

FEM-FCT 기법을 이용한 코로나 방전 시뮬레이션에 대한 연구

論 文
48C-3-7

A Study on the Corona Discharge Simulation Using FEM-FCT Method

閔雄基* · 金炯碩** · 李哲賢*** · 韓松擘****

(Woong-Gee Min · Hyeong-Seok Kim · Seok-Hyun Lee · Song-Yop Hahn)

Abstract - In this paper, the corona discharge is analyzed by Finite Element Method(FEM) combined with Flux-corrected Transport(FCT) algorithm. In the previous papers, Finite Difference Method(FDM) combined with FCT was used. Usually in the FDM, the region of interest is discretized with structured grids. But to refine local regions with same resolution, much more grids are required for the structured grids than for unstructured grids. Therefore, we propose the FEM-FCT method to simulate the corona discharge. The proposed method has good flexibility in model shape and can reduce the computational cost by the local refinement where the physical quantities have steep gradients.

Using the proposed method, we study the streamer growth of parallel plate electrodes which is initiated by the low and high perturbation density. We find that the varying the initial density of perturbation has very little effect on the streamer propagation. And the corona discharge of the rod-to-plane electrode is simulated. On the surface of the rod electrode, the high concentration of the electric field gives rise to many number of streamer seeds. The strong axial streamer propagate to the plane electrode. The weaker non-axial streamer repel each other and stop growing more. The results are very similar to those of the papers which used the FDM-FCT method on structured grids. Thus we can conclude that the proposed FEM-FCT method is more efficient than the conventional FDM-FCT method by virtue of the reduction in computational grids number.

Key Words : Finite Element Method(FEM), Flux-corrected Transport(FCT), Unstructured Grids, Streamer Corona

1. 서 론

코로나 방전은 전계의 불평등이 심한 곳에서 일어나는 기체의 절연과파 현상의 일종이다. 이러한 코로나 방전은 송전계통에서와 같이 그 발생을 억제하여야 하는 대상이 되기도 하지만 최근에는 적극적인 이용 방법에 대하여 많은 연구가 진행 중이다. 특히 전기집진기에서는 코로나 방전을 이용하여 배기가스 중의 매연을 제거하는 데 이용되고 있으며, 나아가 스트리머 코로나를 통하여 유해물질을 무해물질로 변환하는 단계에 이르렀다. 따라서 코로나 방전의 억제나 적극적인 이용을 위하여는 방전 메커니즘의 이해와 정확한 해석이 요구된다.

스트리머 코로나의 해석 방법은 크게 입자법과 유체법이 있다. 입자법은 전자와 이온을 개별적인 입자로 취급하여 미시적으로 접근하는 방법으로서 실험식에 대한 의존도가 낮고, 국부적인 방전 메커니즘을 살펴볼 수 있다[1]. 그러나 하전입자 단위로 운동방정식을 풀어야 하므로 빠른 연산속도와 많은 기억용량을 필요로 하므로, 아직까지는 낮은 압력 하에서

일어나는 방전현상을 해석하는 데 국한되어 있다[2]. 한편, 유체법은 전자와 이온의 운동을 일종의 유동현상으로 취급하여 거시적으로 접근하는 방법이다. 이 방법은 실험식에 대한 의존도가 입자법보다 높고 세부적인 반응을 모사할 수는 없지만, 입자법보다 계산시간이 훨씬 짧고 전체적인 방전 현상을 살펴볼 수 있기 때문에 본 논문에서 다루고자 하는 대기압 하의 코로나 방전의 수치해석에 적합하다고 볼 수 있다.

유체법을 이용한 스트리머 코로나 해석은 1967년 Davies와 Evans에 의해 처음으로 1차원으로 시도된 후[3] 현재까지 꾸준히 새로운 결과들이 발표되고 있다. 1차원 해석은 스트리머의 채널 반경을 일정하다고 가정하고 계산하는 방법으로서 계산량이 비교적 적어 긴 전극간격(~수cm)에서 일어나는 방전현상을 긴 방전시간(~수 μ sec)동안 해석할 수 있기 때문에 최근까지 이용되고 있다. 1997년 Morrow에 의해 발표된 논문이 그 예라 할 수 있겠다.[4]

2차원 해석은 1987년 Dhali와 Williams에 의해 처음 시도되었다.[5] 2차원 해석은 채널 반경을 일정하다고 가정하지 않으므로 보다 더 실제적인 방전의 양상을 모사할 수 있다. 그러나 1차원의 경우보다 계산량이 월등히 많으므로 아직까지는 수 mm의 전극간격, 수십 nsec의 방전시간에 머무르고 있으며, 광전리 현상과 같이 계산시간이 많이 소요되는 현상들을 충분히 고려하지 못하고 있다.

유체법을 이용한 코로나 방전 해석에서는 하전입자들에 대한 연속방정식과 포아송(Poisson) 방정식을 푸는 과정이 필요

* 準 會 員 : 서울大 電氣工學部 博士課程
** 正 會 員 : 순천향大 電氣電子工學部 副教授 · 工博
*** 正 會 員 : 仁荷大 電氣工學科 助教授 · 工博
**** 正 會 員 : 서울大 電氣工學部 教授 · 工博
接受日字 : 1998년 10월 19일
最終完了 : 1999년 1월 20일

하다. 그런데 연속방정식은 대류항이 지배적인 1차의 쌍곡선 형태(hyperbolic type)이므로 그 해는 공간에 대해 매우 큰 변화율을 가지게 된다. 이러한 형태의 방정식을 공간에 대해 저차의 근사를 통해 풀면 지나친 수치확산(numerical diffusion)이 생기고, 고차로 근사하여 풀면 해의 변화율이 큰 부분에서 수치진동(numerical ripple)이 발생한다. 따라서 이러한 문제를 정확하게 풀기 위하여 특별한 기법이 개발되었는데 그 중 대표적인 것이 Flux-corrected Transport(FCT) 알고리즘이다.[6,7,8] FCT는 앞서 언급한 저차해와 고차해를 적절히 이용하여 수치확산과 수치진동이 없는 해를 얻어, 큰 변화율을 반영할 수 있는 기법이다. FCT 기법은 1982년 Morrow에 의해서 처음으로 코로나 방전해석에 적용되었으며 [9], 이후 게재된 대부분의 모든 논문에서 이 기법을 이용하고 있다.

그러나 지금까지는 모두 유한차분법에 기초한 FCT가 사용되었기 때문에 여러 가지 제약조건과 불필요한 계산시간의 증가를 피할 수 없었다. 이는 유한차분법이 구조화된 요소망(structured mesh)으로 이산화함으로써 발생하는 문제들이다. 즉, 구조화된 요소망을 사용하면 해석모델의 형상에 큰 제약을 받기 때문에 곡선 형태의 전극 형상은 고려하기 힘들고, 해석 상 중요하지 않은 영역도 세분되므로 불필요한 절점의 증가로 인해 계산량의 증가를 가져오게 된다. 유한차분법을 사용하게 되면 하전입자에 대한 연속방정식을 푸는 데는 어느 정도 계산량을 줄일 수 있으나 포아손 방정식과 같은 타원형 형태(elliptic type)의 문제는 대형 행렬방정식을 푸는 과정을 피할 수 없으므로, 불필요한 절점수의 증가는 계산량을 크게 증가시킨다[10].

따라서 본 연구에서는 비구조화된 요소망(unstructured mesh)을 사용하여 해석영역을 이산화하는 유한요소법과 FCT기법이 결합된 방법으로 코로나 방전현상을 해석하고자 한다. 비구조화된 요소망을 사용하게 되면 복잡한 전극의 형상을 쉽게 고려할 수 있을 뿐만 아니라, 물리량들이 급변하는 곳을 국부적으로 세분화할 수 있기 때문에 계산량을 현저히 줄일 수 있다. 특히 본 논문에서와 같이, 전자와 이온의 밀도가 좁은 영역에서 큰 기울기를 가지며 변화하는 문제를 다루는 데 있어 매우 효과적인 방법이라 할 수 있겠다.

본 논문에서는 2장에서 코로나 방전 현상에 대한 지배방정식을 서술하고 FEM-FCT 기법에 대해 설명하고 유한요소 정식을 유도하였으며, 3장에서는 제안된 수치기법에 대한 사례연구의 결과를 서술하였고, 4장에서 결론을 도출하였다.

2. FEM-FCT 기법

2.1 지배방정식

유체법을 이용한 코로나 방전 해석을 위한 지배방정식은 다음과 같이 전자, 음이온, 양이온의 밀도에 대한 연속방정식과 포아손 방정식으로 구성되어 있다. 각 연속방정식과 포아손 방정식은 시간차분법을 통하여 순차적으로 풀어진다.

$$\frac{\partial U_e}{\partial t} = -\nabla \cdot (U_e \mathbf{W}_e) + \nabla \cdot (\mathbf{D} \cdot \nabla U_e) + U_e \alpha |\mathbf{W}_e| - U_e \eta |\mathbf{W}_e| - U_e U_p \beta + S \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} = -\nabla \cdot (U_e \mathbf{W}_e) + U_e \alpha |\mathbf{W}_e| - U_e U_p \beta - U_n U_p \beta + S \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_n}{\partial t} = -\nabla \cdot (U_n \mathbf{W}_n) + U_e \eta |\mathbf{W}_e| - U_n U_p \beta \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon} (U_p - U_e - U_n) \quad (4)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (5)$$

여기서, W_e, W_p, W_n 과 U_e, U_p, U_n 는 전자, 양이온, 음이온의 속도와 밀도이며 α, β, η 는 이온화계수, 재결합계수, 부착(attachment)계수이다. 또, \mathbf{D} 는 전자의 확산 계수 텐서, S 는 광전리에 의한 소스항, ϵ 는 유전율, ϕ 는 전위 그리고 e 는 기본전하량을 나타낸다.

식(1)부터 식(3)은 하전입자에 대한 연속방정식이다. 양이온과 음이온의 확산계수는 매우 작기 때문에 무시할 수 있다. 이 연속방정식은 대류항이 지배적인 1차의 쌍곡선 형태(hyperbolic type)로서, 그 해는 공간에 대해 매우 큰 변화율을 가진다. 따라서 FCT기법을 통하여 수치확산과 수치진동이 없는 해를 구한다.

2.2 FEM-FCT 알고리즘의 구현 과정

삼각요소를 기본으로 하는 유한요소법과 FCT 기법을 처음으로 결합하여 사용한 것은 1986년 Lohner의 논문에서이다 [11]. 이 후 기계공학 분야에서 항공기와 같이 물체가 유체 속을 고속 운동하는 경우에 발생하는 충격파(shock wave)를 해석하기 위해 이용되어 왔다.

자세한 알고리즘의 구현 과정은 다음과 같다.

1단계 : 임의의 저차의 방법을 통해 Low-order element contribution(LEC)을 계산한다.

2단계 : 임의의 고차의 방법을 통해 High-order element contribution(HEC)을 계산한다.

3단계 : Anti-diffusive element contribution(AEC)을 정의한다.

$$AEC = HEC - LEC \quad (6)$$

4단계 : 저차해를 구한다.

$$U^{low} = U^n + \sum_{\text{all}} LEC = U^n + \mathcal{A}U^{low} \quad (7)$$

5단계 : 새로운 최대, 최소가 생기지 않도록 AEC를 제한한다.

$$AEC^c = C_{el} * AEC \quad 0 \leq C_{el} \leq 1 \quad (8)$$

6단계 : 제한된 AEC를 이용하여 해를 갱신한다.

$$U^{n+1} = U^{low} + \sum_{\text{all}} AEC^c \quad (9)$$

여기서 C_{el} 은 다음의 과정을 통해 얻어진다.

1단계 : 각 절점에서 U_n 와 U_{low} 중 최대, 최소값을 구한다.

$$U_i^{max} = \max(U_i^{low}, U_i^n) \quad (10)$$

$$U_i^{min} = \min(U_i^{low}, U_i^n) \quad (11)$$

2단계 : 각 요소의 절점에서 해의 최대, 최소값을 구한다.

$$U_{el}^{max} = \max(U_A^{max}, U_B^{max}, \dots, U_C^{max}) \quad (12)$$

$$U_{el}^{min} = \min(U_A^{min}, U_B^{min}, \dots, U_C^{min}) \quad (13)$$

여기서 A,B,...,C는 el 요소를 둘러싼 절점

3단계 : 절점 I를 둘러싼 요소에서 해의 최대, 최소값을 구한다.

$$U_I^{max} = \max(U_1^{max}, U_2^{max}, \dots, U_m^{max}) \quad (14)$$

$$U_I^{min} = \min(U_1^{min}, U_2^{min}, \dots, U_m^{min}) \quad (15)$$

여기서 1,2,...,m은 I 절점을 둘러싼 요소

4단계 : 절점 I에서 AEC의 양값의 합과 음값의 합을 구한다.

$$P_I^+ = \sum_{el} \max(0, AEC_{el}) \quad (16)$$

$$P_I^- = \sum_{el} \min(0, AEC_{el}) \quad (17)$$

5단계 : 절점 I에서의 최대 증가치와 감소치를 구한다.

$$Q_I^+ = U_I^{max} - U^{low} \quad (18)$$

$$Q_I^- = U_I^{min} - U^{low} \quad (19)$$

6단계

$$R^+ = \begin{cases} \min(1, Q^+/P^+) & \text{if } P^+ > 0 \\ 0 & \text{if } P^+ = 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$R^- = \begin{cases} \min(1, Q^-/P^-) & \text{if } P^- > 0 \\ 0 & \text{if } P^- = 0 \end{cases} \quad (21)$$

7단계 : 수정계수를 결정한다.

$$C_{el} = \min(\text{element nodes}) \begin{cases} R^+ & \text{if } AEC > 0 \\ R^- & \text{if } AEC < 0 \end{cases} \quad (22)$$

2.3 유한요소 정식화

하전입자의 밀도에 대한 지배방정식과 경계조건은 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{v}U) + \nabla \cdot \mathbf{D} \cdot \nabla U + Q \quad (23)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = 0 \quad (24)$$

여기서 U는 밀도, \mathbf{v} 는 속도, \mathbf{D} 는 확산계수텐서 그리고 Q는 소스항이다. 본 논문에서 다루는 모델에서는 모든 경계에서 식(24)과 같은 경계조건을 사용하였다. 이로부터 선형연립방정식을 얻기 위해 스완시(Swansea) 2단계법[12]을 사용하였다.

2.3.1 제1단계

$t=t_n$ 에 대해 테일러 전개하면

$$U^{n+1/2} = U^n + \frac{1}{2} \Delta t \left. \frac{\partial U}{\partial t} \right|_n + O(\Delta t^2) \quad (25)$$

대류항만을 고려하여 식을 고치면

$$U^{n+1/2} = U^n - \frac{1}{2} \Delta t \nabla \cdot (\mathbf{v}U)^n \quad (26)$$

U^n 과 $(\mathbf{v}U)^n$ 에 대해서는 1차의 형상함수 N_j 를 사용하고 $U^{n+1/2}$ 에 대해서는 0차의 형상함수 P_e 를 사용하면 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$U^n \approx \sum_j U_j^n N_j$$

$$(\mathbf{v}U)^n \approx \sum_j (\mathbf{v}U_j)^n N_j \quad (27)$$

$$U^{n+1/2} \approx \sum_j U_e^{n+1/2} P_e$$

여기에 가중함수로 P_e 를 쓰고 전 영역 Ω 에 대해 적분하면

$$\sum_e \left(\int_{\Omega} P_e P_e d\Omega \right) U_e^{n+1/2} = \sum_j \left(\int_{\Omega} N_j P_e d\Omega \right) U_j^n - \frac{1}{2} \Delta t \sum_j \left(\int_{\Omega} P_e \frac{\partial N_j}{\partial x_i} d\Omega \right) (\mathbf{v}_i U_j)^n \quad (28)$$

P_e 가 E 요소 내에서만 1이고 다른 영역에서는 0이므로

$$\Delta E U_E^{n+1/2} = \sum_j \left(\int_{\Omega_E} N_j d\Omega \right) U_j^n - \frac{1}{2} \Delta t \sum_j \left(\int_{\Omega_E} \frac{\partial N_j}{\partial x_i} d\Omega \right) (\mathbf{v}_i U_j)^n \quad (29)$$

이 된다.

2.3.2 제2단계

위에서 구해진 결과를 이용해서 U^{n+1} 에 대해 전개하면

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t \left. \frac{\partial U}{\partial t} \right|_n^{n+1/2} \quad (30)$$

확산(diffusion)항과 소스항까지 고려하면

$$\Delta U = U^{n+1} - U^n = -\Delta t \nabla \cdot (\mathbf{v}U)^{n+1/2} + \Delta t \nabla \cdot \mathbf{D} \cdot \nabla U^n + Q^n \quad (31)$$

가중함수로 1차의 형상함수인 N_k 를 사용하여 전 영역 Ω 에 대해 적분하면

$$\mathbf{M} \delta U = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_s = \mathbf{F} \quad (32)$$

의 선형연립방정식이 얻어진다. 식(32)는 다음과 같은 반복계산을 통하여 계산된다.[13]

$$\mathbf{L} \delta U^{(g+1)} = \mathbf{F} - (\mathbf{M} - \mathbf{L}) \delta U^{(g)} \quad (33)$$

$$\mathbf{L}_{ii} = \sum_j \mathbf{M}_{ij} \quad (34)$$

여기서 \mathbf{L} 은 집중행렬(lumped matrix)로서 대각행렬(diagonal matrix)이다. 초기해를 0으로 하여 시작하여 보통 3번의 반복계산을 거친 후 δU 를 얻는다. 한편 시간차분법을 통해 계산하는 동안, 행렬 \mathbf{M} 이 계산 중 변형되지 않기 때문에 0이 아닌 성분만을 저장하면 된다. 따라서 대형 행렬을 저장하는 데 필요한 메모리를 현저히 줄일 수 있고, 빠른 계산 결과를 얻을 수 있다.

식(32)를 풀어 U 를 갱신하면 고차해를 얻을 수 있다. 그러나 이 고차해는 해의 변화율이 큰 곳에서 수치진동이 발생하여 전자나 이온의 밀도가 음이 되는 비현실적인 결과를 갖기도 한다. 대개의 경우 발생한 수치진동은 시뮬레이션이 진행함에 따라 그 정도가 심해지기 때문에 해가 발산하는데 큰 원인을 제공한다.

저차해는 식(32)를 크게 바꾸지 않고 얻을 수 있다.

$$\mathbf{L} \delta U^{low} = \mathbf{F} + c_d (\mathbf{M} - \mathbf{L}) U^n \quad (35)$$

여기서 c_d 는 확산(diffusion) 정도를 나타내는 계수로서, c_d 가 0에 가까우면 고차해에 가까워지고 커질수록 수치진동이 심해진다. 요소망의 크기, 시간간격, 속도항의 크기 등을 고려하여 해가 음의 값을 갖지 않도록 c_d 를 결정해 준다.

3. 사례연구

제한된 방법으로 평행 평판 전극과 침대 평판 전극 사이에서 일어나는 방전형상을 시뮬레이션 하였다. 본 논문에서는

배경가스로 압력이 760[Torr]인 질소기체를 사용하였다. 질소기체는 재결합과정이나 부착과정이 미미하기 때문에 고려하지 않았다. 부착현상을 무시하였으므로 존재하는 하전입자의 종류는 양이온과 전자 두 가지이다. 한편 광전리 현상을 고려하기 위한 몇 가지 제안된 방법들이 있으나[4,15,16], 2차원 해석의 경우 그 해석시간이 10배정도 증가하기[16] 때문에 계산에 포함시키기는 쉽지 않다. 대신에 해석영역에 낮은 밀도를 갖는 중성 플라즈마를 균일하게 분포시키는 방법[5]을 따랐다.

질소기체에 대한 방전 파라메타들은 다음과 같다.[17,18]

$$\alpha = 5.7P \exp(-260P/E) \text{ [cm}^{-1}\text{]} \quad (36)$$

$$\mu_e = 2.9 \times 10^5 / P \text{ [cm}^2\text{/Vs]} \quad (37)$$

$$\mu_p = 2.6 \times 10^3 / P \text{ [cm}^2\text{/Vs]} \quad (38)$$

$$D_L = 1800 \text{ [cm}^2\text{/s]} \quad (39)$$

$$D_T = 2190 \text{ [cm}^2\text{/s]} \quad (40)$$

여기서 P는 배경기체의 압력[Torr], E는 전계의 세기[V/cm], α 는 이온화 계수, μ_e 와 μ_p 는 전자와 양이온의 이동도(mobility) 그리고 D_L 과 D_T 는 각각 수평방향과 수직방향의 확산계수이다.

본 논문에서는 해석 공간에 전자와 양이온의 밀도가 각각 $1\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 인 중성 플라즈마를 균일하게 분포시켰으며, 음극표면에 반경 $20\text{[}\mu\text{m]}$, 밀도 $10^8 \sim 10^{14}\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 를 갖는 전자와 양이온을 초기 교란밀도로 주입하였다.

먼저 평행평판 전극 모델에 대해 초기 교란밀도가 $10^8\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 인 경우와 $10^{14}\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 인 경우에 대해 해석하였다. 그리고, 구조화된 요소망으로는 이산화가 곤란한 침대 평판 전극 모델에 대해 해석하였다.

3.1 평행 평판 모델에 대한 해석

평행평판 전극 사이에서 일어나는 코로나 방전을 초기 교란 밀도가 $10^{14}\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 일 때와 $10^8\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 인 경우에 대해 해석하였다. 초기의 주입밀도 반경은 $20\text{[}\mu\text{m]}$ 이고 밀도분포는 가우스분포를 가지며, 음극 표면에 그 중심을 갖도록 주입시켰다. 전극 간격은 0.25[cm] 이고, 인가전압은 12.5[kV] 이다.

유한요소 해석에 사용된 요소망은 그림1과 같으며 총절점수는 4386개, 총요소수는 8410개이다. 음극 근처와 축부분이 다른 곳보다 훨씬 잘게 세분되어 있는 것을 볼 수 있는데, 이는 전자나 이온의 밀도가 음극과 축 부근에서 급격히 변화하기 때문에 이를 충분히 반영할 수 있도록 하기 위해서이다. 구조화된 요소망을 사용하여 축상에 이와 같은 분해능(resolution)을 갖도록 하기 위해서는 약 17000개의 절점이 필요하다.

시간간격은 최대 0.001[nsec] 이며, 매 스텝마다 각 절점에서의 이온화가 1%이하가 되도록 시간간격을 조절하였다. 한편, 해석결과는 기존의 FDM-FCT 기법을 사용하여 평행 평판 전극에서의 스트리머를 해석한 여러 논문들[5,15,16,20]의 결과와 유사하였다.

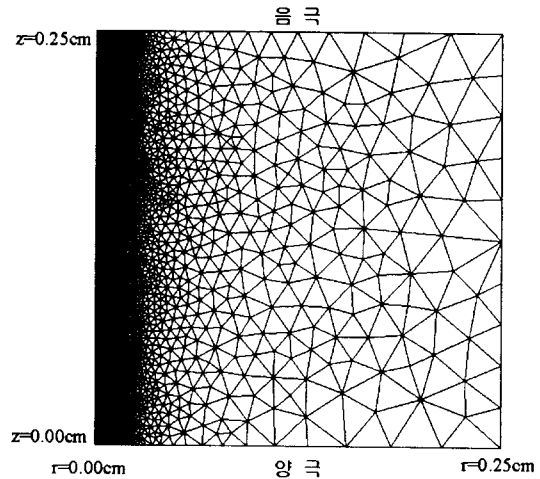


그림 1 평행평판 전극 모델의 요소분할도
Fig.1 Discretized model of parallel-plate electrode

3.1.1 초기 교란 밀도가 $10^{14}\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 일 때

그림2는 축상에서의 전계의 세기를 0.5[nsec] 부터 5.5[nsec] 까지 0.5[nsec] 간격으로 그린 것이다. 전계의 세기는 스트리머의 침두에서 가장 세며, 내부에서는 거의 일정한 값을 가짐을 볼 수 있다. 이 값은 실험적으로 알려진 스트리머 내부에서의 전계값 40[kV/cm] 과 거의 일치하고 있다[19]. 한편 스트리머의 진행속도는 점차 증가함을 볼 수 있는데 이는 스트리머 침두의 전계가 시간에 따라 커지기 때문이다. 전계가 커지면 이온화 작용이 그만큼 활발해지고 진행속도도 빨라지게 된다.

그림3과 그림4는 전자와 이온의 밀도변화를 그린 것이다. 전자와 이온의 밀도는 스트리머가 진행하는 속도와 같은 속도로 진행하는데, 침두부분에서는 전자의 밀도가 이온의 밀도보다 커 외부에서 인가된 전계를 차폐시켜 스트리머 내부의 전계를 일정하게 유지시켜 준다.

그림5는 전자의 밀도분포와 등전계분포를 3.0[nsec] 부터 5.5[nsec] 까지 그린 것이다. 각 그림에서 등밀도선의 간격은 $5 \times 10^{12}\text{[cm}^{-3}\text{]}$ 이고 등전계선의 간격은 2.5[kV/cm] 이다. 초기 교란 밀도의 반경이 $20\text{[}\mu\text{m]}$ 이었는데 이것이 스트리머가 성장하기 시작하는 시점에 정전력에 의해 축방향으로 팽창하였고, 이 단계가 지나면 양극을 향하여 진행한다. 스트리머의 침두에는 강한 전계가 유지되어 전리작용을 통해 스트리머를 성장시키며, 내부에는 외부 인가전계가 차폐되어 일정한 전계값을 가짐을 볼 수 있다. 또, 스트리머가 양극에 가까워짐에 따라 침두의 전계는 더욱 커지고, 이에 따라 이온화가 활발해지면서 진행속도가 빨라진다. 전계의 시간에 따른 변화를 보면 마치 침전극이 음극에서부터 생성되어 양극 쪽으로 자라나는 것과 같은 형태를 띠는데 이는 스트리머 외곽의 전하가 외부의 전계를 상쇄시키도록 배치되어 내부의 전계를 일정하게 유지시켜주기 때문이다.

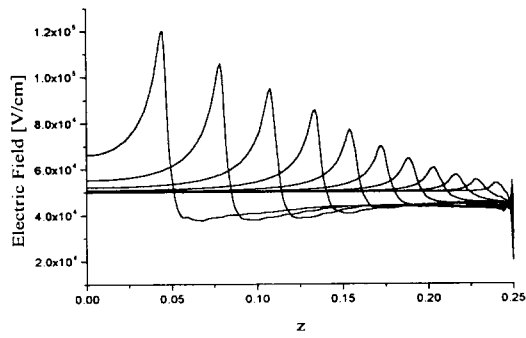


그림 2 초기교란밀도가 $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 축상의 전기세기 변화 (0.5[nsec]에서 5.5[nsec]까지 0.5[nsec] 간격)
 Fig. 2 Variation of electric field magnitude on the axis in case of high perturbation density $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ ($t=0.5\sim 5.5[\text{nsec}]$, time interval=0.5[nsec])

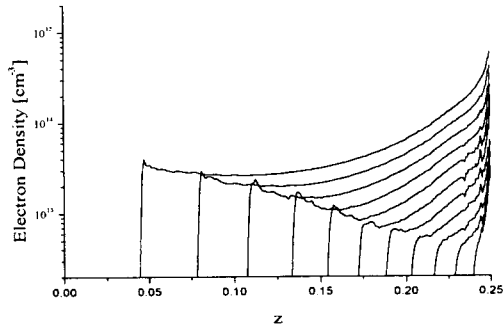


그림 3 초기교란밀도가 $1 \times 10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 축상의 전자밀도 변화 (0.5nsec에서 5.5nsec까지 0.5nsec 간격)
 Fig. 3 Variation of electron density on the axis in case of high perturbation density $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ ($t=0.5\sim 5.5[\text{nsec}]$, time interval=0.5[nsec])

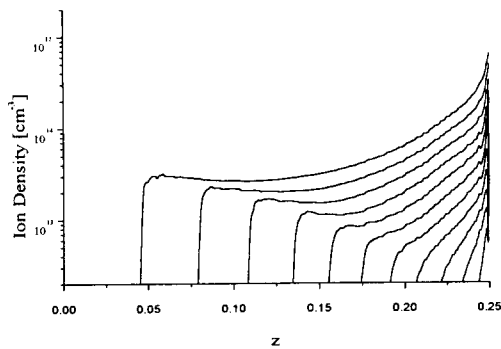
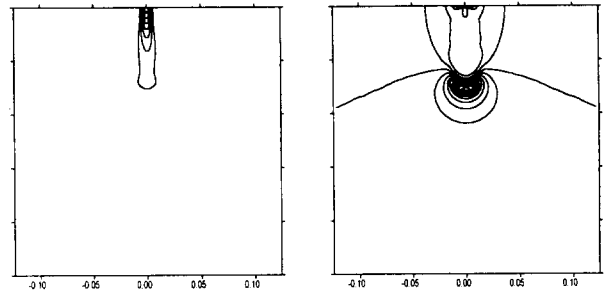
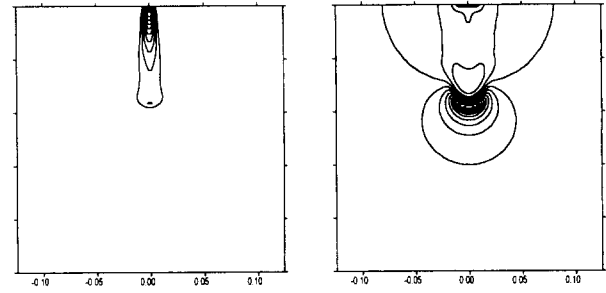


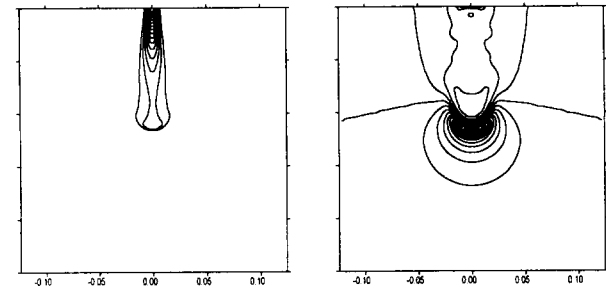
그림 4 초기교란밀도가 $1 \times 10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 축상의 양이온 밀도 변화 (0.5nsec에서 5.5nsec까지 0.5nsec 간격)
 Fig. 4 Variation of positive ion density on the axis in case of high perturbation density $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ ($t=0.5\sim 5.5[\text{nsec}]$, time interval=0.5[nsec])



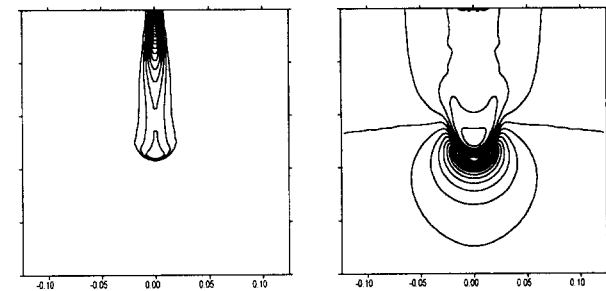
(a) $t=3.0[\text{nsec}]$



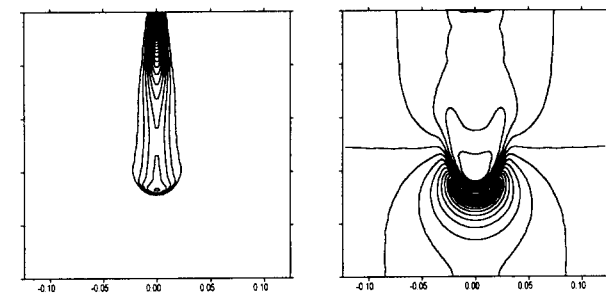
(b) $t=3.5[\text{nsec}]$



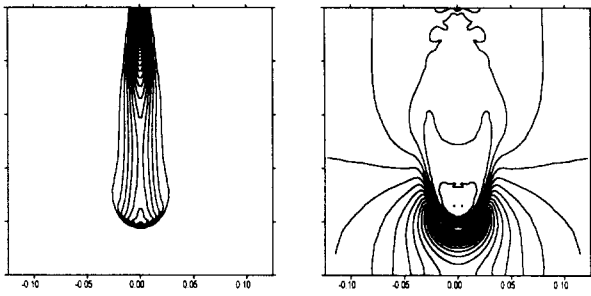
(c) $t=4.0[\text{nsec}]$



(d) $t=4.5[\text{nsec}]$



(e) $t=5.0[\text{nsec}]$



(f) $t=5.5[\text{nsec}]$

그림 5 초기 교란밀도가 $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 전자밀도와 등전계선의 공간적 분포

Fig. 5 Spatial distribution of electron density and equipotential line in case of high perturbation density $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$

3.1.2 초기 교란 밀도가 $1.0 \times 10^8[\text{cm}^{-3}]$ 일 때

앞서 제시한 동일 조건하에서 초기교란밀도를 $10^8[\text{cm}^{-3}]$ 로 놓고 해석해 보았다. 그림6부터 그림8은 그 결과를 보인 것이다. 전체적인 방전의 진행양상은 초기교란밀도가 $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 인 경우와 크게 다르지 않았다. 다만 스트리머가 발달할 때까지 더 오랜 시간을 필요로 한다. 즉, 약 2.0[nsec]정도의 시차를 두고 늦게 성장, 발달함을 볼 수 있다. 또한 스트리머 내부의 전계세기도 $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 의 경우와 같음을 볼 수 있다.

초기 교란 밀도를 어느 정도 주느냐에 대해서는 알려진 바가 없다. 방전 개시의 씨앗(seed)의 개념으로 주입해주는 밀도이므로 방전의 진행 패턴을 해치지 않는 범위 내의 밀도를 사용하여 왔다. 본 연구에서 초기 주입밀도가 $10^{14}[\text{cm}^{-3}]$ 인 경우와 $10^8[\text{cm}^{-3}]$ 인 경우에 대해서 해석해 본 결과, 스트리머의 성장과 발달에 걸리는 시간만 차이날 뿐, 전체적인 방전양상은 동일함을 확인할 수 있었다.

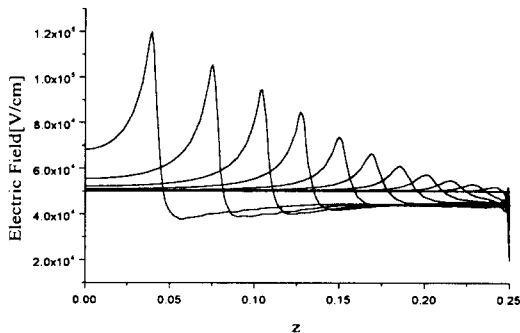


그림 6 초기교란밀도가 $1 \times 10^8[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 축상의 전계세기 변화 (0.5nsec에서 7.5nsec까지 0.5nsec 간격)

Fig. 6 Magnitude of electric field on the axis in case of low perturbation density $10^8[\text{cm}^{-3}]$ ($t=0.5 \sim 7.5[\text{nsec}]$, time interval= $0.5[\text{nsec}]$)

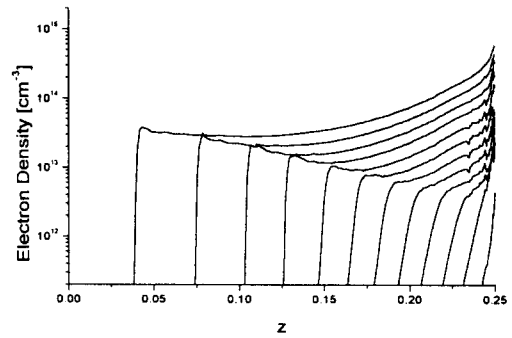


그림 7 초기교란밀도가 $1 \times 10^8[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 축상의 전자밀도 변화 (0.5nsec에서 7.5nsec까지 0.5nsec 간격)

Fig. 7 Variation of electron density on the axis in case of low perturbation density $10^8[\text{cm}^{-3}]$ ($t=0.5 \sim 7.5[\text{nsec}]$, time interval= $0.5[\text{nsec}]$)

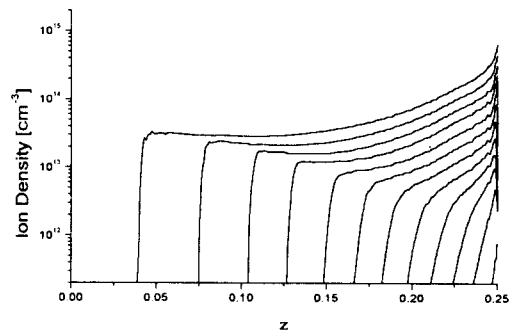


그림 8 초기교란밀도가 $1 \times 10^8[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 축상의 이온밀도 변화 (0.5nsec에서 7.5nsec까지 0.5nsec 간격)

Fig. 8 Variation of positive ion density on the axis in case of low perturbation density $10^8[\text{cm}^{-3}]$ ($t=0.5 \sim 5.5[\text{nsec}]$, time interval= $0.5[\text{nsec}]$)

3.2 침대 평판 모델에 대한 해석

침대 평판 전극 사이에서 일어나는 코로나 방전을 제안된 방법으로 해석하여 보았다. 이 모델의 경우 침의 끝부분이 곡선의 형태를 가지므로 구조화된 요소망으로 이산화하는 데 큰 어려움이 있었다. 그러나 제안된 방법은 비구조화된 요소망을 사용할 수 있는 유한요소법을 기초로 하기 때문에 복잡한 형상의 전극도 쉽게 고려할 수 있다. 뿐만 아니라, 비구조화된 요소망을 사용하는 경우 구조화된 요소망의 경우와는 달리, 물리량이 급변하는 곳만을 필요한만큼 세분할 수 있기 때문에 과중한 절점수의 증가없이 분해능을 높일 수 있다.

음극으로 사용하는 침전극의 직경은 0.1[cm]이며, 끝은 반경이 0.05[cm]인 반구모양을 하고 있다. 초기에 반경이 20[μm]인 플라즈마를 최대밀도가 $10^8[\text{cm}^{-3}]$ 인 가우스분포를 가지도록 음극표면에 위치시켰다. 전극 간격은 0.25[cm]이고, 인가전압은 6.25[kV]이다. 유한요소 해석에 사용된 요소망은 그림9와 같으며 총절점수는 8153개, 총요소수는 15736개이다. 침전극에 가까운 부분의 축 근처에서 요소가 다른 곳보다 훨씬

선 잘게 세분되어 있는 것을 볼 수 있는데, 이것은 전계가 침전극 근처에서 매우 크고, 전자나 이온의 밀도변화가 급격한 부분이기 때문에 이를 충분히 반영할 수 있도록 하기 위해서이다. 구조화된 요소망을 사용하여 침전극의 표면과 축상에 이와 같은 분해능을 갖도록 하기 위해서는 약 36000개의 절점이 필요하다.

시간간격은 최대 0.001[nsec]이며, 매 스텝마다 각 절점에서의 이온화가 1%이하가 되도록 시간간격을 조절하였다.

그림10은 축상의 전계세기를 시간에 따라 그린 것이다. 공간전하가 없을 때 인가된 전계의 세기는 침전극의 표면에는 최대 120[kV/cm]가 걸리며, 평판 전극에 가까워지면서 10[kV/cm]까지 감소한다. 스트리머가 진행하면서 침두에 강한 전계가 걸리고 내부에는 인가된 전계가 약화됨을 볼 수 있다. 평행평판 전극의 경우와는 달리, 스트리머가 음극에 가까워지면서 최대 전계값은 점차로 감소하다가 양극 주위에 이르렀을 때 약간 증가함을 볼 수 있다. 외부인가 전계가 침전극으로부터 멀어짐에 따라 감소하기 때문에 스트리머 침두의 전계가 처음에는 감소하게 되며, 스트리머가 평판 전극에 가까이 이르렀을 때는 전계가 좁은 간격에 집중되기 때문에 다시 증가하게 된다.

그림11과 그림12는 전자와 양이온의 밀도분포를 시간에 따라 그린 것이다. 스트리머의 침두에서 전자의 밀도가 양이온의 밀도보다 더 커서 강한 전계를 유지시키게 된다.

그림13은 전자밀도의 공간적인 분포를 시간에 따라 그린 것이다. 각 그림에서 등밀도선의 간격은 $5 \times 10^{11} [\text{cm}^{-3}]$ 이다. 이들 그림으로부터 침대 평판 전극사이에서의 스트리머 성장과정을 명확하게 볼 수 있다. 초기 교란밀도의 주입은 전극 끝의 한 점에 주었지만, 평행평판 전극의 경우와는 다르게 침전극의 표면을 따라 여러 개의 스트리머가 성장함을 볼 수 있다. 이는 침전극의 표면에 매우 강한 전계가 집중됨으로써 여러 개의 스트리머가 동시에 성장할 수 있는 에너지를 제공할 수 있기 때문이다. 만약 더 높은 전압을 인가하면 보다 많은 수의 스트리머가 발생할 것이다. 한편 축상에 발생한 주스트리머는 평판 전극을 향해 똑바로 성장하고, 나머지 부스트리머는 정전기력으로 인해 축에서 멀어지는 방향으로 일정 정도 성장하다 진행을 멈추게 된다.

그림14는 4.0[nsec]와 8.0[nsec] 후 전계세기의 공간적인 분포를 나타낸 것이다. 좌변이 축으로, 전체 모델의 절반에 대하여 그린 것이다. 주스트리머 내에서뿐만 아니라 부스트리머 내부에서도 외부 전계의 차폐현상이 일어남을 볼 수 있다. 특히 전극 표면에 전계의 세기가 크게 감소하여 전극 표면에 발생한 작은 스트리머들이 성장이 억제된다. 또한, 주스트리머는 침두의 전계가 충분히 커서 계속 성장하게 되고, 부스트리머는 침두의 전계가 점점 감소하여 어느 정도 성장 후 더 이상 진행하지 않게 된다.

한편, 이와 같은 결과는 구-평판 전극 사이에서의 방전현상을 FDM-FCT 기법을 사용하여 해석한 Vitello의 논문[20]의 결과와 유사하다.

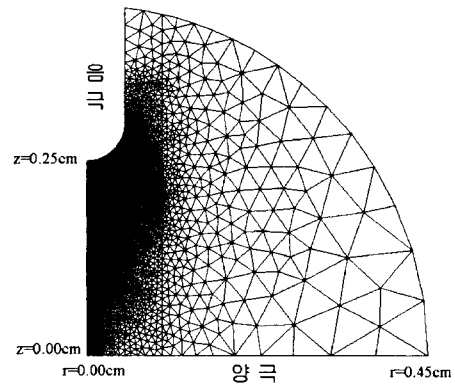


그림 9 침대 평판 모델의 요소분할도
Fig. 9 Discretized model of rod-to-plane electrode

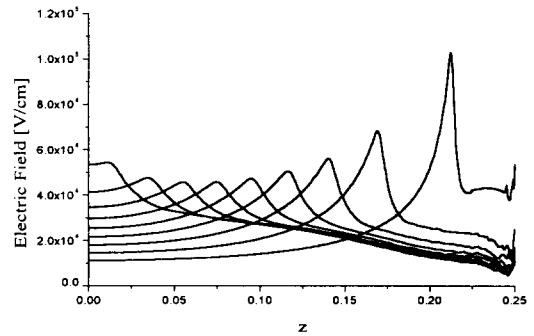


그림10 침대 평판 모델에서 초기 교란밀도가 $10^8 [\text{cm}^{-3}]$ 일 때 시간에 대한 축상의 전계세기 변화 (0.0[nsec]에서 9.0[nsec]까지 1.0[nsec] 간격)
Fig.10 Magnitude of electric field on the axis in case of rod-to-plane electrode with perturbation density $10^8 [\text{cm}^{-3}]$ ($t=0.0 \sim 9.0$ [nsec], time interval=1.0[nsec])

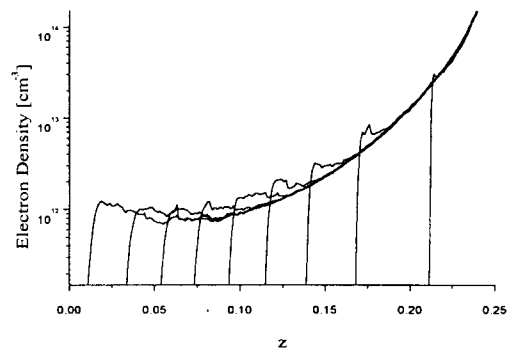


그림11 침대 평판 모델에서 초기 교란밀도가 $10^8 [\text{cm}^{-3}]$ 일 때 시간에 대한 축상의 전자밀도 변화 (1.0[nsec]에서 9.0[nsec]까지 1.0[nsec] 간격)
Fig.11 Variation of electron density on the axis in case of rod-to-plane electrode with perturbation density $10^8 [\text{cm}^{-3}]$ ($t=1.0 \sim 9.0$ [nsec], time interval=1.0[nsec])

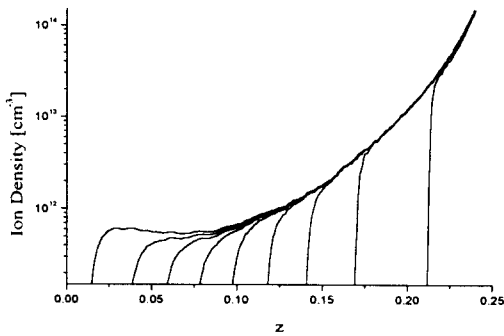
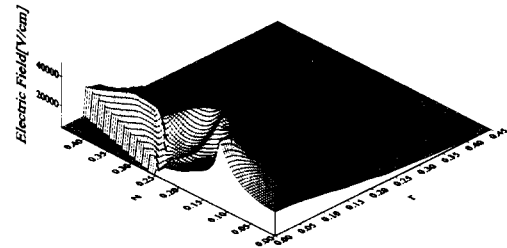
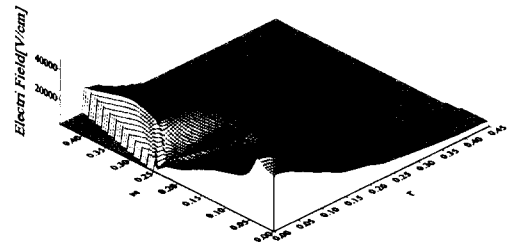


그림 12 침대 평판 모델에서 초기 교란밀도가 $10^8[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 시간에 대한 축상의 양이온 밀도 변화 (1.0[nsec]에서 9.0[nsec]까지 1.0[nsec] 간격)
 Fig.12 Variation of positive ion density on the axis in case of rod-to-plane electrode with perturbation density $10^8[\text{cm}^{-3}]$ ($t=1.0\sim 9.0[\text{nsec}]$, time interval=1.0[nsec])



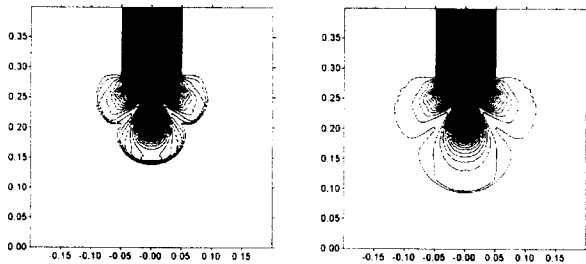
(a) $t=4.0[\text{nsec}]$



(b) $t=8.0[\text{nsec}]$

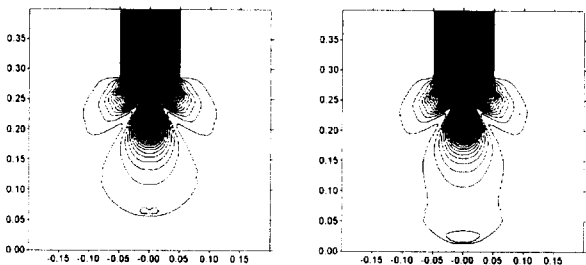
그림 14 침대 평판 모델에서 초기 교란밀도가 $10^8[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 전기장 세기의 공간적 분포

Fig.14 Spatial distribution of electric field magnitude in case of rod-to-plane electrode with perturbation density $10^8[\text{cm}^{-3}]$



(a) $t=3.0[\text{nsec}]$

(b) $t=5.0[\text{nsec}]$



(c) $t=7.0[\text{nsec}]$

(d) $t=9.0[\text{nsec}]$

그림 13 침대 평판 모델에서 초기 교란밀도가 $10^8[\text{cm}^{-3}]$ 일 때 시간에 따른 전자 밀도의 공간적인 분포
 Fig.13 Spatial distribution of electron density in case of rod-to-plane electrode with perturbation density $10^8[\text{cm}^{-3}]$

4. 결론

유체법을 이용한 코로나 방전해석은 지금까지 유한차분법과 FCT알고리즘을 결합하여 행해져 왔다. 그러나 유한차분법은 구조화된 요소망을 사용해야 하기 때문에 효과적인 공간분할을 할 수 없었으며, 해석 모델의 형상에 큰 제약을 받아 왔다.

이에 본 논문에서는 기계공학분야에서 충격과 해석에 사용되고 있는 FEM-FCT 기법을 채용하여, 코로나 방전현상을 시뮬레이션하고 그 결과를 보였다. 유한요소법(FEM)은 비구조화된 요소망을 사용할 수 있으므로 해석 모델의 형상에 제약을 받지 않을 뿐만 아니라, 적은 절점수로 높은 분해능을 얻을 수 있기 때문에 해석에 필요한 컴퓨터 기억용량과 계산 시간을 대폭 줄일 수 있다.

제안된 기법을 이용하여 평행평판 전극과 침대평판 전극 사이에서 일어나는 코로나 방전을 해석하였다. 해석결과 초기 교란밀도에 상관없이 비슷한 방전의 진행 양상을 얻을 수 있었고, 기존의 방법으로는 해석 곤란했던 침대평판 모델도 어려움 없이 해석할 수 있었다. 한편, 기존의 FDM-FCT 기법을 사용했던 여러 논문들보다 훨씬 적은 수의 절점을 사용하여 유사한 결과를 얻어낼 수 있었다.

향후 해석영역을 보다 효과적으로 분할할 수 있는 적응유한요소기법과 광전리 현상을 고려하면 실제 방전 현상에 보다 더 가까운 결과를 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

본 연구는 한국전력공사지원에 의해 기초전력공동연구소 주관으로 수행되었음.

참 고 문 헌

[1] C.K.Birdsall, "Particle-in-cell charged-particle simulation, plus Monte Carlo Collisions with Neutral Atoms, PIC-MCC," IEEE Transactions on Plasma Science, vol.19, pp.66-85, 1991.

[2] 민웅기, 유한요소법을 이용한 PIC 플라즈마 시뮬레이션, 서울대학교 석사학위논문, 1997.

[3] A.J.Davies and C.J.Evans, "Field distortion in gaseous discharge between parallel-plate electrodes," Proceedings of IEE, vol.114, p.1547, 1967.

[4] R.Morrow and J.J.Lowke, "Streamer propagation in air," Journal of Physics D: Applied Physics, vol.30, pp.614-627, 1997.

[5] S.K.Dhali and P.F.Williams, "Two-dimensional studies of streamers in gases," Journal of Applied Physics, vol.62, pp.4696-4707, 1987.

[6] J.P.Boris and D.L.Book, "Flux-corrected transport I SHASTA, a transport algorithm that works," Journal of Computational Physics, vol.11, pp.38-69, 1973.

[7] D.L.Book, J.P.Boris and K.Hain, "Flux-corrected transport II, Generalizations of the method," Journal of Computational Physics, vol.18, pp.248-283, 1975.

[8] S.T.Zalesak, "Fully multidimensional flux-corrected transport algorithm for fluids," Journal of Computational Physics, vol.31, pp.335-362, 1979.

[9] R.Morrow, "Space-charge effects in high-density plasma," Journal of Computational Physics, vol.46, pp.454-461, 1982.

[10] K.A.Hoffmann and S.T.Chiang, Computational Fluid Dynamics for Engineers Vol.1, Engineering Education System, 1993.

[11] R.Lohner, K.Morgan, J.R.Johnes, J.Peraire and M.Vahdati, "Finite element FCT for the Euler and Navier-Stokes Equations," Proc. 6th Int. Symp. Finite Element Methods in Flow Problems, INRIA, 1986.

[12] O.C.Zienkiewicz and R.L.Taylor, The Finite Element Method Volume2, McGraw-Hill, 1989, pp.484-494.

[13] J.Donea, S.Giuliani, H.Laval and L.Quanrtapelle, "Time-accurate solution of advection-diffusion problems by finite elements," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol.45, pp.123-145, 1984.

[14] R.Morrow, "Theory of negative corona in oxygen," Physical Review A, vol.32, pp.1799-1809, 1985.

[15] A.A.Kulikovsky, "Two-dimensional simulation of the positive streamer in N2 between parallel-plate electrodes," Journal of Physics D: Applied Physics, vol.28, pp.2483-2493, 1995.

[16] J.M.Guo, C.J.Wu, "Two-dimensional nonequilibrium fluid models for streamer," IEEE Transactions on Plasma Science, vol.21, pp.684-695, 1993.

[17] A.J.Davies, C.S.Davies and C.J.Evans, "Computer simulation of rapidly developing gaseous discharge," Proceeding of IEE, vol.118, pp.816-823, 1971.

[18] J.Dutton, "A survey of electron swarm data," Journal of Physical Chemistry Reference Data, vol.4, p.664, 1975.

[19] M.Khalifa, High-Voltage Engineering, Marcel Dekker, Inc., 1990.

[20] P.A.Vitello, B.M.Penetrante and J.N.Bardsley, "Multi-Dimensional Modeling of the Dynamic Morphology of Streamer Coronas," NATO ASI Series, vol.G34, Part A, pp.249-271, 1993.

저 자 소 개



민웅기(閔雄基)

1971년 6월생. 1995년 2월 서울대 전기공학과 졸업. 1997년 2월 동대학원 전기공학과 졸업(석사). 1997년 2월~현재 서울대 대학원 전기공학부 박사과정.



김형석(金炯碩)

1962년 10월생, 1985년 2월 서울대 전기공학과 졸업. 1987년 2월 동대학원 석사. 1990년 8월 동대학원 박사. 현재 순천향대 전기전자공학부 부교수 및 부설소프트웨어 교육센터장. 1997년 2월~1998년 2월 R.P.I.

방분교수. 주요연구분야 : 전자장수치해석, 적응유한요소 기법, 기체방전 시뮬레이션, 초고주파 소자 해석 및 설계, 상용소프트웨어 교육 및 교육용 프로그램 개발.



이석현(李哲賢)

1963년 2월 3일생. 1985년 서울대 전기공학과 졸업. 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1993년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1993년~1995년 현대전자반도체연구소 선임연구원. 1995년~현재 인하대 전자·전기·컴퓨터공학부 조교수



한승엽(韓松暉)

1939년 3월 14일생. 1963년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1967년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1976년~1979년 불란서 로렌공과 대학원 졸업(공학박사). 현재 서울대 공대 전기공학부 교수. 1995년 당학회 회장