

## The State Estimator Design for Servo system with Delayed Input

申 科 眞\* · 孔 貞 子\*\* · 許 旭 烈\*\*\*  
(Doo-jin Shin · Jeong-Ja Kong · Uk-Youl Huh)

**Abstract** - This paper deals with the design problem of the state estimator for servo system. The servo system has input time delay which depends on the computational time of control algorithm. The delayed input is a factor that brings out the state estimation error. So in order to reduce the state estimation error of the system, we propose a state estimator in which the delayed input of the system is considered. For this purpose, discrete time state space model is established accounting for the delayed input and a state estimator is designed based on this model. Kalman filter algorithm is employed in the design of the state estimator. The proposed estimator is used in the speed control of servo system with delayed input. Performance of the proposed state estimator is exemplified via simulations and experiments for servo system. Also, robustness of the proposed estimator to modeling error by variation of the system parameters is also shown in simulations.

**Key Words** : State estimator, Servo system, Delayed input, Kalman filter algorithm

### 1. 서 론

현대 산업분야에서 공작기계, 산업용 로봇등 서보 모터를 이용한 서보 제어시스템의 고속, 고정밀 제어를 위해서 DSP나 고성능 마이크로 프로세서를 이용한 디지털 서보 제어기가 보편화되고 있다. 디지털 서보시스템의 위치 및 속도를 피드백하기 위한 센서로는 일반적으로 증분형 엔코더가 간단한 회로 구성을 가지므로 널리 이용되고 있다. 그러나 증분형 엔코더를 이용하여 위치 및 속도를 측정하는 경우, 엔코더의 디지털적인 특성으로 인해 저속에서 측정 위치에 대한 오차가 발생하게 된다. 저속에서 속도 검출에 대한 분해능을 올리기 위해 샘플링 구간을 길게하면 피드백 루프에 긴 지연 시간이 추가되므로 시스템이 쉽게 불안정하여진다. 또한 부하가 급격하게 변화하는 경우에 있어서 속도에 대한 수렴성의 문제가 발생한다. 이러한 측정 지연 시간을 최소화하는 방식을 사용함으로써 속도 제어시스템의 특성의 개선을 도모하기 위해 외란 토오크 관측자를 사용하여 순시 속도를 측정하거나[1], 엔코더 정보와 더불어 전기자 권선 전류를 측정하여 순시 속도를 추정하는 방법[2], 상태 관측자를 구성하여 순시 속도를 추정하는 방법[3][4]들이 제안되고 있다. 따라서 본 논문에서는 시간 지연이 존재하는 시스템

에 대하여 입력의 시간 지연이 반영된 이산시간 상태공간 모델을 세우고 이러한 시스템 모델에 대하여 상태 추정을 한다. 상태 추정자에는 확률적 외란을 포함하고 있는 동적 시스템에 적용되는 최적 상태 추정자로서 미지 상태를 추정하기 위해 선형, 불편향, 최소 오차 분산 회귀형 알고리즘을 제공하는 칼만 필터(Kalman filter)를 적용한다. 칼만 필터(Kalman filter)알고리즘[5]을 적용함에 있어서 시스템 잡음의 상호 분산과 측정 잡음의 상호 분산을 서보시스템에 존재하는 잡음의 특성에 가깝도록 보다 현실적으로 고려한다. 이로써 서보시스템의 속도 측정에서 발생하는 추정 오차를 감소시켜 서보시스템의 보다 정밀한 제어를 위한 속도 추정 기법을 제안한다. 그리고 모의 및 실제 실험을 통하여 이를 검증한다.

### 2. 입력 지연이 존재하는 시스템에 대한 모델링

입력 지연이 있는 시스템에 대하여 시간 지연을 고려하지 않은 모델을 사용하여 상태 추정을 할 경우 이로부터 얻은 상태 추정값은 한 샘플링 시간 이전의 입력만에 의한 것이 아닌 한 샘플링 시간보다 짧은 시간 이전의 입력과 그보다 앞선 샘플링 시간의 입력 모두에 의한 보다 복잡한 것이다. 본 논문에서는 Zero-order hold 샘플링을 한 이산시간 상태 공간 모델을 다룬다. 그림 1은 연속시간 시스템에 대한 Zero-Order Hold 샘플링 한 경우에 대한  $\tau$  시간만큼의 시간 지연을 나타낸 것으로  $\tau$  만큼의 시간 지연이 있는 모델을 고려할 경우, 이 시스템에 대한 연속시간 상태 공간 모델은 식(1)로 표현된다.

\* 正 會 員 : 仁 荷 大 工 大 電 氣 工 學 科 博 士 課 程  
 \*\* 準 會 員 : 仁 荷 大 工 大 電 氣 工 學 科 碩 士 卒 業  
 \*\*\* 正 會 員 : 仁 荷 大 工 大 電 氣 工 學 科 教 授 · 工 博  
 接 受 日 字 : 1998 年 11 月 9 日  
 最 終 完 了 : 1999 年 3 月 19 日

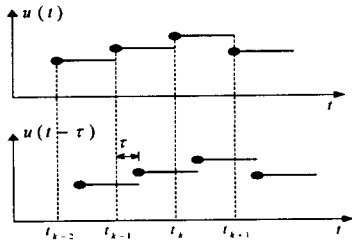


그림 1 시간 지연  
Fig.1 Input time delay

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t-\tau) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서,  $x(t)$ 는  $n \times 1$  상태 벡터,  $u(t)$ 는  $r \times 1$  입력 벡터,  $y(t)$ 는  $l \times 1$  출력 벡터, 그리고  $A, B$ 는 각각  $n \times n, n \times r$  행렬이다.  $\tau$ 는 샘플링 주기  $T$ 보다 작다고 가정한다. 식(1)의 시스템에 대하여 Zero-Order Hold 샘플링할 때, 샘플링 시점  $t_{k-1}$ 에서의 상태가 주어지면, 이후의 시간  $t$ 에서의 상태는 식(2)와 같다.

$$x(t) = e^{A(t-t_{k-1})}x(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^t e^{A(t-s')}Bu(s'-\tau)ds' \quad (2)$$

여기서,  $t = t_k$ 에서의 상태는 식(3)과 같다.

$$x(t_k) = e^{A(t_k-t_{k-1})}x(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^{t_k} e^{A(t_k-s')}Bu(s'-\tau)ds' \quad (3)$$

신호  $u(t)$ 는 샘플링 구간에서는 구간적으로 상수이므로, 지연된 신호  $u(t-\tau)$  또한 구간적으로 상수이다

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} e^{A(t_k-s')}Bu(s'-\tau)ds' = \int_{t_{k-1}}^{t_{k-1}+\tau} e^{A(t_k-s')}Bds'u(t_{k-2}) + \int_{t_{k-1}+\tau}^{t_k} e^{A(t_k-s')}Bds'u(t_{k-1}) \quad (4)$$

$$= \Gamma_1 u(t_{k-2}) + \Gamma_0 u(t_{k-1})$$

따라서, 입력 시간 지연이  $\tau$ 인 이산시간 상태공간 공칭 모델은 다음 식(5)와같이 나타낼 수 있다.

$$x(t_k) = \Phi x(t_{k-1}) + \Gamma_1 u(t_{k-2}) + \Gamma_0 u(t_{k-1}) \quad (5)$$

여기서,

$$\Phi = e^{AT}$$

$$\Gamma_0 = \int_0^{T-\tau} e^{As} ds B \quad (6)$$

$$\Gamma_1 = e^{A(T-\tau)} \int_0^\tau e^{As} ds B$$

$\Phi, \Gamma_0, \Gamma_1$ 는 각각  $n \times n, n \times r, n \times r$  행렬이다.

식(6)에서  $u(t_{k-2})$ 는  $t_{k-1}$ 시점에서 볼 때, 한 샘플링 시간 이전의 입력이며, 시스템의 출력 방정식은 식(7)과 같다

$$y(t_{k-1}) = Cx(t_{k-1}) \quad (7)$$

### 3. 입력 지연 시스템의 상태 추정자

상태 공간 공칭 모델에, 시스템 잡음 행렬  $\xi$ 과 측정 잡음 행렬  $\eta$ 을 고려하면, 식(8)과 같이 표현된다.

$$x_k = \Phi x_{k-1} + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Lambda \xi_{k-1} \quad (8)$$

$$y_k = Cx_k + \eta_k$$

이 식에서,  $\Phi, \Gamma_0, \Gamma_1, \Lambda$ 는  $1 \leq r, m, l \leq n$ 에 대하여 각각  $n \times n, n \times r, n \times r, n \times m$ 의 상수 행렬들이고,  $\{u_k\}$ 는 기지의 확정적 입력 수열(sequence),  $\{\xi_{k-1}\}$ 와  $\{\eta_{k-1}\}$ 는 각각 시스템 잡음 수열과 측정 잡음 수열이다. 시스템 잡음과 측정 잡음의 기대값과 상호 분산을 각각 식(9)와 같다고 가정한다.

$$E\langle \xi_k \rangle = 0$$

$$E\langle \eta_k \rangle = 0 \quad (9)$$

$$E\langle \xi_{k-1} \xi_{k-1}^T \rangle = Q$$

$$E\langle \eta_k \eta_k^T \rangle = R$$

여기서,  $Q$ 와  $R$ 는 각각  $r \times r, l \times l$  행렬이다. 또한 시스템 잡음과 측정 잡음은 무관(uncorrelated)하며, 식(10)을 만족한다.

$$E\langle \xi_k \eta_i^T \rangle = 0 \quad (10)$$

#### 3.1 직 교 성

상태  $x_k$ 에 대한 추정  $\hat{x}_k$ 는 칼만 필터의 출력 값으로, 추정 오차는 랜덤 변수  $x_k$ 의 참 값과  $\hat{x}_k$ 의 차로 정의된다. 추정 오차의 2차형 손실 함수는 식(11)의 형태를 가지며,  $M$ 은  $n \times n$  대칭, Positive definite 가중 행렬이다. 특정의 2차 손실 함수에 대한 최적의 추정자는 측정  $y_k$ 에 대한 확률 조건을 가지며, 손실의 기대값을 최소화시키는 추정  $\hat{x}_k$ 로 정의된다. 2차 손실 함수의 평균값을 최소화시키는 최적 추정  $\hat{x}_k$ 는 주어진 측정  $y_k$ 에 대한 상태  $x_k$ 의 조건부 기대값이다.

$$J = [x_k - \hat{x}_k]^T M [x_k - \hat{x}_k] \quad (11)$$

$$\hat{x}_{k_2} = E\langle x_{k_2} | y_1, y_2, \dots, y_{k_1} \rangle$$

$$\text{minimizes } E\langle [x_{k_2} - \hat{x}_{k_2}]^T M [x_{k_2} - \hat{x}_{k_2}] | y_1, y_2, \dots, y_{k_1} \rangle \quad (12)$$

$$, k_2 \leq k_1$$

또한 추정이 측정에 대하여 선형인 선형 추정자에서 추정 오차는 측정에 직교한다.

$$E\langle [x_k - \hat{x}_k] | y_i^T \rangle = 0, \quad i=1, \dots, k-1 \quad (13)$$

그러므로, 식(13)의 직교성을 만족하는 추정  $\hat{x}_k$ 는 손실함수를 최소화시키는 최적의 선형 추정자이다.

### 3.2 오차 상호 분산 전달

랜덤 과정  $x_k$ 와 또 다른 랜덤 과정  $\xi_k$ 의 2차 모멘트는 상호 분산 행렬의 항으로 표현하기 위하여 먼저, 상태  $x_k$ 에 관한 식과 그것의 1차 모멘트(기대값)에 대한 식은  $E\langle \xi_{k-1} \rangle = 0$  이므로, 식(14)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x_k &= \Phi x_{k-1} + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Lambda \xi_{k-1} \\ E\langle x_k \rangle &= \Phi E\langle x_{k-1} \rangle + \Gamma_0 E\langle u_{k-1} \rangle + \Gamma_1 E\langle u_{k-2} \rangle \\ &\quad + \Lambda E\langle \xi_{k-1} \rangle \\ &= \Phi E\langle x_{k-1} \rangle + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} \end{aligned} \quad (14)$$

따라서, 상태  $x_k$ 와  $\xi_k$ 간의 2차 모멘트(상호 분산)는  $n \times n$ 행렬로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} P_k &= E\langle [x_k - E\langle x_k \rangle][x_k - E\langle x_k \rangle]^T \rangle \\ &= E\langle [\Phi[x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle] + \Lambda \xi_{k-1}][\Phi[x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle] + \Lambda \xi_{k-1}]^T \rangle \\ &= E\langle \Phi[x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle][x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle]^T \Phi^T \\ &\quad + \Phi[x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle]\xi_{k-1}^T \Lambda^T \\ &\quad + \Lambda \xi_{k-1}[x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle]^T \Phi^T + \Lambda \xi_{k-1} \xi_{k-1}^T \Lambda^T \rangle \\ &= \Phi E\langle [x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle][x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle]^T \rangle \Phi^T \\ &\quad + \Phi E\langle [x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle]\xi_{k-1}^T \Lambda^T \rangle \\ &\quad + E\langle \Lambda \xi_{k-1}[x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle]^T \rangle \Phi^T \\ &\quad + E\langle \Lambda \xi_{k-1} \xi_{k-1}^T \Lambda^T \rangle \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, 추정오차 상호분산과 시스템 잡음의 상호 분산에 관한 관계는 식(16)과 같다. 식(17)은 결과식으로 추정 오차 상호 분산에 대한 계산식이다.

$$E\langle [x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle][x_{k-1} - E\langle x_{k-1} \rangle]^T \rangle = P_{k-1}$$

$$E\langle \xi_{k-1} \xi_{k-1}^T \rangle = Q_{k-1} \quad (16)$$

$$P_k = \Phi P_{k-1} \Phi^T + \Lambda Q_{k-1} \Lambda^T \quad (17)$$

### 3.3 필터 알고리즘

칼만 필터에서는 추정자를 선형, 최소 분산 추정자라고 가정하므로, 추정자는 불편항이다. 이에 따라 사후 추정  $\hat{x}_k(+)$ 는 측정  $y_k$ 에 대한 사전 추정  $\hat{x}_k(-)$ 와 측정  $y_k$ 와의 선형식(18)을 만족하여야 한다.[5]

$$E\langle x_k | y_k \rangle = \hat{x}_k(+) = K_k^1 \hat{x}_k(-) + \bar{K}_k y_k \quad (18)$$

여기서  $K_k^1$ 과  $\bar{K}_k$ 값은 칼만 이득값이며, 추정 값  $\hat{x}_k(+)$ 가 직교성을 만족하도록 하는 값이다. 식(17)의 관계로부터 이전 단계에 관한 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$E\langle [x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}(+)] y_i^T \rangle = 0, \quad i=1, \dots, k-1 \quad (19)$$

그리고  $1 \leq i \leq k-1$ 에 대하여  $E\langle \eta_k y_i^T \rangle = 0$  이므로, 식(19)에 식(8)을 대입하면, 식(20)을 얻을 수 있다.

$$E\langle [x_k - \bar{K}_k C_k x_k - K_k^1 (\hat{x}_k(-) - x_k)] y_i^T \rangle = 0$$

$$[I - K_k^1 - \bar{K}_k C_k] E x_k y_i^T = 0 \quad (20)$$

식(20)은 임의의 상태  $x_k$ 에 대하여  $K_k^1 = I - \bar{K}_k C_k$ 의 조건일 때 만족된다. 이로부터 사후 추정자  $\hat{x}_k(+)$ 는 식(21)로 구해진다.

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + \bar{K}_k [y_k - C \hat{x}_k(-)] \quad (21)$$

구해진 사후 추정자  $\hat{x}_k(+)$ 는 직교성을 만족해야 한다.

$$E\langle [x_k - \hat{x}_k(+)] y_k^T \rangle = 0 \quad (22)$$

$$E\langle [x_k - \hat{x}_k(+)] \hat{x}_k^T(-) \rangle = 0 \quad (23)$$

여기서, 사후추정오차  $\tilde{x}_k(+)$ 와 사전 추정 오차  $\tilde{x}_k(-)$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$\tilde{x}_k(+): = \hat{x}_k(+)-x_k$$

$$\tilde{x}_k(-): = \hat{x}_k(-)-x_k$$

그러면,  $\tilde{y}_k = \hat{y}_k(-) - y_k = C_k \tilde{x}_k(-) - \eta_k$  이고, 직교 조건으로부터 식(24)의 결과를 얻는다.

$$E\langle [x_k - \hat{x}_k(+)] \tilde{y}_k^T \rangle = 0 \quad (24)$$

식(24)에 사후 추정 오차  $\tilde{x}_k(+)$ 와  $\tilde{y}_k$ 를 대입하면, 식(25)와 같다.

$$-[I - \bar{K}_k C_k] E \langle \tilde{x}_k(-) \tilde{x}_k^T(-) \rangle C_k^T + \bar{K}_k E \langle \eta_k \eta_k^T \rangle = 0 \quad (25)$$

식(25)에  $E \langle \eta_k \eta_k^T \rangle = R_k$ 를 대입하면, 칼만 이득 행렬  $\bar{K}_k$ 는

$$\bar{K}_k = P_k(-) C_k^T [C_k P_k(-) C_k^T + R_k]^{-1} \quad (26)$$

가 된다. 여기서,  $P_k(-)$ 는 사전 추정 오차 상호 분산으로, 아래와 같이 정의된다.

$$P_k(-) = E \langle [\hat{x}_k(-) - x_k][\hat{x}_k(-) - x_k]^T \rangle \quad (27)$$

마찬가지로 사후 추정 오차 상호 분산  $P_k(+)$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P_k(+) = E \langle [\hat{x}_k(+)-x_k][\hat{x}_k(+)-x_k]^T \rangle \quad (28)$$

사후 추정 오차  $\tilde{x}_k(+)$ 가

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k(+) &= \hat{x}_k(+)-x_k \\ &= [I - \bar{K}_k C_k] \tilde{x}_k(-) + \bar{K}_k \eta_k \end{aligned} \quad (29)$$

사후 추정 오차 상호분산  $P_k(+)$ 는 식(30)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_k(+) &= [I - \bar{K}_k H_k] P_k(-) [I - \bar{K}_k H_k]^T + \bar{K}_k R_k \bar{K}_k^T \\ &= [I - \bar{K}_k H_k] P_k(-) \end{aligned} \quad (30)$$

다음으로, 1단 예측자로서 사전 추정자를 구하면 식(31)과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k(-) &= E \langle x_k | y_{k-1} \rangle \\ &= E \langle \Phi x_{k-1} + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Lambda \xi_{k-1} | y_{k-1} \rangle \\ &= \Phi \hat{x}_{k-1}(+) + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} \end{aligned} \quad (31)$$

사전 추정값을 식(27)에 대입하면, 사전 추정 오차 상호 분산  $P_k(-)$ 는 식(32)와 같다.

$$P_k(-) = \Phi P_{k-1}(+) \Phi^T + \Lambda Q_{k-1} \Lambda^T \quad (32)$$

식(31)과 식(32)에 있어서, 알고리즘의 초기에서 초기 추정 값과 초기 추정 오차 상호 분산 값이 필요한데, 이들 초기 추정자  $\hat{x}_0(+)$ 와 초기 추정 오차 상호 분산  $P_0(+)$ 은 다음과 같고, 직교성을 만족한다.

$$\hat{x}_0(+) = E \langle x_0 \rangle$$

$$P_0(+) = E \langle (x_0 - E x_0)(x_0 - E x_0)^T \rangle = \text{Var}(x_0) \quad (33)$$

상기와 같이 지연 입력이 존재하는 시스템의 이산 시간 상태 공간 모델에 대하여 상태 추정 알고리즘을 얻었다. 이를 이산 시간 상태 공간 모델로 표현된 선형 확률 시스템에 대하여 정리하면,

사전 추정자  $\hat{x}(-)$ 는

$$\hat{x}_k(-) = \Phi \hat{x}_{k-1}(+) + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2}$$

사전 추정 오차 상호분산  $P_k(-)$ 는

$$P_k(-) = \Phi P_{k-1}(+) \Phi^T + \Lambda Q_{k-1} \Lambda^T$$

칼만 이득 행렬  $\bar{K}_k$ 는

$$\bar{K}_k = P_k(-) C_k^T [C_k P_k(-) C_k^T + R_k]^{-1} \quad (34)$$

사후 추정 오차 상호 분산  $P_k(+)$ 는

$$P_k(+) = [I - \bar{K}_k H_k] P_k(-)$$

사후 추정자  $\hat{x}_k(+)$ 는

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + \bar{K}_k [y_k - C \hat{x}_k(-)]$$

상기 알고리즘은 다음 그림 2 와 같이 표현되어 진다.

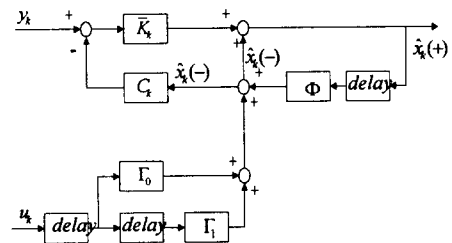


그림 2 필터 알고리즘의 블록선도

Fig. 2 Block Diagram of the algorithm

#### 4. 서보 시스템에 대한 상태 추정자 설계

##### 4.1 입력 지연을 고려한 이산 시간 상태 공간 모델

연속시간 상태공간 모델은 상태  $x$ 를  $x = [\omega \ \theta]^T$ 로 정의할 경우, 식 (35)와 같이 표현된다. 여기서,  $\omega$ 를 전동기의 회전 각속도,  $\theta$ 를 전동기의 회전 위치라 할 때,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= A x + B u \\ y &= C x \end{aligned} \quad (35)$$

여기서, 시스템 행렬  $A, B, C$ 는 식(36)과 같으며,  $J_M$ 는 전동기의 관성 모멘트,  $B_M$ 는 전동기의 마찰 계수이다. 이러한 연속시간 상태공간 모델에 대하여  $\tau$ 만큼의 시간 지연을 고려한 이산시간 상태공간 공칭 모델은 다음의 관계식으로 나타낼 수 있다. 여기서, T는 샘플링 주기이다

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{B_M}{J_M} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1]$$

$$\begin{aligned} x_k &= \Phi x_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Gamma_0 u_{k-1} \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (37)$$

그리고 식(37)에서  $\Phi$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$ 는 식(6)에 의하여 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\Phi = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{B_M}{J_M} \left( T - \frac{B_M T^2}{2J_M} \right) & 0 \\ T - \frac{B_M T^2}{2J_M} & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\Gamma_0 = \frac{1}{J_M} \begin{bmatrix} T - \tau - \frac{B_M}{2J_M} (T - \tau)^2 + \frac{B_M^2 (T - \tau)^3}{6J_M^2} \\ \frac{(T - \tau)^2}{2} - \frac{B_M (T - \tau)^3}{6J_M} \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\Gamma_1 = \frac{1}{J_M} \begin{bmatrix} \left\{ 1 - \frac{B_M (T - \tau)}{J_M} - \frac{B_M^2 (T - \tau)^2}{2J_M^2} \right\} \\ \left( \tau - \frac{B_M \tau^2}{2J_M} + \frac{B_M^2 \tau^3}{6J_M^2} \right) \\ \left( T - \tau - \frac{B_M T^2}{2J_M} \right) \left( \tau - \frac{B_M \tau^2}{2J_M} + \frac{B_M^2 \tau^3}{6J_M^2} \right) \\ + \frac{\tau^2}{2} - \frac{B_M \tau^3}{6J_M} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$C = [0 \ 1] \quad (41)$$

### 4.2 잡음 모델

서보 시스템에서는 전류 제어기와 모터의 비정상적인 특성 및 외란 그리고 모터 변수의 변동에 의한 시스템 모델 변수 변동 등의 시스템 잡음과 엔코더의 불완전성과 위치 데이터의 양자화 과정에서 생기는 측정 오차 성분 등을 포함한 측정 잡음이 존재한다.

본 논문에서는 이들 시스템 잡음과 측정 잡음의 특성을 서보 시스템에 실재하는 형태로 고려하여, 이들 잡음 신호의 평균과 분산을 규정하고, 이들을 확률 밀도 함수가 가우시안(Gaussian) 분포를 가지는 정규 백색 잡음으로 가정하고 이를 칼만 필터 알고리즘을 상태 추정자로 하는 모의 실험에 적용한다. 먼저, 측정 잡음에 있어서는 서보 시스템 측정

잡음의 가장 큰 부분을 차지하는 잡음을 엔코더의 양자화 잡음으로 보고, 이에 대하여 측정 잡음을 고려한다. 엔코더의 양자화 잡음은 회전 속도와는 상관없이 그 크기의 최소와 최대 범위를 알 수 있다. 오차를 회전자의 위치 양인  $\theta$ 에 대하여 나타내면, 최소 오차  $\theta_{noise, min}$ 와 최대 오차  $\theta_{noise, max}$ 는 식(42)와 같다.

$$\begin{aligned} \theta_{noise, min} &= 0^\circ \\ \theta_{noise, max} &= \frac{360^\circ}{\text{엔코더펄스수/1회전} [pulse/rev]} \end{aligned} \quad (42)$$

이로부터 중심  $M_{\theta_{noise}}$ 을 구하면 다음과 같다.

$$M_{\theta_{noise}} = \frac{\theta_{noise, max} + \theta_{noise, min}}{2} \quad (43)$$

측정 잡음  $\theta_{noise}$ 의 평균  $\mu_{\theta_{noise}}$ 가 중심  $M_{\theta_{noise}}$ 에 존재한다고 가정하면, 식(44)를 얻는다.

$$\mu_{\theta_{noise}} = E\langle \theta_{noise} \rangle = M_{\theta_{noise}} \quad (44)$$

이로부터 측정잡음의 특성을  $N(\mu_{\theta_{noise}}, \sigma^2 = 1)$  가우시안 확률 잡음으로 고려한다. 본 논문에서는 실제의 서보 시스템에서 발생할 수 있는 관성 모멘트의 변동 구간을 규정하고, 시스템 모델 변수의 변동을 고려한다. 시스템의 관성 모멘트의 변동 구간에 대한 시스템 모델 변수의 변동 구간을 구할 수 있다. 이로부터 시스템 모델 변수의 최소 변동분과 최대 변동 분을 구한다. 최대 변동분과 최소 변동 분의 중심을 시스템 변수의 모델링 오차의 평균  $\mu_{\text{모델오차}}$ 로 하여, 시스템 잡음의 특성을  $N(\mu_{\text{모델오차}}, \sigma^2 = 1)$ 인 가우시안 확률 잡음으로 간주한다.

### 4.3 상태 추정자

시스템 잡음  $\xi$ 과 측정 잡음  $\eta$ 이 포함된 서보 시스템의 이산 시간 상태 공간 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_k &= \Phi x_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Gamma_0 u_{k-1} + \Lambda \xi_{k-1} \\ y_k &= Cx_k + \eta_k \end{aligned} \quad (45)$$

여기서, 시스템잡음  $\xi$ 과 측정잡음  $\eta$ 은 아래 식과 같다.

$$\xi_{k-1} = u_{noise} \quad (46)$$

$$\eta_k = \theta_{noise} \quad (47)$$

$u_{noise}$ 는 제어입력에 부가된 시스템 잡음이고,  $\theta_{noise}$ 는 엔코더 측정 잡음이다. 그리고 시스템 잡음 행렬  $\Lambda$ 는 식(48)과 같으며, 지연 입력을 고려한 서보 시스템의 이산 시간 상태 공간 모델에 대한 상태 추정자의 추정 알고리즘은 식(34)의

$$\Lambda = \Gamma_0 = \frac{1}{J_M} \left[ \begin{array}{c} T - \tau - \frac{B_M}{2J_M} (T - \tau)^2 + \frac{B_M^2 (T - \tau)^3}{6J_M^2} \\ \frac{(T - \tau)^2}{2} - \frac{B_M (T - \tau)^3}{6J_M} \end{array} \right] \quad (48)$$

결과를 이용할 수 있다. 이러한 상태 추정자를 적용한 시스템의 전체 블록도는 다음의 그림 3과 같다. 그림에서  $K_f$ 는 토오크 정수이다.

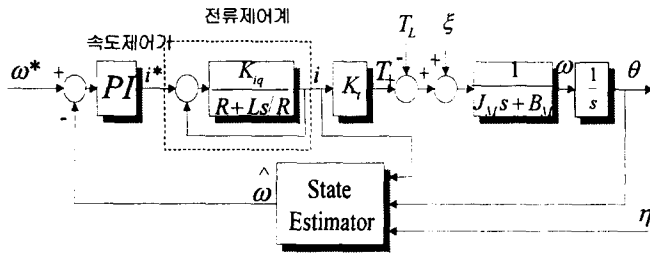


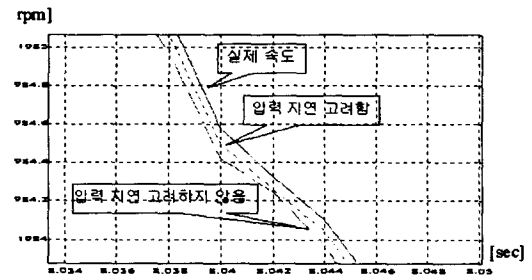
그림 3 시스템의 블록도  
Fig. 3 Block diagram of the proposed system

그림 3에서 보는 바와 같이 시스템잡음  $\xi$ 가 시스템의 입력에 추가되고, 측정 잡음  $\eta$ 가 측정에 더해졌다. 상태 추정자는 서보 시스템의 전류 입력과 회전자 속도에 관한 위치 정보를 입력받아 속도에 대한 추정을 하고, 추정 값을 시스템에 피드백 시킨다. 속도 추정값은 속도제어기의 입력이 되어 제어입력에 영향을 미치게 된다.

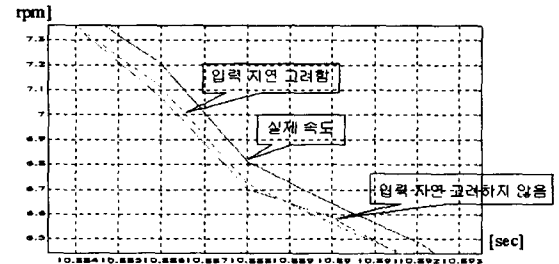
### 5. 실험 및 고찰

본 논문에서 실행한 모의 실험에서는 서보 시스템에 0[rpm]에서 2000[rpm]까지 변하는 정현적 속도 지령을 입력하고, 이에 대한 서보 시스템의 속도를 상태 추정된 결과를 보여준다. 특히 지연 입력을 고려하지 않은 경우의 상태 추정 결과와 지연 입력을 고려한 경우의 상태 추정 결과를 비교하여 보였다. 추정 결과는 관성 모멘트  $J_M$ 이 0.00255

$Kg \cdot m^2$ , 마찰 계수  $B_M$ 이 0.0137  $N \cdot m \cdot s / rad$ 인 서보시스템에 대한 것이다. 그림 4는 시스템의 관성 모멘트를 변동시키지 않은 모델에 대한 추정 성능 비교이다. (a)는 고속 부근의 추정을 나타낸 것이고, (b)는 저속 부근의 추정을 확대한 것이다. 여기서 저속이라 함은 엔코더가 검출할 수 있는 최저속을 말한다. 그림 5는 시스템의 관성 모멘트가 0.5J로 감소한 경우의 모의 실험 결과이고, 그림 6은 시스템의 관성 모멘트가 5J로 증가한 경우의 모의 실험 결과이다. 그림 4와 그림 5에서도 (a), (b)는 각각 고속 부근과 저속 부근에서의 추정 결과이다. 모의 실험 결과들에서 보는 바와 같이 입력 지연을 고려한 모델에 대하여 속도를 추정된 결과가 그렇지 않은 경우의 결과보다 나은 속도 추정 성능을 보임을 알 수 있다. 또한 추정 오차를 백분율 오차로 고려하면, 전동기의 저속 영역에서의 추정 결과가 고속 영역에서의 추정 결과 보다 더 작은 오차를 가지는 결과를 얻었다. 실험 대상 시스템의 구성은 그림 7에서 보는 바와 같다.



(a)

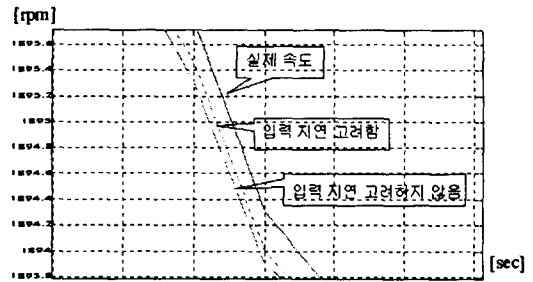


(b)

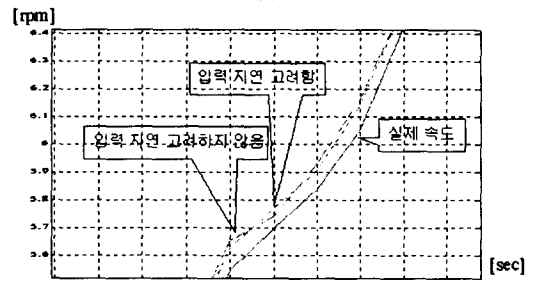
그림 4 모의 실험 (관성 모멘트 = J)

(a)고속 영역, (b)저속 영역

Fig. 4 Speed response against the inertia variation (a) High speed region (b) Low speed region



(a)



(b)

그림 5 관성 모멘트 변화에 대한 모의 실험

(J → 0.5 J)

(a)고속영역, (b)저속영역

Fig. 5 Speed response against the inertia variation (a) High speed region, (b) Low speed region

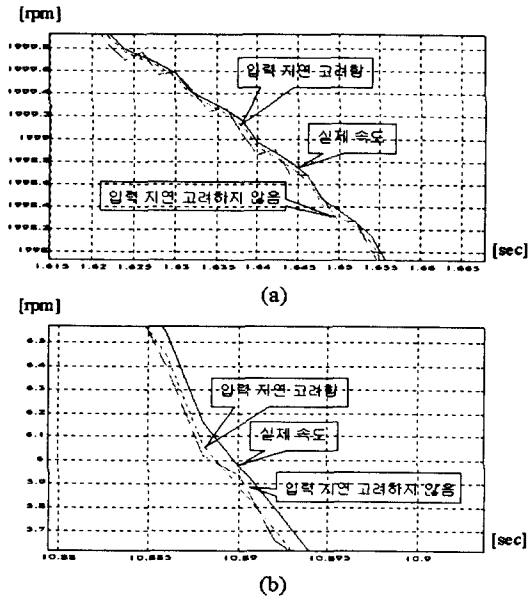


그림 6 관성 모멘트 변화에 대한 모의 실험 (J → 5J)  
(a)고속 영역, (b)저속 영역

Fig.6 Speed response against the inertia variation (a) high speed region, (b) Low speed region

실험은 8극, 1000[rpm], 0.9 [kW] 정격이며, 상상 저항  $r=0.0.425[\Omega]$ , 인덕턴스  $L=0.00378[H]$ 의 영구자석형 동기전동기를 대상으로 하였다. 속도응답 파형의 측정은 전동기의 3상 입력 전압 중에서 한 상의 전압을 관측함으로써 이루어졌다. 제어보드의 마이크로프로세서(E1-32)에서는 A/D 변환기로의 전류 입력과 펄스 계수기(Pulse counter)로 입력되는 엔코더 정보를 가지고 상태 추정자를 사용하여 회전자의 속도 추정을 하고, 추정 결과를 이용한 시스템의 속도 제어를 수행한다. 그림 8은 속도 지령을 28.5[rad/s]으로 하였을 경우의 속도 응답 파형을 얻은 것이다. (a)는 입력지연을 고려한 추정자를 적용한 경우의 속도 응답 파형이고, (b)는 입력지연을 고려하지 않은 추정자를 적용한 경우의 속도 응답 파형이다. (c)는 추정자가 없는 경우의 속도 응답 파형을 얻은 것이다. 속도 제어기와 전류 제어기는 비례적분 제어기를 적용하였고, 적용한 추정자의 성능을 비교하기 위하여 제어기의 이득은 동일하게 두었다. 그림 8에서 두 수직 점선사이의 간격이 28.5[rad/s]의 기준선이며, 그림에서 보는 바와 같이 속도 응답과 지령 속도와의 속도오차의 크기가 제안한 추정자를 적용한 경우에는 1.64 [rad/s], 입력 지연을 고려하지 않은 추정자를 적용한 경우는 1.69 [rad/s], 그리고 추정자를 적용시키지 않은 경우는 2.6[rad/s]로 나타나, 본 논문이 제안한 지연 입력을 고려한 경우의 속도 오차가 가장 적게 나타나는 결과를 얻었다. 실험 결과로부터 입력 지연이 존재하는 제어 시스템에서 상태 추정자를 적용하여 상태를 추정할 때, 지연 입력을 고려하여 설계한 상태 추정자를 적용하는 것이 제어 성능을 향상시킴을 알 수 있다.

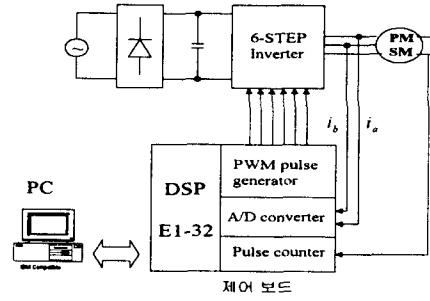
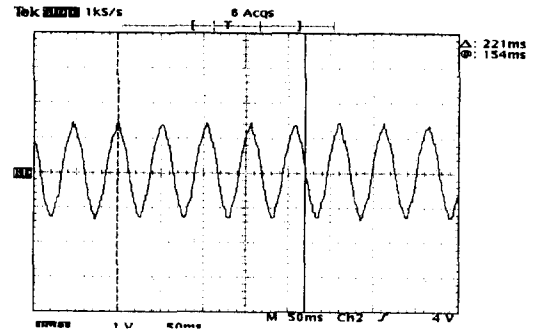
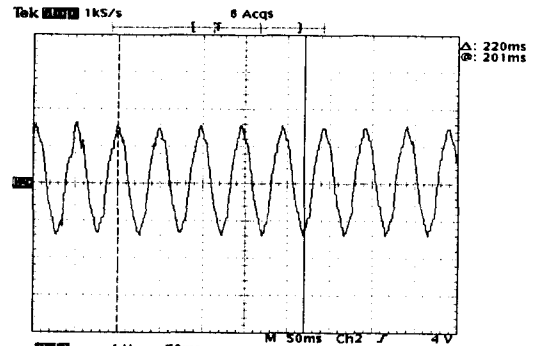


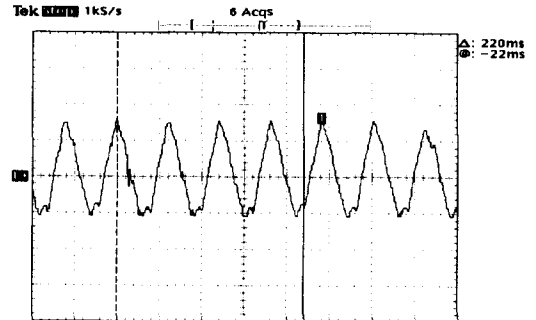
그림 7 시스템의 구성  
Fig. 7 Configuration of the system



(a) 제안한 추정자를 적용한 경우  
(a) proposed state estimator



(b) 기존 추정자를 적용할 경우  
(b) conventional state estimator



(c) 추정자가 없는 경우  
(c) without state estimator

그림 8 실험 결과  
Fig. 8 Experimental results

### 6. 결 론

본 논문은 서보 시스템의 상태 추정자 설계에 관한 문제 중에서 지연 입력에 의한 추정 오차를 줄이는 문제를 다루었다. 입력 지연이 존재하는 시스템에 대하여 시간 지연을 고려한 이산시간 상태공간 모델을 세우고, 이에 대한 상태 추정자를 설계하였다. 또한 칼만 필터 알고리즘을 적용함에 있어서, 서보 시스템의 모델링 과정에서 발생하는 모델링 오차와 속도 측정 과정에서 발생하는 측정 오차를 각각 시스템 잡음과 측정 잡음으로 고려하고 이들 잡음의 특성을 현실적으로 고려하여 모의 실험과 실제 실험에 적용하였다. 모의 실험을 통해서 입력 지연이 존재하는 서보시스템에 대한 상태 추정자의 상태 추정이 잘 이루어진 것을 보았고, 실제 실험에서는 이러한 추정 결과를 사용한 속도 제어의 성능이 지연 입력을 고려하지 않은 상태 추정자의 추정 오차에 비하여 감소함으로써 전체 시스템의 제어 성능이 향상됨을 보였다. 또한, 모의 실험에서는 제한한 상태 추정자가 시스템 변수의 변동에 의한 모델링 오차에 대하여도 입력 지연을 고려하지 않은 경우에 비하여 강인성이 향상되는 결과를 얻었다.

본 논문은 1998년도 인하대학교 교내 연구비 및 1997년도 한국 과학재단지원 제어계측 신기술 연구센터 연구비에 의하여 수행되었음.

### 참 고 문 헌

- [1] K. Fujita and K. Sato, "Instantaneous speed detection with parameter identification for ac servo system", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 28 no. 4, July/August 1992.
- [2] Y. Hori, T.Umeno, T. Uchida and Y. Konno, "An instantaneous speed observer for high performance control of dc servomotor using DSP and low precision shaft encoder", EPE FIRENZE, no. 3, pp. 637-652, 1991.
- [3] K. Kubo, M. Watanabe, F. Kozawa and K. Kawasaki, "Disturbance torque compensated speed observer for digital servo drives", in Pro. of IECON'90, vol. 2, pp. 1182-1187, 1990.
- [4] M. Watanabe et al., "Digital servo system using speed estimation observer", T. IEE Japan, vol. 107-D no. 12, 1987.
- [5] M. S. Grewal and A. P. Andrews, Kalman filtering theory and practice, Prentice Hall, pp.41-85, 1993.

## 저 자 소 개



### 신 두 진 (申 杜 眞)

1989년 인하대 공대 전기공학과 졸업.  
1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사).  
1990년~1998년 LG전자 연구소 선임연구원.  
1998년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정

Tel : (032) 860-7314



### 공 정 자 (孔 貞 子)

1969년 8월 25일생. 1993년 인하대 공대 전기공학과 졸업.  
1998년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사).  
1993년~1995년 LG산전 연구소 연구원.  
1998년~현재 LG정밀 연구소 연구원.



### 허 옥 열 (許 旭 烈)

1951년 12월 31일생. 1974년 서울대 공대 전기공학과 졸업.  
1982년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사).  
1985년~1986년 미국 일리노이대 방문교수.  
1981년~현재 인하대 전기공학과 교수.  
과학재단 제어계측 신기술 연구 센터(ERC-ACI) 참여교수.

Tel : (032) 860-7394