

# 연속 PID 제어기의 효율적 디지털 구현을 위한 일반적인 이산직교함수들을 이용한 통합 설계 알고리즘의 제안

論 文  
48A - 3 - 13

## An Unifying Design Algorithm for Efficient Digital Implementation of Continuous PID Controller using General Discrete Orthogonal Functions

金潤相\* · 吳顯哲\*\* · 安斗守\*\*\*  
(Yoon-Sang Kim · Hyun-Cheol Oh · Doo-Soo Ahn)

**Abstract** - In this paper, an unifying design algorithm is presented for efficient digital implementation of continuous PID controller using general discrete orthogonal functions. The proposed algorithm is an algebraic method to determine controller parameters, which can unify controller design procedures divided into three ways. A set of linear equations for the controller design are derived from simple algebraic transformation based on general discrete orthogonal functions. By solving these equations, all of the controller parameters can be determined directly and simultaneously, which thus makes the design procedure systematic and straightforward. It does not involve any trial and error procedure, hence the difficulty of conventional approach can be avoided. The simulation results and discussions are given to demonstrate the efficiency of the proposed method.

**Key Words** : Digital Implementation, Continuous PID Controller, Discrete Orthogonal Functions, BRI method, FRI method, TI method

### 1. 서 론

비례-미분-적분항으로 구성된 PID 제어기는 구조의 간단함, 구현의 용이성 및 제어특성의 견실함으로 인하여 산업 현장에서 널리 사용되고 있다. 단일 입출력(SISO: single input single output) 시스템에서 이러한 PID 제어기의 파라미터를 결정하기 위한 많은 연구들이 이루어졌으며, 이들의 공통점은 제어입력이 인가된 보상된 시스템이 원하는 성능을 만족하도록 제어기 파라미터를 결정한다는 것이다[1-8].

마이크로프로세서의 급속한 발달과 함께 연속 PID 제어기의 디지털 구현은 전기로온도 제어, 전력계통의 안정화, 전동기 제어 및 로봇 매니퓰레이터등의 다양한 대상시스템의 목적 제어에 광범위하게 적용되고 있다[9-11]. 일반적으로 연속 PID 제어기는 세가지 방식으로 디지털 구현되며, 이러한 구현 방법들은 각각 BRI(backward rectangular integration) 방법, FRI(forward rectangular integration) 방법, 그리고 TI(trapezoidal integration) 방법들이다. 이중 TI 구현 방법은 BLT(bilinear transformation) 방법으로, 아날로그 영역(s-domain)의 근들을 디지털 영역(z-domain)의 근들로 대응시키는 사상(mapping) 특성으로 가장 널리 쓰이는

방법이다. 또한, BRI와 FRI 구현 방법은 TI 구현 방법에 비해 상대적으로 제어기의 구현이 간단하다는 장점으로 산업체에서 여전히 선호되고 있다.

본 논문에서는 위와 같은 구현 방법들에 의해 세가지 방식으로 분류되는 연속 PID 제어기의 효율적인 디지털 구현을 위한 통합 설계 알고리즘(unifying design algorithm)을 제안하고자 한다. 제안하는 알고리즘은, 단일 입출력 확정시스템(deterministic system)에서 미지의 제어기 파라미터를 대수적으로 결정할 수 있는 것으로, 구현 방법에 따라 세가지 방식으로 분류되는 제어기 설계 과정들을 통합하는 일반화된 방법이다. 이산직교함수들(general discrete orthogonal functions)이 가지는 직교특성과 추이특성에 기초하여 전체 설계 과정을 전개하고, 이로부터 제어기 설계를 위한 연립된 형태의 선형 대수방정식을 유도한다. 본 연구에서 도입하는 일반적인 이산직교함수들(이산월쉬함수, 이산라구에르함수, 이산레젠드르함수, 이산체비셰프함수등)은 직교특성에 의해 연산 부담을 감소시키는 장점으로 인해 이미 시스템 분석, 신호 처리, 모델 축소, 제어기 설계등 다양한 시스템이론 분야에서 효과적으로 적용되어 왔다[13-19]. 입출력 함수들의 간단한 대수적 변환으로부터 유도되는 선형 연립방정식의 해로부터 세가지 방식의 디지털 구현을 위한 모든 제어기 파라미터들이 직접 그리고 동시에 결정되도록 한다. 따라서 연속 PID 제어기의 디지털 구현을 위해 제안된 방법은, 제어기 파라미터의 체계적인 결정을 가능하게함으로써 시행착오법(trial and error manner)에 의한 추가의 번거로운 동조 과정을 배제할 수 있으며, 또한, 세가지 방식으로 분류되는 설계 과정들을 통합함으로써, 제어기 설계를 보다 간단화할

\* 正 會 員 : 韓國科學技術研究員 휴먼로봇연구센터 · 工博

\*\* 正 會 員 : 成均館大 電氣電子컴퓨터 공학부 · 工博

\*\*\* 正 會 員 : 成均館大 電氣電子컴퓨터 공학부 教授 · 工博

接受日字 : 1998年 4月 22日

最終完了 : 1999年 2月 2日

것으로 기대된다.

## 2. 예비 지식

일반적인 이산직교함수  $\{\psi_i(k) : i=0, 1, \dots, N-1\}$ 는 다음의 두가지 성질을 만족한다.

### 2.1 직교특성

임의의 유한한 집합  $\{\psi_i(k)\}$ 는 다음과 같은 직교특성(orthogonal property)을 만족한다[12-15].

$$\sum_{k=0}^{N-1} \psi_i(k) \psi_j(k) = R \delta_{ij} \quad (1)$$

$$i, j = 0, 1, \dots, N-1$$

여기서,  $\delta_{ij}$ 는 크로네커 델타(kronecker delta)이며,  $N$ 은 정 개항수이다.

식 (1)의 이산직교함수에 의해, 임의의 시퀀스 함수(sequence function)  $f(k)$ 는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$f(k) = \mathbf{F}^T \boldsymbol{\Psi}(k), \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2)$$

$$\mathbf{F} = [f_0 \ f_1 \ \dots \ f_{N-1}]^T \in R^N$$

$$\boldsymbol{\Psi}(k) = [\psi_0(k) \ \psi_1(k) \ \dots \ \psi_{N-1}(k)]^T \in R^N$$

각각 이산직교 스펙트럼 벡터(discrete orthogonal spectrum vector) 및 이산직교함수 벡터(discrete orthogonal functions vector)이다.

### 2.2 추이특성

임의의 두 기저 벡터(basis vector)  $\boldsymbol{\Psi}(k+j)$ 와  $\boldsymbol{\Psi}(k)$ 는 정칙행렬  $\mathbf{T}$ 에 의해 다음과 같은 추이특성(shift property)을 만족한다[13-16].

$$\boldsymbol{\Psi}(k+j) = \mathbf{T}^j \boldsymbol{\Psi}(k) \quad (3)$$

이때,  $\boldsymbol{\Psi}(k+j) = [\psi_0(k+j) \ \dots \ \psi_{N-1}(k+j)]^T \in R^N$ 이고,

식 (3)의 정칙행렬  $\mathbf{T}$ 의 원소  $t_{ij}$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$R t_{ij} = \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \psi_i(k+1) \psi_j(k) \right] \quad (4)$$

$$i, j = 0, 1, 2, \dots, \quad \mathbf{T} \in R^{N \times N}$$

식 (1)과 (4)의  $R$ 은 이산라구에르(discrete Laguerre), 이산체비셰프(discrete Chebychev) 및 이산레젠드르(discrete Legendre) 함수들인 경우는 1이고, 이산월쉬(discrete Walsh)함수인 경우는  $N$ 이다. 본 논문에서는 위와 같은 두가지 성질을 가지는 이산직교함수들을 연속 PID 제어기의 디지털 구현을 위한 제어기 설계 문제에 도입하고자 한다.

## 3. 연속 PID 제어기의 디지털 구현을 위한 제안하는 방법

### 3.1 설계 문제

다음과 같은 일반적인 형태의 연속 PID 제어기를 고려하자.

$$C(s) = T_P + C_I(s) + C_D(s) \quad (5)$$

이때,  $C_I(s) = T_I/s$ ,  $C_D(s) = T_D s$ 이고,  $T_P, T_I, T_D$ 는 결정될 미지의 제어기 파라미터들이다.

디지털 구현되는 식 (5)의 연속 PID 제어기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_c(z) = K_P + D_I(z) + D_D(z) \quad (6)$$

식 (6)으로 일반화된 연속 PID 제어기의 디지털 구현은 다음과 같은 구현 방법에 의해 각각 세가지 방식으로 수행된다[9,10].

A. BRI 방법에 의한 디지털 구현

$$D_c(z) = K_P + \frac{K_I T_s}{(z-1)} + \frac{K_d(z-1)}{T_s z} \quad (7.1)$$

B. FRI 방법에 의한 디지털 구현

$$D_c(z) = K_P + \frac{K_I T_s z}{(z-1)} + \frac{K_d(z-1)}{T_s z} \quad (7.2)$$

C. TI 방법에 의한 디지털 구현

$$D_c(z) = K_P + \frac{K_I T_s (z+1)}{2(z-1)} + \frac{K_d(z-1)}{T_s z} \quad (7.3)$$

여기서,  $T_s$ 는 샘플링 시간(sampling time)이다.

위와 같이 세가지 방식으로 디지털 구현되는 식 (6)과 같은 디지털 제어기의 설계 문제는 결국 식 (7)의 각각에 대한 미지의 제어기 파라미터들  $K_P, K_I, K_d$ 를 결정하는 것이 된다. 이러한 세가지 방식에 의해 분류되는 연속 PID 제어기의 디지털 구현은 미지의 제어기 파라미터 결정을 위한 설계 과정을 비체계적일 뿐만 아니라, 비효율적으로 만드는 원인이 되고 있다. 따라서, 본 연구에서는 위와 같이 세가지 방식으로 디지털 구현되는 설계 과정들을 통합할 수 있는 알고리즘을 제안함으로써, 보다 효율적인 연속 PID 제어기의 디지털 구현을 가능하게 하고자 한다.

### 3.2 제안하는 알고리즘

식 (7)과 같이 세가지 방식으로 디지털 구현되는 제어기는 다음의 통합된 형태로 나타낼 수 있다.

$$D_c(z) = \frac{(\theta_2 z^2 + \theta_1 z + \theta_0)}{(z^2 - z)} \quad (8)$$

식 (8)의  $\theta_2, \theta_1, \theta_0$ 는 구현 방법에 대해 각각 다음과 같다 [20].

A. BRI 구현시

$$\begin{aligned} \theta_2 &= K_P + K_d/T_s \\ \theta_1 &= -K_P + T_s K_I - 2K_d/T_s \\ \theta_0 &= K_d/T_s \end{aligned} \quad (9.1)$$

B. FRI 구현시

$$\begin{aligned} \theta_2 &= K_P + T_s K_I + K_d/T_s \\ \theta_1 &= -K_P - 2K_d/T_s \\ \theta_0 &= K_d/T_s \end{aligned} \quad (9.2)$$

C. TI 구현시

$$\begin{aligned} \theta_2 &= K_P + (T_s/2)K_I + K_d/T_s \\ \theta_1 &= -K_P + (T_s/2)K_I - 2K_d/T_s \\ \theta_0 &= K_d/T_s \end{aligned} \quad (9.3)$$

다음의 확정시스템을 플랜트로 가정하자.

$$D_P(z) = \frac{b_{r-1}z^{r-1} + b_{r-2}z^{r-2} + \dots + b_0}{z^r + a_{r-1}z^{r-1} + \dots + a_0} \quad (10)$$

플랜트의 파라미터들  $a_i(a_{r-1}, \dots, a_0)$ 와  $b_i(b_{r-1}, \dots, b_0)$ 는 모두 알고 있는 값들이다.

제어기 파라미터  $K_P, K_I, K_d$ 는 다음의 보상된 시스템이 원하는 성능을 만족하도록 결정되어야 한다.

$$Y(z) = \frac{D_c(z)D_P(z)}{1 + D_c(z)D_P(z)} R(z) \quad (11)$$

여기서,  $R(z), Y(z)$ 는 각각 기준입력과 출력의  $z$ -변환이다.

식 (8)과 (10)을 식 (11)에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{N(z)}{D(z)} \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} N(z) &= (\theta_2 z^2 + \theta_1 z + \theta_0) \\ &\quad \times (b_{r-1}z^{r-1} + b_{r-2}z^{r-2} + \dots + b_0) \\ D(z) &= [(z^2 - z)(z^r + a_{r-1}z^{r-1} + \dots + a_0) \\ &\quad + (\theta_2 z^2 + \theta_1 z + \theta_0)(b_{r-1}z^{r-1} + b_{r-2}z^{r-2} + \dots + b_0)] \end{aligned}$$

식 (12)를 차분방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &y(k+r+2) + \Lambda_{r+1}y(k+r+1) + \dots + \Lambda_1 y(k+1) \\ &= \theta_2 [b_{r-1}(r(k+r+1) - y(k+r+1)) + \dots \\ &\quad \dots + b_0(r(k+2) - y(k+2))] \\ &\quad + \theta_1 [b_{r-1}(r(k+r) - y(k+r)) + \dots \\ &\quad \dots + b_0(r(k+1) - y(k+1))] \\ &\quad + \theta_0 [b_{r-1}(r(k+r-1) - y(k+r-1)) + \dots \\ &\quad \dots + b_0(r(k) - y(k))] \end{aligned} \quad (13)$$

단,  $\Lambda_i = a_{i-2} - a_{i-1}, a_r = 1, a_{-1} = 0$  이다.

페루프 출력  $y(k)$ 는 상승시간, 정정시간, 오버슈트등의 설계사양에 의한 원하는 성능의 출력  $y_d(k)$ 와 일치하도록 보상되어야 한다. 원하는 응답과 보상되는 응답과의 오차를 다음과 같이 정의하면,

$$\epsilon = \sum_{k=0}^{N-1} [y(k) - y_d(k)]^2$$

위와 같은 오차가 0이 되기 위해서는 다음의 식이 만족되어야 하며, 이를 최소화승법에 기초한 직접 매칭이라 한다.

$$y(k) = y_d(k) \quad | \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (14)$$

$r(k)$ 와  $y_d(k)$ 는 식 (2)와 같이 식 (1)의 이산적교함수에 의해 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y_d(k) &= [y_0, y_1, \dots, y_{N-1}] \Psi(k) = \mathbf{Y} \Psi(k) \\ r(k) &= [r_0, r_1, \dots, r_{N-1}] \Psi(k) = \mathbf{R} \Psi(k) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $\mathbf{Y}^T \in R^N, \mathbf{R}^T \in R^N$ 는 각각 이산적교 스펙트럼 벡터들이다.

식 (15)를 식 (13)에 대입하고 식 (3)의 추이특성을 이용하면,  $\theta_2, \theta_1, \theta_0$ 에 대한 다음과 같은 연립된 선형 대수방정식(a set of linear algebraic equations)을 유도할 수 있다 [21].

$$\theta \mathbf{Z} = \mathbf{X} \quad (16)$$

여기서  $\theta^T \in R^3, \mathbf{Z} \in R^{3 \times N}$ 와  $\mathbf{X}^T \in R^N$ 는 각각 다음과 같다.

$$\theta = [\theta_2 \quad \theta_1 \quad \theta_0] \quad (17)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{N-1} b_i \mathbf{H} \mathbf{T}^{i+2} \\ \sum_{i=0}^{N-1} b_i \mathbf{H} \mathbf{T}^{i+1} \\ \sum_{i=0}^{N-1} b_i \mathbf{H} \mathbf{T}^i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{R} - \mathbf{Y} \quad (18)$$

$$X = [Y T^{r+2} + \sum_{i=1}^{r+1} A_i Y T^i] \quad (19)$$

Z와 X는 식 (18)과 (19)로부터 알고 있는 행렬이므로, 오직  $\theta$  만이 결정되어야 할 미지값이 되고, 이를 위해 다음과 같은 평가함수 J를 도입한다.

$$J = [\theta Z - X][\theta Z - X]^T \quad (20)$$

식 (20)과 같은 평가함수를 최소화하기 위해 미지 벡터  $\theta$  는 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$\theta = XZ^T Z^+ \quad (21)$$

단,  $Z^+$ 는  $Z^+ = (ZZ^T)^{-1}Z$ 인 우모의 역행렬(right pseudo inverse)이다.

식 (21)로부터  $\theta$ 가 얻어지면, 세가지 방식의 디지털 구현을 위한 모든 제어기 파라미터  $K_P, K_I, K_d$ 는 식 (9)에 의해 동시에 그리고 직접 결정될 수 있다. 즉, 식 (16)으로 유도된 연립방정식의 해를 식 (21)로부터 구함으로써 미지의 제어기 파라미터들을 식 (9)로부터 간단하게 결정할 수 있게 된다. 제안된 방법을 블록도로 나타내면 다음과 같다.

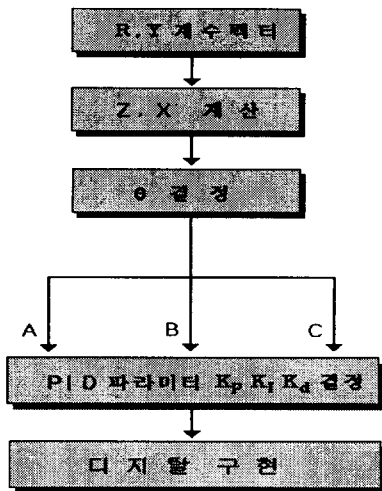


그림 1. 제안된 알고리즘의 블록도  
Fig. 1. Block diagram of proposed algorithm

그림 1과 같이 연속 PID 제어기의 디지털 구현을 위해 제안된 방법은, 제어기 파라미터의 체계적인 결정을 가능하게 함으로써, 시행착오에 의한 추가적인 동조 과정을 배제할 수 있게 되며, 구현 방법에 따라 세가지 방식으로 분류되는 제어기 설계 과정들을 통합함으로써, 제어기 설계를 보다 간단화시킬 것이다. 4장에서는 간단한 적용예를 통하여 본 연구 결과의 타당성을 확인하고자 한다.

#### 4. 적용예

다음과 같은 연속 플랜트의 제어기 설계를 고려하자[9].

$$C_P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)} \quad (22)$$

위와 같은 플랜트에 대한 식 (5)의 연속 PID 제어기는 식 (6)과 같이 디지털 구현되며, 이는 식 (7)의 세가지 방식으로 수행되게 된다. 샘플링 시간  $T_s = 0.1s$ 로 설정하면, 식 (22)는 다음과 같이 된다.

$$D_P(z) = \frac{0.0453z + 0.0410}{z^2 - 1.7238z + 0.7408} \quad (23)$$

따라서, 제어기 설계의 궁극적인 목표는 식 (7.1), (7.2) 와 (7.3)의 세가지 구현 방법들로 디지털 구현되는 미지의 제어기 파라미터들  $K_P, K_I, K_d$ 를 결정하는 것이 된다. 모의 실험을 위해 단위계단 입력(unit step input)이 사용되었으며, 이상적인 제어기 파라미터 값들은 각각  $K_P = 1.45400, K_I = 1.00000, K_d = 0.43100$  이다[9]. 또한, 일반적인 이산 직교함수들 가운데 이산월쉬함수와 이산라구에르함수가 모의 실험을 위해 사용되었고, 이들을 위한 전개항수 N은 각각 허용오차(tolerance error  $\epsilon$ )의 범위내 ( $\epsilon \leq 0.033$ )에서 32(이산월쉬함수)와 40(이산라구에르함수)으로 선택되었다[12,14,18]. 또한, 식 (15)의 이산직교 스펙트럼 벡터들은 식 (1)의 직교특성을 이용하여 다음과 같은 방법으로 미리 계산되었다[12,14].

$$Y_i = [ \sum_{k=0}^{N-1} y_d(k) \cdot \psi_i(k) ] / R$$

$$R_i = [ \sum_{k=0}^{N-1} r(k) \cdot \psi_i(k) ] / R$$

여기서  $i=0, 1, 2, \dots, N-1, R$ 은 이산라구에르함수인 경우 1이고, 이산월쉬함수인 경우 N이다.

제안하는 알고리즘을 적용하면, 두 이산직교함수들에 기초하여 얻어진 식 (21)의  $\theta$ 는 표 1과 같다.

표 1. 제안된 방법으로부터 얻어진  $\theta$   
Table 1.  $\theta$  obtained by the proposed method

	Walsh-Based	Laguerre-Based
$\theta_2$	5.81401	5.81464
$\theta_1$	-10.02401	-10.02447
$\theta_0$	4.31001	4.31015

표 1과 같이 얻어진  $\theta$ 로부터 세가지 방식으로 디지털 구현되는 미지의 제어기 파라미터들  $K_P, K_I, K_d$ 은 식 (9,

1)~(9.3)에 의해 동시에 그리고 직접 결정될 수 있다. 표 2는 제안하는 방법에 의해 결정된 세가지 방식의 제어기 파라미터들을 나타낸다.

표 2. 두 이산직교함수에 기초하여 제안된 방법에 의해 결정된 세가지 방식의 제어기 파라미터들  
 Table 2. The controller parameters of each digital implementation determined by the proposed method based on two discrete orthogonal functions

	Walsh-Based			Laguerre-Based		
	A. BRI	B. FRI	C. TI	A. BRI	B. FRI	C. TI
$K_I$	1.50400	1.40399	1.45399	1.50499	1.40416	1.45433
$K_I$	1.00011	1.00001	1.00011	1.00325	1.00326	1.00326
$K_d$	0.43100	0.43100	0.43100	0.43101	0.43101	0.43101

다음은 제안된 방법으로 결정된 PID 제어기에 의해 보상된 플랜트와 원하는 출력과의 단위계단 응답 비교이다.

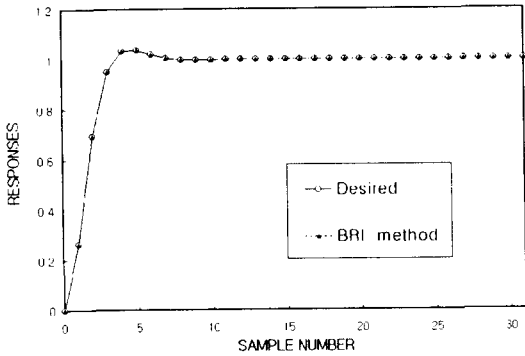


그림 2(a). 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기로 보상된 플랜트와 원하는 성능과의 응답 비교 (BRI 구현시) 이산월쉬함수 이용  
 Fig. 2(a). Response comparison of compensated plant and desired by proposed method (BRI case) Based on the discrete Walsh functions

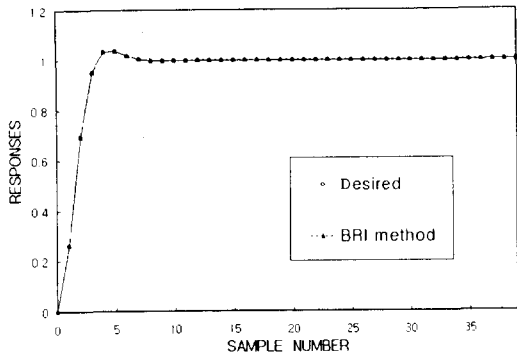


그림 2(b). 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기로 보상된 플랜트와 원하는 성능과의 응답 비교 (BRI 구현시) 이산라구에르함수 이용  
 Fig. 2(b). Response comparison of compensated plant and desired by proposed method (BRI case) Based on the discrete Laguerre functions

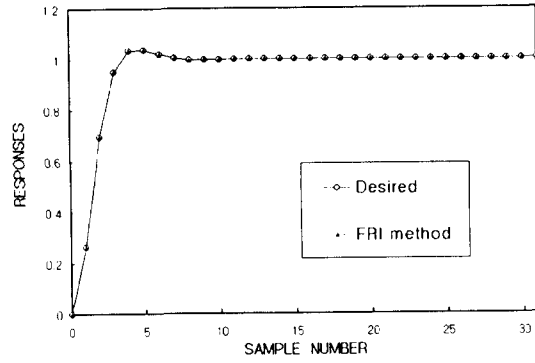


그림 3(a). 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기로 보상된 플랜트와 원하는 성능과의 응답 비교 (FRI 구현시) 이산월쉬함수 이용  
 Fig. 3(a). Response comparison of compensated plant and desired by proposed method (FRI case) Based on the discrete Walsh functions

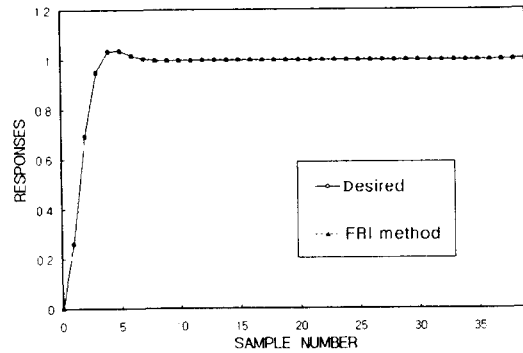


그림 3(b). 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기로 보상된 플랜트와 원하는 성능과의 응답 비교 (FRI 구현시) 이산라구에르함수 이용  
 Fig. 3(b). Response comparison of compensated plant and desired by proposed method (FRI case) Based on the discrete Laguerre functions

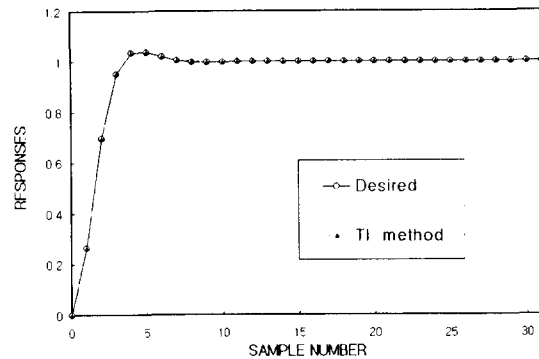


그림 4(a). 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기로 보상된 플랜트와 원하는 성능과의 응답 비교 (TI 구현시) 이산월쉬함수 이용  
 Fig. 4(a). Response comparison of compensated plant and desired by proposed method (TI case) Based on the discrete Walsh functions

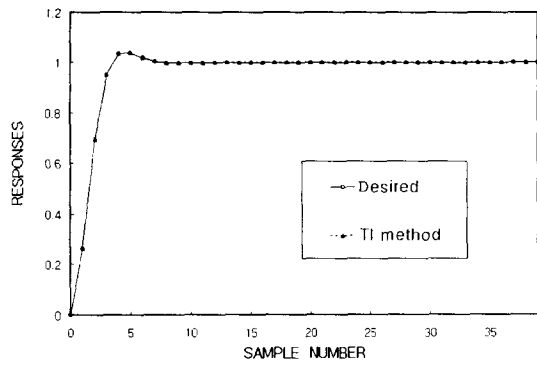


그림. 4(b). 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기로 보상된 플랜트와 원하는 성능과의 응답 비교 (TI 구현시) 이산라구에르함수 이용  
 Fig. 4(b). Response comparison of compensated plant and desired by proposed method (TI case) Based on the discrete Laguerre functions

그림들로부터 원하는 응답과 비교하여 제안된 방법으로 결정된 제어기에 의해 보상된 결과들이 만족스러움을 알 수 있다. 또한, 표 2로부터 세가지 방식의 디지털 구현을 위해 제안된 방법으로 결정된 제어기 파라미터들 모두 이상적인 제어기 파라미터와 매우 유사함을 알 수 있다. 표 3은 각 경우의 원하는 응답과 제안된 방법에 의해 결정된 PID 제어기로 보상된 플랜트와의 단위 계단 응답에 대한 오차를 나타낸다.

표 3. 제안된 방법에 의해 설계된 PID 제어기로 보상된 플랜트 응답과 원하는 응답과의 오차 비교  
 Table 3. The error comparisons of desired response and plant compensated by the proposed method

	Walsh-Based	Laguerre-Based
A. BRI	$1.57883 \times 10^{-9}$	$1.51837 \times 10^{-6}$
B. FRI	$3.07584 \times 10^{-11}$	$1.41875 \times 10^{-6}$
C. TI	$1.59086 \times 10^{-9}$	$1.40812 \times 10^{-6}$

제어기 설계시 중요한 사항중의 하나는 보상된 제어시스템의 안정도(stability)로, 이는 특성방정식의 근들과 밀접한 관계가 있다. 따라서, 제안된 방법으로 보상된 제어시스템의 안정도를 검토하기 위해 특성방정식의 근들을 분석하면 다음과 같다.

표 4. 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기에 의해 보상된 제어시스템의 특성방정식 근들의 분석  
 Table 4. Roots' analyses of overall systems compensated by digital implementation by the proposed method

	Walsh-Based	Laguerre-Based
A	0.90478, 0.81959, 0.36796 + j0.32050	0.90429, 0.81994, 0.36801 + j0.32051
B	0.90480, 0.81957, 0.36796 + j0.32051	0.90418, 0.82015, 0.36797 + j0.32049
C	0.90478, 0.81960, 0.36796 + j0.32050	0.90418, 0.82016, 0.36796 + j0.32050

표 4로부터 모든 근들이 단위원(unit disc)의 안정한 영역 ( $|z_i| \leq 1$ ) 내에 존재함을 알 수 있고, 따라서 제안된 방법으로 설계된 PID 제어기에 의해 보상된 제어시스템은 모두 안정함을 알 수 있다. 본 연구 방법의 적용가능함을 검토하기 위해 위와 같이 이산월쉬함수와 이산라구에르함수를 이용한 모의 실험들이 수행되었다. 이산월쉬함수를 이용한 모의 실험 결과들이 이산라구에르함수를 이용한 결과들보다 좋음을 알 수 있는데, 이는 이산월쉬함수의 원소가  $\pm 1$  만으로 구성됨으로써 비롯된 상대적인 연산 과정의 간단함과 정확성의 결과로 사료된다. 비록 본 연구에서는 타당성을 보이기위해 두가지의 이산직교함수들만을 이용하여 그 결과들을 제시했으나, 제안된 알고리즘은 이산직교함수들의 간단한 대수적 변환에 기초한 일반적인 방법이므로 2장에서 언급된 레젠드르나 체비세프등과 같은 다른 이산직교함수들의 적용이 가능하며, 이들의 결과 역시 본 모의 실험에서 나타난 결과들과 유사할 것으로 예상된다. 본 연구에서는 제어기 파라미터의 체계적인 결정을 가능하게 함으로써 시행착오에 의한 추가적인 동조 과정은 배제할 수 있으나, 예측한도내에서 결정되는 시행착오에 의한 PID 제어기 파라미터는 임의의 범위내에서 아주 미세한 값까지 변화시킬 수 있기 때문에, 이러한 측면에서 제어 성능을 고찰하면 본 연구 방법보다 원하는 성능이 좋을 것으로 사료된다.

### 5. 결론 및 추후 연구과제

본 논문에서는 단일 입출력 확정시스템에서 연속 PID 제어기의 효율적인 디지털 구현을 위한 통합 설계 알고리즘이 제안되었다. 제안하는 알고리즘은, 일반적인 이산직교함수들을 이용하여 미지의 제어기 파라미터를 결정하는 대수적인 방법으로, 구현 방법에 따라 세가지 방식으로 분류되는 설계 과정들을 통합하는 일반화된 방법이다. 제어기 설계를 위해 참고문헌[20,21]의 방법과 유사하게 유도된 연립된 형태의 선형 대수방정식의 해로부터 직접 그리고 동시에 세가지 방식으로 디지털 구현되는 제어기 파라미터들을 결정함으로써, 제안된 방법은 체계적인 제어기 설계를 가능하게 하여 시행착오에 의한 추가적인 동조 과정을 배제할 수 있었다. 또한, 세가지 방식으로 디지털 구현되는 설계 과정들을 통합함으로써, 제어기 설계를 보다 간단화할 수 있었으며, 적용예의 모의 실험 결과들과 고찰들을 통하여 이를 확인하였다. 따라서, 서론에서 언급한 바와 같이 연속 PID 제어기의 디지털 구현을 위해 제안된 본 연구 결과를 다양한 공정 제어 문제에 적용하면, 매우 효과적일 것으로 기대된다. 그러나, 본 논문은 외란과 잡음이 고려되지 않은 단일 입출력 확정 시스템에서 이루어진 것으로, 보다 폭 넓은 적용을 위해서는 이들을 고려한 연구로 확장되어야 할 것으로 사료된다. 또한, BRI 와 FRI 방법으로 구현된 제어기는 보상된 시스템을 불안정화할 수 있는데[9,10], 본 연구 방법으로 결정된 제어기 파라미터에 의해 보상된 시스템들은 표 4와 같이 모두 안정함을 나타내고 있다. 이는 입출력 함수의 간단한 대수적 변환에 기초한 본 연구 방법의 결과로 사료되지만, 이를 항상 보장할 수 있는 이론적인 보완(정리 또는 보조정리의 제시)이 추후 수행되어야 할 과제로 사료된다.

참 고 문 헌

[1] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum setting for PID controllers," Trans. ASME, vol. 64, pp. 759-768, 1942.

[2] G. H. Cohen and G. A. Coon, "Theoretical considerations of retarded control," Trans. ASME, vol. 75, pp. 827, 1953.

[3] A. A. Marouf and S. A. K. Al-Assadi, "Computer aided discretization of continuous-data control systems," J. Computer-Aided Design, vol. 17, no. 4, pp. 169-178, 1985.

[4] S. A. K. Al-Assadi, R. Al-Ansari and A. Al-Ani, "Design of optimal constrained controllers for linear systems," IMACS Trans. Sci. Comput., vol. 4, pp. 341-345, 1986.

[5] J. F. Macgregor, J. D. Wright and M. H. Huynh, "Optimal tuning of digital PID controllers using dynamic-stochastic models," IEC Process Des. Dev., pp. 398-402, 1975.

[6] J. A. C. Meo, J. V. Medanic and W. R. Perkins, "Design of digital PI + dynamic controllers using projective control," Int. J. Control, vol. 43, pp. 539-559, 1986.

[7] M. R. Stojic and T. B. Petrovic, "Design of digital PID standard-alone single loop controller," Int. J. Control, vol. 43, pp. 1229-1242, 1986.

[8] K. Minh Vu, "Optimal setting for discrete PID controllers," IEE-Proceedings-D, vol. 139, no. 1, pp. 31-40, 1992.

[9] B. C. Kuo, Digital Control Systems, Saunder College Publishing, 1992.

[10] R. Isermann, Digital Control Systems, Springer Verlag, 1989.

[11] K. J. Åström and B. Wittenmark, Computer Controlled Systems, Prentice Hall, 1997.

[12] S. KAK, "Binary sequences and redundancy," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern, vol. SMC-4, pp. 399-401, 1974.

[13] R. Y. Hwang and Y. P. Shih, "Parameter identification of discrete systems via discrete Legendre polynomials," Comput. & Elect. Engng, vol. 12, no. 3/4, pp. 155-160, 1986.

[14] R. Y. Hwang and Y. P. Shih, "Combined methods for model reduction via discrete Laguerre polynomials," Int. J. Control, vol. 37, no. 3, pp. 615-622, 1983.

[15] I. R. Horng and S. J. Ho, "Application of discrete Chebyshev polynomials to the optimal control of digital systems," Int. J. Control, vol. 42, pp. 243-250, 1985.

[16] J. H. Chou and I. R. Horng, "Simple methods for the shift transformation matrix, direct product matrix

and summation matrix of discrete Walsh series," Int. J. Control, vol. 43, pp. 1339-1342, 1986.

[17] K. B. Datta and B. M. Mohan, Orthogonal functions in systems and control, World Scientific, 1995.

[18] F. L. Lewis, Y. G. Mertzios, G. Vachtsevanos, and M. A. Christodoulou, "Analysis of bilinear systems using walsh functions," IEEE Trans. Auto. Contr. vol. 35, pp. 119-123, 1990.

[19] 안두수, 제어시스템 해석을 위한 직교함수와 응용, 복두출판사, 1997.

[20] 김윤상, 이명규, 심재선, 안두수, "이산월쉬함수를 이용한 디지털 PID 제어기의 대수적 파라미터 결정 방법에 관한 연구", 대한전기학회 논문지, 제47권 11호, pp. 1931-1937, 1998.

[21] 김윤상, 안두수, "폐루프 응답 데이터를 이용한 디지털 PID 제어기 설계에 관한 연구", 대한전기학회 논문지, 제47권 10호, pp. 1712-1720, 1998

저 자 소 개



김 윤 상(金潤相)

1968년 10월 20일 생. 1993년 성균관대 공대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 현재 한국과학기술연구원(KIST) 시스템연구부 휴먼로봇 연구센터



오 현 철(吳顯哲)

1967년 5월 10일 생. 1992년 성균관대 공대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 현재 성균관대 공대 전기전자컴퓨터 공학부 강사.



안 두 수(安斗守)

1937년 6월 9일 생. 1960년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1991년~1992년 당학회 부회장 역임. 1997년~1998년 Univ. of British Columbia 교환교수. 현재 성균관대 공대 전기전자컴퓨터 공학부 교수. 당 학회 평의원.