

시간영역 설계명세를 위한 목표전달함수의 새로운 표준형

New Prototypes of Target Transfer Functions for Time Domain Specification

김 신 구, 김 영 철
(Shin-Ku Kim and Young-Chol Kim)

Abstract · This paper deals with a problem searching a target transfer function to meet the time-domain specifications for feedback system with given plant transfer function. For the Type I system, we first define three forms of transient response to unit step input, which are named by F, M, S-type. These are characterized as follows, F-type has fast initial response and slow approach to the steady state after reaching at 90% of the steady state value, S-type has slow initial response but fast approach to the steady state, and M-type is denoted by highly smooth response between F-type and S-type. Three prototypes corresponding to each form are proposed, wherein these are considered so that satisfies basically almost no overshoot and are able to choose arbitrary settling time. For the order $n \geq 4$, after determining admissible root structures of target characteristic polynomials empirically and expressing such polynomial coefficients by using special parameters γ , and z , the optimal prototypes that minimize the integral of the squared of the modified errors(ISME) have been obtained. Since the step responses of these prototypes have almost same wave forms irrespective to the order, the desired settling time or the rise time can be converted into the equivalent time constant τ and thus it is easy to obtain a target transfer function. It is shown through a design example that the present prototype is very useful for meeting the time-domain specifications and has been compared with different methods with a viewpoint of pertinence.

Keywords: target transfer function, stability index, equivalent time constant.

1. 서론

1970년대 이래 상태공간에서의 최적제어, 시변/미지 플랜트를 위한 적응제어, 강인제어이론 (H_2/H_∞ , μ 이론 등)등과 같은 우수한 현대제어 기법이 개발되어 왔음에도 아직도 산업 현장에서는 대부분 고전적 제어기법이 적용되고 있다. 선형 시불변 시스템에 대한 고전 제어기 설계는 접근 방법에서 차이가 있을 뿐 안정성과 원하는 성능을 만족하는 적절한 폐루프 전달함수의 파라미터들을 결정하는 것이라 할 수 있다. 고전적 제어기의 설계명세는 크게 보아 1) 시간영역 응답특성 (예, 오버슈트, 상승시간, 정착시간, 정상상태 오차 등)으로 표현되는 경우, 2) 주파수 영역 응답특성(예, 이득/위상 여유, 대역폭, 침투공진치 등)으로 주어지는 경우, 그리고 1)과 2)의 조건이 함께 고려되는 경우로 나눌 수 있다. 전달함수에 근거하여 적용 시 1)을 위한 설계방법은 2)의 Bode / Nyquist 선도에 의한 설계방법만큼 유력한 방법이 알려져 있지 않다. 본논문에서는 플랜트 전달함수가 주어졌을 때 상기 1)의 시간영역의 응답특성 설계명세를 만족하는 목표전달함수를 구하는 것이다. Graham과 Lathrop [1]은 특성방정식의 계수 관계를 통하여 시간가중

절대오차적분(ITAE : Integral of the Time multiplied by the Absolute Value of the Error)이 최소가 되도록 하는 최적의 폐루프 다항식을 수치적으로 구해서 표준형을 제시하였다. 또한 Kessler[2]는 다중 루프 제어시스템에서의 설계방법인 "Kessler 표준 다중 루프 구조"를 제안하였고 ITAE 표준형에 비해 오버슈트를 감소시켰다. Chen[4],[5]은 대수적인 방법으로 불리는 제어기의 다항식 설계 접근방법을 제안하였다.

Lipatov와 Sokolov[3]는 특성다항식의 계수로부터 안정과 불안정 판별을 위한 충분조건을 이끌어냈으며, 최근에는 Manabe[6]에 의해 Lipatov안정조건[3]과 Chen의 방법[4],[5]을 이용하여 계수공간에서 제어기를 설계하는 소위 계수도법(Coefficient Diagram Method: CDM)을 발표하였다

Manabe 표준형은 CDM에서 제시하는 한 목표전달함수로서 차수가 다르더라도 시간 응답이 거의 동일하며 오버슈트가 거의 없는 특징이 있다[6]. 그러나 Manabe 표준형은 경험적인 방법으로 알아낸 값으로 해석적인 근거가 아직 밝혀지지 않았으며, 또한 원하는 과도 응답이 Manabe 표준 응답 모양과 다른 경우 어떻게 안정지수(2장에서 정의함)를 조정해야 하는지 제시하지 못하고 있다.

본 논문의 목적은 Type I의 시스템[11]을 대상으로 오버슈트가 거의 없으며 임의로 정착시간을 설계할 수 있는 새로운 표준형을 제시하는데 있다. 시간영역 스텝 응

접수일자 : 1999 2. 2., 수정완료 1999 9 4

김신구 현대자동차 울산연구소 연구원

김영철 : 충북대학교 전기전자공학부 교수

※ 본 논문은 과학기술부 특정연구개발사업(과제번호 : 98-I-01-03-A-101)에서 지원하여 연구하였습니다.

답 특성을 정상상태의 10%, 50%, 90%, 99%도달 시간으로 표현하고 물리적으로 의미를 갖는 3가지 대표적인 과도응답 모양을 고려하였다. 이것들은 F, M, S형으로, F형은 초기에 빠른 응답을 보이고 90%이후 오버슈트 없이 서서히 정상상태에 접근하는 모양이고, S형은 느린 응답으로 시작하여 90% 이후 빠르게 정상상태에 도달하는 모양이며, M형은 F형과 S형의 중간 응답모양을 갖는다. 여기서 M형은 Manabe 표준형 응답에 근거하여 선택하였다. ITAE표준형은 ISE, IAE 보다 더 좋은 시간 응답 특성을 보이는데[5], 새로운 표준형이 ITAE와 비교하여 보다 개선된 특성을 갖음을 보인다. 또한 제어기 설계 예를 통해 Franklm[11, 7.4절]과 Chen[5, 6.9절, 9장, 10장]의 비교방법을 따라 본 논문에서 제시한 표준형의 유용성을 보이고자 한다.

먼저 II장에서는 III장에서 필요한 특정 파라미터를 정의하고 이와 관련한 기존의 주요 성질을 요약한 뒤 문제를 설정한다. III장은 ISME를 최소화하는 3가지형의 표준형을 제시한다. IV장에서 제어기 설계의 예를 보이고 V장에서 결론을 맺는다.

II. 예비 결과 및 문제 설정

먼저 III장에서 제시할 3가지형의 표준형과 비교하기 위해 ITAE의 표준형을 인용하고, 필요한 용어를 정의한 뒤 다루고자하는 문제를 설정하기로 한다.

1. 정의

Graham과 Lathrop[1]은 ITAE 평가함수가 최소가 되도록 하는 페루프 특성다항식의 표준형을 제시하였다. 표 1은 n 차 시스템에 대해 ITAE를 적용하여 ω_n으로 표현한 최적 페루프 다항식이다. 표 1의 ITAE 표준형은 원하는 제동특성을 갖도록 조정하기가 어렵다.

다음 페루프 특성다항식을 고려하자.

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (1)$$

(1)의 계수로부터 다음을 정의한다.

$$\gamma_i := \frac{a_i^2}{a_{i-1} a_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2a)$$

$$\tau := \frac{a_1}{a_0} \quad (2b)$$

$$\gamma_i^* := \frac{1}{\gamma_{i-1}} + \frac{1}{\gamma_{i+1}}, \quad i = 2, 3, \dots, n-2 \quad (2c)$$

위의 특정 파라미터를 이용하여 Lipatov와 Sokolov[3]

표 1. 영 위치 오차 ITAE 최적 모델.
Table 1. ITAE zero position error optimal models.

n	$T(s) = \frac{a_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}, a_0 = \omega_n^n$
4	$s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4$
5	$s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5.0\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5$
6	$s^6 + 3.25\omega_n s^5 + 6.60\omega_n^2 s^4 + 8.60\omega_n^3 s^3 + 7.45\omega_n^4 s^2 + 3.95\omega_n^5 s + \omega_n^6$

는 P(s)의 Hurwitz 안정도에 대한 다음 정리를 제시하였다.

정리 1[3] : 다항식 (1)은 다음을 만족하면 Hurwitz 안정이다.

- i) $\gamma_i > \gamma_i^* \quad (n=3,4, i=2, \dots, (n-2))$
- ii) $\gamma_i > 1.1238 \gamma_i^* \quad (n \geq 5, i=2, \dots, (n-2))$ 또는,
- iii) $\sqrt{\gamma_{i+1} \gamma_i} > 1.4656 \quad (n \geq 5, i=2, \dots, (n-1))$

정리 2[3] 다항식(1)이 $i=1, \dots, (n-1)$ 중 어느 하나에서 $\gamma_{i+1} \gamma_i \leq 1$ 이면 Hurwitz 불안정이다.

정리 3[3] $\gamma_i \geq 4, i=1, 2, \dots, (n-1)$ 이면, 다항식 (1)의 모든 근은 서로 다른 음의 실수이다.

정리 1의 iii)으로부터 $\gamma_i \geq 1.4656$ 이면 다항식 (1)이 Hurwitz 안정임을 의미한다. γ_i 의 이러한 성질 때문에 "안정지수(stability index)"로 부르기도 한다[6]. 또한 정리 3으로부터 γ_i 가 1.4656보다 클수록 (1)의 근은 공액근이 음의 실근으로 이동하여 모든 γ_i 가 4보다 커지면 모두 음의 실근이 되기 때문에 γ_i 는 제동특성을 변화시키는 파라미터임을 알 수 있다.

(2b)에서 정의한 τ 의 물리적 의미를 보기 위해 다항식(1)의 모든 근이 서로 다른 음의 실수 σ_i 라고 가정한다. a_1 은 (n-1)개 근의 곱의 합에 (-1)ⁿ⁻¹을 곱한 값이고, a_0 는 n개 근의 곱에 (-1)ⁿ을 곱한 값이므로 $\tau = \frac{a_1}{a_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i}$ 임을 알 수 있다. 실수 극의 역수는 시정수의 차원이므로 τ 는 개별 시정수의 합으로 표현된다. 이러한 이유로 τ 를 "등가시정수(equivalent time constant)"로 부르기로 한다.

다항식(1)을 γ_i 와 τ 로 나타내면 다음과 같다.

$$P(s) = a_0 [\{ \sum_{i=2}^n (\prod_{j=2}^{i-1} 1/\gamma_j) (s\tau)^i \} + s\tau + 1] \quad (3)$$

다항식 계수를 γ_i 와 τ 로 표현한 (3)은 3장에서 새로운 표준형을 도출할 때 유용하게 사용된다. γ_i 와 τ 의 주목할 만한 특징은 이들이 다항식의 계수 공간에서 정의되며 안정도에 대한 충분 조건 뿐만 아니라 제동특성과 직접 관련 있다는 것이다. Manabe[6]는 이러한 성질을 발전시켜 CDM이라는 제어기 설계방법을 제시하였다. 그는 Type I의 목표전달함수(target transfer function)로 경험적으로 구한 다음의 Manabe 표준형을 제시하였다.

$$\gamma_{n-1} = \dots = \gamma_3 = \gamma_2 = 2, \quad \gamma_1 = 2.5 \quad (4)$$

이형은 오버슈트가 거의 없고 치수가 증가되어도 거의 같은 과도응답 특성을 주는 특징이 있다[6].

2. 3가지 형의 표준형을 위한 문제설정

Manabe형 (4)는 제어대상의 요구에 따라 다른 과도응답을 설계해야 하는 경우 이를 위한 안정지수의 조정방법이 없다.

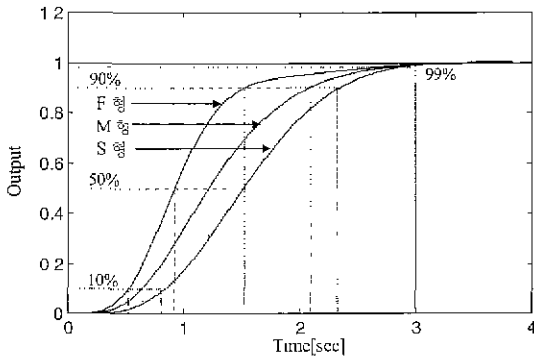


그림 1. 시간응답 곡선의 3가지 표준형.
Fig. 1. Three prototypes of time response curve.

표 2 F, M, S 곡선의 응답모양의 일반화.
Table 2. Generalization of response shapes of F, M, S curves.

표준형	응답 특성	원하는 응답 모양		
		t_1/t_s	t_m/t_s	$(t_s - t_1)/t_s$
F 곡선		0.1725	0.3064	0.4911
M 곡선		0.2114	0.4034	0.3053
S 곡선		0.2783	0.5037	0.2182

본 논문에서는 그림 1의 세가지 곡선에 대해 물리적인 의미를 갖는 10%, 50%, 90%, 99% 지점에 도달하는 시간에 근거하여 등가시정수로 정규화(normalization)시킨 3가지 표준형 전달함수를 제시하고자 한다. 먼저 그림 1의 응답에서 10%, 50%, 90%, 그리고 99%에 도달하는 시간을 각각 t_1, t_m, t_1, t_s 로 표기하고 F, M, S곡선을 표 2로 규정한다. 여기서 정착시간은 정상상태의 99% 도달시간으로 정의하였다

표 2에서 t_1/t_s 는 10%에 도달하는 시간에 대한 정착시간의 비로서 값이 클수록 초기에 느린 응답모양을 가지며, t_m/t_s 값은 정착시간에 대한 50%까지 응답시간을 의미한다. 마지막으로 $(t_s - t_1)/t_s$ 의 값이 클수록 90% 이후에는 서서히 정착시간에 도달하는 응답모양을 의미한다. 따라서 F곡선은 90%이후 느리며, S곡선은 90% 이후에 빠른 응답을 가짐을 알 수 있다. 본 논문의 문제는 Type I 시스템에 대해 다음을 만족하는 3가지형의 표준형을 제시하는 데 있다.

- 1) Type I에 대한 단위계단 응답은 거의 오버슈트가 없으며, 차수에 관계없이 거의 동일한 응답을 갖는다.
- 2) 제시한 3가지형의 표준형은 시정수(τ)로 표현한다
- 3) 시간영역의 설계명세서로서 상승시간 또는 정착시간이 주어지면 제시한 표준형으로부터 이를 만족하는 시정수를 대수적으로 구할 수 있어야 한다.

여기서 시스템 "Type K"의 정의는 [11]을 따르며, n 차 Type I 시스템의 전달함수는 항상 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$T(s) = \frac{a_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

III. 3가지 표준형

기존의 ISE(Integral of the Squared Error)를 일부 수정하여 다음과 같이 정의하고, ISME(Integral of the Square of Modified Error)로 부르기로 한다.

$$\text{정의1} \quad \text{ISME} = \int_0^{\infty} \varepsilon(t)^2 dt \quad (5)$$

$$\varepsilon(t) = y^*(t) - y(t) \quad (6)$$

여기서 $y^*(t)$ 는 그림 1과 표 2에서 나타난 3가지 응답곡선에 대응하는 기준입력이며, $y(t)$ 는 실제 출력을 나타낸다 다시 말해, $y^*(t)$ 는 설계자가 원하는 폐루프 시스템의 스텝응답 파형으로서 여기서는 표 2에서의 일반화 방식에 따라 그림 2에서와 같이 스텝응답의 10%, 50%, 90%, 정상상태 도달시간으로 표현하였다.

ISE, ITAE, IAE와 같은 일반적인 성능지수와 ISME의 차이점은 일반적인 성능지수가 단위계단 입력에 대한 오차를 최소화하는 데 반해, ISME는 그림 2에서와 같이 10%, 50%, 90%, 99% 응답데이터를 표현하는 기준입력으로부터의 오차를 최소화하게 된다. 여기서는 F, M, S형의 각각 4점을 지나는 $y^*(t)$ 를 얻기 위해 비선형 보간 방법을 이용하였다[8][9]. 그림 1과 같이 표 2의 관계를 만족하는 응답 모양을 갖도록 하는 시간함수의 형태를 실험적인 방법으로 반복한 결과 하나의 해로서 $n \geq 4$ 인 차수 대해 다음의 특성을 얻었다.

- i) F형 : n 개의 실근 + $(n-2)$ 개의 공액 복소근
 근홀수 n : 1개의 실근 + $(n-1)$ 개의 공액 복소근
- ii) M형, S형 : $(n-4)$ 개의 실근 + 4개의 공액 복소근
 위의 특성을 $2n$ 개의 미지수를 갖는 F, M, S형의 준입력 함수로 나타내면 표 3과 같다. 여기서, p_i 는 실근, $\alpha_i \pm j\beta_i$ 는 공액근, r_i, c_i 는 계수를 나타낸다.

표 3의 기준입력 함수의 라플라스 변환한 시스템은 기가정에 의해 Type I인 시스템이 되어야하며, 비선형 보간법을 이용하여 그림 1에서 정착시간을 $t_s=1$ 초로 하고

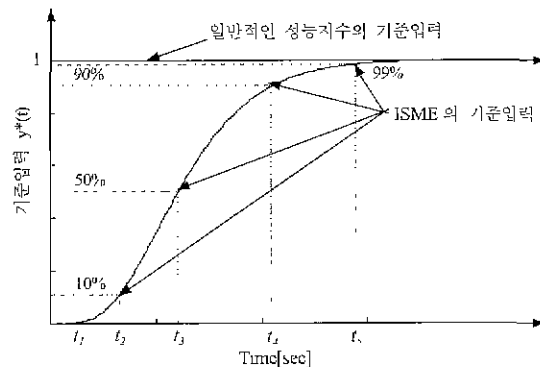


그림 2. 새로운 성능지수의 기준 입력.
Fig 2 Reference input of a new performance index.

표 2에서 정의한 응답모양을 만족하도록 하는 다항식을 구하면 표 4의 폐루프 특성다항식을 얻는다. 결국 표 4는 정착시간을 1초로 하는 표 2의 3가지형의 일반화된 응답모양에 대해 ISME를 최소화 하는 다항식이다.

표 3. F, M, S곡선의 기준 입력 함수 형태.

Table 3. The reference function forms of F, M, and S curve.

곡선	차수	기준입력 함수 $y_n^*(t)$	
F	4	$1 + r_1 e^{-\beta_1 t} - r_2 e^{-\beta_2 t} - 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t - c_2 \cos \beta_1 t)$	
	5	$1 - r_1 e^{-\beta_1 t} + 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t - c_2 \cos \beta_1 t) - 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t - c_4 \cos \beta_2 t)$	
	6	$1 + r_1 e^{-\beta_1 t} - r_2 e^{-\beta_2 t} - 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t + c_2 \cos \beta_1 t) + 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t - c_4 \cos \beta_2 t)$	
	7	$1 - r_1 e^{-\beta_1 t} + 2e^{-\alpha t}(c_2 \sin \beta_1 t + c_3 \cos \beta_1 t) - 2e^{-\alpha t}(c_4 \sin \beta_2 t + c_5 \cos \beta_2 t) - 2e^{-\alpha t}(c_6 \sin \beta_3 t - c_7 \cos \beta_3 t)$	
	8	$1 + r_1 e^{-\beta_1 t} - r_2 e^{-\beta_2 t} + 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t - c_2 \cos \beta_1 t) - 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t + c_4 \cos \beta_2 t) - 2e^{-\alpha t}(c_5 \sin \beta_3 t + c_6 \cos \beta_3 t)$	
	M, S	4	$1 - 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t + c_2 \cos \beta_1 t) - 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t + c_4 \cos \beta_2 t)$
		5	$1 - r_1 e^{-\beta_1 t} - 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t + c_2 \cos \beta_1 t) - 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t - c_4 \cos \beta_2 t)$
		6	$1 - r_1 e^{-\beta_1 t} + r_2 e^{-\beta_2 t} - 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t - c_2 \cos \beta_1 t) + 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t + c_4 \cos \beta_2 t)$
7		$1 - r_1 e^{-\beta_1 t} + r_2 e^{-\beta_2 t} - r_3 e^{-\beta_3 t} - 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t - c_2 \cos \beta_1 t) + 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t + c_4 \cos \beta_2 t)$	
8		$1 - r_1 e^{-\beta_1 t} + r_2 e^{-\beta_2 t} - r_3 e^{-\beta_3 t} - r_4 e^{-\beta_4 t} + 2e^{-\alpha t}(c_1 \sin \beta_1 t + c_2 \cos \beta_1 t) - 2e^{-\alpha t}(c_3 \sin \beta_2 t - c_4 \cos \beta_2 t)$	

표 4. 정착시간 $t_s = 1$ 초와 표 2의 응답모양을 만족 하는 3가지형의 폐루프 다항식.

Table 4. The closed-loop polynomials of 3 types satisfying settling time 1sec and Table 2

형	차수	$T(s) = \frac{a_0}{s^n - a_{n-1}s^{n-1} - \dots - a_1s + a_0}$	
F형	4	$s^4 - 25.02s^3 + 319.29s^2 + 2563.01s + 7591.86$	
	5	$s^5 - 40.53s^4 + 1013.81s^3 + 12939.55s^2 + 103868.99s + 307668.83$	
	6	$s^6 + 79.03s^5 + 3202.62s^4 + 80117.02s^3 + 1022559.91s^2 + 7907147.42s + 23421645.21$	
	7	$s^7 + 128.02s^6 + 10117.06s^5 + 410005.26s^4 + 10256743.04s^3 + 130910189.80s^2 + 1050848976.19s + 3112704313.36$	
	8	$s^8 + 249.64s^7 + 31959.79s^6 - 2525652.89s^5 + 102354920.92s^4 - 2560523556.79s^3 + 32680805550.58s^2 + 262337035077.24s + 777064677361.49$	
	M형	4	$s^4 + 23.00s^3 + 265.87s^2 + 1528.90s + 3530.95$
		5	$s^5 + 46.19s^4 + 1066.73s^3 + 12317.89s^2 + 71119.46s + 164248.17$
		6	$s^6 + 90.54s^5 + 4160.90s^4 + 96096.75s^3 + 1109662.21s^2 + 6471377.71s + 14945445.06$
7		$s^7 + 209.53s^6 + 20526.62s^5 + 975892.72s^4 + 24968642.62s^3 - 267619166.01s^2 + 1551325831.47s + 3582738756.28$	
8		$s^8 + 382.21s^7 + 72317.45s^6 + 6910727.79s^5 + 323555247.58s^4 + 7732886930.16s^3 - 460010995.51s^2 + 522287182214.14s + 1206205963513.06$	
S형		4	$s^4 + 15.05s^3 + 123.13s^2 + 550.40s + 1060.51$
		5	$s^5 + 35.07s^4 + 527.89s^3 + 4318.24s^2 + 19303.11s + 37192.90$
		6	$s^6 + 64.53s^5 + 1787.19s^4 + 26900.49s^3 + 220055.34s^2 + 973013.94s + 1874786.02$
	7	$s^7 + 118.09s^6 + 5985.12s^5 + 165760.17s^4 + 2494995.28s^3 + 20400926.72s^2 + 91235125.22s + 175790222.01$	
	8	$s^8 + 217.27s^7 + 20263.22s^6 + 1026991.68s^5 + 28442927.05s^4 + 428118334.46s^3 + 3502153456.20s^2 + 15635111711.72s + 30163991737.42$	

표 5. 3 가지 표준형의 안정지수.

Table 5. The stability indices of 3 prototypes.

형	γ_7	γ_6	γ_5	γ_4	γ_3	γ_2	γ_1	차수
F형					1.96	1.59	2.71	4
				1.62	1.96	1.59	2.71	5
			1.95	1.62	1.96	1.59	2.71	6
		1.62	1.95	1.62	1.96	1.59	2.71	7
	1.95	1.62	1.95	1.62	1.96	1.59	2.71	8
					1.99	2.01	2.49	4
				2.00	2.00	2.00	2.50	5
			1.97	1.99	2.00	2.00	2.50	6
M형								7
		2.02	2.06	2.02	2.02	2.01	2.51	6
		2.02	1.98	2.01	2.02	2.01	2.51	8
					1.84	1.83	2.32	4
				2.33	1.84	1.83	2.32	5
			2.33	1.84	1.84	1.83	2.32	6
			2.33	1.83	1.84	1.83	2.32	7
	2.33	1.84	1.83	1.84	1.84	1.83	2.32	8
S형								4
								5
								6
								7
								8

표 4의 특성다항식에서 (2a)에 의해 안정지수를 구하면 다음 표 5와 같다. 표 5의 안정지수는 표 2의 응답모양을 만족하는 안정지수로서 충분조건 값이다.

동일한 차수인 두 다항식이 동일한 안정지수를 가지면 항상 같은 응답모양을 갖는다. 다음 정리는 이를 입증한다.

정리 4 : n 차의 두 다항식 $a(s)$, $b(s)$ 의 각각의 근을 σ_{a_i} , σ_{b_i} , ($i=1, \dots, n$)라 가정했을 때 두 다항식의 안정지수가 같으면 양의 실수 k 에 의해 $\sigma_{b_i} = k\sigma_{a_i}$ 가 성립한다.

증명 : 두 다항식 $a(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i$, $b(s) = \sum_{i=0}^n b_i s^i$ 라 하자.

그러면 (4)에서 각 다항식의 계수 $a_i = \frac{a_0 \tau_a^i}{\gamma_{i-1} \gamma_{i-2} \dots \gamma_2 \gamma_1^{i-1}}$,

$b_i = \frac{b_0 \tau_b^i}{\gamma_{i-1} \gamma_{i-2} \dots \gamma_2 \gamma_1^{i-1}}$ 이 되며 $\tau_a \neq \tau_b$, $\tau_a, \tau_b \geq 0$ 이다.

$a(s)$ 의 다항식에서 s 대신 $\tau_b s / \tau_a$ 를 대입하면 $b(s)$ 임을 알 수 있고 $k = \tau_a / \tau_b$ 로 놓으면 $\sigma_{b_i} = k\sigma_{a_i}$ 가 된다.

정리 4와 표 5의 안정지수로부터 (3)의 최고차항의 계수가 1이 되도록 $\frac{\prod_{i=1}^n \gamma_i^{(n-i)}}{a_0 \tau^n}$ 를 곱하여 정리하면 3가지형의 표준형의 분모다항식 $P(s)$ 는 임의의 n 차에 대해 (7)과 같이 τ 로 일반화된다.

$$P(s) = s^n + \frac{\prod_{i=1}^n \gamma_i^{(n-i)}}{\tau^n} \times \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \left(\prod_{j=1}^i \frac{1}{\gamma_j} \right) (\tau s)^i \right\} + \frac{\prod_{i=1}^n \gamma_i^{(n-i)}}{\tau^{n-1}} s + \frac{\prod_{i=1}^n \gamma_i^{(n-i)}}{\tau^n} \quad (7)$$

(7)에서 표 5의 안정지수 γ_i 를 대입하면 각각의 표준형을 얻을 수 있다. 이러한 3 가지형의 표준형은 모두 τ 로 표현되며 그 결과는 표 6에 제시하였다 표준형을 이용한 제어기 설계는 먼저 플랜트에 대해 Diophantine 방정식을 만족하도록 제어기의 차수를 결정하여 원하는

표 6. 3 가지형의 표준형.
Table 6. 3-types of prototypes.

형	$T(s) = \frac{a_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}, a_0 = \frac{a_1}{\tau}$
Γ형	$s^4 + 8.45/\tau s^3 + 36.45/\tau^2 s^2 - 98.72/\tau^3 s + 98.72/\tau^4$
	$s^3 + 13.66/\tau s^2 + 115.33/\tau^2 s + 497.74/\tau^3 s^2 + 1348.24/\tau^4$
	$s^2 + 26.6/\tau s + 363.7/\tau^2 s^2 + 3071.3/\tau^3 s^3 + 13255.1/\tau^4 s^4$ $+ 34854.9/\tau^5 s + 34854.9/\tau^6$
	$s^1 + 43.1/\tau s^0 + 1148.9/\tau^2 s^2 + 15689.5/\tau^3 s^3 + 132499.6/\tau^4 s^4$ $+ 571837.9/\tau^5 s^5 + 1548937.4/\tau^6 s^6 + 1548937.4/\tau^7$
M형	$s^4 + 9.96/\tau s^3 + 49.85/\tau^2 s^2 - 124.12/\tau^3 s + 124.12/\tau^4$
	$s^3 + 20/\tau s^2 + 200/\tau^2 s + 1000/\tau^3 s^2 + 2500/\tau^4 s + 2500/\tau^5$
	$s^2 + 39.2/\tau s + 780.1/\tau^2 s^2 + 7801.4/\tau^3 s^3$ $+ 39007.0/\tau^4 s^4 + 98500.0/\tau^5 s + 98500.0/\tau^6$
	$s^1 + 90.8/\tau s^0 + 3848.5/\tau^2 s^2 + 79225.6/\tau^3 s^3 + 807396.6/\tau^4 s^4$ $+ 4073396.6/\tau^5 s^5 + 10224225.4/\tau^6 s^6 + 10224225.4/\tau^7$
S형	$s^4 + 7.84/\tau s^3 + 33.40/\tau^2 s^2 + 77.64/\tau^3 s + 77.64/\tau^4$
	$s^3 + 18.28/\tau s^2 + 143.41/\tau^2 s + 610.61/\tau^3 s^2 + 1419.42/\tau^4 s + 1419.42/\tau^5$
	$s^2 + 33.6/\tau s + 485.4/\tau^2 s^2 + 3807.2/\tau^3 s^3$ $+ 16210.2/\tau^4 s^4 + 37338.9/\tau^5 s + 37338.9/\tau^6$
	$s^1 - 61.5/\tau s^0 + 1625.4/\tau^2 s^2 + 23460.1/\tau^3 s^3 + 184021.5/\tau^4 s^4$ $+ 783515.0/\tau^5 s^5 + 1821359.0/\tau^6 s^6 + 1821359.0/\tau^7$
S형	$s^4 - 11.3/\tau s^3 + 5481.3/\tau^2 s^2 + 144489.1/\tau^3 s^3 + 2081287.2/\tau^4 s^4$ $+ 16293372.5/\tau^5 s^5 + 69235623.4/\tau^6 s^6 + 160626616.4/\tau^7 s^7 + 160626616.4/\tau^8$

표준형과 특성다항식의 차수를 결정한다

다음으로 설계명세를 만족하는 τ 는 표 7에서 쉽게 얻을 수 있어 원하는 특성다항식이 구해지므로 대수적으로 제어기의 파라미터를 구한다. 표 7은 설계명세가 정착시간이나 상승시간(rise time)으로 주어질 때 이들로부터 τ 를 결정하는 환산식을 정리한 것으로 이 값은 수치적으로 구한 것이다. 예로서 원하는 정착시간 $t_s = 3$ 이라면 F형은 $\tau_F \approx 3/2.9618$ 에 의해 $\tau_F \approx 1.0129$ 이고 M형은 $\tau_M \approx 1.2990$ 이고, 마찬가지로 $\tau_S \approx 1.5571$ 이 된다 또한 이렇게 구한 시정수는 $\tau_S = 1.5373\tau_F$ 와 $\tau_M \approx 1.2824\tau_F$ 의 관계를 만족한다

부연 1 피드백 시스템에서 영점의 영향으로 페루프 응답 특성에 제한을 주는 경우 피드포워드(feed-forward)

표 7. 표준형에서 설계명세를 만족하는 τ 값의 계산식

Table 7. Calculating equations of τ in table 6 satisfying design specifications.

설계 명세	F형	M형	S형
상승시간 (t_r)	$\tau_F \approx t_r/0.9960$	$\tau_M \approx t_r/1.116$	$\tau_S \approx t_r/0.9697$
정착시간 (t_s)	$\tau_F \approx t_s/2.9618$	$\tau_M \approx t_s/2.3095$	$\tau_S \approx t_s/1.9266$
동일한 정착시간에서	$\tau_S \approx 1.5373\tau_F, \tau_M \approx 1.2824\tau_F$		

방법으로 보상하는 경우가 일반적이다. 표 6은 영점이 없는 경우에 설계할 수 있는 표준형이지만, 영점이 1개 또는 2개 존재하는 경우에도 IV장에서 기술한 방법과 유사하게 설계할 수 있을 것이다.

부연 2 : 표 3-7의 표준형은 시스템 차수 $n \geq 4$ 인 경우를 고려하였다. $n=2, 3$ 인 경우는 아래의 전달함수로 표현할 수 있다.

$$T_2(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

$$T_3(s) = \frac{\eta w_n^2}{(s + \eta)(s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)}$$

목표전달함수가 단지 오버슈트와 정착시간만 만족하는 것이라면 교과서적인 극 배치 방법으로도 구할 수 있으나 표 2에서 정의한 특정한 F, M, S형을 구해야하는 경우는 2차 또는 3차 다항식으로는 아주 근접한 해가 존재하지 않을 수 있다. 응답모양에 다소 차이는 있어도 표 6 형태의 표준형은 표 5의 γ_1, γ_2 값을 (7)로부터 얻어진 아래 식에 대입하여 얻을 수 있다.

$$P(s) = s^2 + \frac{\gamma_1}{\tau} s + \frac{\gamma_2}{\tau^2}, \quad n=2 \quad (7a)$$

$$P(s) = s^3 + \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\tau} s^2 + \frac{\gamma_1^2 \gamma_2}{\tau^2} s + \frac{\gamma_1^3 \gamma_2}{\tau^3}, \quad n=3 \quad (7b)$$

그러나 $n \geq 4$ 인 경우, 극 배치 방식으로 F, M, S 표준형을 구하는 것은 극히 어렵다.

IV. 제어기의 설계 예

본 장은 3가지형의 표준형이 제어기 설계에서 얼마나 유용한지를 알아보려고 한다. 한 예를 통해 Franklin[11], [74]와 Chen [5],[6,9],[9],[10]의 비교방법을 따라 잘 알려진 우세 극 배치 방법, LQR, 그리고 ITAE를 이용하여 설계한 제어기와 제어 성능을 비교하기로 한다 시간영역 설계명세는 페루프 특성근을 적절히 배치하는 문제이므로 이러한 관점에서 위의 세 가지 방법과 비교하기로 한다[11]. 출력피드백구조로 비교하기 위해 극 배치와 LQR 방법에서는 상태관측기가 포함되어 설계된다([11] 7.9절 참조). 비교 조건으로 스텝응답의 정착시간이 같아지도록 부과하였다. 이장의 주요목적은 3장의 표준형이 2.1절의 문제설정에서 언급한 시간영역 설계명세를 만족시키는 제어기 설계에 얼마나 쉽게 적용되며, 이러한 설계 목적을 다른 방법으로 접근 시 어떤 차이가 있는지 비교하는데 있다.

그림 3(a)와 같은 피드백 제어시스템 기본구조를 고려하여 플랜트 전달함수는 Chen[10]의 예를 적용한다.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{2}{s(s^2 + 0.25s + 6.25)} \quad (8)$$

위의 플랜트에 대해 만족해야 할 설계 명세는 다음과 같다.

1. 제어기는 분자, 분모 2차 구조로 고정한다
2. 단위계단 입력에 대해 $\pm 1\%$ 정착시간이 2.5초 이내 이어야 한다.

1. 제어기 설계

1.1 극 배치, ITAE, LQR 제어기의 설계

그림 3(a)의 제어시스템 구성은 그림 3(b)의 일반적인 2 매개변수 구성(two parameter configuration)으로 표현될 수 있다. 동일 조건 아래에서 비교하기 위하여 출력 피드백 제어형태를 고려하였으며, 극 배치, LQR 방식에서는 $\frac{B(s)}{A(s)}$ 가 상태 관측기를 포함하게 된다. 원하는 동특성을 갖는 특성다항식을 $a_c(s)$, 상태관측기의 특성다항식을 $a_o(s)$ 라 표현하기로 한다.

Chen [4],[5],[10]의 방법을 이용하면 페루프 전달함수와 특성다항식은 각각

$$T(s) = \frac{N(s)F(s)}{A(s)D(s) + B(s)N(s)} = \frac{N(s)k\alpha_o(s)}{\alpha_c(s)\alpha_o(s)} \quad (9)$$

$$P(s) = A(s)D(s) + B(s)N(s) = \alpha_c(s)\alpha_o(s). \quad (10)$$

여기서, $F(s) = k\alpha_o(s)$ 이고, $T(0) = 1$ 이 되도록 k 를 구하면,

$$k = \frac{\alpha_c(0)}{N(0)} \quad (11)$$

설계된 제어시스템의 페루프 전달함수는 다음과 같다.

$$T(s) = \frac{kN(s)}{\alpha_c(s)} \quad (12)$$

이제 이 방법을 극 배치 제어기 설계에 적용하기로 한다. 임의의 n 차 시스템의 극을 원하는 시간응답특성을 만족하도록 배치할 수 있는 방법은 아직 제기된 바 없다.

일반적으로 2개의 공액극은 제동특성, 오버슈트 등의 시간응답 설계명세를 고려하여 배치하고, 나머지 극은 이들 보다 5-10배 이상 s -평면의 좌측에 놓이도록 설계

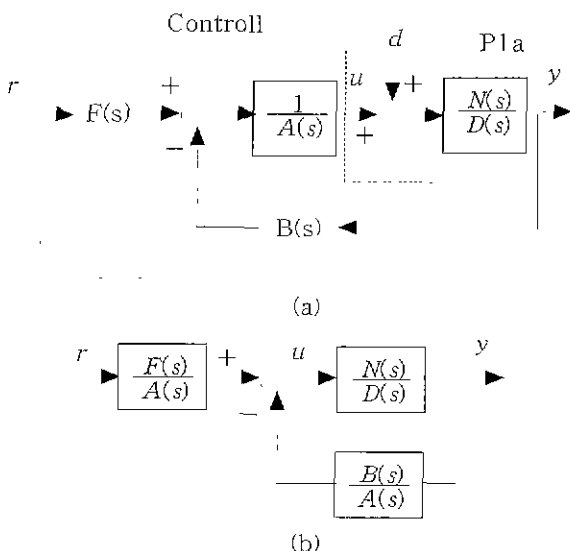


그림 3. 2매개변수 제어시스템의 기본 구조. (a) 특정 형식의 구조, (b) 일반형식의 구조.

Fig. 3. Basic configurations of two parameter control system. (a) specific realization, (b) general configuration.

표 8. 극 배치, ITAE, LQR로 설계된 제어기.

Table 8. Controllers designed by pole-placement, ITAE and LQR.

제어 방식	제어기
극배치	$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{8.8718s^2 + 19.8394s + 38.0500}{0.0027s^2 + 0.1433s + 2.5678}$ $F(s) = 38.05(1 + s/15)(1 + s/25)$
ITAE	$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{157.8892s^2 + 281.8868s + 653.4562}{s^2 + 11.5100s + 79.0725}$ $F(s) = 653.4562$
LQR	$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{1458.9597s^2 + 3630.0490s + 8872.4200}{s^2 + 45.6733s + 643.0249}$ $F(s) = 22.1811(s + 20)^2$

한다. 정착시간 25초를 만족하는 페루프극이 $s = -10$, $-2 \pm j1.9$ 에 선택하였으며, 상태관측기의 극점을 $s = -15$ 와 $s = -25$ 에 놓으면

$$\alpha_c(s) = (s + 10)(s^2 + 4s + 7.61) \quad (13)$$

$$\alpha_o(s) = (s + 15)(s + 25).$$

(13)을 (10), (11)에 대입하여 계산하면 극 배치 제어기는 표 8과 같다.

다음은 LQR제어기 설계를 위해 다음 가격함수를 고려하였다.

$$J = \int_0^\infty [q(y(t) - r(t))^2 + u(t)^2] dt. \quad (14)$$

여기서 q 는 양수의 설계 가중치로서 반복적으로 계산하여 정착시간이 2.5초가 되는 q 를 구하면 $q = 492$ 였다. 이 때 특성다항식 $\alpha_c(s)$ 는 다음 대칭근래적식(symmetric root-locus equation)[5],[11]로부터 구해진다.

$$A(s)D(-s) + qN(s)N(-s) = \alpha_c(s)\alpha_c(-s). \quad (15)$$

전체 페루프 전달함수는 다음과 같이 구해진다[5].

$$T_o(s) = \frac{qN(0)N(s)}{\alpha_c(0)\alpha_o(s)} = \frac{44.36}{s^3 + 5.92s^2 + 23.76s + 44.36}. \quad (16)$$

(10)은 5차가 되어야 하므로 $s = -20$ 에 2개의 관측기 극을 놓고, (즉, $\alpha_o(s) = (s + 20)^2$), Diophantine (10)을 풀면 LQR 제어기는 표 8과 같다

ITAE 설계는 표 1에서 5차 다항식을 선택하여 정착시간이 2.5초가 되는 w_n 을 구하면 $w_n = 4.2$ 가 얻어지고 결과는 표 8에 보인다.

1.2.3 가지형의 표준형 제어기의 설계

위 설계명세에 대한 3가지형 표준형의 제어기 설계는 먼저 플랜트가 3차이므로 2차의 제어기로 설정하여 특성다항식을 5차로 결정한다. 3가지형의 표준형에서 정착시간 2.5sec를 만족하는 시정수는 표 7에서 $\tau_F = 0.8441$, $\tau_M = 1.0825$, $\tau_S = 1.2676$ 이다. 따라서 설계명세를 만족하는 페루프 다항식 $C(s)$ 는 다음 식과 같으며 아래 첨자는 각각의 표준형을 의미한다.

표 9. 3 가지 표준형의 제어기.

Table 9. The controllers of 3-types.

3가지 표준형	제 어 기
F 형	$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{.345\ 0707s^2 + 854.0257s + 1573.13701}{s^2 + 15.9289s + 151.6350}$ $F(s) = 1571.1372$
M 형	$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{.317.2330s^2 + 410.7345s + 840.9506}{s^2 + 18\ 2258s + 159.8703}$ $F(s) = 840.9506$
S 형	$\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{.87.0542s^2 + 14.5105s + 1.92.9196}{s^2 + 13.8398s + 75.4631}$ $F(s) = 192.9196$

$$C_F(s) = s^5 + 16.1789s^4 + 161.8672s^3 + 827.6057s^2 + 2655.7700s + 3146.2741 \quad (17)$$

$$C_M(s) = s^5 + 18.4758s^4 + 170.6767s^3 + 788.3449s^2 + 1820.6581s + 1681.9012 \quad (18)$$

$$C_S(s) = s^5 + 14.0898s^4 + 85.1730s^3 + 279.4730s^2 + 500.6650s + 385.8392 \quad (19)$$

위의 설계 명세를 만족하는 페루프 다항식으로부터 설계한 제어기는 표 9와 같다.

2. 제어기의 성능 비교

2.1 시간응답특성

그림 4는 각 제어방식에 의한 단위계단 응답이다. 각각 제어방식의 응답을 구분하기 위해 정상상태의 확대도를 그림 5에 보인다. 모두 정착시간 2.5초를 만족하였다. 동일한 정착시간에 대해 LQR, 극 배치, ITAE는 상승시간은 빠르지만 각각 10.13%, 3.48% 그리고 2.10%의 오버슈트가 일어나는 반면에 F, M, S형의 응답은 오버슈트가 없다. F형의 응답은 초기에는 빠른 응답을 보이지만 90%이후에는 느린 응답을 보인다. S형의 응답은 초기에는 느린 응답을 보이고 이후에는 빠른 응답특성 보여 다른 방식과 동일한 정착시간을 갖는다.

그림 6은 3가지 표준형의 시스템 차수가 대한 4차에서 8차까지일 때의 단위계단 응답이다. 그림 7은 5차에서 설계명세를 만족하는 ω_n 에 대해 ITAE 표준형의 2차에서 6차까지의 단위계단 응답곡선이다. ITAE의 응답곡선은 차수의 변화에 따라 차이를 보이는 반면 제시한 3가지 표준형의 응답은 4차에서 8차까지의 거의 동일한 응답을 보인다. ITAE뿐만 아니라 극 배치, LQR은 제어기의 차수가 변형되면 제설계가 이루어져야 하지만, 3가지 표준형은 같은 시정수를 사용함으로써 차수가 변하더라도 쉽게 원하는 특성다항식을 구할 수 있다.

2.2 제어 신호 및 안정도 여유의 비교

그림 3의 기준입력에 대한 제어입력의 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{u}{r} = \frac{F(s)D(s)}{A(s)D(s) + B(s)N(s)} \quad (20)$$

(20)을 이용하여 각각의 방식에 대한 제어 신호를 그림 8에 도시하였다. 각 제어 방식에 따라 초기 제어입력

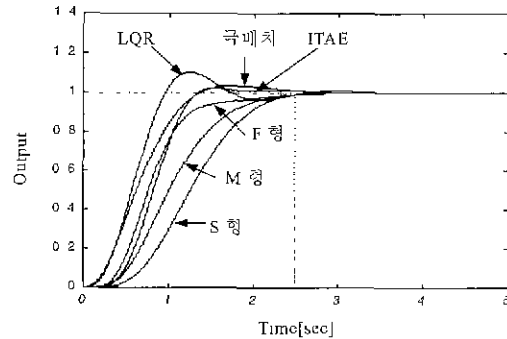


그림 4. 표 8, 9의 각 제어 방식의 단위계단 응답곡선. Fig 4 Step responses of each controller in table 8 and table 9.

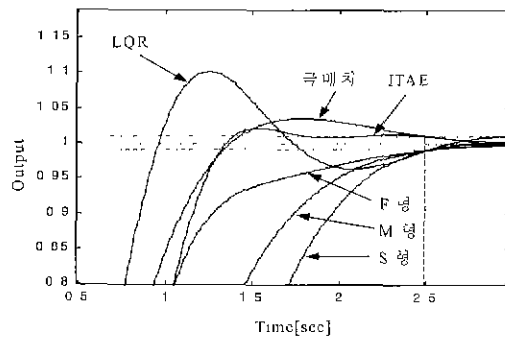


그림 5. 그림 4의 정상상태 부분의 확대도 Fig 5. Zoom of steady state part in Fig 4.

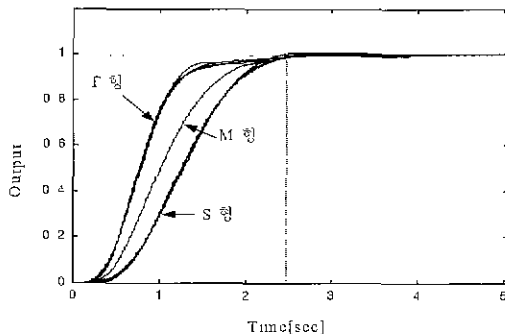


그림 6. 새로운 표준형의 단위계단 응답곡선(n=4~8). Fig. 6. Step responses of new prototypes (n=4~8).

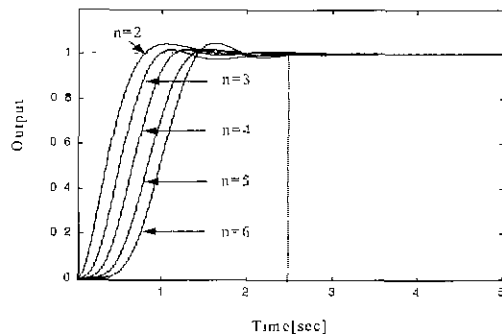


그림 7. ITAE 표준형의 단위계단 응답곡선 (n=2~6). Fig. 7. Step responses of ITAE prototypes(n=2~6).

신호의 차이가 크기 때문에 크기가 상대적으로 작은 제어신호를 보기 위해 그림 9에서 초기 신호가 큰 LQR, 극 배치 방식을 제외시켰다. 표 10에는 그림 8로부터 제어입력신호의 최대, 최소 크기를 비교하였으며, 제어입력 에너지는 초기시각부터 정착시간($t_s=2.5$ 초)까지 입력신호를 제곱하여 적분한 값으로 나타내었다. 안정도 여유는 표 8, 9의 제어기에 대한 루프전달함수로부터 보드선도(또는 나이키스트 선도)를 이용하여 구하였다. 이 모든 시뮬레이션은 Matlab을 이용하였다.

S형의 제어 신호는 극 배치 방법보다 1/13, LQR방법보다 1/10, ITAE보다는 1/7 정도의 에너지만으로 동일한 정착시간에 도달했으며 특이할 만한 사항은 다른 제어 방식은 모두 음의 제어 신호를 갖는 반면, S형은 거의 음의 제어 신호를 갖지 않는다. 이러한 특성은 음의 제어 신호를 구현하는 것이 소요 단가를 크게 증가시키는 점을 감안하면 그 유용성은 자명하다 안정도 여유는 LQR, 극배치, S형의 안정도 여유가 보다 좋으며 ITAE와 F형의 안정도 여유가 상대적으로 작음을 알 수 있다.

부연하면, (8)에 대해 동일한 정착시간을 갖는 설계조건 대신 오버슈트 크기를 제한한다면 LQR, 극 배치 방식은 다른 결과를 줄 것이다. 또한, 관측기 극의 위치에 따라라도 다소 다른 응답을 줄 것이다. 여기에서의 관점은 제어방식별 성능비교가 아니라 동일한 제어기 구조에서 정착시간 설계명세를 만족하는 제어기를 설계할 경우 부수적인 제어성능이 어떻게 나타나는지를 나타내는 것이다.

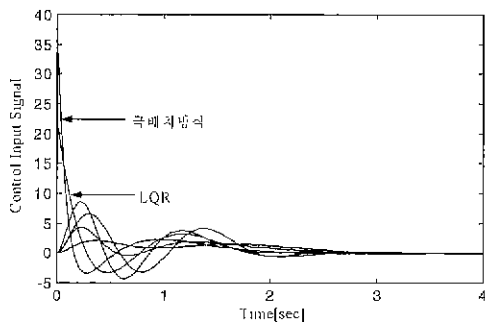


그림 8. 각 제어방식의 제어 신호.
Fig. 8. Control input signals of each controller.

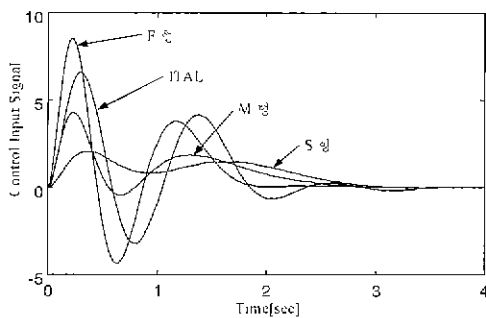


그림 9. 3가지형의 표준형 및 ITAE의 제어 신호 비교.
Fig. 9. Comparisons of control input signals of 3 prototypes and ITAE.

표 10 제어기 신호의 에너지 및 안정도 여유 비교.
Table 10 Comparisons of control input energy and stability margin.

	제어 신호 분석			안정도 여유	
	최대값	최소값	에너지	게인여유	위상여유
극배치	38.0025	-3.4096	51.9248	16.8	50.4
LQR	22.1811	-3.3555	42.2141	18.5	40.9
ITAE	6.5638	-3.2115	28.1171	6.5	24.6
F형	8.5139	-4.3504	38.6968	8.3	29.4
M형	4.2703	-0.4358	6.7057	11.9	44.1
S형	2.0619	-0.0064	4.0447	15.2	56.7

V. 결론

현재의 많은 제어이론들은 설계관점 보다 해석적인 부분이 많이 연구되어 있다. 또한 PID 제어 방식을 제외한 대부분의 방식은 설계과정이 복잡하고 어려우며, PID 제어 방식조차도 많은 시행착오가 필요하다. 특히 설계명세가 정착시간, 상승시간, 오버슈트 등의 시간응답 조건으로 주어졌을 때 이를 만족시키는 적절한 고전적 제어기 설계방법이 제시되어 있지 않다. 본 논문은 과도응답 특성을 고려하여 제어기를 설계할 수 있는 ITAE 표준형 형태의 새로운 3가지형의 표준형을 제시하였다.

이러한 3가지형의 표준형은 ISME에 근거하여 얻었으며, 시간응답 모양에 따라 F, M, S형으로 구분하고 시정수로 표현하였다. F형은 처음에 빠른 응답을 보이지만 90% 이후에는 서서히 정상상태에 도달하며, S형은 초기에는 느린 응답을 보이지만 90% 이후 빠른 응답을 보인다. M형은 F형과 S형의 사이에서 부드러운 응답모양을 갖는다. 세 가지 표준형의 단위계단 응답은 Type I 인 시스템에서 오버슈트가 없고 차수에 관계없이 거의 동일한 응답특성을 보인다. 특히, 설계명세로 정착시간 또는 상승시간이 주어지면 제시한 3가지형 표준형의 시정수를 간단히 대수적으로 얻을 수 있다. 특정한 한 예제에 대해 동일한 정착시간 조건하에서 Inward 방식의 다른 제어방식과 비교한 결과, S형의 제어 신호는 극배치 방법, LQR, ITAE보다 상당히 작은 에너지만으로 동일한 정착시간에 도달하였다. 고려한 예제에서는 다른 방식은 모두 음의 제어 신호를 갖는 반면, S형은 거의 음의 제어 입력 신호를 갖지 않았다. LQR, 극배치, 그리고 ITAE는 상승시간은 빠르지만 모두 오버슈트가 일어나는 반면에 3가지형의 표준형은 오버슈트가 없고 차수에 관계없이 동일한 응답을 보였다. 무엇보다도 3가지형의 표준형을 이용한 설계는 다른 Inward 방식에 비해 제어기를 설계하는 것이 간단하다.

참고문헌

[1] D. Graham and R. C. Lathrop. "The synthesis of optimum response : Criteria and standard forms," *Trans. of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 72, pp. 273-288, 1953.

[2] C. Kessler, "Ein beitrage zur theorie mehrschleifer regelungen," *Regelungstechnik*, vol. 8, no. 8, pp. 261-166, 1960.

[3] A. V. Lipatov and N. I. Sokolov, "Some sufficient conditions for stability and instability of continuous linear stationary system," *Automatic Remote Control*, vol. 39, pp. 1285-1291, 1979.

[4] C. T. Chen, "Introduction to the linear algebraic method to control system design," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 7, no. 5, pp. 36-42, 1987.

[5] C. T. Chen, *Analog and Digital Control System Design : Transfer Function, State Space, and Algebraic Methods*. Saunders College Pub. Co., 1993.

[6] S. Manabe, "Coefficient diagram method," in *Proc. 14th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, pp 199-210, Seoul, August, 1998.

[7] 김영철, 김한실, 허명준, 강환일, 주성준, 조태신, "계수도법 : 개설," *전기학회지*, 제47권, 제11호, pp. 24-30, 1998. 11.

[8] 김신구, "계수도법의 일반화." 충북대학교 석사졸업논문, 전자공학과, 1999. 2.

[9] S. Nakamura. *Numerical Analysis and Graphic Visualization with MATLAB*, Prentice Hall, 1996.

[10] C. T. Chen, and Byunghak Seo, "Application to the linear algebraic method for control system design," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 10, no. 1, pp. 43-47, 1989.

[11] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems (3rd Ed.)*, Addison Wesley, 1994.



김 신 구

1974년 8월 24일. 1993년 충북대 전자 공학과 졸업. 동대학원 석사(1999). 1999년-현재 현대자동차 울산연구소 연구원. 관심분야는 강인제어, CDM



김 영 철

1954년 12월 29일생. 1981년 고려대 전기공학과 졸업. 서울대 전기공학과 석사(1983). 동대학원 박사(1987). 1992년-1993년 미국 Texas A&M Univ. Post-Doctoral Fellow. 1988년-현재 충북대 전기전자공학부 교수. 관심분야는 Parametric Robust Control, Coefficient Diagram Method, QFT.