

Manabe 표준형의 계단 응답 특성 및 제어기설계에의 응용

論 文
48A-5-14

The Characteristics of Step Responses of the Manabe Standard Forms and Its Application to the Controller Design

姜 煥 一*
(Hwan Il Kang)

Abstract - We investigate the characteristic of step responses of the Manabe standard form which is used recently for design of the controller. We obtain some theorems and these theorems have the properties of the relationship between the roots of the polynomial and the stability indices which are used for the Manabe standard form. The Manabe standard form has the following properties: The sum of the squared roots is equal to zero, the sum of the reciprocal of the squared roots is greater than zero and the parameter τ is the negative value of the sum of the reciprocal of the roots. We compare the step responses of the Manabe standard form with those of the ITAE form, the dead beat response and Bessel forms. We choose the 6th order closed loop polynomial and keep the same settling time for the four forms. Under these conditions we find that the Manabe standard form have faster 90% rising time than the Bessel and dead beat responses. We see that the ITAE, Bessel and dead beat responses have some overshoot, whereas the Manabe standard form has none. We also compare the Manabe form with the other three forms for the controller design using the pole assignment technique. If the open loop transfer function is a type-1 system (transfer functions having one integrator), then, for the closed loop system associated with the open loop transfer function, the steady state error of the unit ramp input is obtained in terms of the parameter τ of the Manabe standard form.

Key Words : ITAE Form, Bessel Form, Manabe Standard Form, Pole Assignment Technique

1. 서 론

페루프다항식의 안정도는 Routh-Hurwitz 판별식으로 표현하면 다항식의 차수가 증가함에 따라 부등식의 계수의 차수가 증가한다. Routh-Hurwitz 판별식을 쓰기에는 너무 복잡하기 때문에 Lipatov & Sokolov[1]의 충분조건에 의해 인접한 세 계수로 표시되는 안정지수 γ_i (stability indices)를 이용하면 주어진 페루프 다항식의 차수에는 관계없이 항상 2차의 부등식으로 안정도의 충분조건을 표현할 수 있다.[2] 명세(specification)에 의하여 제어기의 계수의 일부와 페루프다항식의 계수를 구한후 이를 이용하여 나머지 제어기의 계수를 결정하기 위해 계수도를 이용하여 설계할 수 있다[2,3]. 계수도란 계수의 로그값을 y축에 표시하고 그 계수와 상응한 차수는 x축에 표시하여 제어기설계에 이용할 수 있는 그래프를 의미한다. 계수도법(Coefficient diagram methods: CDM)[2,3]이란 계수도를 이용하여 제어시스템을 설계하고자 하는 방법이다. Kessler[3,16]의 다중루프구조에서 모든 안정지수 γ_i 를

2로 설정하고 Manabe는 γ_1 을 2.5로 크게 하여 계단응답의 오버슈트가 발생하지 않도록 설계하였다.[3] 이러한 안정지수의 특별한 값을 Manabe 표준형(standard form)[2]이라고 불리우며 이를 제어기 설계에 이용하고 있다. Manabe 표준형은 속도와 damping사이의 묘한 균형을 이루도록 설계하였고 같은 τ 에 대하여 비교적 작은 정정시간(settling time)을 갖는다. Manabe 표준형은 CDM에서 초기 설계로 많이 쓰이고 있으며 그 특징은 차수에 관계없이 단위계단응답이 거의 동일하다.[2]

구간 플랜트의 강인 제어기설계에 Lipatov & Sokolov[1]의 결과를 이용한 연구가 진행되었고[4] Manabe 표준형을 변형시킨 일반화된 Manabe 형을 이용하여 설계자가 원하는 출력과형을 얻도록 하는 제어기설계에 관한 논문이 발표되었다.[5] pseudo inverse 방법을 이용하여 자동적으로 제어기를 설계하려는 시도를 논문[6]에서 볼 수 있다. 그러나 제어기의 차수가 큰 경우에는 diophantine 방정식의 해를 역행렬방법으로 구할 수 있다.[7,8,9]

이 논문에서는 안정지수를 이용하여 모든 다항식이 안정할 필요조건과 충분조건을 구하였으며 이는 각각 Kempermann[10]과 Lipatov 와 Sokolov[1]의 논문에 기초를 두고 있다. 또한 안정지수와 근과의 관계를 알아보고 또한 Manabe표준형의 근의 특성을 조사한다. 4절에서는 Manabe 표준형의 계단 응답을 조사하고 ITAE형의 응답과 빠른 상승시간과 빠른 정정시간(settling time)을 위해 설계된 Dead

*正 會 員 : 明知大 電氣情報制御工學部 副教授 · 工博
接受日字 : 1998年 9月 11日
最終完了 : 1999年 3月 3日

beat 응답, Bessel 응답과도 비교한다. 5절에서는 극점 설정 기법에 Manabe 표준형을 적용한다.

2. 예비결과

안정지수를 이용하여 모든 다항식이 안정할 필요조건과 충분조건을 구하고 안정지수와 근과의 관계를 알아보고 또한 Manabe 표준형의 근의 특성을 조사하기 위해 필요한 예비결과를 기술한다. 선형 시불변 시스템의 특성방정식 $F(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i$ ($a_i > 0, (i=0, 1, \dots, n)$)이 주어질 때 3절에서 필요한 예비결과를 나타낸다. 안정지수 γ_i 를 $\gamma_i = \frac{a_i^2}{a_{i-1}a_{i+1}}$ ($i=1, 2, \dots, n-1$)로 정의한다. 다항식 $F(s)$ 에서 근을 $\sigma_i (i=1, 2, \dots, n)$ ($\sigma_i \neq 0$)로 한다.

사실1[13]: 다항식 $F(s)$ 에서 $a_{n-1}/a_n = -\sum_{i=1}^n \sigma_i, a_{n-2}/a_n = \sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} \sigma_i \sigma_j$ 이다.

사실2[13]: $a_1/a_n = (-1)^{n-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_{n-2} < i_{n-1} \leq n} \prod_{k=1}^{n-1} (\sigma_{i_k})$

이고 $a_2/a_n = (-1)^{n-2} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_{n-2} \leq n} \prod_{k=1}^{n-2} (\sigma_{i_k})$ 이 되며 따라서 $a_1/a_0 = -\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i, a_2/a_0 = \sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} (1/\sigma_i)(1/\sigma_j)$ 이다.

사실3[3]: 다항식이 좌반평면안정할 충분조건은 모든 $i=1, 2, \dots, n-2$ 에 대하여 $\sqrt{\gamma_{i+1}\gamma_i} > 1.4656$ 이다.

사실4[1]: $\gamma_i \geq 4 (i=1, 2, \dots, n-1)$ 이면 다항식 $F(s)$ 의 근이 모두 음의 실수이며 서로 다르다.

사실5[11]: 만약 다항식 $F(s)$ 의 근이 모두 음의 실수이며 서로 다를 때 $G(s) = F(s^2) + sF'(s^2)$ 의 근은 모두 좌반평면에 존재하며 여기서 $F'(s) = \frac{dF(s)}{ds}$ 이다.

사실6[15]: 개루프 전달함수가 type-1(전달함수에 적분기 하나만 포함된 경우)인 경우 보상기와 페루프를 이용하여 페루프전달함수를 얻을 경우 단위경사입력에 의한 정상상태오차는 $e_{ss} = -\sum_{i=1}^m 1/p_i + \sum_{i=1}^m 1/z_i$ 이며 여기서 p_i, z_i 는 각각 페루프전달함수의 극점과 영점이다.

보조정리1: $\gamma_{n-1} = 2 + \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} \sigma_i \sigma_j}$ 이고

$\gamma_1 = 2 + \frac{\sum_{i=1}^n (1/\sigma_i)^2}{\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} (1/\sigma_i)(1/\sigma_j)}$ 이다.

증명: 우선 사실1과 항등식

$$\left(\sum_{i=1}^n \sigma_i\right)^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 + 2 \sum_{i, j=1, i \neq j}^n (\sigma_i \sigma_j)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{n-1} &= \frac{a_{n-1}^2}{a_n a_{n-2}} = \frac{\left(-\sum_{i=1}^n \sigma_i\right)^2}{\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} \sigma_i \sigma_j} \\ &= 2 + \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} \sigma_i \sigma_j} \end{aligned}$$

를 얻는다. 비슷한 방법으로 사실2와 위 항등식을 변형하여 이용하면

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{a_1^2}{a_0 a_2} = \frac{\left(-\sum_{i=1}^n (1/\sigma_i)\right)^2}{\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} (1/\sigma_i)(1/\sigma_j)} \\ &= 2 + \frac{\sum_{i=1}^n (1/\sigma_i)^2}{\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} (1/\sigma_i)(1/\sigma_j)} \end{aligned}$$

를 얻는다. ■

3. 안정지수와 근에 관한 결과 및 정의

어떤 선형 시불변 시스템의 특성방정식 $F(s)$ 이 주어질 때 안정지수에 의한 정리를 제시한다. 정리1은 Lipatov & Sokolov [1] 그리고 Lo [3]을 보면 쉽게 얻는다. 정리1부터 정리10까지에 적용되는 다항식의 차수는 3차 이상으로 한다.

정리 1: 특성 다항식이 좌반평면 안정할 충분조건은 모든 i 에 대하여 부등식 $\gamma_i > 1.4656 (i=1, 2, \dots, n-1)$ 이 성립한다.

증명: 정리1의 증명은 사실2에서 얻는다. ■

정리 2: 특성 다항식이 좌반평면 안정할 필요조건은 모든 i 에 대하여 부등식 $\gamma_i \gamma_{i+1} > 1 (i=1, 2, \dots, n-2)$ 이 성립한다.

증명: 정리2의 증명은 Kempermann [10]을 참조하면 된다. ■

정리 3: 특성 다항식에서 모든 근이 음의 실수이면 부등식 $\gamma_i > 2 (i=1, n-1)$ 이 성립한다.

증명: 우선 $\gamma_{n-1} > 2$ 임을 증명하고자 한다. 보조정리1에서 $\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} \sigma_i \sigma_j = \frac{a_{n-2}}{a_n} > 0$ 이 되고 $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 > 0$ 이므로 $\gamma_{n-1} > 2$ 이 성립한다. 끝으로 $\gamma_1 > 2$ 임을 증명하고자 한다. 이 경우 $\sum_{1 \leq i, j, i \neq j, \leq n} (1/\sigma_i)(1/\sigma_j) = \frac{a_2}{a_0} > 0$ 이 되고 $\sum_{i=1}^n (1/\sigma_i)^2 > 0$ 이므로 보조정리1에 의해 $\gamma_1 > 2$ 이다. ■

정리 4: 특성 다항식에서 모든 근이 음의 실수이고 그 근들이 모두 같다면 다음 두식이 성립한다.

$$\gamma_i = \gamma_{n-i} (i=1, 2, \dots, \lceil n/2 \rceil - 1)$$

$$\gamma_i = \frac{(i+1)(n-i+1)}{i(n-i)} (i=1, 2, \dots, n-1) \quad (1)$$

이 성립된다. 더군다나 i 가 1부터 $\lceil n/2 \rceil - 1$ 까지 변화할 때 γ_i 는 엄격하게 감소한다(strictly decreasing). 또한 γ_i 는 n 이 증가함에 따라 엄격하게 감소한다.

증명:

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \frac{a_i^2}{a_{i+1}a_{i-1}} = \frac{\binom{n}{n-i}^2}{\binom{n}{n-i+1}\binom{n}{n-i-1}} \\ &= \frac{(i+1)(n-i+1)}{i(n-i)} (i=1, 2, \dots, n-1) \end{aligned} \quad (2)$$

이 되므로 쉽게 구해지고 순열의 성질 $\binom{n}{n-i-1} = \binom{n}{i+1}$ 을 이용하면 $\gamma_i = \gamma_{n-i} (i=1, 2, \dots, \lceil n/2 \rceil - 1)$ 을 구할 수 있다. 또한 $\frac{\partial \gamma_i}{\partial i} = \frac{(n+1)(2i-n)}{(-i^2+n)^2}$ 을 얻으면 i 가 1부터 $\lceil n/2 \rceil - 1$ 까지 변화할 때 γ_i 는 엄격하게 감소하고 $\frac{\partial \gamma_i}{\partial n} = \frac{-i-1}{i(n-i)^2}$ 을 얻으면 γ_i 는 n 이 증가함에 따라 엄격하게 감소한다. 이제 증명이 모두 끝난다. ■

정리5: $\gamma_1 > 2$ 일 필요충분조건은 $\sum_{i=1}^n (1/\sigma_i^2) > 0$ 이다.

증명: 보조정리1에 의하여 $\gamma_1 > 2$ 이면 $\sum_{i=1}^n (1/\sigma_i^2) > 0$ 이 되고 그역도 성립한다. ■

다음 두 정리들은 정리5를 조금 변형시키면 되므로 증명을 생략하고 기술한다.

정리 6: $\gamma_{n-1} > 2$ 의 조건이 만족될 필요충분조건은 $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 > 0$ 이다.

정리 7: $\gamma_{n-1} = 2$ 일 필요충분조건은 $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = 0$ 이다. 또한 $\gamma_1 = 2$ 일 필요충분조건은 $\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2 = 0$ 이다.

정리 8: 만약 $\frac{3\pi}{4} \leq \arg(\sigma_i) \leq \frac{5\pi}{4} (i=1, 2, \dots, n)$ 이면 $\gamma_i \geq 2 (i=1, n-1)$ 이다. 또한 이때 n 이 짝수이고 모든 $i=1, 2, \dots, n$ 에 대하여 $\frac{\pi}{2} \leq \arg(\sigma_i) \leq \frac{3\pi}{4}$ 이거나 $\frac{5\pi}{4} \leq \arg(\sigma_i) \leq \frac{3\pi}{2}$ 이면 $\gamma_i \leq 2 (i=1, n-1)$ 이다.

증명: $\frac{3\pi}{4} \leq \arg(\sigma_i) \leq \frac{5\pi}{4} (i=1, 2, \dots, n)$ 이면 $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \geq 0$ 이고 $\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2 \geq 0$ 이 성립한다. 보조정리1에 의해 증명이 끝

난다. n 이 짝수이고 모든 $i=1, 2, \dots, n$ 에 대하여 $\frac{\pi}{2} \leq \arg(\sigma_i) \leq \frac{3\pi}{4}$ 이거나 $\frac{5\pi}{4} \leq \arg(\sigma_i) \leq \frac{3\pi}{2}$ 이면 $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \leq 0$ 이고 $\sum_{i=1}^n 1/\sigma_i^2 \leq 0$ 이 성립한다. 여기서 보조정리1에 의해 정리 후반부의 정리를 끝낼 수 있다. ■

정리 9: 두다항식의 안정지수가 같다고 가정하자. 이 조건 하에서 두다항식의 근이 각각 $\sigma_{1i}, \sigma_{2i} (i=1, 2, \dots, n)$ 일 때 양의 실수 k 가 존재하며 $\sigma_{1i} = k\sigma_{2i}$ 이 성립한다. 여기서 $\sigma_{ji} (j=1, 2, i=1, 2, \dots, n)$ 는 $\sigma_{ji+1} (j=1, 2, i=1, 2, \dots, n-1)$ 보다 위상은 뒤지거나 동상이며 크기는 크거나 같다고 가정한다.

증명: 첫째 다항식의 상수항의 계수와 둘째 다항식의 상수항의 계수가 다른 경우 둘째다항식을 둘째 다항식의 상수항의 계수로 나누고 첫째 다항식의 상수항의 계수를 곱하여도 원래 둘째다항식의 근과 변형된 둘째다항식의 근은 같다. 첫째 다항식 $\sum_{i=0}^n a_i s^i$ 에서 $a_i = \frac{a_0 \tau_1^i}{\gamma_{i-1} \gamma_{i-2} \dots \gamma_2 \gamma_1^{i-1}} (i=1, 2, \dots, n)$ 이 되고 변형된 두 번째 다항식 $\sum_{i=0}^n b_i s^i$ 에서 $b_i = \frac{a_0 \tau_2^i}{\gamma_{i-1} \gamma_{i-2} \dots \gamma_2 \gamma_1^{i-1}} (i=1, 2, \dots, n)$ 이 되며 여기서 $\tau_1 \neq \tau_2, \tau_i \geq 0 (i=1, 2)$ 이다. 첫째 다항식에서 s 대신에 $\tau_2 s / \tau_1$ 을 대입하면 바로 변형된 두 번째 다항식을 얻는다. 따라서 첫 번째 다항식의 근이 σ_{1i} 이면 (변형된) 두 번째 다항식의 근은 $\tau_2 \sigma_{1i} / \tau_1$ 임을 알 수 있고 $k = \tau_1 / \tau_2$ 로 놓으면 정리 9의 증명을 끝낼 수 있다. ■

정의1[2]: 2차이상의 n 차특성다항식에서 $\gamma_1 = 2.5, \gamma_2 = \dots = \gamma_{n-1} = 2$ 이고 $\tau = a_1/a_0$ 를 매개변수로 이용하면 Manabe표준형이라 한다.

정리5,7과 정리8에서 다음정리를 얻는다.

정리10: Manabe표준형의 다항식은 $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = 0, \sum_{i=0}^n 1/\sigma_i^2 > 0$ 이고 $\tau = -\sum_{i=0}^n 1/\sigma_i$ 이다.

설명: Manabe 표준형은 근중에 적어도 하나는 $\arg(\frac{\pi}{2}) < \arg(\sigma_i) < \arg(\frac{3\pi}{2})$ 에 위치함을 알 수 있다.

2절에 기술한 사실과 3절에 기술한 정리를 이용하면 유용한 사실들을 얻을 수 있으며 이를 차례로 기술하면 다음과 같다.

설명: 만약 $\gamma_i \geq 4 (i=1, 2, \dots, n-1)$ 이라 하면 사실4에 의해 $F(s)$ 의 근은 음의 실수이고 서로 다르므로 사실5에 의하여 $G(s) = F(s^2) + sF'(s^2)$ 는 안정하다. 여기서 $F'(s) = \frac{dF(s)}{ds} =$

$\sum_{i=1}^m ia_i s^{i-1}$ 이다.

설명: 정리10과 사실6[15]을 이용하면 전달함수가 type-1인 경우 안정지수를 이용하여 극점 설정 기법으로 페루프전달함수를 얻을 경우 단위경사입력에 의한 정상상태오차는 $e_{ss} = \tau + \sum_{i=1}^m 1/z_i$ 이며 여기서 z_i 는 페루프전달함수의 영점이다. 또한 이를 상태방정식으로 표현하고 문헌[15, p. 489]를 보면 다음과 같은 사실을 알 수 있다. 즉 SISO시스템의 상태방정식 $\dot{x} = Ax + bu, y = cx + du$ 이 주어지고 A 행렬이 3×3 이상이고 이 상태방정식의 전달함수가 type-1시스템이고 Manabe 표준형을 이용한 극점 설정 기법 $u = -Kx + k_2 r$ 를 이용하여 새로운 시스템을 구성하였을 때 단위경사입력에 의한 정상상태오차는 $e_{ss} = \tau + \sum_{i=1}^m 1/z_i$ 이며 여기서 z_i 는 $\det \begin{bmatrix} zI - A + bK & -k_2 b \\ c - dK & k_2 d \end{bmatrix}$ 의 모든 근이고 그 개수는 m 이다. 정상상태오차에 관한 식은 Manabe표준형이 아닌 다른 γ_i 를 사용하여 극점 설정 기법을 이용할 때도 성립한다.

4. Manabe표준형의 단위계단응답특성

Graham과 Lathrop[12]은 단위계단응답의 표준집합을 얻고자 오차의 절대값과 시간의 곱을 $t=0$ 에서부터 충분한 시간사이의 적분값이 최소가 되도록 하는 ITAE형을 개발하였다. 또한 오버슈트(overshoot)를 줄이기 위한 Bessel형[15]도 개발되었다. 또한 단위계단응답에 빠른 응답과 최소의 오버슈트를 위하여 Dead beat형[14]이 개발되었다. 이 Dead beat 응답은 이산시간제어시스템인 경우에는 모든 극점을 원점에 위치시키는 Deadbeat 설계[14]과는 달리 연속시간제어 시스템에 적용하여 최소상승시간과 최소 정정시간(98%에서 102%사이에서 최초로 도착하는 시간)을 유지하면서 오버슈트가 2%이하이고 언더슈트(undershoot)가 2%이하인 Dead beat 표준형을 구하였다. 위에서 열거한 형들과 Manabe표준형과 오버슈트, 언더슈트, 90%상승시간, 100% 상승시간등을 비교하여 표1에 나타내었다. 기준은 정정시간을 모든 형에서 5초로 정하고 전달함수의 분모의 차수는 6차로 고정하였다. 표1에서 오버슈트와 언더슈트가 0%인 것은 Manabe표준형이고 오버슈트가 작은 쪽에서 큰쪽으로 나열하면 Manabe표준형, Bessel, Deadbeat와 ITAE형의 순서이다. 90%상승시간이 가장 짧은 것은 ITAE이고 그 다음이 Manabe표준형이 된다. 100%상승시간이 가장 짧은 것은 ITAE이고 그 다음이 Dead beat 형이 된다. 따라서 Manabe표준형의 특징은 오버슈트와 언더슈트는 없고 90%상승시간은 비교적 짧으나 100% 상승시간은 가장 길다. (그림1과 그림2 참조)

표 1 여러표준형의 성능비교

Table 1 Performance comparison of various standard forms

	퍼센트오버 슈트	퍼센트언 더슈트	90%상승시 간(초)	100%상승 시간(초)
Manabe	0.00	0.00	3.82	8.30
ITAE	5.00	1.25	3.45	3.80
Dead beat	1.70	0.90	4.55	5.22
Bessel	0.70	0.20	4.35	5.40

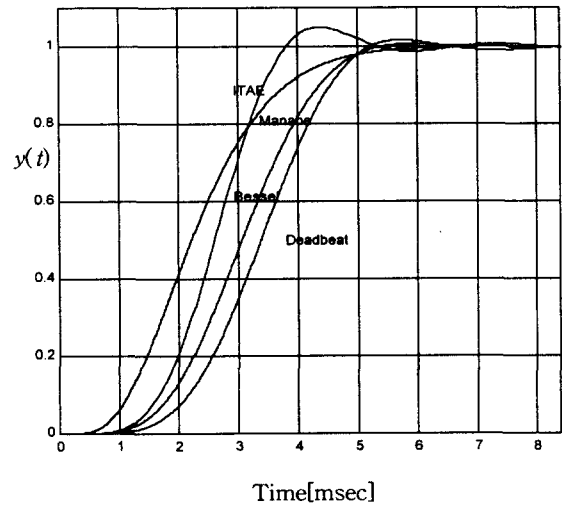


그림 1 표준형의 계단응답

Fig. 1 Step responses of various prototypes

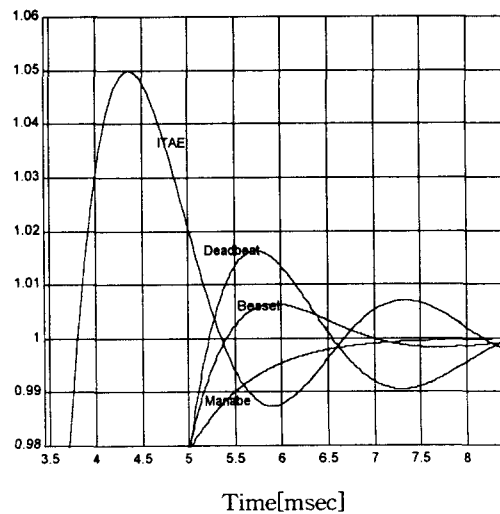


그림 2 그림1의 확대

Fig. 2 Zoom-in view of Fig. 1.

5. Manabe표준형을 이용한 극점 설정 기법에 의한 제어기설계

이 절에서는 Manabe표준형을 이용한 디지털테이프 수송 시스템[15]의 극점 설정 기법에 의한 제어기설계를 구현하고 3절에서 소개한 ITAE, Bessel과 Dead beat형을 이용한 제어기설계와 비교하고자 한다. 우선 선형화된디지털테이프 수송 시스템[15]은 다음과 같이 표현된다. 즉

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu, \quad y = C_i x \quad (i=1,2) \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & -0.35 & 0.1 & 0.1 & 0.75 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & -0.4 & -1.4 & 0 \\ 0 & -0.03 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \\ B &= [0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0] \\ C_1 &= [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]; \\ C_2 &= [-0.2 \ -0.2 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.0]. \end{aligned} \quad (3)$$

만약 시스템의 새로운 극점을 5차의 Manabe 표준형에서 구하면

$$1.0002s^5 + 4.1834s^4 + 8.7482s^3 + 9.147s^2 + 4.782s + 1.0 \quad (4)$$

이 되며 극점배치기법에서는 모닉(mononic)다항식을 요구하므로 s 대신에 $s/(1.0002)^{0.2}$ 로 치환하면

$$s^5 + 4.1826s^4 + 8.7469s^3 + 9.1461s^2 + 4.7818s + 1.0 \quad (5)$$

이 되며 상태궤환이득은 $K = [0.6995 \ 4.0232 \ 0.1339 \ -0.2873 \ 1.4326]$ 이 되고 기준입력은 $u = -Kx + 0.8333r$ 로 취하면 x_3 는 정상상태오차가 영이 된다.(그림3참조) 또한 장력(tension) 출력은 그림4에서 볼 수 있다. 제어신호는 그림5에서 볼 수 있다. 그리고 극점배치기법을 각각 ITAE, Dead beat와 Bessel형을 이용하여 나타내었다. 이 경우 극점배치기법에 의한 모닉특성다항식은 ITAE의 경우 $s^5 + 2.7999s^4 + 4.9999s^3 + 5.4998s^2 + 3.3998s + 0.9999$ 이며 Bessel의 경우 $s^5 + 3.8108s^4 + 6.7770s^3 + 6.8867s^2 + 3.9365s + 1.0000$, Deadbeat의 경우 $s^5 + 2.7000s^4 + 4.9000s^3 + 5.4000s^2 + 3.4000s + 1.0000$ 이다. 궤환상태이득은

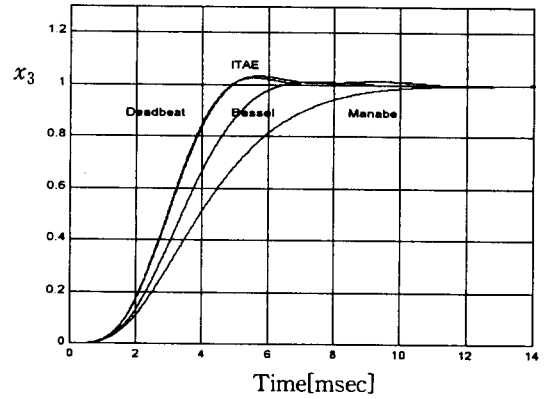


그림 3 극점 설정 기법에 의한 x_3 신호
Fig. 3 x_3 signal plots using pole assignment method

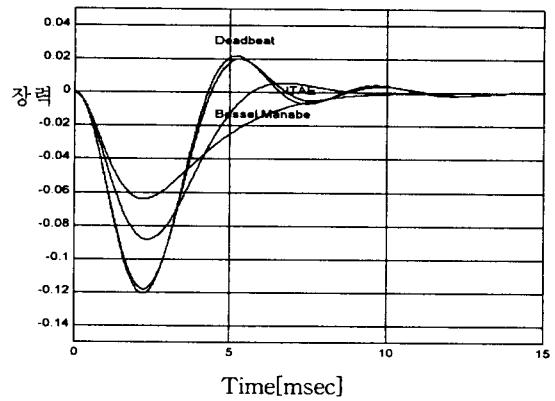


그림 4 극점 설정 기법에 의한 장력신호
Fig. 4 Tension plots using the pole assignment method

제어신호

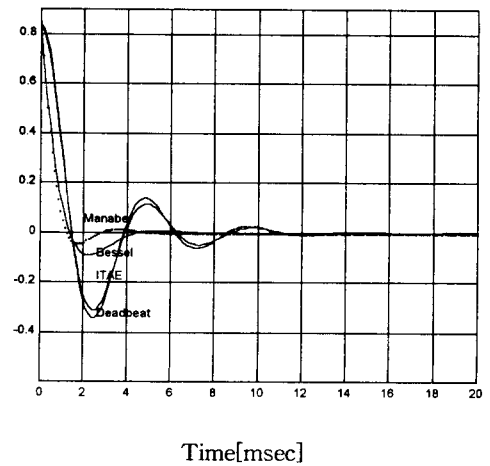


그림 5 극점 설정 기법에 의한 제어신호
Fig. 5 Control signal plots using the pole assignment method

$$K_{ITAE} = [1.0001 \ 2.7041 \ -0.0001 \ -0.2803 \ 0.0599]$$

$$K_{Bessel} = [0.7551 \ 2.7170 \ 0.2450 \ 0.5838 \ 1.2730]$$

$$K_{Deadbeat} = [0.9200 \ 2.8241 \ 0.0800 \ -0.1200 \ -0.0600]$$

다. 그림5에서 보듯이 Manabe표준형은 오버슈트와 언더슈트가 가장 작으며 제어신호도 가장 작게 나타났다. 또한 단위경사입력에 대한 출력을 조사하면 x_3 출력을 나타내는 정상상태오차는 정리 10뒤에서 나와있는 설명에 의해 구할 수 있다. 개루프전달함수가

$$O(s) = \frac{0.6s+1.2}{s^5+2.75s^4+3.225s^3+1.8815s^2+0.4180s} \quad (6)$$

임으로 type-1이므로 정리 10뒤에 나와있는 설명의 가정을 만족한다. Manabe 표준형을 이용하여 페루프 전달함수는

$$C(s) = \frac{0.5s+1}{s^5+4.1826s^4+8.7469s^3+9.1461s^2+4.7818s+1} \quad (7)$$

이 되며 매개변수 $\tau=4.782$ 로 설정되었으므로 정상상태오차 $e_{ss} = \tau + 1/z_1 = 4.782 - 0.5 = 4.282$ 이 되며 그림6에서 확인할 수 있다.

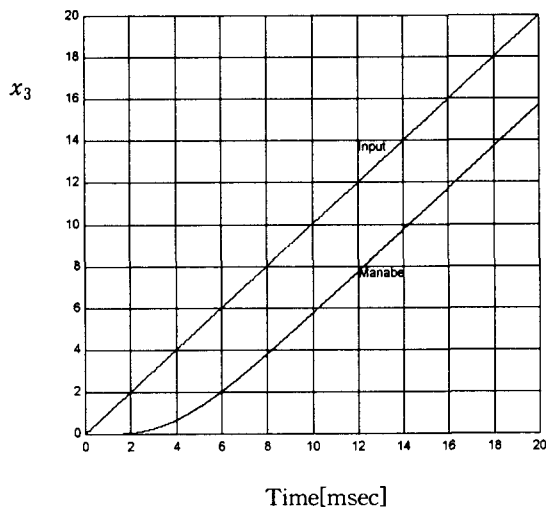


그림 6 단위경사입력에 의한 x_3 신호

Fig. 6 x_3 signal plots with the unit ramp input

6. 결론

우선 Manabe 표준형을 표현하는 안정지수와 다항식의 근과의 관계를 나타내는 정리를 구하였다. Manabe표준형은 모

든 근의 제곱의 합이 영이며 모든 근의 제곱의 역수의 합은 양수이며 매개변수 τ 는 근의 음수의 역수의 합이 됨을 보였다. 또한 Manabe 표준형의 계단응답 특성을 조사하였다. 페루프 다항식을 6차로 고정시키고 정정시간을 일정하게 설정한 조건하에서 90%상승시간이 가장 짧은 것은 ITAE이고 그 다음 짧은 형은 Manabe 표준형을 보였다. Manabe 표준형은 ITAE형, Dead beat형, Bessel형과는 달리 오버슈트가 나타나지 않음을 보였다. Manabe 표준형을 극점 설정 기법을 이용하여 제어기설계에 적용하여 본 결과 오버슈트와 언더슈트가 가장 작으며 제어신호도 크기가 가장 작다는 것을 보였다. 또한 개루프 전달함수가 type-1일 때 Manabe 표준형의 매개변수 τ 를 단위경사입력의 정상상태오차를 구하는데 이용되었다. 앞으로 Manabe 표준형에서 τ 와 γ_i 를 동시에 변화시켜 제어기설계 기법에 대한 연구를 수행할 것이다.

본 연구는 과학기술부 특정연구개발사업과제 연구비에 의해 연구되었습니다. (과제제목: 고정밀 산업용 강인 제어 설계 기술 개발, 연구기간: 97년9월-2000년8월, 과제번호: 97-I-01-03-A-101)

참 고 문 헌

- [1] A. V. Lipatov & N. I. Sokolov, "Some sufficient conditions for stability and instability of continuous linear stationary systems", *Automatika I Telemekhanika*, no. 9, pp. 30--37, 1978.
- [2] S. Manabe, "Coefficient Diagram method," 14th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, pp. 199-210, August, 1998.
- [3] Lo Jason, *An algebraic approach to control system design*, M.S. thesis, Univ. of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1996.
- [4] 주성준, "리파토프 정리를 이용한 BLDC 모터의 강인한 제어기설계," pp. 784--787, Korea Automatic Control Conference, Pusan, 1998.
- [5] 김신구, 최용희, 김영철, "새로운 성능지수," pp. 796--799, Korea Automatic Control Conference, Pusan, 1998.
- [6] 허명준, 고종문 "고차플랜트를 위한 CDM," pp. 792--794, Korea Automatic Control Conference, Pusan, 1998.
- [7] 김영철, 김한실, 허명준, 주성준, 강환일. "계수도법: 개설," pp. 772-775, Korea Automatic Control Conference, Pusan, 1998.
- [8] 이은호, 김영철, "비교적 접근방식에 의한 계수도법의 강인성 해석," pp. 776--779, Korea Automatic Control Conference, Pusan, 1998.
- [9] 정제윤, 김한실, "CDM을 이용한 역진자 제어기설계," pp.

- 788--791, Korea Automatic Control Conference, Pusan, 1998.
- [10] J. H. B. Kemperman. "A Hurwitz matrix is totally positive," *Siam. J. Math. Anal.*, Vol. 13, no. 2, pp. 331--341, 1982.
- [11] E. I. Jury, *Inners and Stability of Dynamic Systems*, p. 27, Johns Wiley & Sons, New York, 1974.
- [12] D. Graham & R. C. Lathrop, "The Synthesis of optimum response: Criteria and standard forms," *Trans. Am. Inst. Electr. Eng.*, vol. 72, pp. 273-288, 1953.
- [13] R. C. Dorf & R. H. Bishop, *Modern Control Systems*, 7th ed., p. 562, p. 278, Addison_wesley, MA, 1995.
- [14] R. Eising, "A collection of numerically reliable algorithms for the deadbeat control problems," *Systems & Control letters*, 4, pp. 189-193, 1984.
- [15] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, 3rd. ed., p. 490, 212, pp. 707--717, p. 489, Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [16] C. Kessler. "Ein Beitrag zur Theorie mehrschleifiger Regelungstechnik, vol. 8, no. 8, pp.261-266, 1960.

저 자 소 개



강 환 일 (姜煥一)

1956년 11월 27일생. 1980년 서울대 공대 전자공학과 졸업. 1982년 KAIST 전기 전자공학과 졸업(석사). 1992년 미국 Wisconsin-Madison 전기 및 컴퓨터공학과 졸업(공학박). 1993년~1995년 경상대 공대 제어계측공학과 조교수. 1997년~현재 명지대 전기제어계측 공학부 부교수

Tel : 82-335-330-6476

E-mail : hwan@wh.myongji.ac.kr