

# 적층판 이론을 이용한 용접부 각 변형량 해석에 관한 연구

손광재\* · 양영수\*\* · 최병익\*\*\*

## A Study on the Angular Distortion in Weldments using the Laminated Plate Theory

K.-J. Son\*, Y.-S. Yang\*\* and B.-I. Choi\*\*\*

**Key Words :** Angular Distortion(각 변형량), Laminated Plate Theory(적층판 이론), Plastic Zone(소성영역), Eigenstrain(고유변형율)

### Abstract

The problems of welding distortion in a welded structures are major concern in heavy industry. Weld-induced angular distortion's formula, composed weld parameter such as heat input and plate thickness, is developed analytically by the use of an elliptic cylindrical inclusion with an eigenstrain in an infinite laminated plate theory. The source of angular distortion in weldments is the plastic strains, which are caused by non-uniform temperature gradient. The distributions of the plastic strain corresponding eigenstrain are assumed by the use of Rosenthal's solution expressing thermal history.

Comparison of calculated results with experimental data shows the accuracy and validity of the proposed method.

### 1. 서 론

용접공정은 국부적인 가열을 통한 접합이 대부분 이므로 모재에 불균일한 온도분포가 생성된다. 불균일한 온도분포는 열 응력을 발생시키고, 이 열 응력이 소성영역을 넘게 되면 잔류응력 및 변형이 발생한다. 잔류 변형은 구조물의 외관을 해치고 좌굴강도 등을 저하시키며 구조물의 제작과정의 공차 등을 유발하여 생산성을 저하시킨다. 따라서 잔류 변형량의 해석이 필요하다.

잔류변형을 예측하는 방법들로는 실험에 의한 방법, 수치적인 방법, 해석적인 방법으로 분류 할 수 있다. 먼저 Satoh 등에 의해 용접 변형의 각각 형태에 대한 실험이 수행되었고<sup>1)</sup>, 수치적인 방법은 유한요소법이나 경계요소법<sup>2,3)</sup>을 이용하여 컴퓨터 상에서 용접 시 발생하는 열탄소성 과정을 해석하는 방법이다. 해석적인 방법은 탄성이론을 바탕으로 용접 시 남게 되는 소성 변형율을 고유변형율로 정의하여 변형을 예측하는 방법이다<sup>4)</sup>. 용접 잔류변형의 인자들로는 용접 대상인 모재의 기하학적 형상과 주변의 구속조건 등 열소성변형에 영향을 미치는 요인과 용접 시 가해지는 입열량에

※ 1998년 11월 25일 접수

\* 비회원, 전남대 대학원

\*\* 정회원, 전남대 기계공학과

\*\*\* 비회원, 한국기계연구원 기계구조그룹

• 손광재: kjson@chonnam.ac.kr

영향을 미치는 아크효율, 용접전류, 용접전압, 용접속도 등을 들 수 있다. 또한 잔류변형은 그 형태에 따라 횡수축 (transverse shrinkage), 종수축 (longitudinal shrinkage), 각 변형 (angular distortion), 회전변형 (rotational distortion), 굽힘 변형 (longitudinal bending distortion), 좌굴 변형 (buckling distortion)<sup>5)</sup> 등으로 나눌 수 있는데, 본 연구에서는 잔류변형 중 판 두께방향의 온도분포의 불균일 때문에 발생하는 각 변형량을 고유변형율을 가진 개재물을 포함한 적층판 이론을 이용하여 예측하는 방법을 제안 하고자 한다. 용접 각 변형은 용접부에 잔류하게 되는 소성변형의 분포양상과 그 크기에 의해 결정되어진다. 용접변형의 원인이 되는 소성변형이 어느 한계온도 이상으로 온도가 상승하는 영역에서만 발생한다고 가정하였고 그 변형율을 고유변형율로, 그 영역을 개재물의 크기로 하여 각 변형량을 구하였다. 또 제시된 방법의 신뢰성을 검토하기 위하여 이미 발표된 실험 결과와 비교 하였다.<sup>1)</sup>

## 2. 각 변형량의 수식화

### 2.1 용접 시 발생하는 소성변형의 영역

용접공정 시 발생하는 각 변형은 판 두께방향 온도분포의 불균일로 발생하는 소성변형의 결과이다. 용접에서 소성변형은 매우 복잡한 과도 열탄소성 문제이기 때문에 그 크기와 영역을 결정하기가 매우 힘들고 소성변형율의 분포 양상 또한 매우 복잡한 형태로 나타난다. 본 연구에서는 소성변형의 발생 영역을 어느 온도 (한계온도) 이상까지 이르는 영역으로 가정 하였다. 한계온도 이하의 영역에서도 소성변형이 발생하나 대부분의 소성변형이 한계온도 이상에서 생성되므로 한계온도까지 이르는 영역을 소성영역이라 생각 하였다. 일반 철강재료의 물성치들은 온도가 상승함에 따라 변하는 온도 의존적인 값들이다. 재료가 외력에 저항하는 능력인 탄성계수는 온도 상승에 따라 감소하는 경향을 보이고, 탄성 한계를 나타내는 항복강도 또한 비슷한 변화를 보이는데, Fig. 1에 나타난 바와 같이 그 변화량이 급격히 감소하는 온도 영역이 존재한다.<sup>6)</sup>

재료가 E값을 상실하는 온도(연강의 경우 ) 영역을 결정하기 위하여 Rosenthal이 제안한 순간 선 열원 (instantaneous line source)의 온도분포를 이용하여 결정하였다.<sup>7)</sup>

$$T(r, t) = T_0 + \frac{q}{2\pi kvt} \text{Exp}\left[-\frac{r^2}{4\lambda t}\right] \quad (1)$$

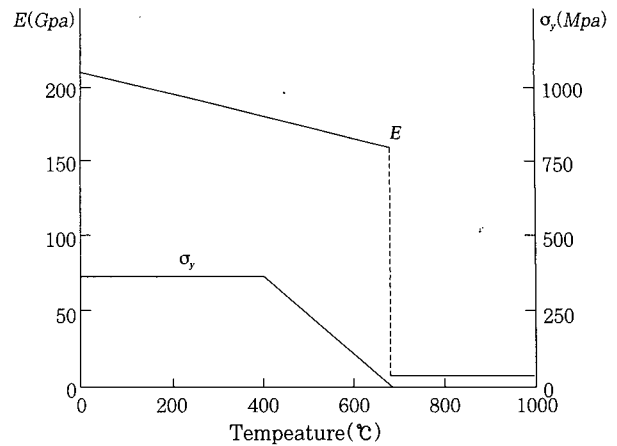


Fig. 1 Temperature dependent properties in mild steel

여기서  $T_0$ 상온,  $k$ 는 열전도계수,  $q = \eta VI$ 는 입열량,  $v$ 는 용접속도,  $\lambda = k/\rho c$ 로 열확산계수,  $\rho$ 는 재료의 밀도,  $c$ 는 비열,  $k$ 는 열전도계수이다. 용접공정 중 임의의 점에서 나타나는 최고온도를 구하기 위해 식(1)을 미분하여 최고온도에 이르는 시간  $t_{peak}$ 를 구하면

$t_{peak} = \frac{r^2}{4\lambda}$ 로 나타난다. 따라서 임의의 점에서 가지는 최고온도  $t_{peak}$ 는

$$t_{peak} = T_0 + \frac{2\lambda q}{\pi k v r^2} \quad (2)$$

가 된다. 소성변형이 일어나는 온도인 한계온도를  $T_p$ , 그 영역을  $r_p$ 라 하면 (2)로부터 한계온도에 이르는 영역을 구하면 다음과 같다.

$$r_p = \sqrt{\frac{2\lambda q}{\pi p k v e (T_p - T_0)}} \quad (3)$$

### 2.2 용접 시 발생하는 소성변형의 크기

용접공정중 발생하는 소성변형량의 대부분이 한계온도 이상의 영역에서 발생하므로 그 영역의 열변형율을 소성변형량이라 할 수 있다. 본 연구에서는 한계온도에 이르는 영역을 Fig.2와 같이 용융부를 기준으로 두 부분으로 나누어 각각의 변형율을 고려하였다.

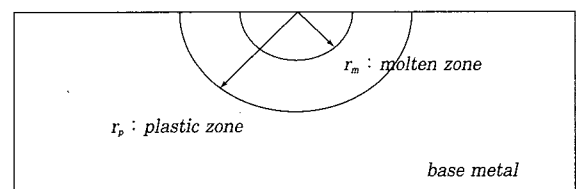


Fig. 2 plastic and molten region in weldments

용융부( $r_m$ )에서 발생하는 열변형률 ( $\epsilon^m$ )은 다음과 같다.

$$(\epsilon^m)^* = \alpha(T_0 - T_m), \quad r < r_m \quad (4)$$

여기서  $T_m$ 은 용융온도이고,  $\alpha$ 는 재료의 선팽창계수이다. 용융온도와 한계온도 사이에서 발생하는 열변형률 ( $\epsilon^m$ )은 다음과 같다.

$$(\epsilon^p)^* = \frac{1}{r_p - r_m} \int_{r_m}^{r_p} \alpha(T_0 - T_p) dr \quad (5)$$

(3)을  $T_p$ 에 대해서 정리하고 (5)에 대입하여 적분을 수행하여 ( $\epsilon^p$ )를 다시 쓰면,

$$(\epsilon^p)^* = -\frac{2\alpha q}{\pi \rho c v r_p r_m} \quad (6)$$

이 되고 한계온도 영역 전체에서 발생하는 등가 열변형률은 (4), (5)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\epsilon^* = \frac{r_m (\epsilon^m)^*}{r_p} + \frac{(r_p - r_m) (\epsilon^p)^*}{r_p} \quad (7)$$

### 2.3 고유변형률을 가진 개재물을 포함한 적층판의 변형

등방성(isotropic)인 선형탄성(linear elastic) 재료의 얇은 층들로 이루어지고 두께  $h$ 인 무한 평판에 Fig.3과 같이 고유변형률  $\epsilon_{ij}(x_3)$ 이 있는 타원형 개재물이 포함되어 있다.

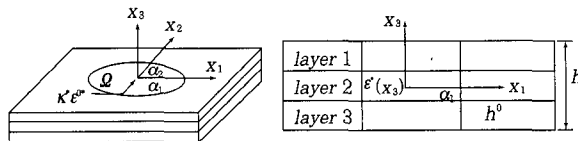


Fig. 3 Infinite plate containing an elliptic cylindrical inclusion with an eigen strain

개재물과 주변판이 균질(homogeneous)한 경우의  $x_3$ 방향의 변위  $u_3$ 는 다음과 같다.

$$u_3 = -\frac{1}{4\pi} \{ (1+\nu^p) H \delta_{ij} + (1-\nu^p) H_{ij} \} K'_{ij} \quad (8)$$

$H$ 와  $H_{ij}$  값은 부록과 같이 계산된다<sup>8)</sup>

식(8)의 변위식에서 타원형 개재물의 한쪽 축을 Fig. 4와 같이 무한대로 접근 ( $a_1 \rightarrow \infty$ ) 시키면 용접공정의 비드 형상을 얻을 수 있으며 그 결과식은 다음과 같다.<sup>9)</sup>

$$u_3 = -\frac{1}{2} a_2 (2|x_2| - a_2) (K'_{11} + \nu K'_{22}) \quad (9)$$

(8), (9)의 변위에 영향을 주는 곡률은 개재물이 갖고 있는 고유변형률이 판의 두께방향의 함수이기 때문에 발생하는 양이다. 본 연구에서는 용접시 발생하는 수축 변형률이 판 두께 방향으로 변하지는 않지만 한계온도 영역까지만 존재 한다고 가정하여 그로 인해 발생하는 고유곡률값을 이용 하였다. 즉 Fig.5와 같이 고유변형률을 갖는 개재물이 판의 한쪽으로 치우쳐 있을 때 발생하는 고유곡률 값은 다음과 같다.

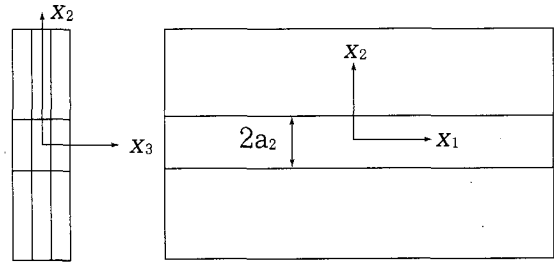


Fig. 4 Infinite plate with a planar band zone

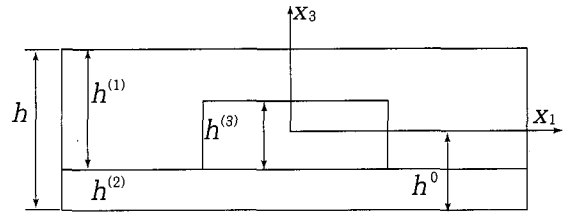


Fig. 5 Eigenstrain in one lamina

$$\kappa^* = \frac{C_{11} - C_{12}}{D_{11} + D_{12}} \int_{h^{(2)}}^{h^{(1)}+h^{(2)}} \epsilon' x_3 dx_3 \quad (10)$$

여기서 강성(extensional stiffness tensor)  $C_{11} = E/(1-\nu^2)$ ,  $C_{12} = \nu E/(1-\nu^2)$  이고, 굽힘강성(bending stiffness tensor)

$$D_{ij} = \int_{-h}^h C_{ij} x_3^2 dx_3, \quad (ij = 11, 12) \text{이다.}$$

### 2.4 용접부의 각 변형량

앞 절에서 결정된 용접부의 소성영역과 크기를 식(9)에 대입하여 각 변형량을 계산하기 위해 용접시 수축하는 소성영역을 Fig. 6과 같이 근사화 하였다. 열전달 방정식으로부터 얻어진 반원형의 영역을 면적이 같은 사각형 영역으로 결정하였다. 판 두께방향의 한계온도 영역  $r_p$ 를 기준으로 개재물의 폭을 결정하였다.

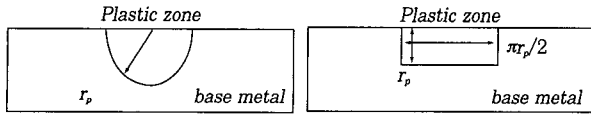


Fig. 6 Approximation of welding plastic zone

따라서 (10)의 고유곡률은 다음과 같다.

$$\kappa' = \frac{6(1-\nu)}{h^2(1+\nu)} r_p (2h^2 - r_p) \epsilon' \quad (11)$$

변위를 나타내는 (9)에 (11)을 대입하면 재료의 물성치와 판 두께, 입열량의 함수로 이루어진 최종 용접부의 각 변형량을 알 수 있다.

$$u_3 = \frac{3\alpha q(1-\nu)(T_m - T_0)}{8\rho c v e h^2 (T_0 - T_p)} \left( h - \sqrt{\frac{2q}{\pi \rho c v e (T_p - T_0)}} \right) \left( \sqrt{\frac{2q\pi}{\rho c v e (T_p - T_0)}} - 8 |x_2| \right) \quad (12)$$

$T_p$ : 소성변형이 발생한 영역의 한계온도(700℃)

$\alpha$ : 열팽창계수(한계온도에서 물성치, 700℃)

$q$ : 입열량( $hVI$ ),

$\nu$ : 포아송의 비

$T_m$ : 모재의 용융온도

$T_0$ : 대기온도

$r$ : 밀도

$c$ : 비열(한계온도에서 물성치)

$h$ : 판의 두께

$\epsilon$ : 자연대수값(2,718)

### 3. 결과 및 고찰

최종 얻어진 결과식(12)를 이용하여 용접부의 각 변형량을 계산하였다. 이미 발표된 실험자료<sup>1)</sup>의 용접조건과 동일한 입열량과 물성치를 이용하여 그 계산값을 실험 값들과 함께 Fig.7에 나타냈다. 실험 결과와 마찬가지로 이론해의 결과도 열량의 증가에 따라 변형량도 증가 하지만 어느 한계점에 이르면 다시 감소하는 경향을 보인다. 이는 열량이 증가함에 따라 변형량도 증가 하지만 더 이상 열량의 증가는 각 변형량의 주 원인이 되는 판 두께방향의 온도구배를 오히려 적게하기 때문이다. 이론해석하는 GTAW 용접공정과 각 변형량이 잘 일치되고 있으며, SMAW, GMAW, SAW로 변함에 따라 불일치가 나타나고 있다. 특히, 입열량이 적은 영역에서는 해석해와 잘 일치되고 있으나, 입열량이 증가함에 따라 차이를 나타내고 있다. 이것은 Fig.8과 같이 용접시 생성된 비드(bead)차이에 의한 것으로 판단된다. 실험에서 사용된 Bead-on-plate

용접에서 SMAW, GMAW, SAW로 변함에 따라 용가재(filler metal)에 의한 비드가 크게 형성되며, 입열량이 증가함에 따라 용가재량이 증가 하므로 큰 비드가 형성된다. GTAW 공정은 용가재 없이 단순히 아크에 의해 가열만 하였기 때문에 해석해의 가정과 유사하다.

Table 1. Material Properties of Mild Steel(1045)

Material Properties	Value
Thermal Expansion coeff.	17.6μm/m
Density	7.844Mg/m <sup>3</sup>
Specific Heat	846J/Kg°K
Melting Temperature	1530℃
Room Temperature	20℃

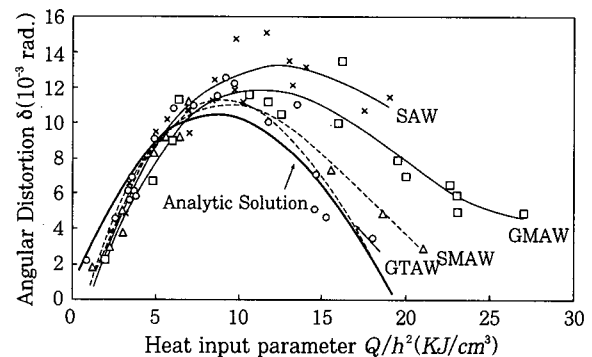


Fig. 7 Angular distortion by heat input parameter  $Q/h^2$  (KJ/cm<sup>3</sup>)

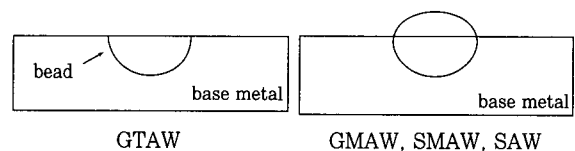


Fig. 8 Bead shape of arc welding process

Fig.9는 용접부로부터 거리에 따른 각 변형량을 나타낸 것이다. 용접 선으로부터 횡방향으로의 각 변형량은 용접부에서 거리에 따라 선형적으로 증가함을 나타낸다. 이는 실제 용접에서와 마찬가지로 대상 평판 전체가 균일한 곡률을 가지고 변형하는 것이 아니라 용접부의 국부적인 소성변형이 판 전체의 변형에 영향을 미치기 때문이다.

Fig.10에서는 입열량을 일정한 값으로 고정하고 판의 두께에 따른 각 변형량의 양상을 나타낸 것이다. 판의 두께가 증가할 때 각 변형량은 급격히 증가하나 입열량의 증가와 마찬가지로 어느 임계값을 기점으로 판의 두께가 더 증가하면 각 변형량은 감소하는 경향을 보인다. 열량에 따른 변화에서는 임계점을 기준으로

대칭의 형태를 보였으나, 판의 두께가 처음 증가 할 때에는 급격히 각 변형량은 증가하고 임계값을 넘어서면 완만하게 감소한다. 즉 일정 열량에 대해 판 두께가 얇을 때가 두꺼울 때보다 각 변형량에 민감한 변수로 작용함을 알 수 있다.

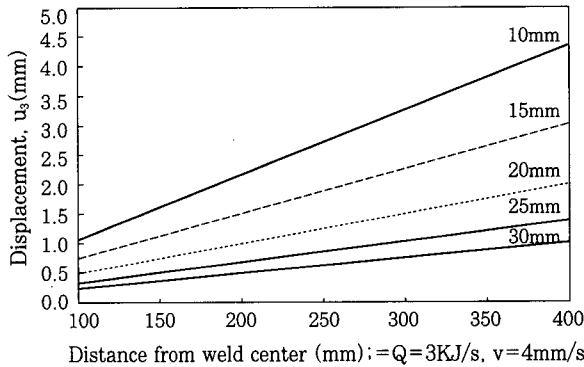


Fig. 9 Angular distortion  $\delta$  by distance from weld center

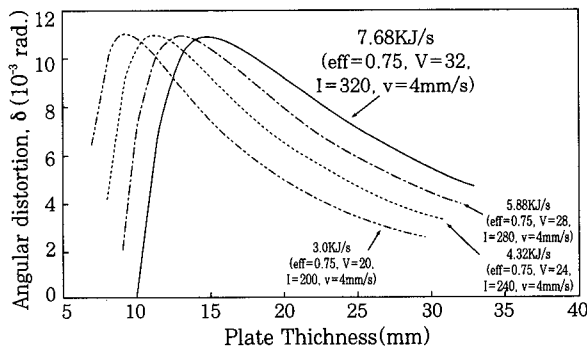


Fig. 10 Angular distortion  $\delta$  by plate thickness

Fig.11은 개재물의 크기의 변화, 판 두께와 개재물의 비(full penetration=1)를 기준으로 하여 고유곡률과 각 변형량을 나타내었다. 식(11)로 표현되는 고유곡률은 개재물의 크기 영역에서만 발생하는 값이므로 판의 중립축보다 크게 되면 곡률의 크기가 감소하나 식(12)의 각 변형량은 소성변형이 일어나지 않은 영역의 구속을 고려한 값이므로 개재물의 곡률과 소성이 발생하지 않은 부분의 구속조건이 함께 영향을 미친다. 여기서 개재물의 깊이는 용입의 정도와 선형적인 관계를 가지므로 용입과 각 변형량의 상관관계를 나타낸다고 생각 할 수 있다. 용입이 판 두께의 70% 정도일 때 각 변형량이 최대값을 가졌고 전혀 용입이 없을 때와 용입이 판 두께와 같을 때(full penetration)에는 변형량이 없었다. 각 변형을 일으키는 소성변형의 크기와 양이 복합적으로 각 변형량에 영향을 미치기 때문이다.

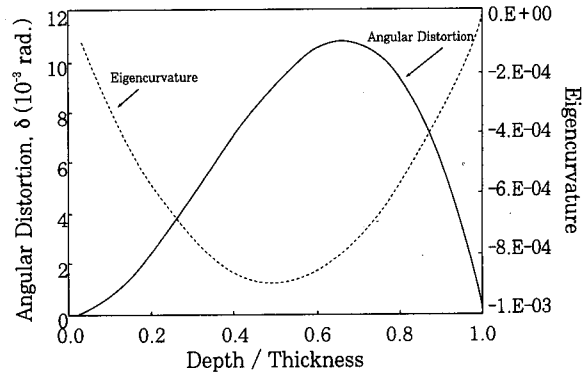


Fig. 11 Angular distortion & eigencurvature by Depth/Thickness

### 4. 결 론

고유변형율을 가진 개재물을 포함한 적층판의 변형 이론을 이용하여 각 변형량을 예측할 수 있는 이론해를 구하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 각 변형량을 용접 공정변수인 입열량, 재료의 물성치, 판 두께 만의 변수로 구할 수 있는 이론해를 유도하였으며, 실험 결과와 비교적 잘 일치 하였다.
2. 입열량에 대한 용접 각 변형량은 입열량의 증가에 따라 증가하나 어느 임계점을 지나면 감소하는 경향을 보였다.
3. 각 변형량은 용접부로부터 거리에 따라 선형적으로 증가한다. 판 전체가 균일한곡률을 가지는 것이 아니라 용접부의 국부적인 소성변형이 판 전체의 변형을 지배한다.
4. 각 변형량은 판 두께가 상대적으로 얇을 때가 그 변화 양상이 두꺼울 때보다 더 민감함을 보인다.

### 후 기

본 논문은 1997년도 전남대학교 학술연구비의 지원에 의하여 연구되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. K. Satoh, & T. Terasaki: "Effect of welding conditions on welding deformations in welded structural materials", Journal of Japanese Welding Society, Vol.45, No.4(1976), pp302~308
2. Ueda, Y. & Yamakawa, T.: "Analysis of

thermal elastic plastic behavior of metals during welding by finite element analysis method" Transaction of the Japane Welding Society, Vol.2,(1971) pp7~60

3. Moshaiov, A. & Vorus, W. S: "The mechanics of the flame bending process : Theory and Applications", Journal of Ship Research, Vol.31, No.4(1987), pp269~281
4. Tsugio Fujimoto: "A method for analysis of residual welding stresses and deformations based on the inherent strain", Journal of Japanese Welding Society, Vol.39, No.4 (1970), pp26~252
5. Koichi, Masubuchi: "Analysis of welded structures", Pergamon Press(1980)
6. N. R. Mandal & C. V. N. Sundar: "Analysis of welding shrinkage", Welding Journal, June(1997), pp233-s~238-s
7. Rosenthal,: The theory of moving source of heat and its application to metal treatments", Transaction of ASME(1945), pp849~866
8. H.G. Beom: "The elastic field of an elliptic cylindrical inclusion in a laminate with multiple isotropic layers", ASME, Journal of Applied Mechanics, Accepted for publication
9. H. G. Beom: "Analysis of a plate containing an elliptic inclusion with eigencurvatures", Archieve of Applied Mechanics, Vol.68 (1998), pp.422~432

부 록

$$H(x_1, x_2; \lambda) = -\frac{1}{4} \{ I(\lambda) - x_r x_n I_N(\lambda) \},$$

$$H_{kl}(x_1, x_2; \lambda) = -\frac{1}{4} \delta_{kl} a_k^2 I_k(0) + \frac{1}{4} \delta_{kl} a_k^2 \{ I_k(\lambda) - x_r x_n I_{kN}(\lambda) \} + \frac{1}{2} x_r x_l \{ I_L(\lambda) - a_k^2 I_{kL}(\lambda) \}$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left[ x_n x_m - a_m a_m + \{ (x_n x_m - a_m a_m)^2 + 4(x_1^2 a_2^2 + x_2^2 a_1^2 - a_1^2 a_2^2) \}^{1/2} \right]$$

$$I(\lambda) = -4\pi a_1 a_2 \left\{ \ln(\sqrt{a_1^2 + \lambda} + \sqrt{a_2^2 + \lambda}) - \ln(a_1 + a_2) \right\}$$

$$I_1(\lambda) = \frac{4\pi a_1 a_2}{a_2^2 - a_1^2} \left\{ \sqrt{\frac{a_2^2 + \lambda}{a_1^2 + \lambda}} - 1 \right\}$$

$$I_2(\lambda) = \frac{4\pi a_1 a_2}{a_1^2 - a_2^2} \left\{ \sqrt{\frac{a_1^2 + \lambda}{a_2^2 + \lambda}} - 1 \right\}$$

$$I_{11}(\lambda) = \frac{4\pi a_1 a_2}{3 \Delta(\lambda)} \left[ (a_1^2 + \lambda)^{-1} - \{ (a_1^2 + \lambda)^{1/2} + (a_2^2 + \lambda)^{1/2} \}^{-2} \right]$$

$$I_{22}(\lambda) = \frac{4\pi a_1 a_2}{3 \Delta(\lambda)} \left[ (a_2^2 + \lambda)^{-1} - \{ (a_1^2 + \lambda)^{1/2} + (a_2^2 + \lambda)^{1/2} \}^{-2} \right]$$

$$I_{12}(\lambda; a_1, a_2) = \frac{4\pi a_1 a_2}{\{ (a_1^2 + \lambda + \Delta(\lambda)) \} \{ (a_2^2 + \lambda + \Delta(\lambda)) \}}$$

$$\Delta(\lambda) = \{ (a_1^2 + \lambda)(a_2^2 + \lambda) \}^{1/2}$$