

이방성과 비선형성을 고려한 삼상 변압기의 TLM-FEM해석

論 文
48B-10-1

Analysis of the Three-Phase Transformer Considering the Non-Linear and Anisotropic Properties using the Transmission Line Modeling Method and FEM

任 彰 煥* · 金 洪 樞** · 李 昌 煥*** · 鄭 炫 教§
(Chang-Hwan Im · Hong-Kyu Kim · Chang-Hwan Lee · Hyun-Kyo Jung)

Abstract - In the case of the large power transformer, the grain-oriented material is usually used. So, to obtain more accurate results, anisotropy and non-linearity of the material must be considered. The Newton-Raphson(NR) method is generally used for analyzing these non-linear properties, but it consumes so much time, especially when the number of nodes is large or the shape of the model is complex. The transmission line modeling (TLM) method is successfully adopted to the analysis of non-linear properties with FEM, but it has not been adopted to the analysis of the anisotropic material. In this paper, the formulation of the TLM method considering anisotropy is developed and the adoption to the 3-phase transformer is presented.

Key Words : FEM, TLM, nonlinear, anisotropy, transformer

1. 서 론

변압기와 같이 방향성 재(Grain Oriented Material)을 사용한 전기 기기를 해석하는 데 있어 보다 정확한 해석을 위해서는 물질의 비선형성 이외에도 이방성을 고려할 필요가 있다. 실제로 기기에 따라서 강한 이방성 물질을 사용하는 경우가 많고 등방성 물질을 사용한 경우라고 하더라도 제작 시의 롤링(rolling) 과정 등에 의해서 이방성이 나타날 수가 있다. 일반적으로 물질의 비선형성과 이방성을 함께 고려하여 유한요소 해석을 하는 경우 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson : NR) 법을 주로 사용한다. 하지만 절점의 수가 증가할 경우에는 비선형성과 이방성을 동시에 고려하여 뉴턴-랩슨법을 사용하면 계산 시간이 매우 길어진다는 단점이 있다. 이는 뉴턴-랩슨법에서는 각 반복 계산 때마다 계 행렬(system matrix)의 LU를 계산하거나 pre-conditioner 를 계산해야 하기 때문이다. 이러한 뉴턴-랩슨법의 단점을 보완하기 위해서, 주로 전자 공학에서 사용되는 TLM법(Transmission Line Modeling method)이 FEM에 성공적으로 도입되었다 [2], 또한 TLM법을 이용한 실제적인 유도기 모델 해석을 통해서 이 방법의 타당성이 검증되었다[3]. TLM법을 이용하여 비선형의 반복계산을 할 때는 계 행렬의 LU나 pre-conditioner를 처음 1회의 반복계산에서만 구하고 이후 과정에서는 행렬 연산 과정 없이 반복법이 진행되므로 기존

의 뉴턴-랩슨 법에 비해 훨씬 빠른 특성을 갖는다. 또한 TLM 법을 사용할 경우 수렴 속도의 향상을 가져다주는 다른 방법들과는 달리 정확도에서 뉴턴-랩슨법과 차이가 없으며 안정적인 수렴을 한다 [2]. 하지만 기존의 TLM법은 등방성 물질을 가정한 상태에서 수식을 전개시키고 회로 형상을 만들었으므로 이방성을 고려할 수 없다는 단점을 가지고 있었다. 이 논문에서는 TLM법의 이러한 점들을 보완하여 TLM법을 이방성 재질을 가지는 비선형 해석에 응용할 수 있는 회로 형상과 수식을 제안하며, 이를 실제 삼상 변압기 모델에 적용시켜 뉴턴-랩슨법과의 비교를 통해 타당성을 검증하도록 한다.

2. TLM법의 개요

2.1 TLM법을 이용한 비선형 저항회로의 모델링

TLM법은 전기 회로를 해석하는 모델링 기법에서 출발하였다. 특히 TLM법은 비선형 저항을 가진 회로 해석에 응용될 수 있는데 그 기본 원리를 그림 1에 나타내었다.

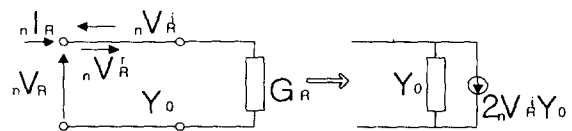


그림 1 TLM법을 이용한 비선형 저항 회로 해석
Fig. 1 Non-linear resistive circuit analysis using the TLM method

그림 1에서 G_R 은 비선형 컨덕턴스(conductance)를 나타내며 nV_i 는 n 번째 입사 전압(incident voltage), nV_r 은 n 번째

* 準 會 員 : 서울大 電氣工學部 碩士課程
** 正 會 員 : 서울大 電氣工學部 博士課程 修了
*** 正 會 員 : 서울大 電氣工學部 博士課程
§ 正 會 員 : 서울大 電氣工學部 教授 · 工博
接受日字 : 1999年 4月 27日
最終完了 : 1999年 9月 13日

반사 전압(reflected voltage)을 나타낸다. 이 때 입사 전압과 반사 전압은 비선형 저항을 기준으로 정한다. 계산에 앞서 일단 임의의 값으로 선의 특성 어드미턴스(characteristic admittance) Y_0 를 정의하면 왼쪽의 회로를 오른쪽과 같은 노턴(Norton) 등가 회로로 치환할 수 있다. 이러한 과정이 TLM법의 기본 원리이다. Transmission line theory에 의하면 식(1)이 회로의 송신 단(sending end)에서 얻어진다.

$${}_n V_R = {}_n V_R' + {}_n V_R'' \quad (1)$$

다시 회로의 수신 단(receiving end)에서 transmission line theory에 의해 식 (2)가 주어진다.

$$Y_0 ({}_n V_R' - {}_{n+1} V_R') = G_R ({}_n V_R' + {}_{n+1} V_R') \quad (2)$$

이 때 G_R 은 비선형 저항을 나타낸다.

계산 과정을 살펴보면, 일단 처음 계산에서 ${}_0 V_1$ 를 0으로 가정하고 그림 1의 오른쪽 회로에서 ${}_0 V$ 를 계산한다. 그러면 식 (1)에서부터 ${}_0 V_R'$ 이 구해지고 식 (2)에서부터 ${}_1 V_1$ 가 구해진다. 이 때 식 (2)는 비선형 방정식이므로 뉴턴-랩슨법 등의 반복계산을 통해 구해야 한다. 그러면 그림 1의 노턴 등가 회로에서 가상 전류원의 전류 값이 $2{}_1 V_1 Y_0$ 에 의해서 계산되어지고 다시 ${}_1 V$ 가 계산된다. 이와 같은 과정에 의해 G_R 값과 회로 양단 전압을 계산할 수 있다[1,2].

2.2 TLM법의 FEM에의 적용 - 등방성체의 경우

물질이 비선형성만을 가지고 이방성을 가지지 않는다고 가정하고 TLM법을 FEM에 적용시키는 방법은 J. Lobry 등에 의해 제안되었다 [2.3]. 따라서 이 장에서는 그에 대한 간단한 소개만을 싣도록 한다.

앞에서 살펴 본 TLM법을 FEM에 적용시키기 위해서는 일단 FEM의 각 요소를 비선형 저항 회로로 변환시키는 과정이 우선되어야 한다. 2차원 FEM해석에서 요소 행렬 방정식 (element matrix equation)은 식 (3)과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta J/3 \\ \Delta J/3 \\ \Delta J/3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 정의 식 (4)에 의해 FEM요소를 그림 2와 같은 비선형 저항회로로 변환할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta J/3 \\ \Delta J/3 \\ \Delta J/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} G_{12} \\ G_{23} \\ G_{31} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{12} \\ K_{23} \\ K_{31} \end{bmatrix}$$

여기서 I_i 는 각 절점(node) i 에 들어가는 모든 전류의 합을 나타낸다. 1차원 저항회로에서와 같은 방법으로 일정한

특성 어드미턴스 Y_0 를 잡으면 그림 2에서와 같이 FEM 요소를 노턴 등가회로로 변환할 수 있다.

그러면 계 행렬은 이후의 모든 반복 계산에서 일정하게 되고 단지 오른쪽 항(forcing term)만이 가상 전류 항 $[I_i]$ 에 의해 변한다. 따라서 계 행렬 방정식은 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$[K_0][A] = [I] + [I_f] \quad (5)$$

이 때 K_0 는 초기 자기 저항률(pseudo reluctivity) ν 에 의해 정해지고 모든 반복계산 과정에서 일정하게 유지된다. 단지 한 번의 LU-decomposition이나 preconditioning 계산만이 필요하기 때문에 절점의 개수가 매우 커지게 될 경우 TLM법의 계산 시간은 뉴턴-랩슨의 경우보다 N_{NR} (뉴턴-랩슨법의 반복계산 회수) 배 빨라진다[2]. 자세한 계산 과정은 3.2절에 나오는 이방성을 고려한 계산 과정을 참조하면 된다.

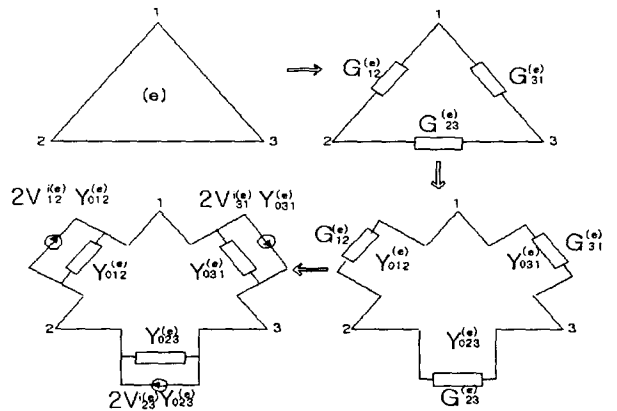


그림 2 FEM 요소의 비선형 저항 회로로의 변환
Fig. 2 Conversion of a FEM mesh into a non-linear resistive circuit (isotropy)

3. 이방성을 고려한 비선형 해석

3.1 뉴턴-랩슨법을 이용한 이방성체의 비선형 해석 - 기존의 방법

뉴턴-랩슨법을 이용한 이방성체의 비선형 해석법은 이미 일반화 된 방법이고 그 타당성도 충분히 검증되었다. 따라서 본 절에서는 뉴턴-랩슨법을 적용시키는 수식만을 전개하고자 한다 [4].

뉴턴-랩슨법에 의하면, $(K+1)$ 회계의 반복으로 얻어지는 절점 i 의 포텐셜의 근사해 $A_i^{(K+1)}$ 는 식 (6)과 같다.

$$A_i^{(K+1)} = A_i^{(K)} + \delta A_i^{(K)} \quad (6)$$

이 때 포텐셜의 변화량 $\delta A_i^{(K)}$ 는 식 (7)에 의해 구해진다.

$$[\partial^2 \chi / \partial A_i \partial A_j]_{n \times n} [\delta A_i]_{n \times 1} = [-\partial \chi / \partial A_i]_{n \times 1} \quad (7)$$

식 (7)의 각 행렬, 벡터의 요소는 식 (8)과 식 (9)에 의해 기술된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{ie}} &= \nu_y u_{iex} + \nu_x u_{iey} - f_i^e \\ \frac{\partial^2 \chi^{(e)}}{\partial A_{ie} \partial A_{je}} &= \nu_y K_{ix}^e + \nu_x K_{iy}^e + 2 / \Delta^{(e)} \frac{\partial \nu_y}{\partial B_y^2} u_{iex} u_{jex} \\ &\quad + 2 / \Delta^{(e)} \frac{\partial \nu_x}{\partial B_y^2} u_{iex} u_{jey} \end{aligned} \quad (8)$$

이 때 χ 는 범함수를 나타내고 B는 자속밀도를, ν 는 자기저항률을 나타낸다.

여기서,

$$\begin{aligned} k_{ijx}^e &= \frac{c_{ie} c_{je}}{4 \Delta^{(e)}} \\ k_{ijy}^e &= \frac{d_{ie} d_{je}}{4 \Delta^{(e)}} \\ u_{iex} &= \sum_{k=1}^3 k_{ikx}^e A_{ke} \\ u_{iey} &= \sum_{k=1}^3 k_{iky}^e A_{ke} \\ f_i^e &= \frac{J_0}{3} \Delta^{(e)} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 식 (9)를 전 요소에 적용시켜 계산하고 초기치로서 미지 절점 포텐셜과 $\partial \nu_x / \partial B_x^2$, $\partial \nu_y / \partial B_y^2$ 를 0으로 놓으면 1회의 반복 계산에서 선형 해를 얻을 수 있다[4].

3.2 TLM법을 이용한 이방성체의 비선형 해석 - 제안된 방법

본 절에서는 TLM법을 이용하여 이방성체의 비선형 해석을 하는 법에 대하여 기존의 TLM법과 다른 회로형상을 제안하고 계산에 필요한 수식들을 전개해 나가도록 한다.

이방성체의 경우 자화 용이축(easy axis)과 자화 난이축(hard axis) 방향으로 서로 다른 B-H 곡선을 가지게 된다. 뉴튼-랩슨법의 경우 하나의 계 행렬 방정식을 통해 이방성체의 비선형을 고려하였다. 하지만 TLM법에서, 등방성체의 비선형 해석에서와 같이 한 변을 하나의 비선형 저항으로 대체하는 경우에는, 비선형 저항 하나가 두 개의 비선형 성분을 동시에 가지게 되므로 수렴이 어렵다. 여기서 제안된 방법에서는 그림 3에서와 같이 X방향과 Y방향의 비선형 성분을 분리하여 각각 독립된 비선형 저항으로 치환하고 따로 수렴 과정을 거치게 되므로 수렴이 뉴튼 랩슨법에 비해 쉬우며 안정적인 해를 얻을 수 있게 된다. 일단 각 요소의 변(edge)을 비선형 컨덕턴스로 치환하는 과정은 다음과 같다.

일반적인 이방성 해석에서 요소 행렬의 (i,j) 요소는 식 (10)과 같다.

$$k_{ij} = \frac{1}{4\Delta} \nu_y c_i c_j + \frac{1}{4\Delta} \nu_x d_i d_j \quad (10)$$

이 때 형상 함수는 $N_i = \frac{1}{2\Delta} (b_i + c_i x + d_i y)$ 이다.

여기서 비선형 컨덕턴스를 식 (11) 과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} G_{ijy} &= - \frac{1}{4\Delta} \nu_y c_i c_j \\ G_{ijx} &= - \frac{1}{4\Delta} \nu_x d_i d_j \end{aligned} \quad (11)$$

이 때, G_{ijx} 와 G_{ijy} 는 각각 x방향과 y방향의 B-H곡선을 따르는 비선형 컨덕턴스를 나타낸다.

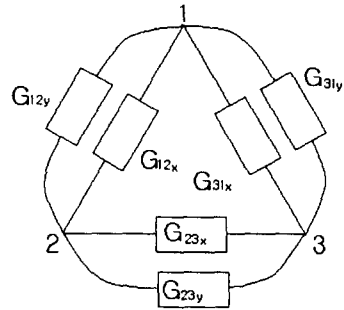


그림 3 FEM 요소의 비선형 저항 회로로의 변환(이방성)
Fig. 3 Conversion of a FEM mesh into a non-linear resistive circuit (anisotropy)

등방성체의 해석 때와 마찬가지로 x 방향과 y 방향으로 각각 특성 어드미턴스 Y_{oix} 와 Y_{oiy} 를 잡아주면 그림 4와 같이 각 요소별 6 개씩의 노턴 등가 회로를 만들 수 있다. 그러면 2.1절에서와 같이 절점 ij양단의 x방향과 y방향 별로 송신단에서 식 (12)가 성립한다.(기호는 2장과 같은 의미)

$$\begin{aligned} {}_n V_{ix(y)} &= {}_n V_{ix(y)}^r + {}_n V_{ix(y)}^i \\ \text{단, } ij &= 1,2,3, \quad i < j \end{aligned} \quad (12)$$

이 때, 첨자 괄호 안의 y는 y에 대해서도 같은 식이 성립함을 의미한다. 마찬가지로 transmission line theory에 의해 수신 단에서 식 (13) 이 성립한다

$$\begin{aligned} Y_{oix(y)} ({}_n V_{ix(y)}^r - {}_{n+1} V_{ix(y)}^i) &= G_{ix(y)} ({}_n V_{ix(y)}^r + {}_{n+1} V_{ix(y)}^i) \\ \text{단, } ij &= 1,2,3, \quad i < j \end{aligned} \quad (13)$$

TLM법을 FEM의 비선형 해석에 적용하기 위해서는 자속밀도 B를 각 절점 양단의 포텐셜 차로 나타낼 수 있어야 한다. 등방성체 해석의 경우 식 (14)와 같은 식으로 B를 절점 양단의 전압 차로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} B^2 &= - \sum_{i,j=1,2,3} \nabla N_i \cdot \nabla N_j (A_j - A_i)^2 \\ * \quad N_i &= \frac{1}{2\Delta} (b_i + c_i x + d_i y) \quad : \text{형상함수} \end{aligned} \quad (14)$$

마찬가지로 이방성체에 대해서도 B_x 와 B_y 를 식(15)와 식 (16)의 양변을 제공하고 식 (17)을 적용하면 식 (18)과 같이 각 절점 양단의 포텐셜 차로 나타낼 수 있다.

$$B_x = \frac{1}{2\Delta} (d_1 A_1 + d_2 A_2 + d_3 A_3) \quad (15)$$

$$B_y = -\frac{1}{2\Delta} (c_1 A_1 + c_2 A_2 + c_3 A_3) \quad (16)$$

$$c_1 + c_2 + c_3 = 0, d_1 + d_2 + d_3 = 0 \quad (17)$$

$$B_x^2 = -\frac{1}{4\Delta^2} \sum_{i,j=1,2,3} d_i d_j (A_j - A_i)^2 \quad (18)$$

$$B_y^2 = -\frac{1}{4\Delta^2} \sum_{i,j=1,2,3} c_i c_j (A_j - A_i)^2$$

이 때, 식 (18)의 두 절점 사이의 포텐셜 차는 식 (19)에 주어진 수신단의 전압으로 나타내게 된다.

$$\begin{aligned} {}_n V_{Gijx} &= {}_n V_{ix}^r + {}_{n+1} V_{ijx}^i \\ {}_n V_{Gijy} &= {}_n V_{iy}^r + {}_{n+1} V_{ijy}^i \end{aligned} \quad (19)$$

따라서 식 (13)에 포함된 비선형 컨덕턴스 G는 식 (19)에 주어진 수신단의 전압을 식 (18)의 포텐셜 차에 대입하여 B_x 와 B_y 를 구하고, 그로부터 ν_x 와 ν_y 를 계산함으로써 식 (11)로부터 구해질 수 있다.

이 때 문제가 되는 것이 x와 y를 따로 나누어서 계산할 수 있는가 하는 것인데 실제로 반복 계산이 진행될수록 각 방향의 입사 전압이 같은 값으로 수렴하기 때문에 결국 유일한 포텐셜 값에 수렴하게 된다.

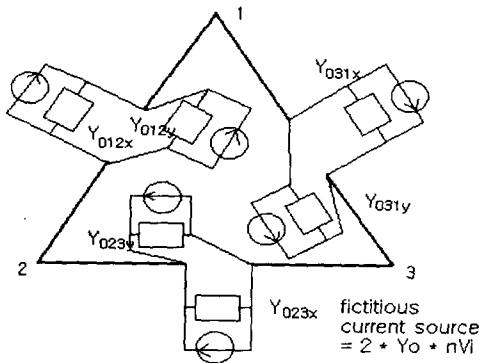


그림 4. 비선형 저항 회로를 노턴등가회로로 변환
Fig. 4 Conversion of a non-linear resistive circuit into a Norton equivalent circuit

3.3 TLM법을 적용하는 과정과 순서도

이 절에서는 앞 절에서 기술된 수식들을 이용하여 TLM법을 적용시키는 과정에 대해 살펴보고 그것을 순서도로 나타낸다.

- TLM법의 적용 과정

1) 자기저항을 ν_x 와 ν_y 의 초기치를 주고 그 값을 이용하여 선형 유한 요소 해석을 한다. 이 때 ν_x 와 ν_y 의 초기치는 실제 값에 가까울수록 수렴이 빨라진다. 또한 이 값들을 이용하여 $Y_{0ijx(y)}$ 를 계산한다. $Y_{0ijx(y)}$ 는 비선형 컨덕턴스와 같이 초기 자기저항율로 구성된 요소 행렬의 (i,j) 성분에

(-)부호를 붙인 값으로 정하는 것이 일반적이다. 또한 첫 번째 반복 계산에서는 ${}_0 V_{ix(y)}$ 의 값을 0으로 놓는다.

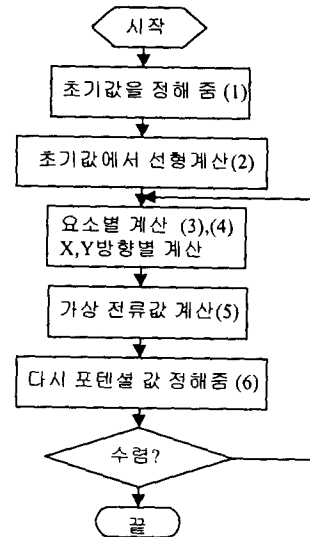


그림 5 TLM적용 과정 순서도
Fig. 5 Flowchart of the TLM procedure

2) 1)의 결과를 이용하여 요소별로 각 절점 양단의 포텐셜 차를 계산한다. 이 값이 ${}_0 V_{ij}$ 가 된다. 식 (12)로부터 ${}_0 V_{ix(y)}$ 를 계산한다.

3) x방향부터 식 (13)을 계산한다. 이 때 비선형 컨덕턴스는 3.2 절의 계산 과정으로부터 알 수 있듯이 요소 내의 x방향 회로의 수신단 전압 ${}_n V_{G12x}$, ${}_n V_{G23x}$, ${}_n V_{G31x}$ 에 의해 표현되므로 식 (13)은 x첨자가 붙은 3개의 식을 동시에 뉴턴-랩슨법 등을 이용하여 계산해야 한다. 식 (13)의 결과로서 각 요소별로 ${}_1 V_{ix}^i$ 를 구할 수 있다.

4) 과정 3)에서와 같은 방법으로, 식 (13)의 y첨자가 붙은 식으로부터 각 요소별로 ${}_1 V_{iy}^i$ 를 구할 수 있다.

5) 3)과 4)의 결과로부터 구해진 ${}_1 V_{ix}^i$, ${}_1 V_{iy}^i$ 로부터 그림 4의 가상 전류원의 전류치를 요소별로 각각 구한다.

6) 식 (20)의 $[I_i]$ 항은 각 절점에 들어가는 모든 가상 전류의 합이므로 5)의 과정에서 구한 가상 전류원의 전류치를 부호에 주의하여 대입한다.

$$[K_0][A] = [I] + [I_i] \quad (20)$$

7) 식 (20)으로부터 각 절점의 포텐셜 값을 찾는다. $[K_0]$ 의 LU는 이미 과정 1)에서 계산되었으므로 단지 back substitution 과정만 계산하면 된다. 뉴턴-랩슨법을 사용하는 경우 각 반복계산 때마다 LU를 구하기 위해 $O(n^3)$ 의 반복 조작수(Operation Count)가 필요하지만 TLM법의 경우

반복계산 횟수가 뉴턴-랩슨의 경우보다 많다고 하더라도 행렬을 곱해주는 연산은 $O(n^2)$ 의 반복 조작수만 필요하므로 TLM법이 훨씬 빠른 수렴 특성을 가지게 된다. 이것이 바로 TLM법이 뉴턴-랩슨법에 비해 훨씬 빠른 특징을 가지는 이유이다.

8) 7)의 과정에서 구한 각 절점의 포텐셜과 과정 4)에서 구한 입사 전압을 이용하여 수렴할 때까지 2)-7) 과정을 반복한다. 수렴이 끝날 무렵에는 x방향이나 y방향에 관계 없이 같은 포텐셜 차를 가지게 되므로 x와 y의 두 방향별로 계산 하는 것이 무리가 없다.

4. 해석 및 결과

4.1 해석 모델

해석에 사용된 모델은 그림 6과 같은 삼상 변압기이며 긴 방향을 자화 용이축으로 잡고 짧은 방향을 자화 난이축으로 잡는다. 전류의 방향과 크기는 a상의 전류가 '0'인 경우를 택 하였으며 그림 6에 나타난 것과 같다.

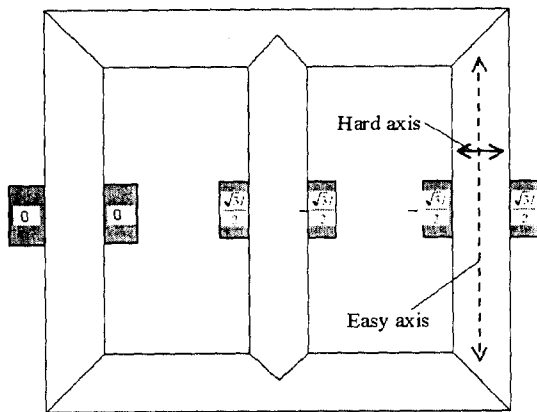


그림 6 해석 모델 - 삼상 변압기
Fig. 6 Simulation model - 3-phase transformer

한편, 해석에 이용된 자화 용이축과 자화 난이축의 물질 데이터는 그림 7에 나타나 있다.

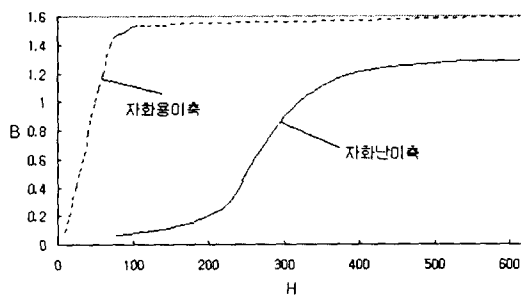


그림 7 자화 용이축 및 자화 난이축 데이터
Fig. 7 Data of easy axis and hard axis

4.2 두 방법의 정확도 비교

우선 해석 결과의 정확도 비교를 위해 두 방법에 같은 수렴 조건과 초기치를 주고 각각 해석한 다음 해석 영역의 특정한 선(line) 상에서의 자속밀도 분포를 살펴보았다. 자속밀도 분포의 비교는 그림 8의 A와 B점을 잇는 선 상에서 이루어졌고, 수렴 조건은 $|\Delta A| / |A|$ 의 값이 TLM법 내부의 뉴턴-랩슨법에서는 10^{-3} , 전체 반복계산에서는 10^{-2} 이하가 되도록 하였다. (A는 자기 포텐셜을 나타냄) 비교를 위한 뉴턴-랩슨법의 경우에도 TLM법과의 비교를 위해서 같은 수렴 조건 ($|\Delta A| / |A| \leq 10^{-2}$)을 이용하였다.

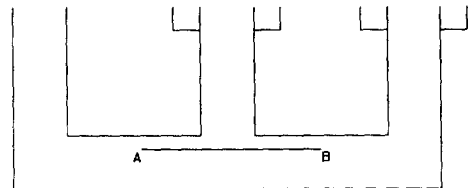


그림 8 자속밀도 비교 위치
Fig. 8 Position of comparing flux density

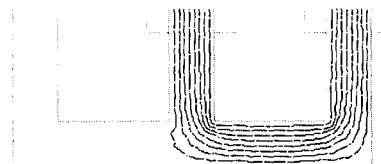
해석 결과, A점과 B점을 잇는 자속밀도의 분포는 뉴턴-랩슨법과 TLM법이 완전히 일치하였으며, 값에 있어서도 고려된 오차한계 이내인 1% 미만의 차이를 보였다. 표 1은 A-B 선 상에서 두 방법에 의해 구해진 자속밀도의 최대값과 최소값을 비교해 놓은 결과이다.

표 1 자속밀도의 최대 최소값 비교(절점수 = 1417)

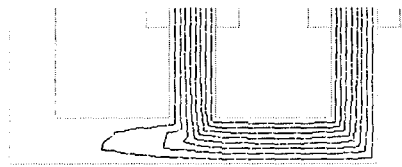
Table 1 Comparison of max-min values of Bx,By

	Bxmax	Bxmin	Bymax	Bymin
뉴턴-랩슨	1.1284	-1.574	1.549	3.5e-4
TLM법	1.1281	-1.567	1.545	3.5e-4

그림 9는 등방성체를 비선형 해석한 결과와 이방성체를 비선형 해석한 결과를 각각 나타내고 있다. 등방성 해석의 경우 x-y 방향별로 모두 이방성체의 자화 용이축의 물질값을 가지는 것으로 하여 해석하였다. 그림으로부터 두 경우의 차이가 분명하게 드러나고 있음을 알 수 있다. 특히 이방성체 해석의 경우 참고문헌에 나타난 이방성체 해석의 결과와 거의 같은 형태를 띠고 있음을 확인할 수 있다. [5]



(a) Simulation result of isotropic material



(b) Simulation result of anisotropic material

그림 9 등방성체와 이방성체의 해석결과

Fig. 9 Simulation result of isotropic and anisotropic material

4.3 두 방법의 수렴속도 비교

두 방법은 모두 FORTRAN을 이용하여 프로그래밍하였으며 비선형 부분을 제외한 부분이 같은 구조를 가지도록 하였다. 두 방법의 프로그래밍은 변수 지정 등에 수렴 시간을 낭비하지 않도록 최소한의 배열(array)을 사용하였다. 행렬의 sparsity를 고려하였고 데이터 입출력 등에 소요된 시간은 비교에서 제외하였다.

TLM법의 경우 이론적으로 절점의 개수가 매우 많은 경우, 자기저항률의 초기값이 속도 이득에 영향을 주지 않지만 실제로 절점의 수가 매우 크지 않을 경우에는 자기저항률의 초기값이 실제의 값과 매우 큰 차이가 날 경우(약 100배 이상) TLM법의 반복 계산 회수가 증가하므로 속도 이득이 어느 정도 줄어들게 된다. 따라서 이 경우에는 자기저항률의 초기값을 잘 선정하는 것이 수렴 속도 향상에 도움이 된다. 본 논문에서는 초기 자기 저항률의 값을 B-H 곡선에서의 선형 부분값으로 선정하여 TLM법과 뉴턴-랩슨법에 대해 동시에 적용시키고 요소의 수를 증가시키면서 TLM법이 뉴턴-랩슨 법보다 빠른 정도를 조사하였다. (표2, 그림 10, 11 - 이 때, 표 2의 괄호 안의 값은 반복계산 회수이다.)

표 2 두 방법의 수렴 속도 비교

Table 2 Comparison of computational time between two methods

절점의 수	TLM[s]	NR[s]	속도 이득
3125	25(22)	39(9)	1.56
5913	97(23)	205(9)	2.11
9021	273(23)	721(9)	2.64

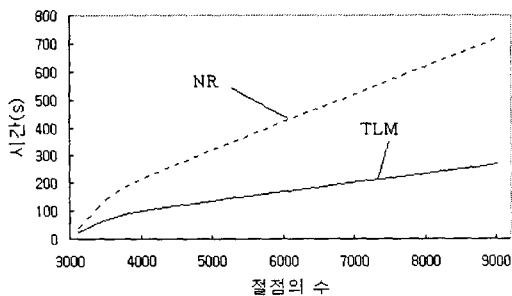


그림 10 수렴시간 비교 (점선 - NR, 실선 - TLM)

Fig. 10 Comparison of computational time (Dotted line - NR, Solid line - TLM)

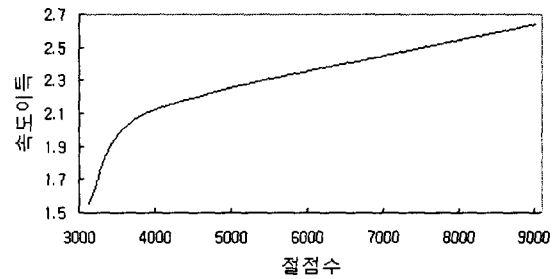


그림 11 절점의 수에 따른 속도 이득의 그래프

Fig. 11 Computational gain of the TLM method according to the number of nodes

그림 11에서 알 수 있듯이 절점의 수가 증가하면 TLM법과 뉴턴-랩슨법의 속도 비가 점차적으로 증가함을 알 수 있으며 이는 3.3절에서 살펴본 바와 같다. 만약 절점의 수가 무한대이면 등방성 해석 때와 마찬가지로 TLM법이 뉴턴-랩슨법보다 N_{NR} (뉴턴-랩슨 법의 반복계산 회수) 배 빠르게 될 것임을 예상할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 TLM법을 이용하여 비선형성과 이방성을 고려할 수 있는 새로운 방법을 제안하였고 삼상 변압기의 해석을 통해 이 방법이 기존의 뉴턴-랩슨법 보다 매우 빠르면서도 안정적인 수렴 특성을 지님을 확인하였다. 일반적으로 이방성과 비선형을 동시에 고려하여 해석하는 경우, 수렴 속도가 비선형성만을 고려하여 해석하는 경우에 비해 더 느리진다는 점을 감안할 때, TLM법으로 뉴턴-랩슨법을 대체할 경우 전류가 변하는 경우의 해석 등에 적용되면 실제적으로 많은 효용성이 있을 것으로 보인다.

실제로, 전류가 변화하는 경우에 TLM법을 이용하면 처음 인가되는 전류에 대해서만 초기치를 산정하고, 이후 과정에서는 행렬의 곱만 취해주면 되기 때문에 뉴턴-랩슨법에 비해 수십~수백 배의 속도 이득도 예상할 수 있다. 이는 삼상 변압기의 전압원 해석에 TLM법을 적용시키는 것과 함께 앞으로 더 연구되어야 할 부분이다.

참 고 문 헌

- [1] C.Christopoulos, The Transmission Line Modeling Method: TLM, IEEE Press, 1995
- [2] J. Lobry, J. Trecat, and C. Broche, "The Transmission Line Modeling(TLM) Method as a New Iterative Technique in non-linear 2D Magnetostatics," *IEEE Trans. on Magn.*, Vol.32, No.2, pp.559 - 566, 1996
- [3] R E Knight and T J Flack, " Exploitation of Symmetry in Two- Dimensional, Finite Element, Time-Domain Modeling of Induction Motors," *Proceedings of ICEM (Istanbul Turkey)*, pp1413 - 1416, 1998
- [4] 임달호, 유한요소법, 동명사

[5] 이창환, 이방성을 고려한 삼상 변압기의 비선형 해석,
서울대학교 공학석사학위논문, 1998년 2월

[6] R E Knight and T J Flack, "Application of Domain
Decomposition and Transmission Line Modeling

Techniques to 2D, Time-Domain, Finite Element
Problems," *IEEE Trans. on Magn.*, Vol.35, No.3,
pp.1478 - 1481, 1999

저 자 소 개



임 창 환 (任 彰 煥)

1976년 8월 14일 생. 1999년 서울대 전기공학부 졸업. 현재 동 대학원 전기공학부 석사과정
Tel : (02) 880-7262
E-mail : ichich2@snu.ac.kr



김 홍 규 (金 洪 榘)

1969년 출생. 1995년 서울대 공대 전기공학과 졸업(학사). 1997년 서울대 공대 전기공학부 대학원 졸업(석사). 현재 서울대 공대 전기공학부 대학원 박사과정.
Tel : (02) 880-7262
E-mail : khk@eesri-10.snu.ac.kr



이 창 환 (李 昌 煥)

1973년생. 1996년 서울대 공대 전기공학부 졸업. 1998년 동 대학원 공대 전기공학부 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학부 박사과정
Tel : (02) 880-7262
E-mail : lchkhk@snu.ac.kr



정 현 교 (鄭 炫 敎)

1955년생. 1979년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1987년-1989년 뉴욕 Polytechnic Univ. 객원 교수. 1984년-1993년 강원대 전기공학과 부교수. 현재 서울대 전기공학부 교수
Tel : (02) 880-7242
E-mail : hkjung@snu.ac.kr