

터보기계내의 3차원 비정상 비압축성 유동계산방법의 개발

김봉균* · 박재인** · 주원구*** · 조강래***

Development of a Computational Method of 3-D Unsteady Incompressible Flow in Turbomachinery

Bbong-Kyun Kim*, Jae-In Park**, Won-Gu Joo***, Kang-Rae Cho***

Key Words: Unsteady flow(비정상 유동), Rotor-stator interaction(동익과 정익의 상호작용), Axial compressor(축류 압축기), CFD(전산유체역학)

ABSTRACT

The flow through multistage turbomachinery is affected by the interaction between a rotor and a stator. The interaction is due to the inviscid potential effect and viscous effect between closely spaced rotor and stator airfoils. Three-dimensional, unsteady, incompressible Navier-Stokes equations with a standard $k-\epsilon$ model are solved using a non-staggered grid system. This method is applied to the flow through a multistage compressor measured by Stauter et al. The results have shown strong interaction between the rotating and stationary flow field. The decay of rotor wake and the pressure profiles agree very well with experimental data. The wake produced by rotor causes unsteady pressure on the surface of a stator. The rotor/stator interaction produces the unsteady pressure force on the rotor and stator blades.

1. 서 론

축류다단압축기 내부유동은 매우 복잡한 비정상 유동이다. 동익(앞 익렬) 후방에서는 유동이 익 통로를 통과하면서 익 표면의 경계층에 의한 후류, 팁 부분에서의 누설와류, 허브 부근에서의 말발굽와류 등으로 인해 매우 불균일한 유동이 된다. 이 불균일 유동은 축방향으로 진행하면서 감쇠되지만, 동익과 정익사이의 거리가 짧음으로 정익(뒷 익렬)의 유입 유동장에 영향을 미치게 된다. 또한 동익과 정익의

상대운동으로 인해 정익 유동장은 비정상 유동의 지배를 받게 된다. 또한 동익도 후방의 정익 앞에 발생하는 불균일 정압장에 의해 비정상 출구조건하에서 동작하게 된다. 이러한 비정상성은 익렬의 양력에 영향을 미치며, 축류 압축기의 효율뿐만 아니라 익의 진동과 소음을 증가시킨다. 따라서 최근 이에 대한 많은 실험적, 수치적 연구가 활발하게 진행되고 있다.^(1,2,3)

본 연구에서는 저속 축류 압축기의 3차원, 비정상, 비압축성 유동장을 예측할 수 있는 유동해석 방법을 제시하고자 한다. 개발된 계산방법을 Stauter 등⁽¹⁾에 의해 실험된 축류 압축기 1단에 적용하고, 그들의 실험값과 비교함으로써 계산방법의 타당성을 검증하였다. 또한, 계산결과로부터 축류압축기 내부유동장의 비정상적 특성을 이해하는데 있다.

* (주) LG 산전

** 연세대학교 대학원

*** 연세대학교 기계·전자 공학부

2. 수치해석방법

2.1. 지배방정식 및 수치해석기법

축류 압축기의 동익과 정익 익렬에 대한 비정상, 비압축성, 난류유동장은 직각좌표계상에서의 연속방정식, 레이놀즈 평균화된 Navier-Stokes 방정식, 난류운동에너지(k) 및 난류소멸률(ϵ) 방정식을 사용하여 계산한다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi) = \Gamma_\phi \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (1)$$

식 (1)에서 각 종속변수 ϕ 에 대한 확산계수 Γ_ϕ 와 생성항 S_ϕ 의 정의는 Table 1에 제시된다.

여기서 사용된 난류 모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델이지만 필요에 따라 다른 난류모델을 채택할 수 있다. 와점성계수 μ_t 는 다음의 식 (2)와 같이 표현되고 각 계수들의 정의는 다음과 같다.

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2)$$

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3$$

식 (1)의 지배방정식은 좌표변환함수를 사용하여 다음과 같이 경계밀착좌표계상으로 변환시킨 후 이산화한다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi_i}(\rho U_i \phi) = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[\frac{\Gamma_\phi}{J} \left(D_i \frac{\partial \phi}{\partial \xi_i} \right) \right] + JS_\phi \quad (3)$$

Table 1 Flow variable, diffusion coefficient and source terms for the governing equation

| ϕ | Γ_ϕ | S_ϕ |
|------------|---------------------------------------|---|
| 1 | 0 | 0 |
| u | $\mu + \mu_t$ | $-\frac{\partial p}{\partial x}$ |
| v | $\mu + \mu_t$ | $-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho \omega(\omega y + 2w)$ |
| w | $\mu + \mu_t$ | $-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho \omega(\omega z - 2v)$ |
| k | $\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}$ | $G - \rho \epsilon$ |
| ϵ | $\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}$ | $\frac{\epsilon}{k} (C_1 G - \rho C_2 \epsilon)$ |

Note) $G = \mu_t \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)$

격자계는 비엇갈림 격자계가 사용되었고, 모든 종속 변수들은 동일한 검사체적의 중심에서 평가되었다. 검사체적 중심에서의 직교속도에 대한 운동량방정식은 변환함수와 운동량 보간방법⁽⁴⁾에 의해 검사체적면상의 반변속도(contra-variant velocity)에 대한 운동량 방정식으로 변환된다. 식 (3)의 첫번째 항은 시간에 대한 비정상항으로서, 본 연구에서는 완전암시도식(fully implicit scheme)을 이용하여 처리하였다. 완전암시도식은 $t + \Delta t$ 에서의 유동값이 그 이웃한 격자점들의 $t + \Delta t$ 일 때의 값에 의해 결정된다. 이러한 암시적 방법은 모든 공간과 시간 간격 Δt 에 대하여 안정하다. 그러나, 정밀도를 극대화하려면 Δt 는 그 값을 더욱 더 감소시키더라도 결과들에 무관하게 되는 것이 보증되도록 충분히 작아야 한다. 또한, 대류-확산항은 2차 정확도의 SOUCUP 도식⁽⁵⁾을 사용하였다. 각 항이 처리된 지배방정식은 유한체적법(FVM)을 사용하여 Fig. 1과 같은 검사체적에 대해 다음의 식 (4)와 같은 유한체적방정식으로써 계산된다. 연속방정식과 운동량방정식의 연결은 Patankar⁽⁶⁾가 제시한 SIMPLE 알고리즘에 의해 처리되었다.

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_T \phi_T + A_B \phi_B + b \quad (4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + A_P^\circ - JS_P$$

$$A_P^\circ = \frac{\rho_P^\circ \cdot J}{\Delta t}$$

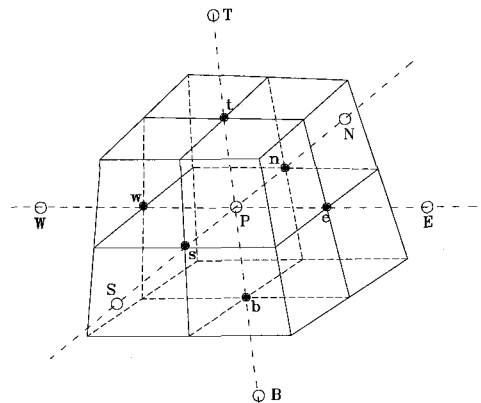


Fig. 1 A typical control volume

$$b = b_s + b_{NO} + A_p^o \phi_p^o$$

여기서, b_s 는 일반 생성항이고 b_{NO} 는 좌표계의 비직교성에 의해 나타나는 생성항이다. 또한, A 는 대류-확산항을 나타내며, ϕ_p^o 및 ρ_p^o 는 시간 t 인 때의 기지의 값이며, 그 밖의 다른 값($\phi_p, \phi_E, \phi_W, \phi_S, \phi_N, \phi_T, \phi_B$)은 시간 $t + \Delta t$ 인 때의 미지의 값이다.

식 (4)의 모든 유한체적방정식은 다음의 식 (5)와 같은 행렬방정식이 된다.

$$[A][\phi] = [D] \tag{5}$$

비선형 방정식인 식 (5)의 해는 TDMA에 의해 구하였고, 주기경계면에 대한 해는 cyclic TDMA로써 계산되었다. 계산의 수렴성은 질량유량의 잔유량이 10^{-5} 보다 작아질 경우로 하였다. 각 시간에 대해 본 계산에서 사용된 순서도는 Fig. 2와 같다.

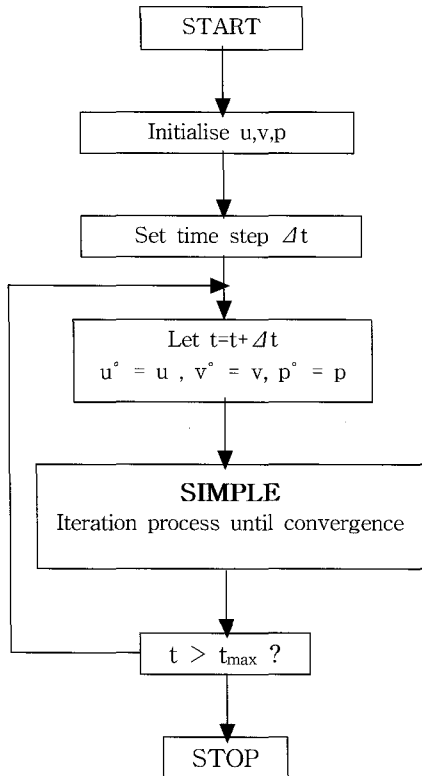


Fig. 2 Algorithm of unsteady code

2.2 경계조건

Fig. 3은 계산에 사용된 격자계중 하나이며, 회전속도로 이동하는 격자계(moving grid)에서 $t/T=0.5$ 일 때를 대표적으로 도시하였다. 회전 방향으로는 4구간을 나누었으며 격자를 각 시간마다 회전시키며 계산을 수행하였다. 회전 경계면은 동익과 정익사이 거리의 중간위치로 잡았다.

입구 경계조건으로는 Stauter 등⁽¹⁾이 제시한 실험자료인 속도분포를 이용하였다. 또한, 입구에서의 난류강도는 평균속도의 6%로 가정하였다. 출구 경계조건으로는 정익의 후방유동이 완전히 회복되는 위치에 해당하는 경계면에서 Neumann 조건을 적용하였다. 동익 및 정익의 익면과 허브 및 케이싱의 벽면에서는 본 연구의 난류모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델이므로 벽함수(wall function)가 사용되었다. 입구 경계면으로부터 동익 전연까지, 동익과 정익 사이 및 정익 후연에서 출구 경계면까지의 세 영역에서 동일한 주기점에서의 모든 유동변수는 주기 경계조건으로 처리되었다.

이러한 경계조건들 외에, 실제 실험에서 수행된 압축기는 동익과 정익이 1:1 피치비의 날개로 구성되어 있으며, 회전하는 동익과 고정되어 있는 정익을 동시에 해석하기 위해서는 동익을 모델링하는 회전 격자계와 정익을 모델링하는 정지 격자계가 접하는 경계면이 존재한다. 따라서, 수치계산을 위해 경계면을 가로질러 유동량의 플럭스(flux)를 어떻게 처리해야 하는가의 문제가 생긴다.

Fig. 4는 본 연구에서 사용된 방법을 도시한 것이다. $imix$ 로 표시되는 경계면은 유동방향에 수직으로 설치되며, 경계면과 인접한 면들인 $imix-1$ 면과 $imix+1$ 면 사이의 물리적인 거리는 없다. $imix-2$ 에서의 유동변수 값들을 $imix+1$ 에 대입함으로써 경계면 전방의 유동정보가 후방에 전달된다.

실제로 동익쪽의 격자계가 주어진 회전속도로 시간에 따라 움직이므로 두 격자계가 어긋나는 경우가 발생하며, 이와 같은 경우에는 그림에서 보듯이 회전방향의 두 격자를 선형 보간하여 나온 값을 $imix+1$ 로 전달한다. 경계면 후방의 $imix+2$ 에서의 유동변수값도 위와 마찬가지로 전방의 $imix-1$ 에 대입되며 이로써 후방의 유동정보도 상류쪽에 전달되게 된다. 이러한 방법으로 교차된 값들은 반복 계산할 때마다 수정되며 전후방의 유동 정보들은 경계면을 가로질러 서로 교환되고 경계면 전방의 유동장과 후방의 유동장이 결합된다.

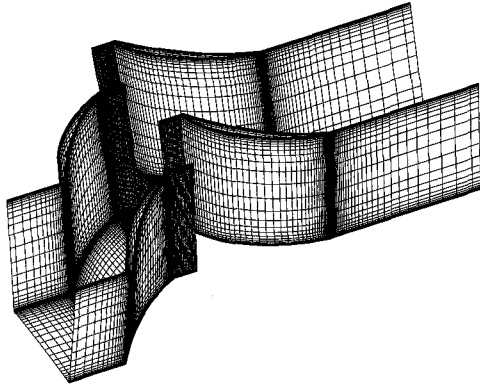


Fig. 3 3D Configuration of one-stage moving grid system at $t/T=0.25$

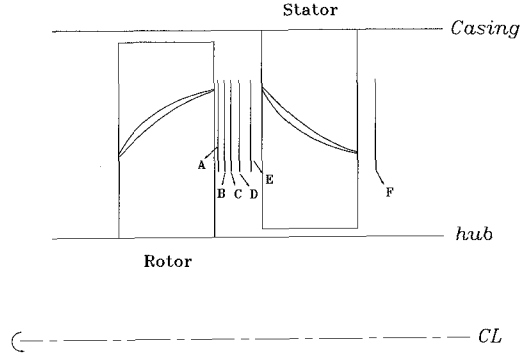


Fig. 5 Experimental measurement station(A : 2% rotor axial chord downstream of the rotor blade, B : 8%, C : 15%, D : 26%, E : 34%, F : 18% stator axial chord downstream of the stator blade)

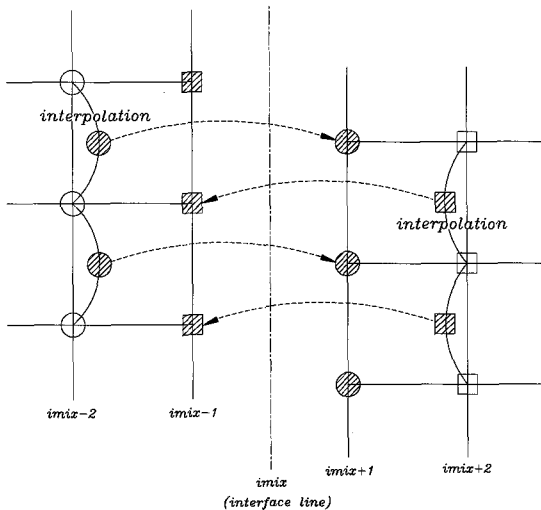


Fig. 4 Scheme of interfacing two grid system

3. 결과 및 고찰

본 연구에서는 Stauter 등⁽¹⁾이 실험한 축류 압축기를 대상으로 수치계산을 수행하였으며, 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 유동장에 대한 그의 측정결과와 비교함으로써 개발된 수치계산기법의 타당성을 검증하였다.

Stauter 등의 실험에서는 Fig. 5와 같이 동익과 정익 사이에 위치한 A, B, C, D, E 지점과 정익 후방의 F지점에서 LDV를 이용하여 각각의 속도장을 측정하였다. 또, 익면 압력을 측정하여 제시하였다. 본 연구에서도 실험과 동일한 위치에서의 수치계산결과를 실험결과와 비교, 분석하였다.

식 (6)과 같이 동익의 중간 스패에서의 회전주속도(U_m)에 대한 동압으로 무차원화된 익면압력계수를 계산결과와 실험결과에 대해 함께 Fig. 6에 제시하였다.

$$C_p = \frac{p - p_{inlet}}{1/2 \rho U_m^2} \quad (6)$$

그림에서 가로축은 동익의 전연을 기준점으로 정의의 후연까지 실제 길이를 표시하였다. 실험치는 시간 평균한 값을 제시하였고, 계산치는 동익이 한 피치를 회전하는 동안 가지는 최대, 최소치와 이들을 시간평균한 값을 제시하였다. 그림에서 보듯이 익표면에서의 압력이 주기적으로 변동하고 있다. 이는 동익과 정익의 상대적인 위치변화에 따른 후류의 상호작용에 의해서 발생하는 것으로 익의 양력의 주기적인 변화를 보여준다. 이러한 현상이 클 경우에는 익의 진동과 소음이 생기게 되어 터보기계 효율의 감소에 해당하는 에너지 손실을 가져오게 된다. 본 연구의 수치계산에서도 이러한 현상을 잘 예측하고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 7~Fig. 9는 동익 후연으로부터 축방향 익현장 길이의 2% 후방(A지점), 8% 후방(B지점), 15% 후방(C지점)의 속도를 실험치와 함께 제시하였다(여기에서도 위와 마찬가지로 동익이 회전하는 동안에 가지는 최대, 최소값과 시간평균한 값을 제시하였다). 모두 동익과 정익 사이에 위치하고 있으며, 동익과 정익 사이의 거리를 기준으로 그 내부의 2%, 18%, 32%에 위치한다. Fig. 10은 A, B, C, 지점과 D지점(내부의 54%), E

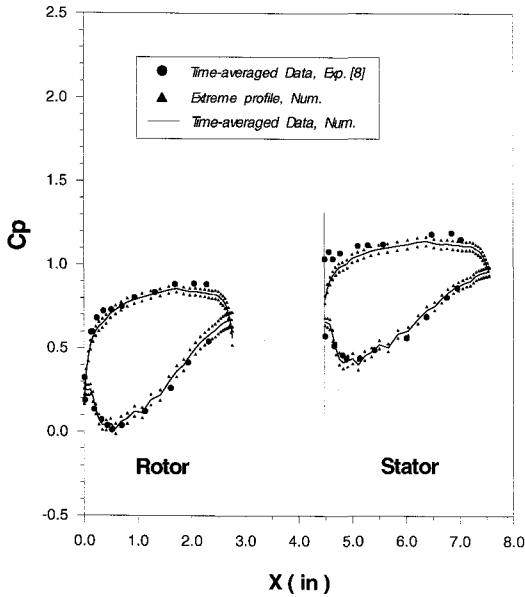


Fig. 6 Surface pressures in the stage of the compressor

지점(내부의 71%)에서의 각각의 자오면 속도를 동익의 회전방향으로 나타내었다. 후류가 동익의 후연근처(A지점)에서는 깊고 날카로우나, 후방으로 진행하면서 얇고 넓어지면서 감소되는 경향을 보여주고 있다. Fig. 11은 축방향으로 진행하면서 후류가 감소하는 경향을 실험결과와 함께 제시하였다. 가로축인 무차원 축방향위치, η 는 다음의 식 (7)과 같이 동익과 정익 사이의 거리를 기준으로 무차원하였다. 또한, 무차원 후류의 깊이, δ 는 후류의 외부 평균속도와 후류 부분의 최저속도와의 차이를 후류의 외부 평균속도로 무차원화하였으며, 식 (8)에 제시하였다.

$$\eta = \frac{Ax}{\text{gap length}} \quad (7)$$

$$\delta = \frac{\left(\frac{\overline{W}}{U_m}\right)_{\infty} - \left(\frac{\overline{W}}{U_m}\right)_{\min}}{\left(\frac{\overline{W}}{U_m}\right)_{\infty}} \quad (8)$$

동익의 후연에서 생성된 후류가 축방향으로 진행하면서 감소되는 경향을 보기 위해, 각 측정점의 계산결과를 지수함수($\delta = a \cdot e^{b\eta}$)로 곡선 보간하여 후류의 감소경향도 살펴보았다. 그림에서 보듯이 실험결과에서 제시한 것과 같이 계산결과에서도 후류가 지

수적으로 감소하는 경향을 볼 수 있다. 그러나, 수치 해석은 후류의 감소율을 실험치보다 약간 더 크게 예측하고 있다. 이러한 현상을 분석해 보면, 먼저 Fig. 6에서 제시한 실험결과와의 동익의 부하 차이에서 기인된 영향이라고도 볼 수 있다. 실제 날개의 부하는 후류의 지속성에 영향을 미친다. 또 다른 이유는 표준 $k-\epsilon$ 난류모델의 예측한계에 기인한다고 생각한다. 표준 $k-\epsilon$ 모델은 유동장의 혼함을 일반적으로 좀 더 크게 예측하며 이는 후류의 깊이와 폭에 영향을 미친다. 실제 Fig. 7~Fig. 9에서 보듯이 실험치에 비해 후류의 폭이 좀 더 넓게 예측되었다는 것을 볼 수 있다.

또한 비정상성의 크기를 나타내는 한 주기 동안의 속도변화량의 최대, 최소값이 실험값과 계산값에서 차이가 크게 나타나고 있다. 이것은 계산에서 시간항을 적분하는데 1차의 정확도를 갖는 완전암시도식을 사용하였기 때문인 것 같다. 따라서 좀 더 정확히 비정상성의 크기를 예측하기 위해서는 고차의 정확도를 갖는 시간적분방법이 사용되어야 할 것이다.

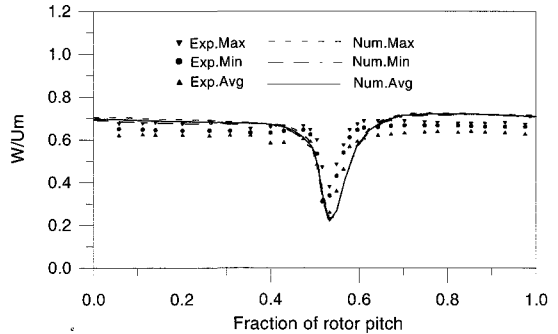


Fig. 7 Wake profiles 2% after rotor (A지점)

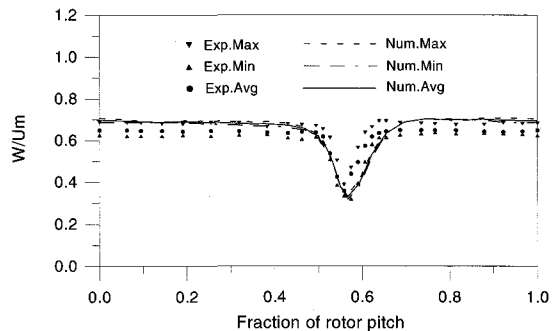


Fig. 8 Wake profiles 8% after rotor (B지점)

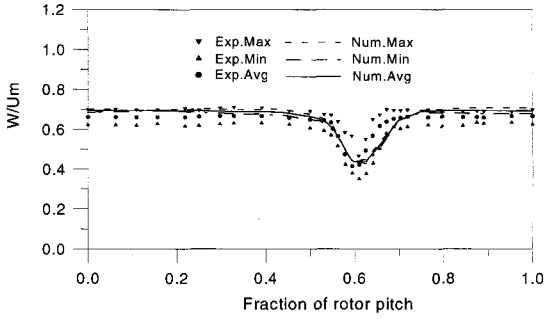


Fig. 9 Wake profiles 15% after rotor (C지점)

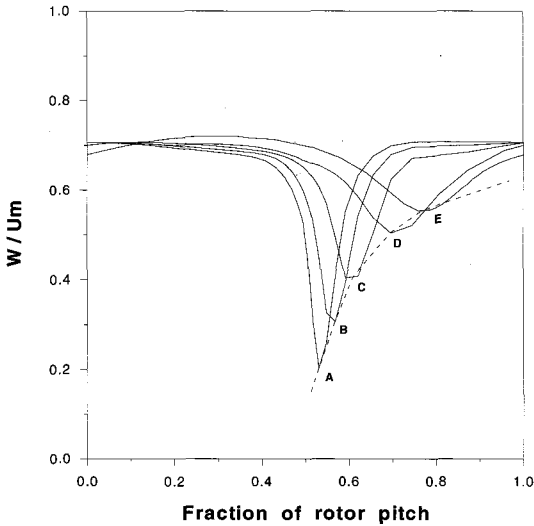


Fig. 10 Rotor wake profiles between rotor and stator

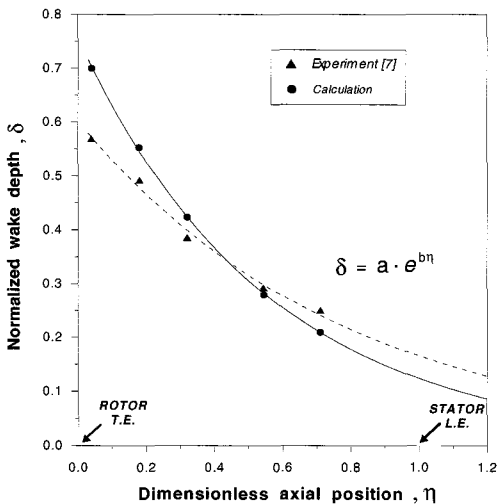


Fig. 11 Wake decay characteristics

Fig. 12에는 정익후연으로부터 익현 길이의 18% 후방(F지점)에서의 축방향 및 회전방향 절대속도성분에 대해 실험값과 계산값을 비교하였다. 후류의 외부속도에서는 실험치와 잘 일치하지만 후류의 폭이 실험치보다 조금 넓게 예측되었다. Fig. 13~Fig. 16는 각 시간 위치별로 절대총압분포(iso-pressure contour)를 제시하였다. 등압선마다의 차이는 40 Pa이다. 시간마다의 총압의 변화를 볼 수 있으며, 동익과 정익사이에서 변화량이 큼을 알 수 있다. 결과적으로 동익과 정익 사이에서는 시간에 따라 복잡한 유동장의 변화를 나타내지만 정익을 통과하면서 비정상성이 점차적으로 감소한다는 것을 확인할 수 있다.

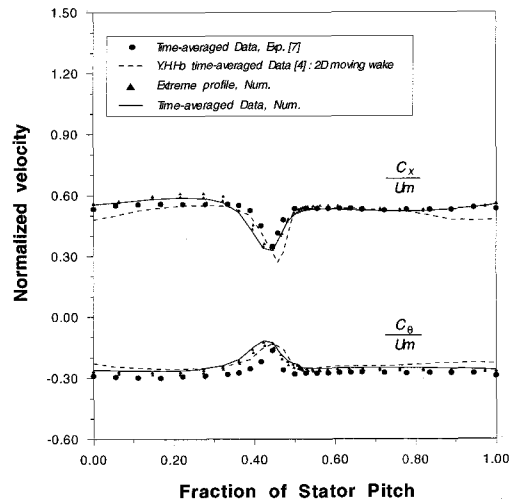


Fig. 12 Absolute velocities at 18 percent stator axial chord downstream of trailing edge of stator

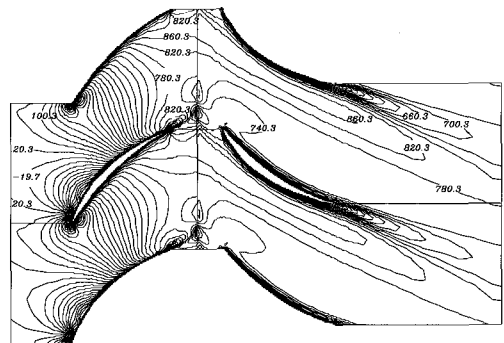


Fig. 13 Absolute total pressure contour at $t/T=0.00$

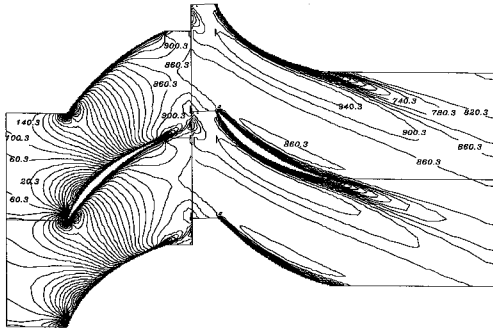


Fig. 14 Absolute total pressure contour at $t/T=0.25$

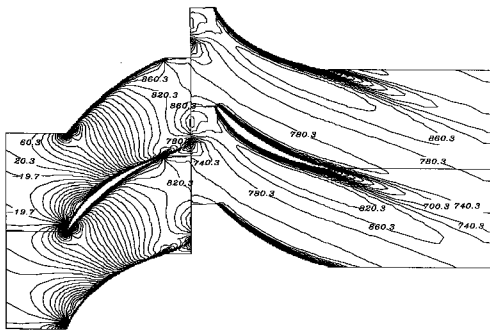


Fig. 15 Absolute total pressure contour at $t/T=0.50$

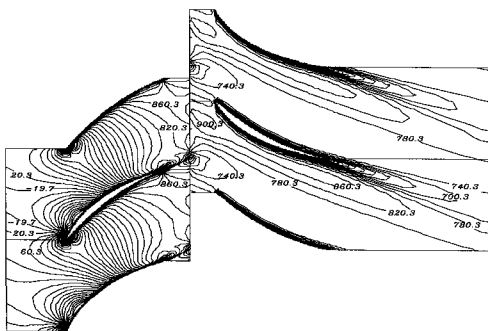


Fig. 16 Absolute total pressure contour at $t/T=0.75$

4. 결 론

축류압축기의 내부 유동장의 비정상적, 비압축성 유동계산방법을 개발하였다. 동익과 정익의 상대운동으로 발생하는 비정상성에 대해 Stauter 등⁽¹⁾이 실험을 수행한 축류압축기에 대해 3차원, 비압축성, 점성, 비정상 유동계산을 수행하고, 계산 결과와 실험결과를 비교하였다.

축류 압축기 내부에서는 동익과 정익의 상대적인

위치변화에 따른 후류의 상호작용으로 인해 익면 압력이 주기적으로 변화하고 본 연구의 수치계산에서도 이러한 현상을 잘 예측하고 있다.

동익과 정익사이에서 동익의 후연에서 나온 후류는 축방향으로 진행하면서 그 깊이가 지수함수적으로 감소하는 경향을 볼 수 있다.

축류 압축기 내부에서 시간에 따른 절대 총압의 변화량은 정익후방의 출구쪽에서의 변화량보다 동익과 정익 사이에서의 변화량이 크다. 결과적으로 축류압축기 내부에서의 비정상성은 동익과 정익 사이에서 가장 크게 나타나고 정익을 통과하면서 비정상성이 점차적으로 감소하고 있다는 것을 알 수 있다.

또한 현재의 1차의 정확도를 갖는 시간적분법은 비정상성의 크기를 작게 예측하고 있다. 따라서 비정상성의 크기를 좀 더 정확히 예측하기 위해서는 보다 높은 정확도의 시간적분방법이 요구된다.

후 기

본 연구는 교육부의 기계공학분야 지원과제(ME97-B-05)로 수행되었으며, 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Stauter, R. C., Dring R. P., and Carta, F. O., 1991, "Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor : Part 1 Experiment," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 219~226.
- (2) Giles, M. and Haimes, R., 1993, "Validation of a Numerical Method for Unsteady Flow Calculations", *Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 110~117
- (3) Gundy-Burlet, K. L., Rai, M. M., Stauter, R. C., and Dring, R. P., 1991, "Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor : Part 2-Computational Assessment", *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 227~232.
- (4) Peric, M., 1985, "A Finite Volume Method for the Prediction of Three Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts," Ph. D. Thesis, University of London.
- (5) Zhu, J. and Rodi, W., 1991, "A Low Dispersion and Bounded Convection Scheme," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 92, pp. 225~232.
- (6) Patankar, S.V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, DA.