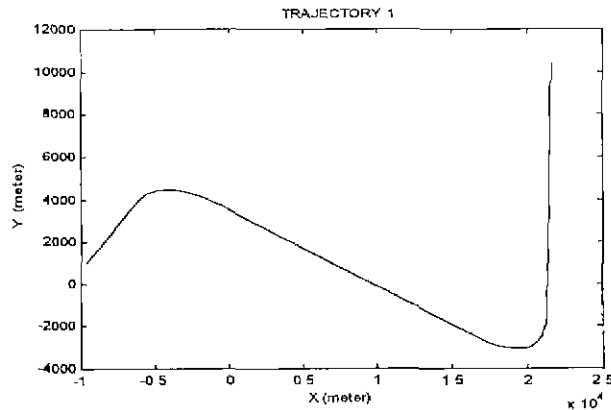


그림 3. 표적의 이동궤적(시나리오 #1).
Fig. 3. Trajectory of a moving target (scenario #1).

되어 있다. 표적의 초기위치 좌표는 시나리오 #1과 동일하다. 하지만, 시나리오 #2에서는 표적이 기동할 경우 기동입력 값을 달리하여 수행하였다. 0-30초 사이에 표적은 등속 직선운동을 하다가 30초-45초 사이에 $a_x = a_y = 60\sqrt{2}m/sec^2$ 의 등가속도로 기동을 한다. 그리고 45초-70초 사이에는 등속운동으로 전환하고, 70-85초 사이에 $a_x = a_y = 60\sqrt{2}m/sec^2$ 의 일정한 가속도로 기동을 한 이후 나머지 구간은 등속운동을 하게 된다.

그림 5에서 그림 8은 시물레이션 결과들을 보이고 있다. 분산형 가변차원 입력추정필터는 DVDIE (Decentralized Variable Dimension Input Estimation)으로 표시하고, 연합형 가변차원 입력추정필터는 FVDIE(Federated Variable Dimension Input Estimation)으로 표시한다. 그림 5 및 그림 6에서는 시나리오 #1에 대해서 축 및 축 방향에 대한 표적의 위치오차 및 속도오차의 RMS(Root Mean Square) 값을 비교한다. 그림 7과 그림 8에서는 시나리오 #2와 같이 급격한 기동에 대한 축 및 축의 위치오차 및 속도오차 값을 비교한다. 시스템의 공정잡음 공분산은 각 축 방향으로 모두 동일하게 $0.5^2 m^2/sec^2$ 으로 설정한다. 그리고 감지기의 측정잡음 공분산은 다음과 같이 설정한다.

$$R_1(t) = R_2(t) = \begin{bmatrix} 100 & 5 \\ 5 & 100 \end{bmatrix} m^2. \quad (84)$$

기동검출 임계값은 3σ 로 설정하고, 기동검출 구간의 윈도우의 크기(step size)는 6으로 한다. 등가속도 운동모델에서 등속도 운동모델로의 전환을 위한 윈도우의 크기(p)와 임계치(h')는 각각 2와 0.5σ 로 설정한다.

그림 5-그림 8을 통하여 알 수 있듯이 등속도 구간에서는 본 논문에서 제안하는 필터(FVDIE)와 기존의 필터 DVDIE가 거의 비슷한 성능을 나타내지만, 기동이 발생하는 구간에서는 FVDIE필터가 우수한 추적성능을 가짐을 알 수 있다. FVDIE의 기동하는 구간에서의 성능개선 정도를 다음과 같이 표 1과 표 2에 나타낸다.

표 1은 표적이 기동하는 구간에서 위치오차를 나타낸

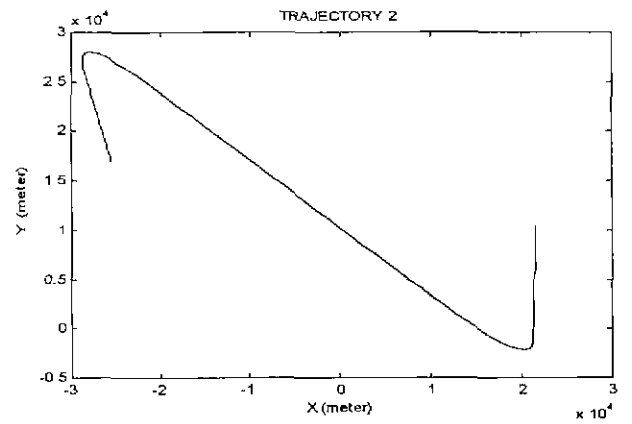


그림 4. 표적의 이동궤적(시나리오 #2).
Fig. 4. Trajectory of a moving target (scenario #2).

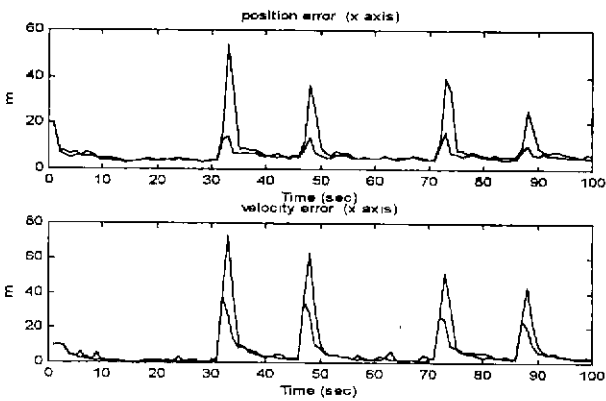


그림 5. x축방향 위치오차 및 속도오차의 RMS 값 (시나리오 #1).
Fig. 5. The RMS values of position and velocity errors in the x-direction (scenario #1).

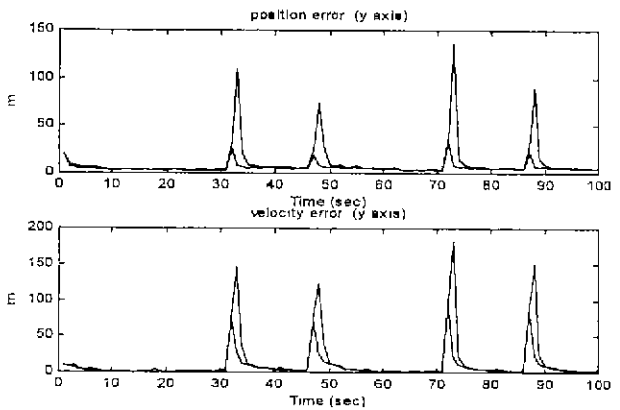


그림 8. y축방향 위치오차 및 속도오차의 RMS 값 (시나리오 #2).
Fig. 8. The RMS values of position and velocity errors in the y-direction (scenario #2).

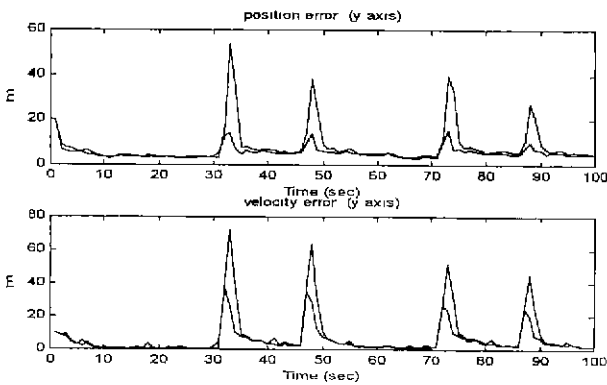


그림 6. y축방향 위치오차 및 속도오차의 RMS 값 (시나리오 #1).
Fig. 6. The RMS values of position and velocity errors in the y-direction (scenario #1).

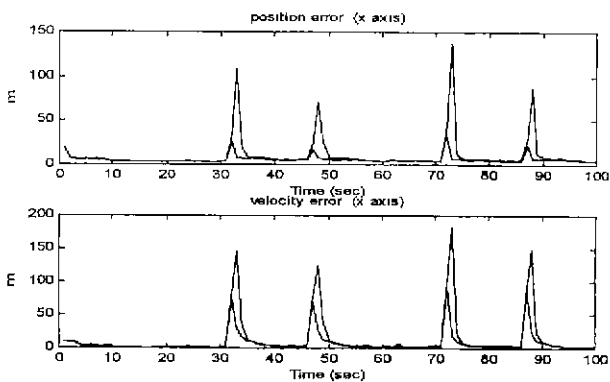


그림 7. x축방향 위치오차 및 속도오차의 RMS 값 (시나리오 #2).
Fig. 7. The RMS values of position and velocity errors in the x-direction (scenario #2).

값이다. 시간이 경과함에 따라 제안된 추적필터가 기존의 필터보다 위치오차의 개선정도가 커짐을 알 수 있다. 이것은 표적이 기동할 경우에 FVDIE가 기동모델로 신속히 전환됨을 의미한다. 그리고 시뮬레이션의 전반적인 결과를 살펴볼 때, 기동구간에서 추적필터의 오차 값이

표 1. FVDIE의 DVDIE에 대한 기동구간에서의 성능 개선 정도(시나리오 #1).

Table 1. Position error improvement of the FVDIE compared with the DVDIE.

시간(sec)	30	31	32	33	34	...
위치오차(m)						
DVDIE	4.02	4.09	16.8	53.5	35.9	...
FVDIE	3.96	3.89	12.9	14.1	7.15	...
개선된 백분율(%)	1.5	4.9	23.2	73.6	80	...

시간(sec)	70	71	72	73	74	...
위치오차(m)						
DVDIE	4.35	4.76	12.1	39.6	34.1	...
FVDIE	4.18	4.17	10.3	16.0	7.33	...
개선된 백분율(%)	3.9	12.4	14.9	59.6	78.5	...

표 2. 추적필터들의 기동 오검출 평균회수.

Table 2. Comparison of false detection on maneuvering.

추적필터	DVDIE	FVDIE
기동 오검출의 회수		
시나리오 #1	5.74	3.38
시나리오 #2	5.92	3.20

크게 증가하는 것을 볼 수 있다. 이것은 표적이 등속운동에서 기동을 할 경우 추적필터가 실제표적의 기동에 대해 신속히 대처하지 못하기 때문에 발생하게 된다. 그리고 실제표적이 기동하지 않는 시점에서 추적필터는 기동한다고 판단하는 기동 오검출에 의한 것이기도 하다. 그러므로 표 2에서는 이러한 기동 오검출의 개선정도를 살펴보기 위해서 정량적인 값을 제시한다. 도표에서도 알 수 있듯이 FVDIE는 DVDIE에 비해 기동 오검출의 회수가 많이 줄어든 것을 볼 수 있다.

앞에서 언급했듯이 제안된 추적필터가 양호한 추적성

능을 나타내는 이유는 다중센서 환경에서 표적추정치를 융합하는 과정에 분산형 칼만필터를 이용할 경우 추정치 상관함수가 상태추정치와 공분산의 함수로 표현이 되지 않, 연합형 칼만필터를 이용하여 추정치를 융합할 경우에는 연합형 칼만필터의 융합 재분배 과정으로 인하여 추정치 상관함수가 주필터의 공분산 함수로만 표현이 되기 때문이다 이것은 기동가설 사후확률 값을 계산할 경우 계산량의 부담이 줄어들기 때문에 기동에 대한 대처능력이 빠르고, 기동구간에서 양호한 추적성능이 나타나는 요인으로 작용한다. 이상의 결과로부터 제안한 필터가 다중센서 환경에서 기동하는 표적을 추적하기 위한 효과적인 알고리즘임을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문은 다중센서 환경에서 기동하는 표적을 추적하기 위한 연합형 가변차원 입력추정필터에 관한 연구로써, 이는 연합형 칼만필터와 가변차원 입력추정기법을 결합한 추적기법이다. 동일한 표적일 경우에 측정방정식은 독립적이지만 시스템방정식은 동일하다. 그러므로 분산형 칼만필터를 사용한 추적필터에서는 기동여부를 판단할 수 있는 기동가설 사후확률을 구할 경우에 각 부필터의 상태추정치를 주필터에서 융합하여 표적상태를 추정하는 과정에서 각 센서의 추정치들 사이에는 상관함수가 존재하게 된다. 그리고, 이러한 추정치 상관함수는 각 부필터들의 상태추정치 함수로 표현이 되어 많은 계산량을 요구하기 때문에 추적필터의 성능을 저하시키는 원인이 된다.

본 논문에서 제안한 추적필터에서는 표적이 기동하지 않을 경우에는 연합형 칼만필터의 융합식만을 이용하여 표적의 상태를 추정한다. 하지만, 표적이 기동할 경우에는 표적의 기동성을 보상하기 위해 융합한 상태추정치에 기동입력 추정치를 부가한다. 여기에서 기동입력 추정치는 본 논문에서 새롭게 유도한 기동가설 사후확률식을 이용하여 구할 경우 적은 계산량으로 인하여 표적의 기동성에 대해 빠르게 대처할 수 있게 된다. 또, 표적의 다양한 운동형태에 적합한 추적필터의 알고리즘을 제시하였고, 모든 계산과정이 순환적인 구조를 갖도록 유도하였다. 시뮬레이션의 결과로 알 수 있듯이 동축구간에서는 분산형 칼만필터를 이용한 추적필터와 제안된 추적필터 사이에 성능이 거의 동일하지만, 기동하는 구간에서는 제안된 추적필터에서 우수한 추적성능이 나타남을 볼 수 있다.

참고문헌

- [1] 김진원, 박규철, 지규인, 이장규, "연합형 칼만필터를 이용한 다중센서 통합기법," 96 Global Positioning System Workshop 논문집, pp. 407-412, 1996.
- [2] 민병윤, 권오규, 유경상, "제어입력을 갖는 FIR필터를 이용한 기동표적의 추적," 한국항공우주학회지, 제23권, 제5호, pp. 120-128, 1995.
- [3] 박인환, 조설, 조경래, "적응 칼만필터를 이용한

- MTI 레이더의 이동표적 추적기법," 한국항공우주학회지, 제26권, 제2호, pp. 91-99, 1998.
- [4] 이훈구, 탁민제, "입력 추정 필터를 위한 새로운 감지 기법," 한국항공우주학회지, 제24권, 제4호, pp. 135-145, 1996.
- [5] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*. MIT Press, Cambridge, Mass., 1974.
- [6] A. H. Jazwinsky, *Stochastic Process and Filtering Theory*, Academic Press, New York, 1970.
- [7] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, New York, 1984.
- [8] B. D. Brumback and M. D. Srianth. "A fault-tolerant multisensor navigation system design," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 23, no. 6, pp. 300-309, 1987.
- [9] D. B. Reid, "An algorithm for tracking multiple targets," *IEEE Trans. Automat. Control.*, vol. 24, no. 6, pp. 843-845, 1979.
- [10] F. L. Lewis, *Optimal Estimation*, John Wiley & Sons, New York, 1986.
- [11] H. R. Hashemipour, S. Roy, and A. J. Laub, "Decentralized structure for Kalman filtering," *IEEE Trans. Automatic Control.*, vol. 33, no. 1, pp. 88-94, 1988.
- [12] J. L. Speyer, "Computation and transmission requirements for a decentralized linear-quadratic-gaussian control problem," *IEEE Trans. Automatic Control.*, vol. 24, no. 2, pp. 266-269, 1979.
- [13] K. Astrom and B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison-Wesley, Massachusetts, 1995.
- [14] N. A. Carlson, "Federated square root filter for decentralized parallel processes," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 26, no. 3, pp. 517-525, 1990.
- [15] N. A. Carlson, "Federated Kalman filter simulation results," *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, vol. 41, no. 3, pp. 297-321, 1994.
- [16] P. L. Bogler, "Tracking maneuvering target using input estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 23, no. 3, pp. 298-310, 1987.
- [17] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control*, vol. I. Academic Press, New York, 1979.
- [18] R. A. Singer. "Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 6, no. 4, pp. 473-483, 1970.
- [19] S. S. Blackman, *Multiple-Target Tracking with Radar Applications*, Artech House, Norwood, MA, 1986.
- [20] T. Kerr, "Decentralized filtering and redundancy management for multisensor navigation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 23, no. 1, pp.

83-119, 1987.

- [21] Y. Bar-Shalom and K. Birnirwal, "Variable dimension filter for maneuvering target tracking," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 18, no. 5, pp. 621-629, 1982.
- [22] Y. Bar-Shalom, *Multitarget-Multisensor Tracking: Advanced Applications*, Artech House, Norwood, MA, 1990.
- [23] Y. Gao, E. J. Krakowsky, and M. A. Abousalem, "Comparison and analysis of centralized, decentralized and federated Kalman filters," *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, vol. 40, no. 1, pp. 69-86, 1993.
- [24] Y. T. Chan, A. G. C. Hu, and J. B. Plant, "A Kalman filter based tracking scheme with input estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 15, no. 3, pp. 237-244, 1979.
- [25] Y. H. Park, J. H. Seo, and J. G. Lee, "Tracking using the variable dimension filter with input estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 31, no. 1, pp. 399-408, 1995.

부록 A

A. 정리 1의 $\Phi[t, \Omega(n)]$ 의 유도

(42)과 (43)을 (41)에 대입하면 다음의 식이 유도된다.

$$\begin{aligned}
 & p[\Omega(n)|Z_1(t), Z_2(t)] \\
 &= \frac{1}{\alpha} \int \frac{p[x(t)|z_1(t), \Omega(n), Z_1(t-1)]p[z_1(t)|\Omega(n), Z_1(t-1)]}{p[x(t)|\Omega(n), Z_1(t-1)]} \\
 & \quad \cdot \frac{p[x(t)|z_2(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]p[z_2(t)|\Omega(n), Z_2(t-1)]}{p[x(t)|\Omega(n), Z_2(t-1)]} \\
 & \quad \cdot p[x(t)|\Omega(n), Z_1(t-1), Z_2(t-1)]p[\Omega(n)|Z_1(t-1), Z_2(t-1)]dx(t) \\
 &= \frac{1}{\alpha} \int p[x(t)|z_1(t), \Omega(n), Z_1(t-1)]p[z_1(t)|\Omega(n), Z_1(t-1)] \\
 & \quad \cdot p[x(t)|z_2(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]p[z_2(t)|\Omega(n), Z_2(t-1)] \\
 & \quad \cdot p[\Omega(n)|Z_1(t-1), Z_2(t-1)]dx(t) \\
 &= \frac{1}{\alpha} p[z_1(t)|\Omega(n), Z_1(t-1)]p[z_2(t)|\Omega(n), Z_2(t-1)] \\
 & \quad \Phi[t, \Omega(n)]p[\Omega(n)|Z_1(t-1), Z_2(t-1)].
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

(A.1)으로부터 $\Phi[t, \Omega(n)]$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \Phi[t, \Omega(n)] &= \int p[x(t)|z_1(t), \Omega(n), Z_1(t-1)] \\
 & \quad \cdot p[x(t)|z_2(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]dx(t).
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

(A.2)의 피적분함수는 칼만필터 정리[14]에 의해서 정규분포 확률밀도 함수로 표현이 된다.

$$\begin{aligned}
 p[x(t)|\Omega(n), z_i(t), Z_i(t-1)] &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{\dim(x)} \|P_i(t|t)\|}} \\
 & \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left\{\left(x(t) - \hat{x}_i^{\Omega}(t|t)\right)^T P_i^{-1}(t|t) \left(x(t) - \hat{x}_i^{\Omega}(t|t)\right)\right\}\right) \quad i=1,2.
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

그러므로 (A.2)의 피적분함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 & p[x(t)|z_1(t), \Omega(n), Z_1(t-1)]p[x(t)|z_2(t), \Omega(n), Z_2(t-1)] \\
 &= \frac{1}{\alpha^n} N[x(t); \hat{x}^{\Omega}(t|t), P(t|t)].
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

(A.4)을 다시 표현하면,

$$\frac{p[x(t)|z_1(t), \Omega(n), Z_1(t-1)]p[x(t)|z_2(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]}{N[x(t); \hat{x}^{\Omega}(t|t), P(t|t)]} = \frac{1}{\alpha^n} \tag{A.5}$$

이 되고, 여기서

$$\begin{aligned}
 N[x(t); \hat{x}^{\Omega}(t|t), P(t|t)] &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{\dim(x)} \|P(t|t)\|}} \\
 & \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left\{\left(x(t) - \hat{x}^{\Omega}(t|t)\right)^T P^{-1}(t|t) \left(x(t) - \hat{x}^{\Omega}(t|t)\right)\right\}\right)
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

이다. (A.5)에 (A.3)과 (A.6)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

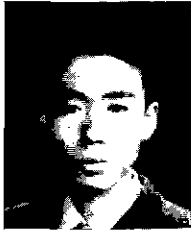
$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\alpha^n} &= \left[\frac{\|P(t|t)\|}{\|P_1(t|t)\| \|P_2(t|t)\|} \right]^{1/2} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\hat{x}_1^{\Omega T}(t|t)P_1^{-1}(t|t)\hat{x}_1^{\Omega}(t|t)\right]\right\} \\
 & \quad + \left[\hat{x}_2^{\Omega T}(t|t)P_2^{-1}(t|t)\hat{x}_2^{\Omega}(t|t) - \hat{x}^{\Omega T}(t|t)P^{-1}(t|t)\hat{x}^{\Omega}(t|t)\right]\}
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

(A.7)은 연합형 칼만필터의 최적의 융합식과 분배계수 조건을 이용하면, 최종적으로 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\alpha^n} &= \left[\frac{1}{\beta_1 \beta_2 \|P(t|t)\|} \right]^{1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\hat{x}^{\Omega T}(t|t)[P_1^{-1}(t|t) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + P_2^{-1}(t|t) - P^{-1}(t|t)]\hat{x}^{\Omega}(t|t)\right]\right\} = \left[\frac{1}{\beta_1 \beta_2 \|P(t|t)\|} \right]^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

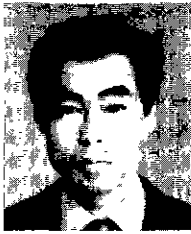
여기서 (15)으로부터 $P_1^{-1}(t|t) + P_2^{-1}(t|t) - P^{-1}(t|t) = 0$ 이므로 지수함수의 지수는 영(zero)의 값이 된다. 그러므로 (A.4)에서 $\Phi[t, \Omega(n)]$ 는 다음과 같이 최종적으로 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Phi[t, \Omega(n)] &= \int p[x(t)|z_1(t), \Omega(n), Z_1(t-1)] \\
 & \quad \cdot p[x(t)|z_2(t), \Omega(n), Z_2(t-1)]dx(t) \\
 &= \int \frac{1}{\alpha^n} N[x(t); \hat{x}^{\Omega}(t|t), P(t|t)]dx(t) \\
 &= \frac{1}{\alpha^n} \\
 &= \left[\frac{1}{\beta_1 \beta_2 \|P(t|t)\|} \right]^{1/2}
 \end{aligned} \tag{A.9}$$



황보 승 욱

1996년 울산대학교 기계공학과 졸업. 1999년 부산대학교 대학원 지능기계공학과 공학석사. 1999년 현재 한국생산기술연구원. 관심분야는 표적추적, 비선형제어.



최 성 린

1958년 10월 29일생. 1978년 3월-1982년 2월 단국대학교 기계공학과(공학사), 1988년 3월-1990년 8월 부산대학교 기계공학과(공학석사). 1997년 3월-현재 부산대학교 지능기계공학과 박사과정. 1982년 1월-현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 적응제어, 다중표적추적.

홍 금 식

제어·자동화·시스템공학 논문지 제5권, 제4호, 참조.

최 재 원

제어·자동화·시스템공학 논문지 제5권, 제3호, 참조.